



AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE

Konwekcja magnetyczna cieczy paramagnetycznej w naczyniu zamkniętym

**Elżbieta Fornalik-Wajs
Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków**

IPPT PAN Warszawa 2010



Trochę historii...

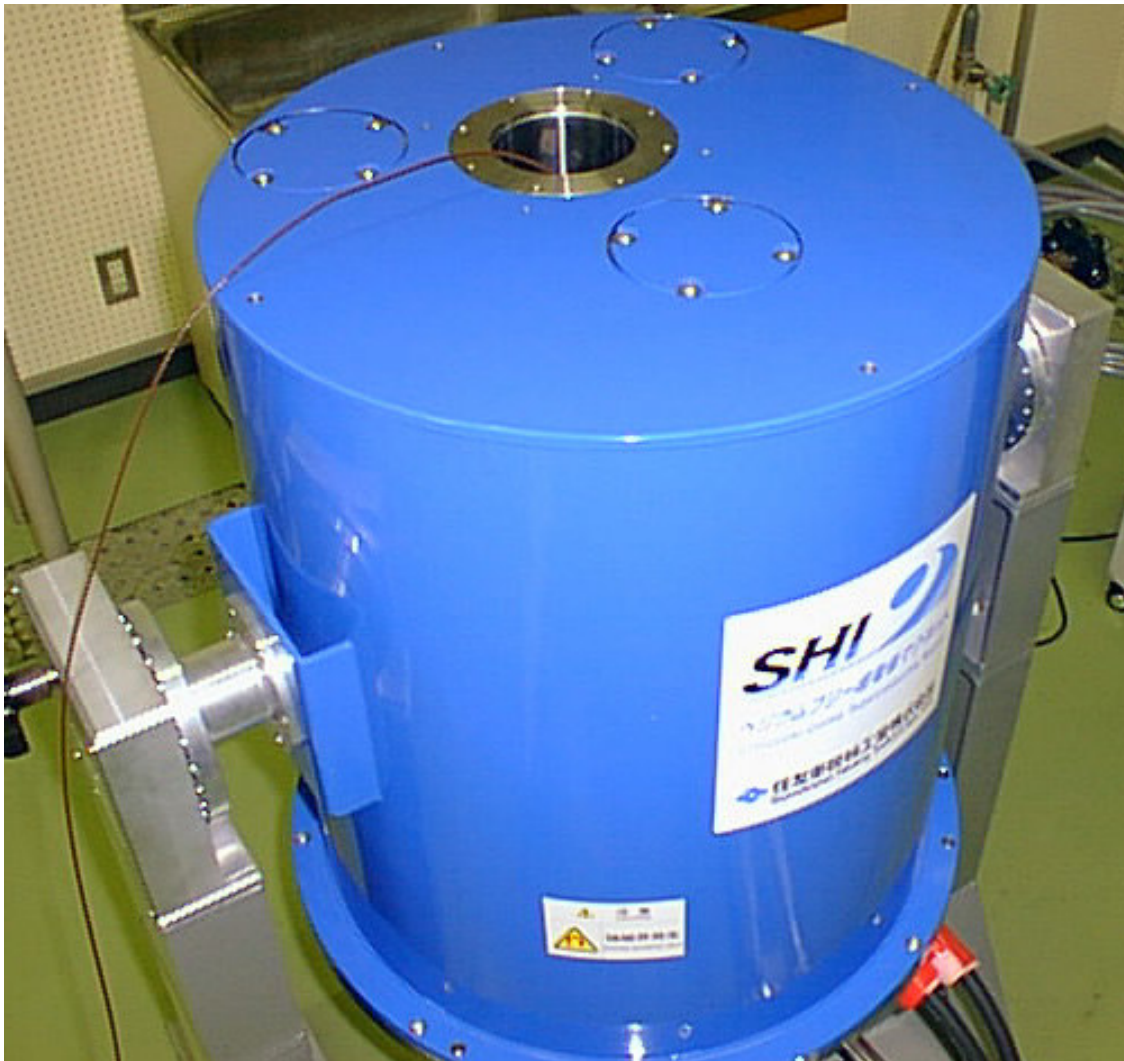
- Dawno dawno temu (**<4000 p.n.e**) – pierwsze ślady obiektów ferromagnetycznych
- **I w.** – w chińskich źródłach pojawia się informacja o pierwszym „directional tool” – pierwowzorce kompasu
- **1086 r.** – pierwszy prawdziwy kompas
- **1600 r.**, Wiliam Gilbert stwierdza, że Ziemia jest wielkim magnesem i wyjaśnia zasadę działania kompasu
- **1820 r.**, Hans Christian Oersted zauważył, że przepływ prądu elektrycznego odchylił igłę kompasu
- W **1824 r.**, William Sturgeon skonstruował pierwszy elektromagnes



Trochę historii...

- **1831 r.** – Michael Faraday odkrył, że poruszający się magnes generuje przepływ prądu elektrycznego, w **1845 r.** stwierdził, że każda substancja posiada własności magnetyczne, a w **1847 r.** zaobserwował, że w polu magnetycznym bańki mydlane wypełnione tlenem poruszają się w innym kierunku, niż bańki wypełnione azotem
- **1873 r.**, Maxwell napisał „A Treatise on Electricity and Magnetism”, w którym zawarł słynne równania
- **1895 r.** – prawo Curie
- **1986 r.** – nadprzewodniki wysokotemperaturowe
- ...

Koniec XX w. - magnes nadprzewodzący



do 15 T

Lewitująca żaba w polu magnetycznym o indukcji 16 T

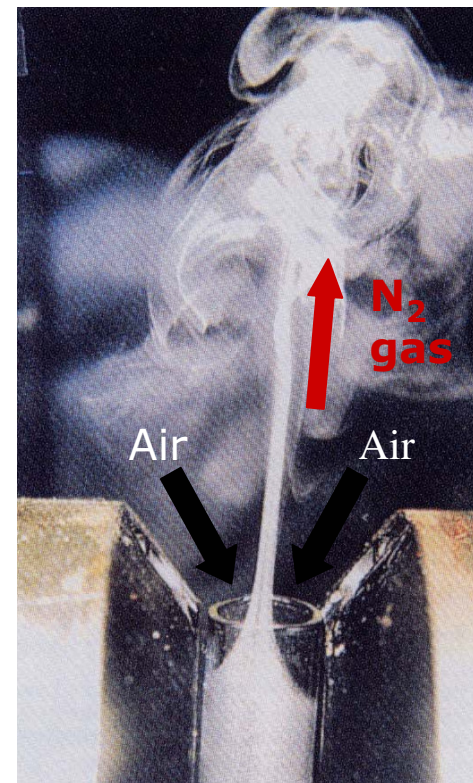


Diamagnetic levitation: Flying frogs and floating magnets (invited)

Simon MD, Geim AK

JOURNAL OF APPLIED PHYSICS 87 (9): 6200-6204

Struga azotu (Wakayama jet)



Quantitative analysis of air convection caused by magnetic-fluid coupling

Bai B, Yabe A, Qi JW, Wakayama NI

AIAA JOURNAL 37 (12): 1538-1543

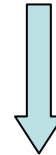


Silne pole magnetyczne

ma zastosowanie w

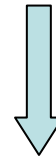
- generacji sił (działających na płyny oraz ciała stałe), np. siła Lorentz'a
- zmianie lub tworzeniu mikrostruktury podczas krzepnięcia
- rozwoju perspektyw na procesy „bezstykowe”
- separacji magnetycznej
- **tłumieniu konwekcji**
- ■ ■ ■

różnica temperatury



pole grawitacyjne

konwekcja naturalna



pole magnetyczne

konwekcja termo-magnetyczna



Cel

Analiza wpływu pola magnetycznego na zjawisko konwekcji cieczy paramagnetycznej, ze szczególnym uwzględnieniem wymiany ciepła w wybranych geometriach (sześcián, termosyfon).

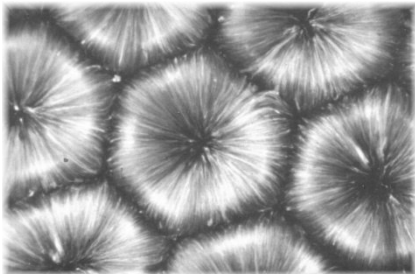
Przeprowadzone zostały:

- badania eksperymentalne
- symulacje numeryczne
- analiza wielkościowa

Zbadana została możliwość kontroli konwekcji cieczy eksperymentalnej w silnym polu magnetycznym.



Ishihara I. et al.
(2002), Int'l. Journal of
Heat and Fluid Flow 23



Van Dyke, M., 1982: *An
Album of Fluid Motion*

- **Konwekcja naturalna**

H. Bénard (1901), L. Rayleigh (1916) i in.

- **Konwekcja naturalna w sześcianie**

G.K. Batchelor (1954), G. de Vahl Davis (1968), H. Ozoe and S.W. Churchill (1973), J.C. Patterson and J. Imberger (1980), prace IPPT PAN i in.

- **Konwekcja naturalna w termosyfonie**

D. Japikse et al. (1971), G.D. Mallinson et al. (1981), G.S.H. Lock and J.D. Kirchner (1992), I. Ishihara et al. (2002) i in.

- **Struktura przepływu**

H. Bénard (1901), G.D. Mallinson et al. (1981), B. Hof et al. (1999), R. Touihri et al. (1999), K. Boronska and L.S. Tuckerman (2004) i in.

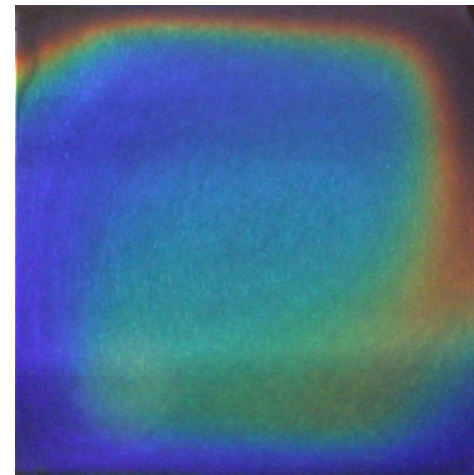
Siła wyporu

stabilny –
grzany od góry
HOT



COLD

niestabilny –
grzany od dołu
COLD



HOT

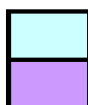

$$F_g = -g\rho_0\beta(T - T_0)$$



g – przyspieszenie ziemskie, ρ_0 – gęstość w temperaturze odniesienia T_0 ,
 β – współczynnik rozszerzalności termicznej, T – temperatura

Własności magnetyczne

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1 <i>H</i> | | | | | | | | | | | | | | | | | 2 <i>He</i> |
| 3 <i>Li</i> | 4 <i>Be</i> | | | | | | | | | | | 5 <i>B</i> | 6 <i>C</i> | 7 <i>N</i> | 8 <i>O</i> | 9 <i>F</i> | 10 <i>Ne</i> |
| 11 <i>Na</i> | 12 <i>Mg</i> | | | | | | | | | | | 13 <i>Al</i> | 14 <i>Si</i> | 15 <i>P</i> | 16 <i>S</i> | 17 <i>Cl</i> | 18 <i>Ar</i> |
| 19 <i>K</i> | 20 <i>Ca</i> | 21 <i>Sc</i> | 22 <i>Ti</i> | 23 <i>V</i> | 24 <i>Cr</i> | 25 <i>Mn</i> | 26 <i>Fe</i> | 27 <i>Co</i> | 28 <i>Ni</i> | 29 <i>Cu</i> | 30 <i>Zn</i> | 31 <i>Ga</i> | 32 <i>Ge</i> | 33 <i>As</i> | 34 <i>Se</i> | 35 <i>Br</i> | 36 <i>Kr</i> |
| 37 <i>Rb</i> | 38 <i>Sr</i> | 39 <i>Y</i> | 40 <i>Zr</i> | 41 <i>Nb</i> | 42 <i>Mo</i> | 43 <i>Tc</i> | 44 <i>Ru</i> | 45 <i>Rh</i> | 46 <i>Pd</i> | 47 <i>Ag</i> | 48 <i>Cd</i> | 49 <i>In</i> | 50 <i>Sn</i> | 51 <i>Sb</i> | 52 <i>Te</i> | 53 <i>I</i> | 54 <i>Xe</i> |
| 55 <i>Cs</i> | 56 <i>Ba</i> | La- | 72 <i>Hf</i> | 73 <i>Ta</i> | 74 <i>W</i> | 75 <i>Re</i> | 76 <i>Os</i> | 77 <i>Ir</i> | 78 <i>Pt</i> | 79 <i>Au</i> | 80 <i>Hg</i> | 81 <i>Tl</i> | 82 <i>Pb</i> | 83 <i>Bi</i> | 84 <i>Po</i> | 85 <i>At</i> | 86 <i>Rn</i> |
| 87 <i>Fr</i> | 88 <i>Ra</i> | Ac- | | | | | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 57 <i>La</i> | 58 <i>Ce</i> | 59 <i>Pr</i> | 60 <i>Nd</i> | 61 <i>Pm</i> | 62 <i>Sm</i> | 63 <i>Eu</i> | 64 <i>Gd</i> | 65 <i>Tb</i> | 66 <i>Dy</i> | 67 <i>Ho</i> | 68 <i>Er</i> | 69 <i>Tm</i> | 70 <i>Yb</i> | 71 <i>Lu</i> |
| 89 <i>Ac</i> | 90 <i>Th</i> | 91 <i>Pa</i> | 92 <i>U</i> | 93 <i>Np</i> | 94 <i>Pu</i> | 95 <i>Am</i> | 96 <i>Cm</i> | 97 <i>Bk</i> | 98 <i>Cf</i> | 99 <i>Es</i> | 100 <i>Fm</i> | 101 <i>Md</i> | 102 <i>No</i> | 103 <i>Lr</i> |

 Paramagnetic
 Diamagnetic

 Ferromagnetic
 No data available

Prawo Curie

- Paramagnetyki : $\chi_g > 0$,
- Diamagnetyki : $\chi_g < 0$,
- Ferromagnetyki : $\chi_g \gg 1$,

aluminium, tlen, wolfram
miedź, złoto, woda
żelazo, kobalt, nikiel

Paramagnetyki : $\chi_g > 0$

Prawo Curie : $\chi_g = C / \theta$

stała Curie

temperatura bezwzględna

Podatność magnetyczna χ_g [m^3/kg] jest to wielkość fizyczna charakteryzująca zdolność substancji do zmian jej polaryzacji magnetycznej J pod wpływem pola magnetycznego o natężeniu H

$$J = \chi_g H$$

Siły działające na układ w polu magnetycznym

$$f_v = \nabla \cdot \tau$$

$$\tau = -p_0 - \frac{H^2}{2} \left(\mu - \rho \left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)_T \right)$$

$$f_v = -\nabla p_0 + \frac{1}{2} \nabla \left[H^2 \rho \left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)_T \right] - \frac{H^2}{2} \nabla \mu$$

magnetostrykcja

człon związany z gradientem
przenikalności magnetycznej

τ – tensor naprężeń, p_0 – ciśnienie w temperaturze odniesienia T_0 , H – natężenie pola magnetycznego, μ – przenikalność magnetyczna, η – lepkość dynamiczna, ρ – gęstość

Siła magnetyczna

$$+\frac{1}{2}\nabla\left[H^2\rho\left(\frac{\partial\mu}{\partial\rho}\right)_T\right]-\frac{H^2}{2}\nabla\mu$$



$$F_m = \frac{1}{2}\mu_0\chi_g\rho\nabla H^2$$

$$\mu = \mu_0(1 + \chi_g\rho)$$

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

$$\mu_r - 1 = \chi_g\rho$$

$$\chi_g = \frac{\chi}{\rho}$$

H – natężenie pola magnetycznego, μ – przenikalność magnetyczna, χ_g – masowa podatność magnetyczna, χ – objętościowa podatność magnetyczna, μ_0 – przenikalność magnetyczna próżni, μ_r – względna przenikalność magnetyczna, ρ – gęstość

Siła magnetyczna c.d.

Zakładając liniową zależność gęstości od temperatury oraz korzystając z prawa Curie otrzymuje się wzór

$$F_m = \frac{-\chi_{g0}\rho_0\beta\left(1 + \frac{1}{\beta T_0}\right)}{2\mu_0}(T - T_0)\nabla B^2$$

określający siłę magnetyczną działającą na ciecz paramagnetyczną.

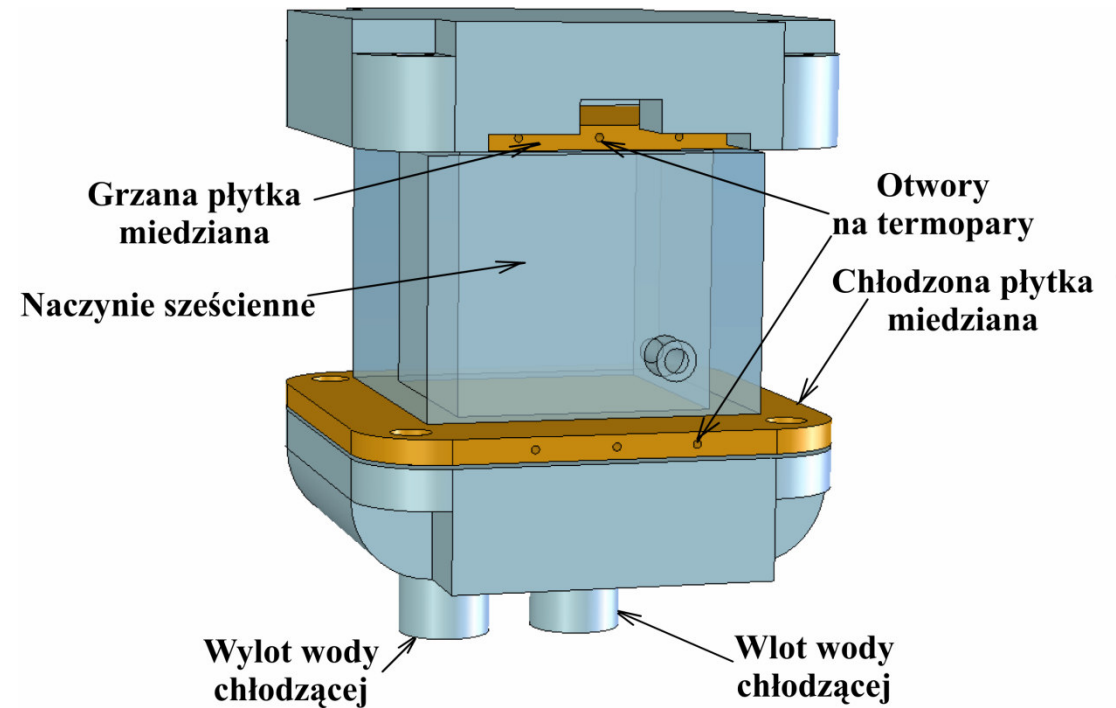
χ_{g0} – masowa podatność magnetyczna w temp. odniesienia T_0 , ρ_0 – gęstość w temp. odniesienia T_0 , β – współczynnik rozszerzalności termicznej, T – temperatura, B – indukcja pola magnetycznego, μ_0 – przenikalność magnetyczna próżni



Badania eksperymentalne

$$a = 0.032 \text{ m}$$

**80% masowy wodny
roztwór gliceryny
+
0.8 mol/kg
sześciowodny azotan
gadolinu**



$$\chi_g = +23.094 \times 10^{-8} \text{ [m}^3\text{/kg]}$$

Termosyfon

$$d = 0.04 \text{ [m]}$$

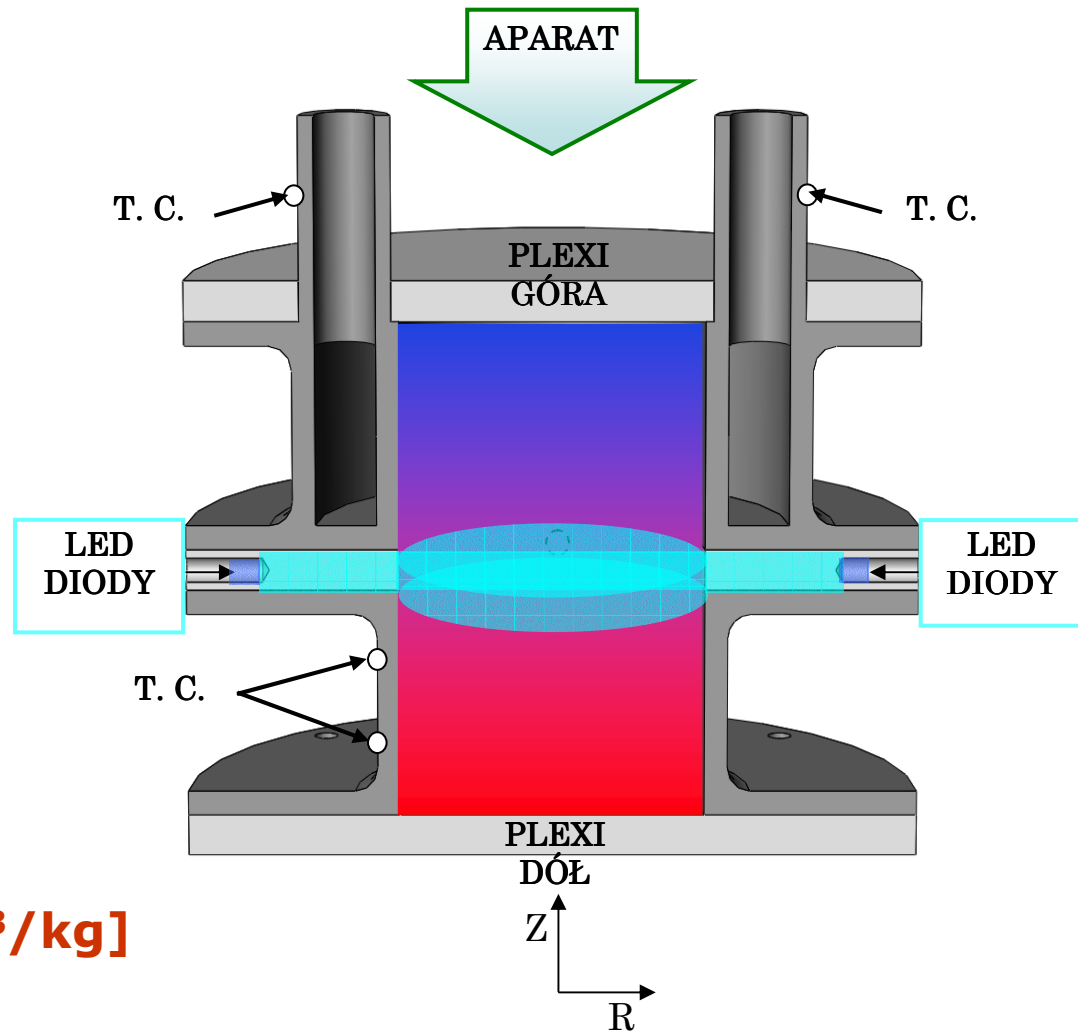
$$h = 0.06 \text{ [m]}$$

50% objętościowy
roztwór wodny
gliceryny

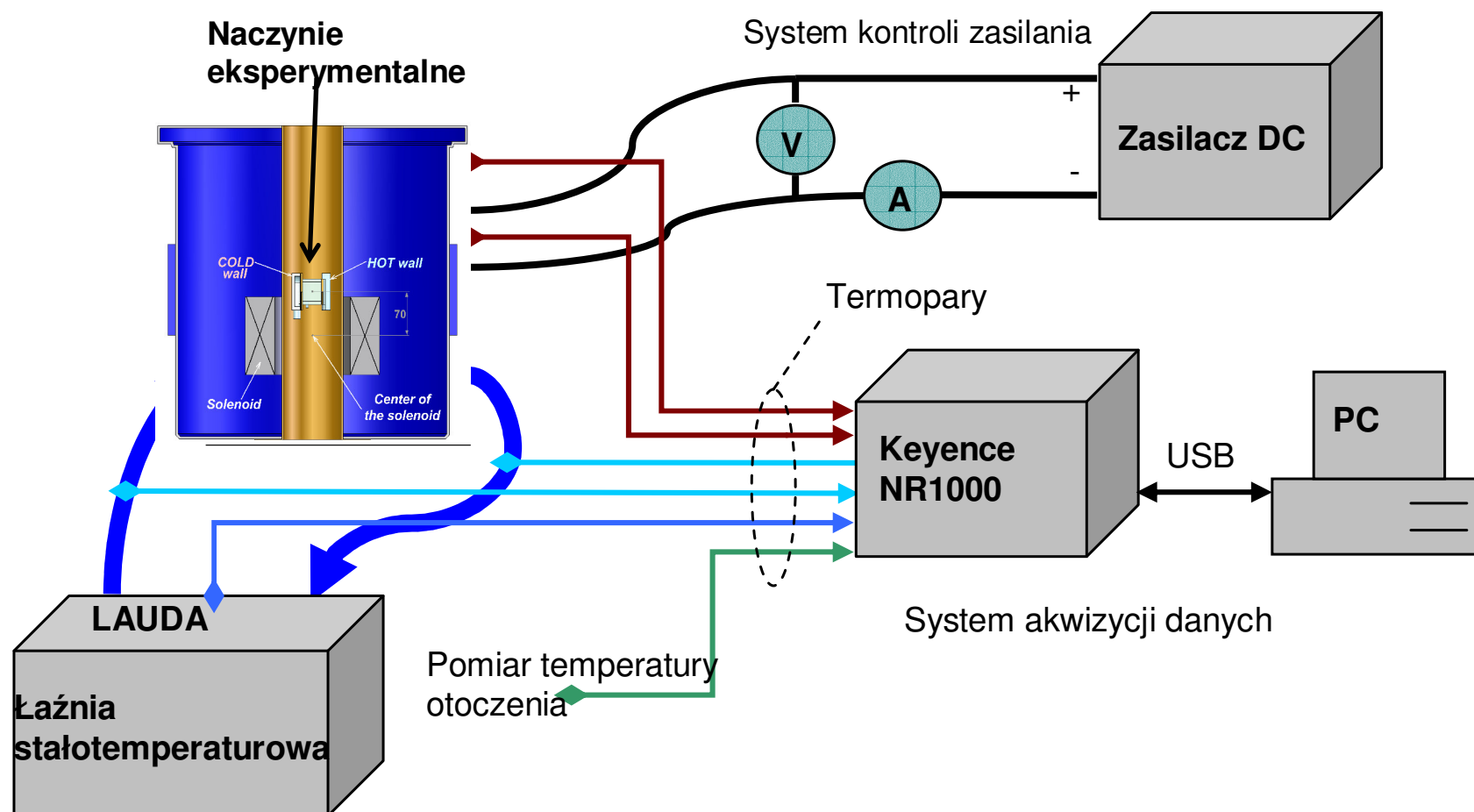
+

0.5 mol/kg
sześciowodny
azotan gadolinu

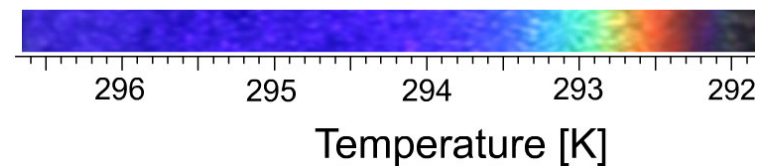
$$\chi_g = +13.926 \times 10^{-8} \text{ [m}^3\text{/kg]}$$



Układ eksperymentalny



- **Pomiary temperatury (termopary)**
 - określenie intensywności wymiany ciepła – liczba Nusselt'a
- **Wizualizacja pola temperatury**
 - termoczułe ciekłe kryształy
 - białe światło padające
 - fotografia cyfrowa
 - zakres temperatury 292.5 K ~ 295 K



Liczba Nusselt'a

$$\mathbf{Nu} = \frac{Q_{net_conv}}{Q_{net_cond}}$$

$$Q_{net_conv} = Q_{conv} - Q_{loss}$$

$$Q_{net_cond} = Q_{cond} - Q_{loss}$$

Q_{net_conv} – strumień ciepła oddawany na drodze konwekcji netto,
 Q_{conv} – strumień ciepła dostarczany do układu, Q_{loss} – tracony strumień ciepła,
 Q_{net_cond} – strumień ciepła oddawany na drodze przewodzenia netto, Q_{cond} – przewodzony strumień ciepła

Określenie liczby Nusselt'a

Pomiar strat ciepła (Q_{loss})

$$Nu = \frac{Q_{net_conv}}{Q_{net_cond}}$$

Założenie: straty ciepła (Q_{loss}) = constant

Pomiar strumienia ciepła oddawanego na drodze przewodzenia Q_{cond}

Wyznaczenie przewodzonego strumienia ciepła netto $Q_{net_cond} = Q_{cond} - Q_{loss}$

Pomiar strumienia ciepła oddawanego na drodze konwekcji Q_{conv}

Wyznaczenie strumienia oddawanego na drodze konwekcji netto

$$Q_{net_conv} = Q_{conv} - Q_{loss}$$



Liczba Rayleigh'a

Wiadomo, że $Nu = f(Ra)$

$$Ra = \frac{g\beta(T_{hot} - T_{cold})l^3}{\alpha\nu}$$

ν – współczynnik lepkości kinematycznej, a – dyfuzyjność termiczna, g – przyspieszenie ziemskie, T_{hot} – temperatura ścianki grzanej, T_{cold} – temperatura ścianki chłodzonej, l – wymiar charakterystyczny

Termo-magnetyczna liczba Rayleigh'a

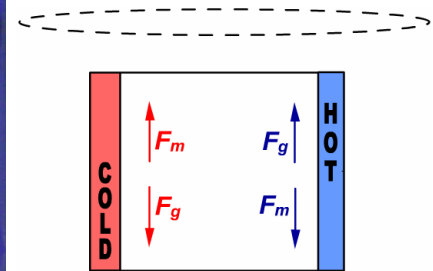
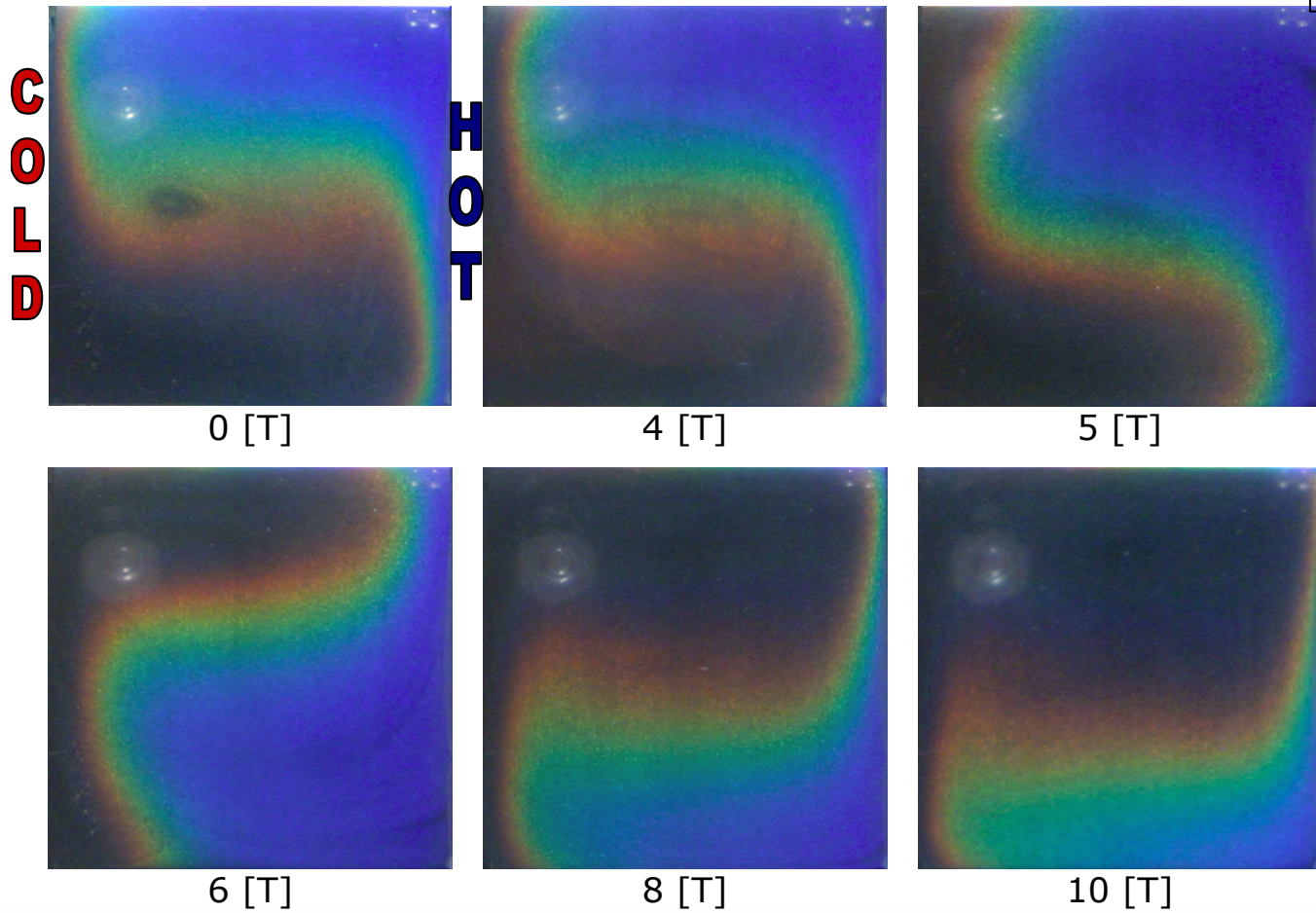
Szukany związek: $Nu = f(Ra_m)$

$$Ra_m = Ra \left[1 + \frac{\chi_{g0}}{g\mu_0} \left(1 + \frac{1}{\beta T_0} \right) (B \nabla B) \right]$$

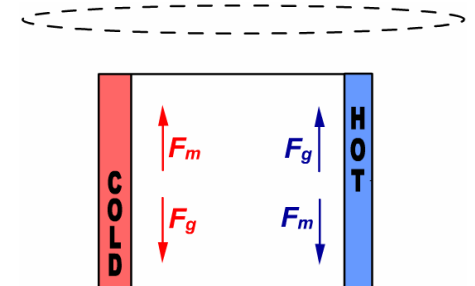
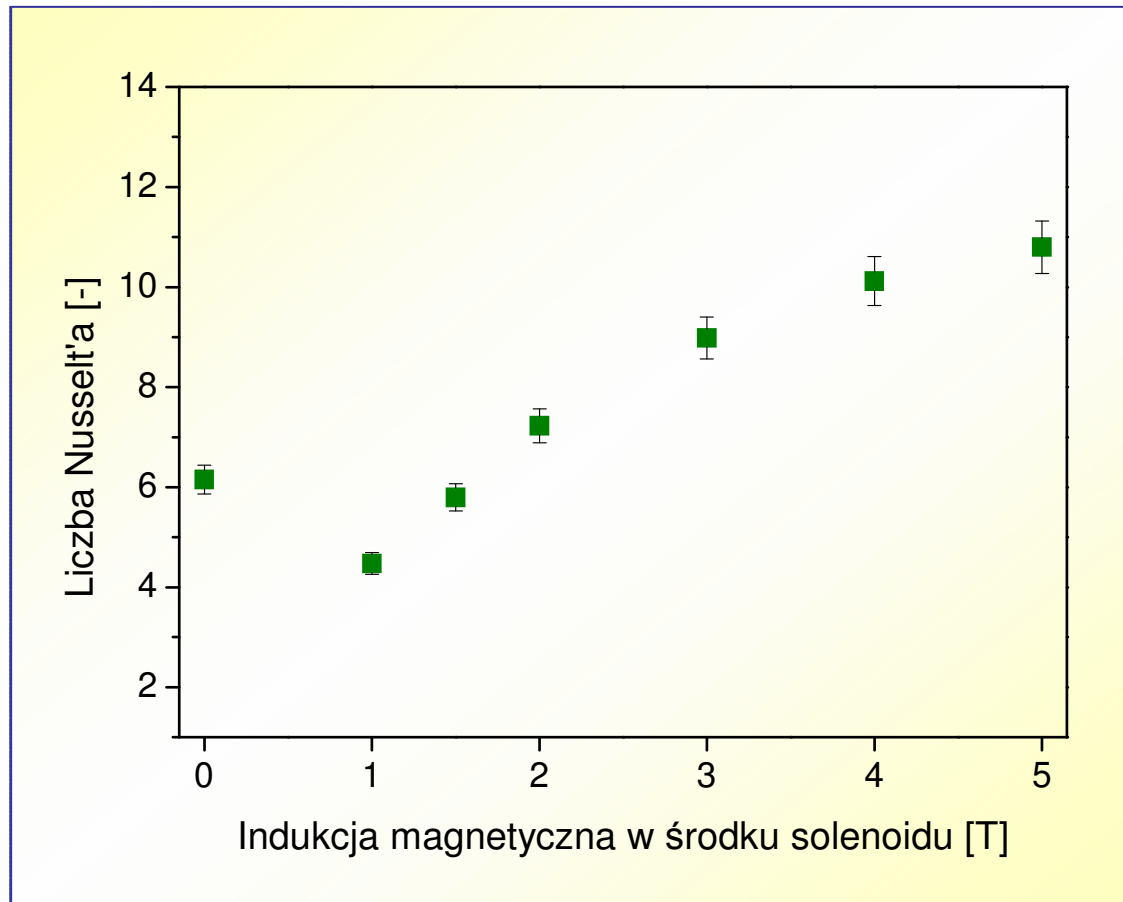
g – przyspieszenie ziemskie, β – współczynnik rozszerzalności termicznej, B – indukcja magnetyczna, χ_{g0} – masowa podatność magnetyczna, μ_0 – przenikalność magnetyczna próżni, T_0 – temperatura

Sześcian, odwrócenie przepływu

$Ra = 1.36 \cdot 10^5$
 $\Delta T = 4.87 \text{ K}$

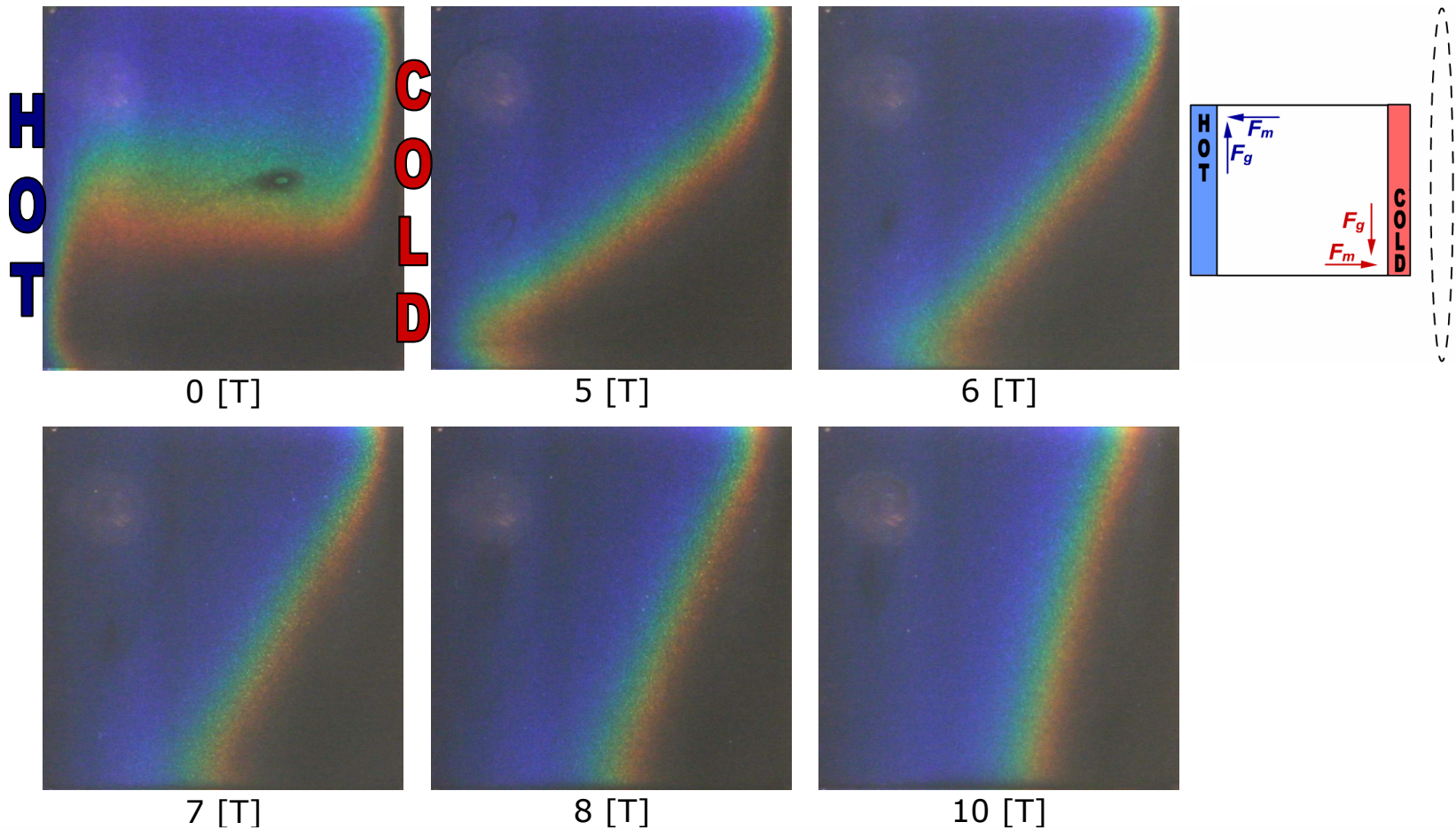


Wymiana ciepła

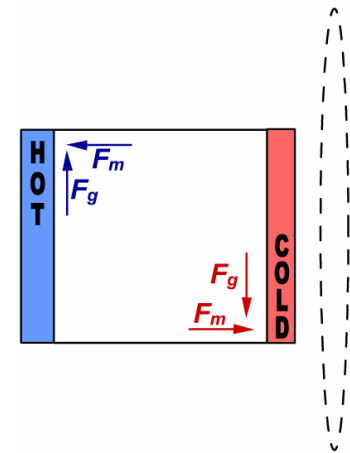
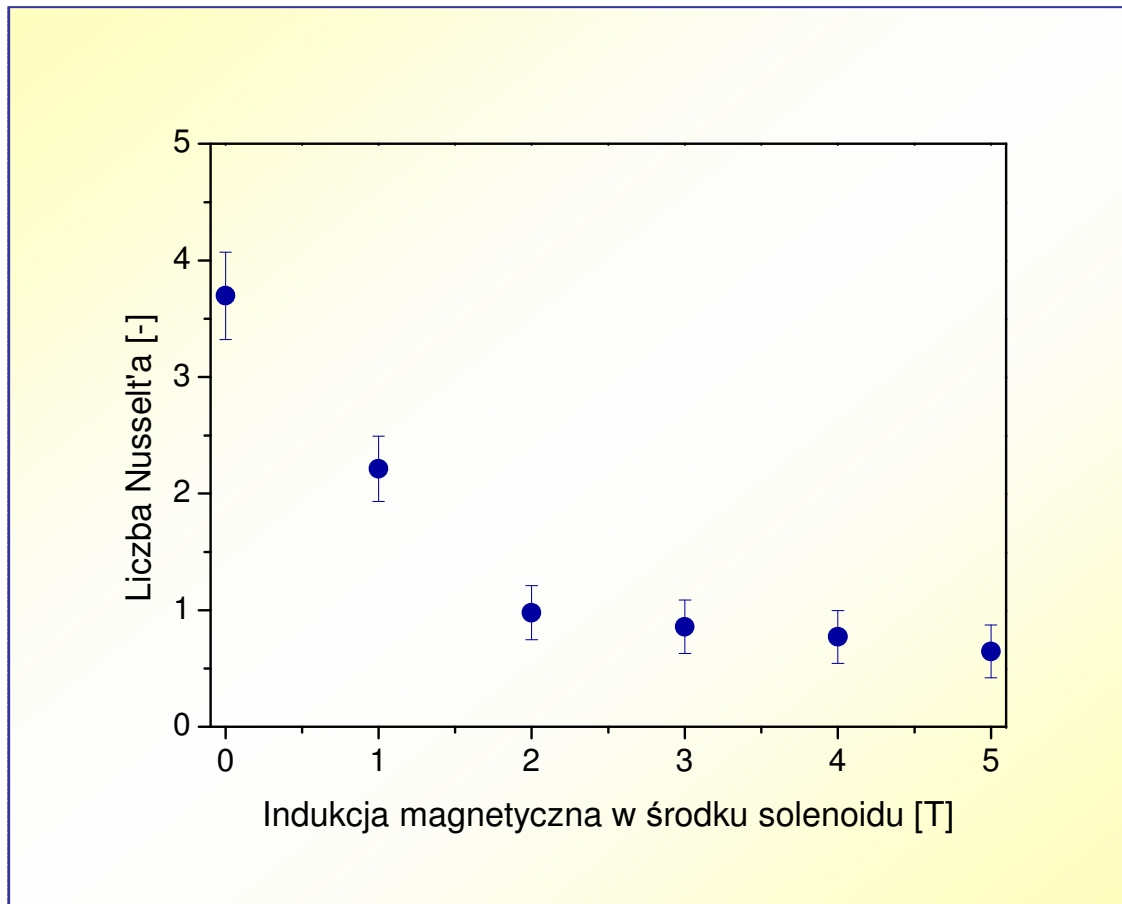


Sześcian, zatrzymanie konwekcji

$Ra = 8.82 \cdot 10^4$
 $\Delta T = 3.15 \text{ K}$

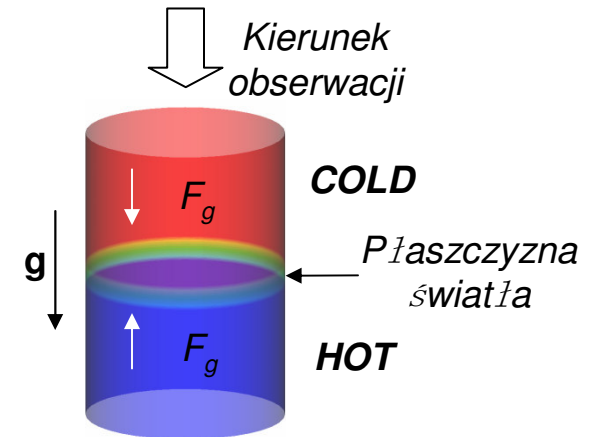


Wymiana ciepła

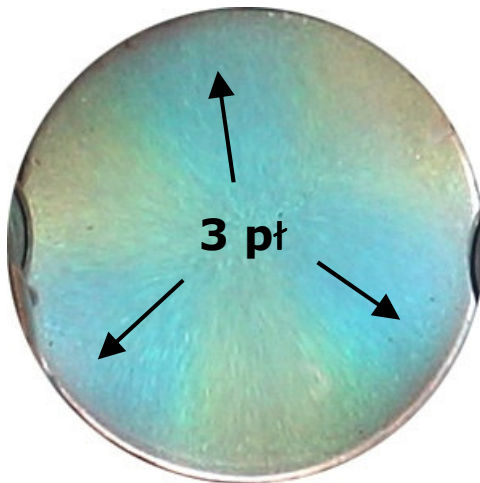


Termosyfon, wzmocnienie konwekcji

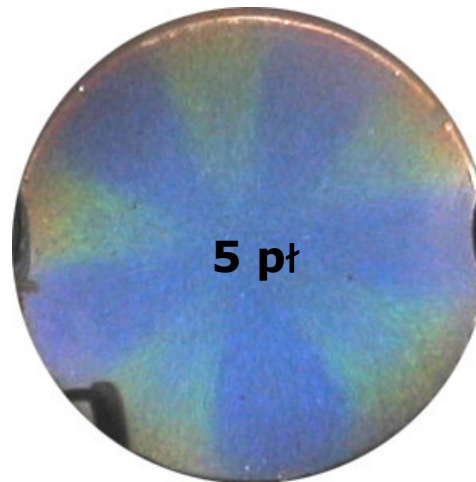
Wpływ liczby Rayleigh'a



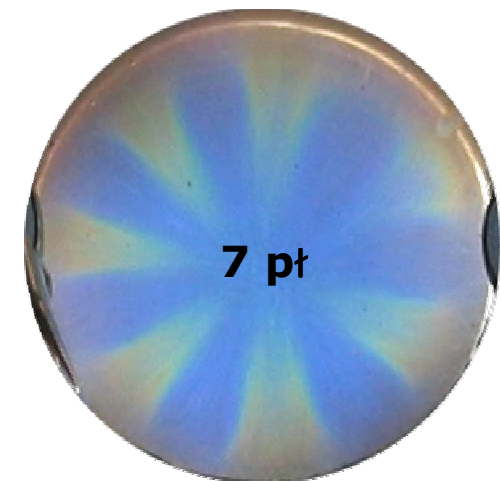
$Ra = 0.23 \times 10^5$



$Ra = 1.69 \times 10^5$

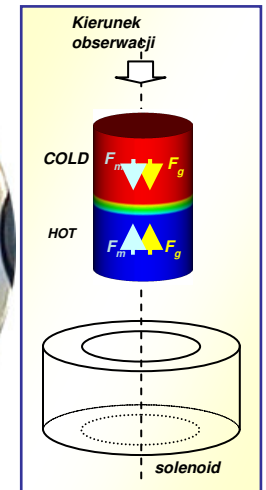
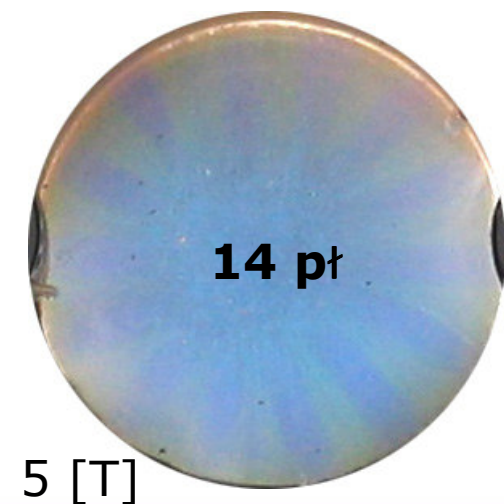
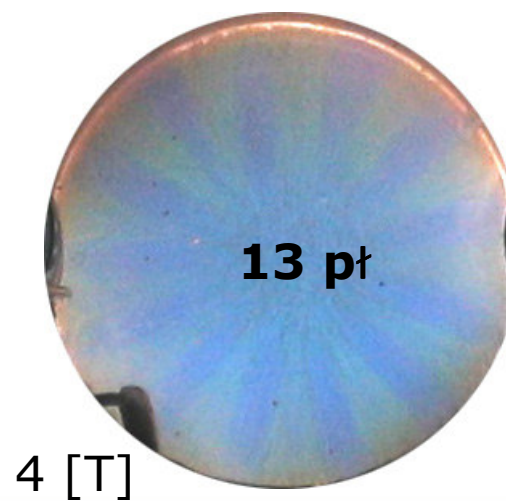
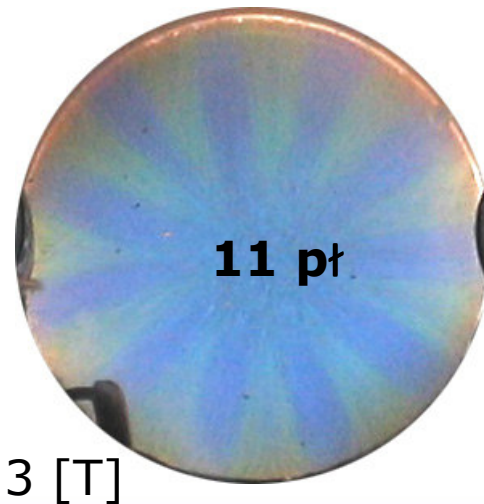
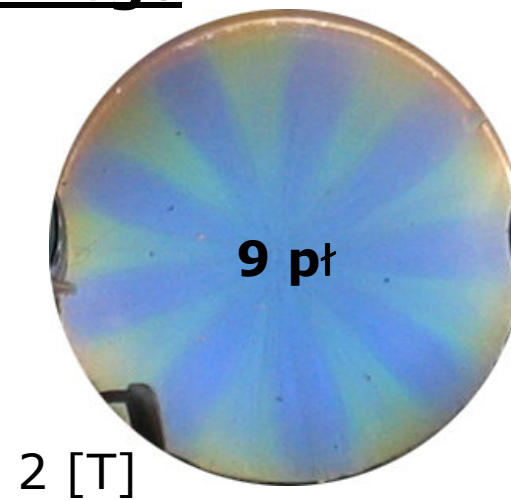
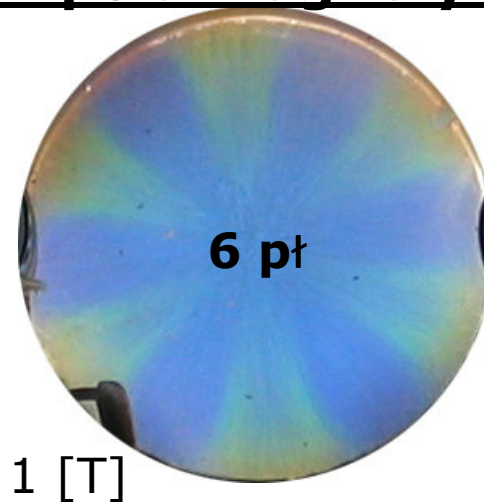
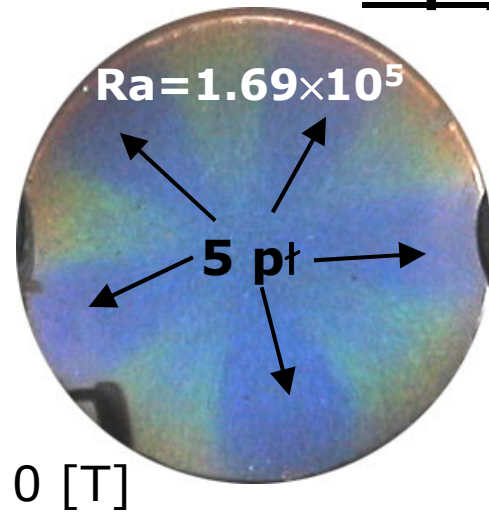


$Ra = 3.36 \times 10^5$

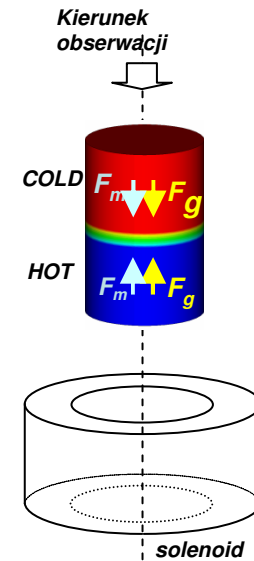
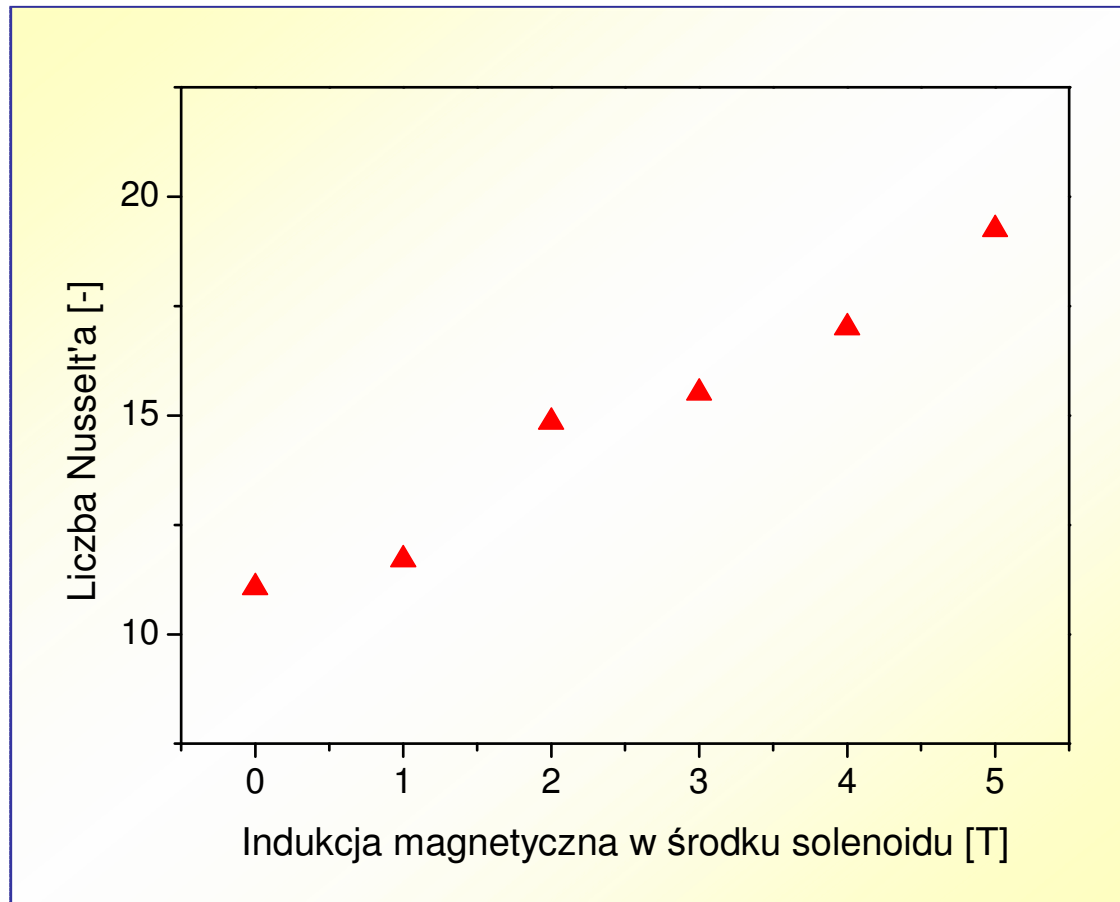


Termosyfon, wzmocnienie konwekcji

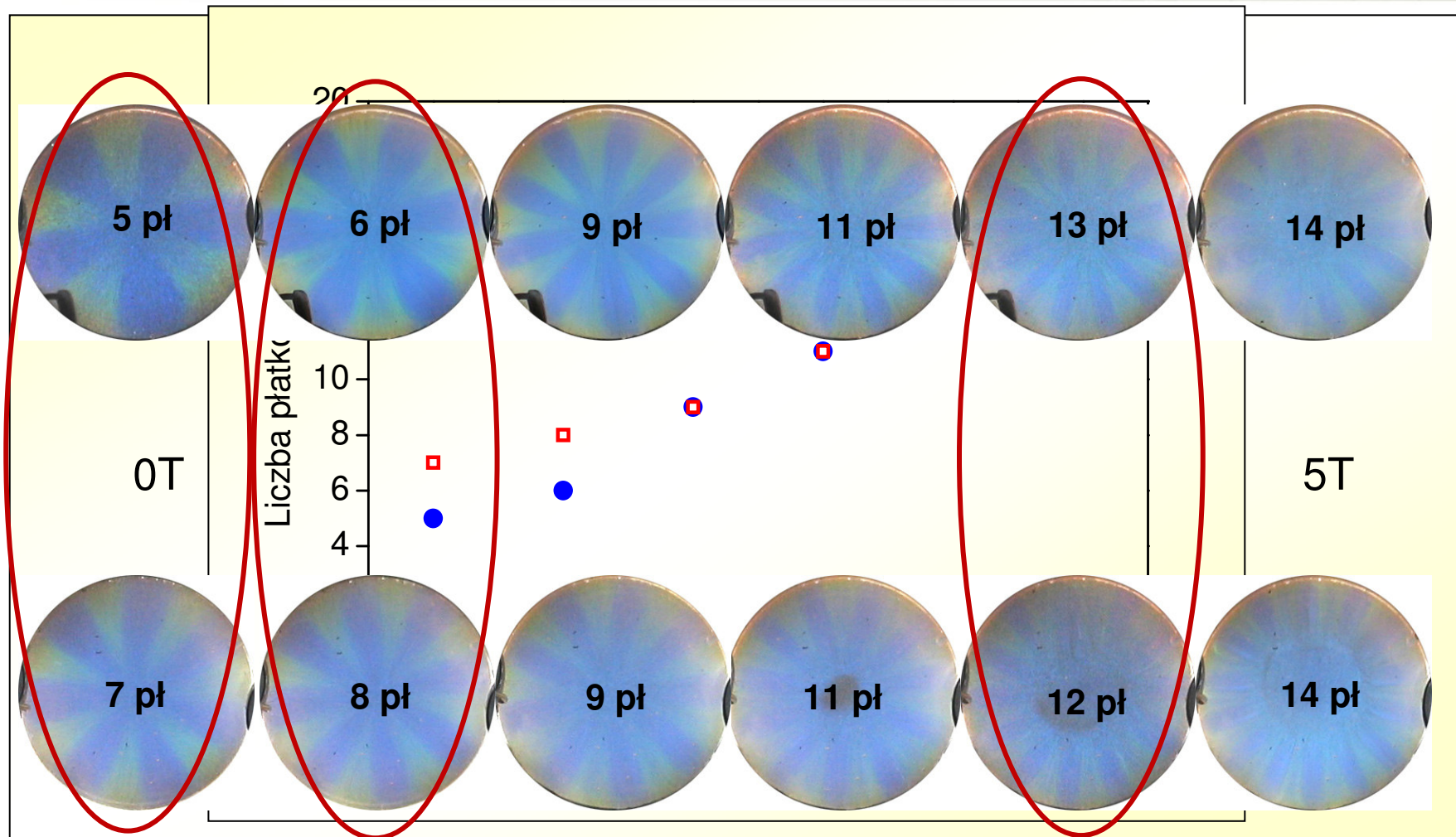
Wpływ pola magnetycznego



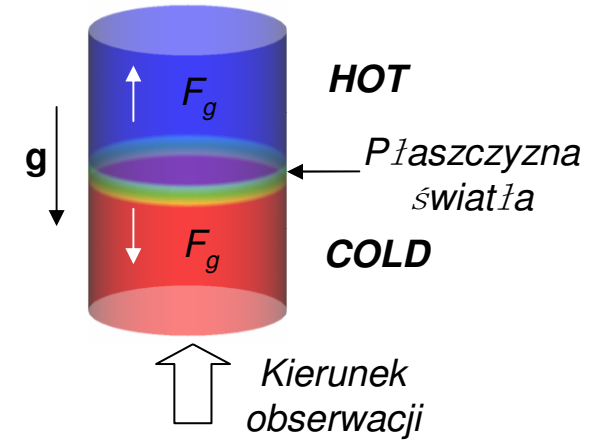
Wymiana ciepła



Termosyfon, histereza



Wpływ liczby Rayleigh'a



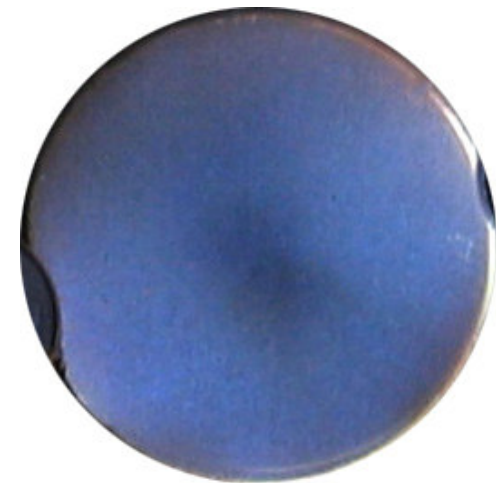
$Ra = 0.14 \times 10^5$



$Ra = 3.80 \times 10^5$

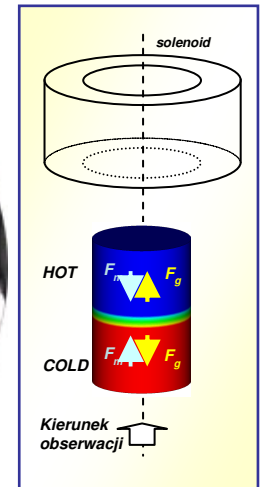
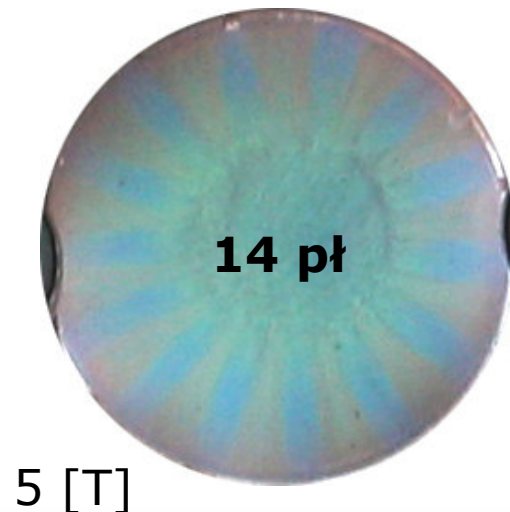
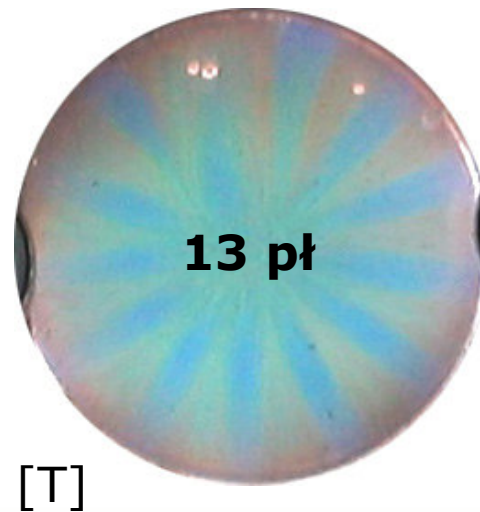
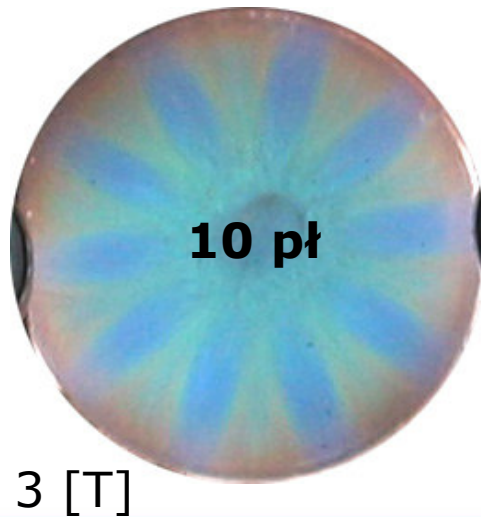
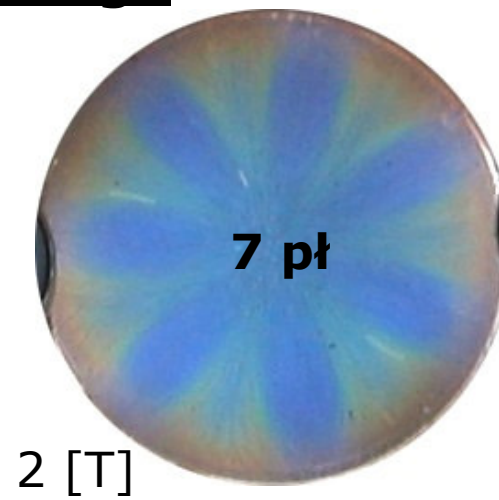


$Ra = 5.22 \times 10^5$

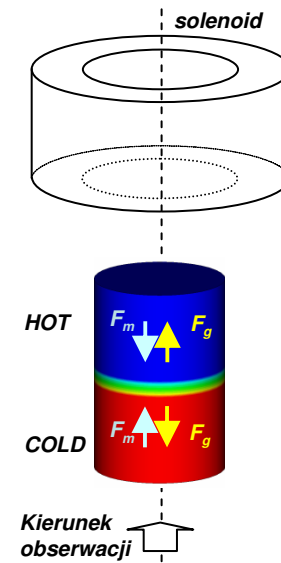
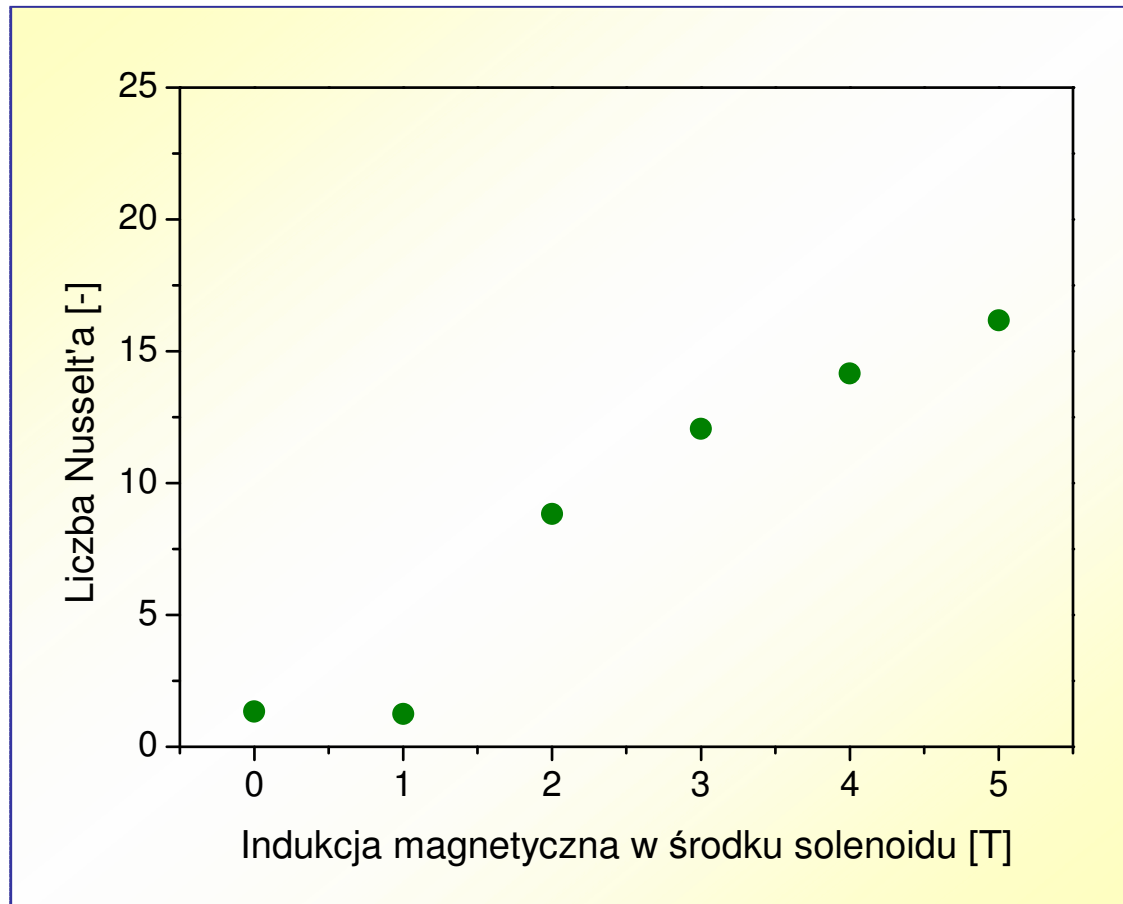


Termosyfon, indukcja konwekcji

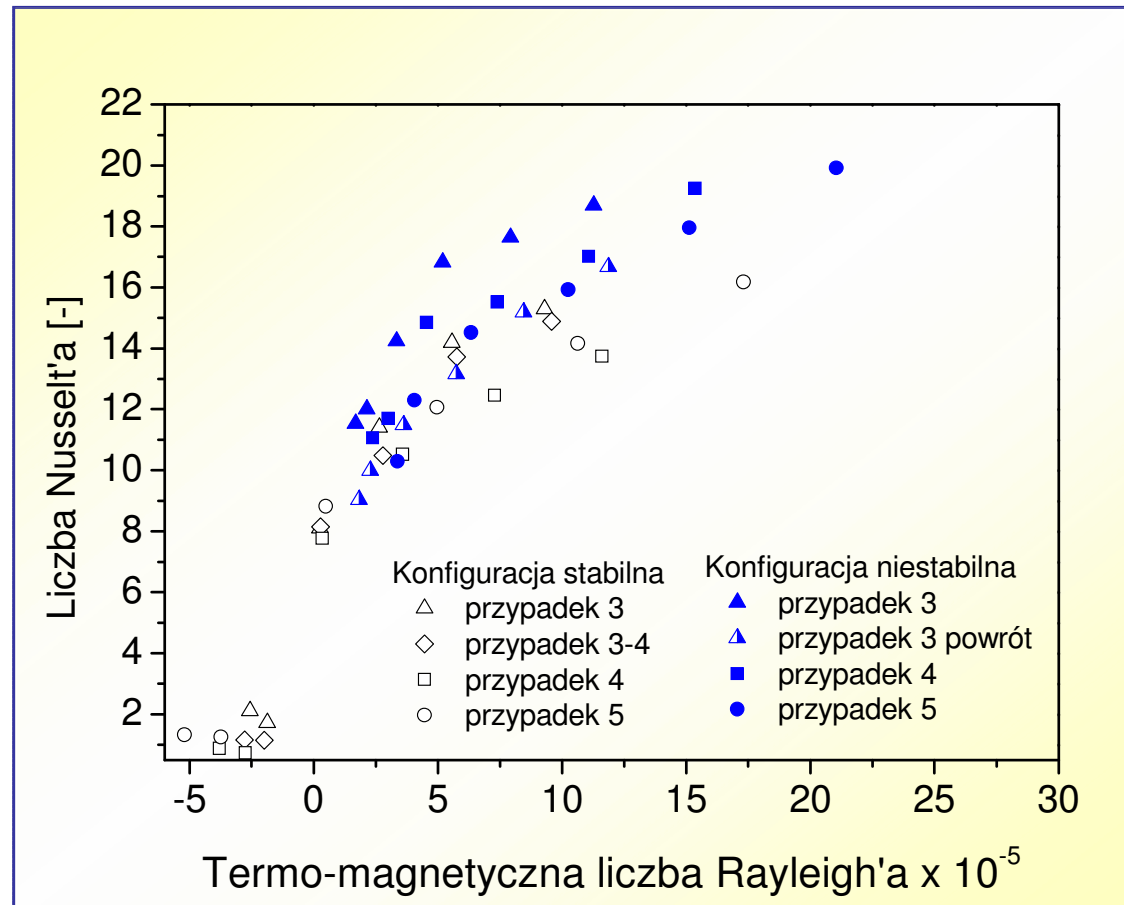
Wpływ pola magnetycznego



Wymiana ciepła



Termosyfon, $Nu = f(Ra_m)$





Analiza numeryczna





Układ równań

Równanie ciągłości

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$$

Równanie Navier'a-Stokes'a

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p' + \frac{\mu}{\rho_0} \nabla^2 \mathbf{v} + \frac{-\chi_{g0} \beta \left(1 + \frac{1}{\beta T_0}\right)}{2\mu_0} (T - T_0) \nabla B^2 - \beta (T - T_0) \mathbf{g}$$

Równanie zachowania energii

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\lambda}{c(T)\rho} \nabla^2 T + \frac{KT}{c(T)\rho(1+\chi_0)} \mathbf{v} \cdot \nabla B$$

Równanie Biot'a-Savart'a

$$\mathbf{B} = \frac{\mu i}{4\pi} \oint_{\text{solenoid}} \frac{ds_l \times \mathbf{r}_p}{r_p^3}$$



Układ równań – forma bezwymiarowa

Równanie ciągłości

$$\nabla \cdot \mathbf{V}_n = 0$$

Równanie Navier'a-Stokes'a

$$\frac{D\mathbf{V}_n}{D\tau_n} = -\nabla P_n + \text{Pr}\nabla^2\mathbf{V}_n + \text{RaPr}T_n \left[1 - \gamma \frac{C_n}{2} \nabla B_n^2 \right]$$

$$\gamma = \frac{\chi B_0^2}{\rho \mu_m g r_0}$$

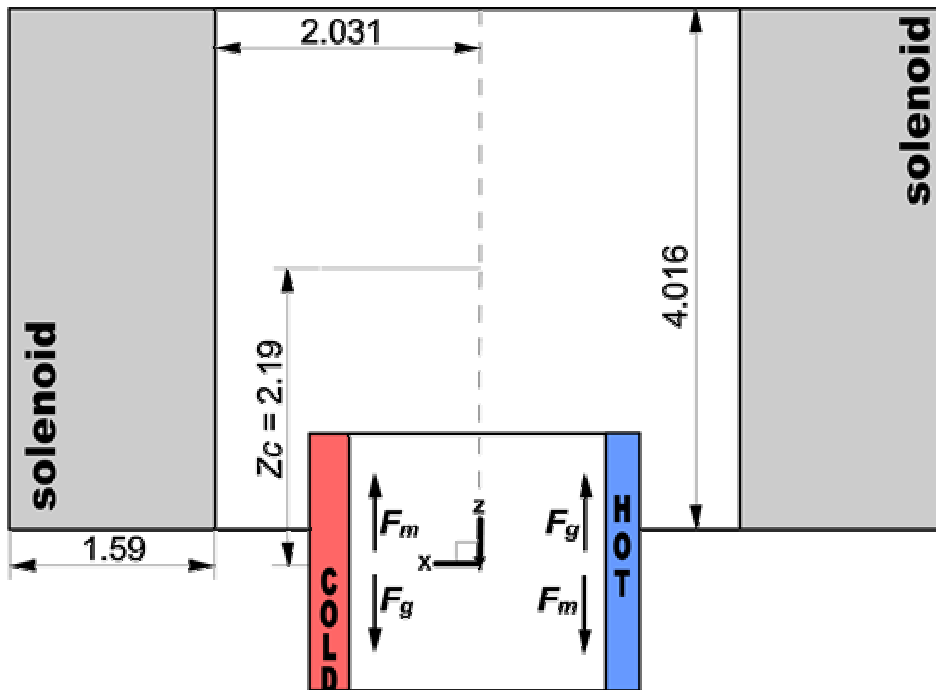
Równanie zachowania energii

$$\frac{DT_n}{D\tau_n} = \nabla^2 T_n$$

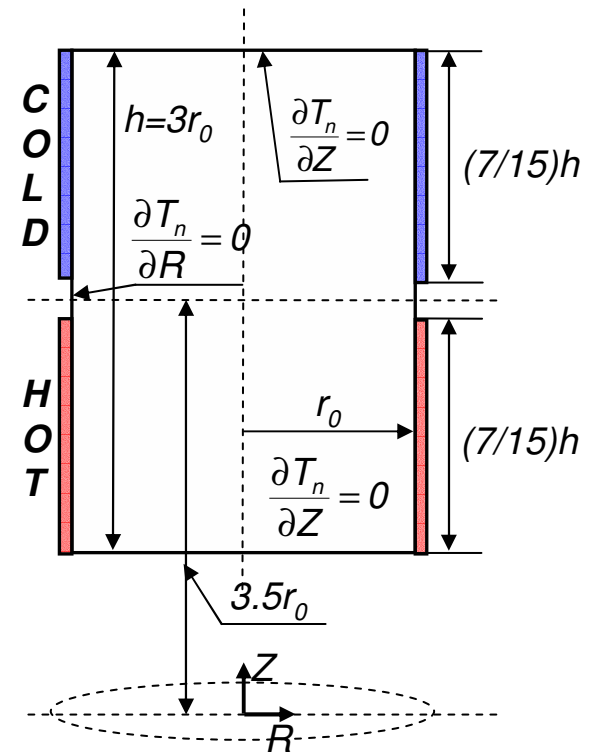
Równanie Biot'a-Savart'a

$$\mathbf{B}_n = \frac{1}{4\pi} \oint_{\text{solenoid}} \frac{d\mathbf{S}_{nl} \times \mathbf{R}}{R^3}$$

Analiza numeryczna - modele



sześcian



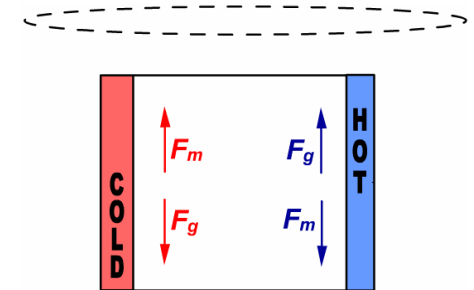
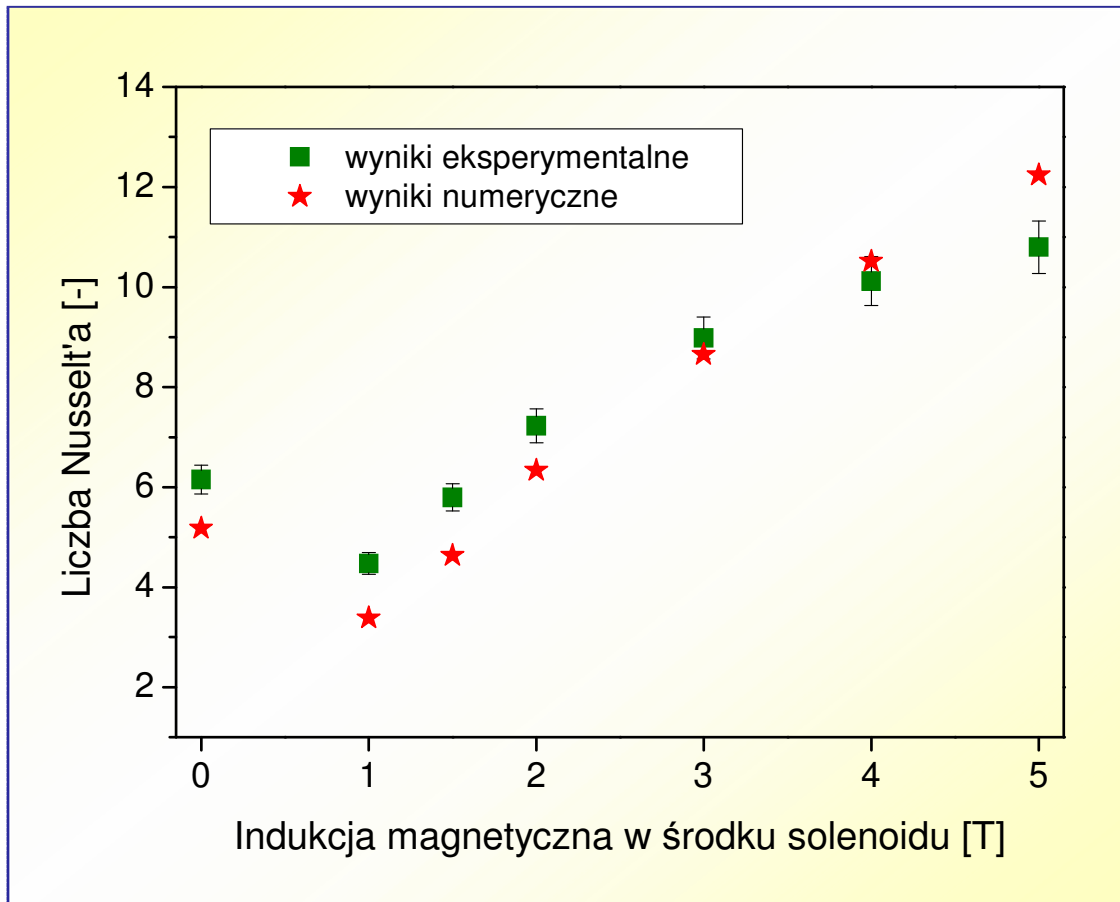
termosyfon



Metody numeryczne

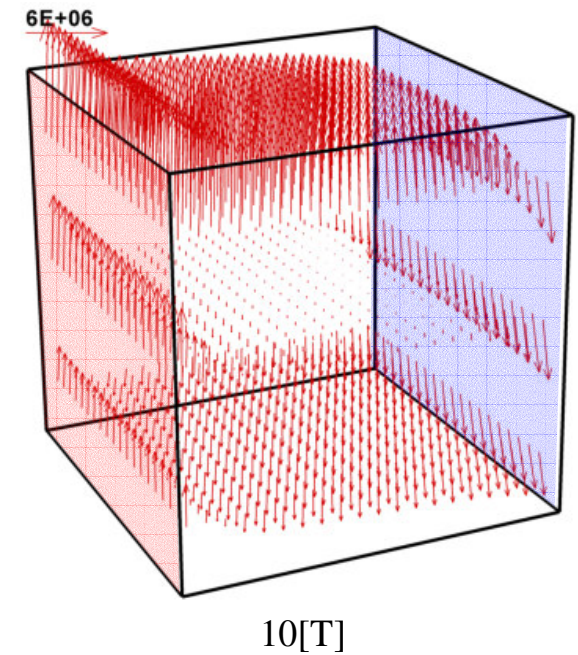
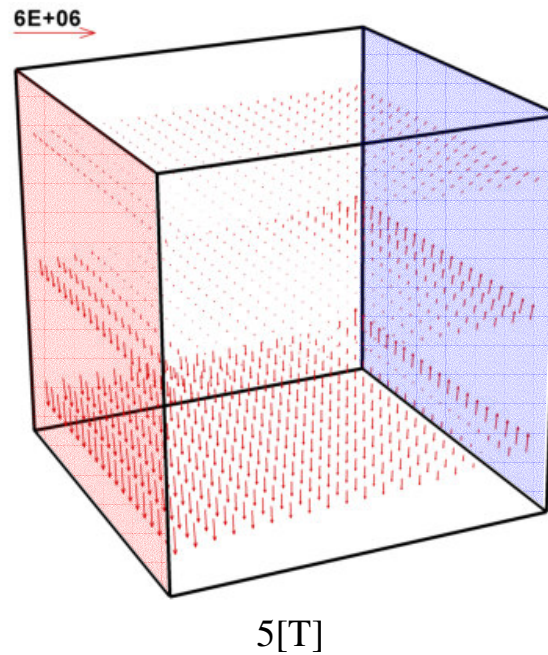
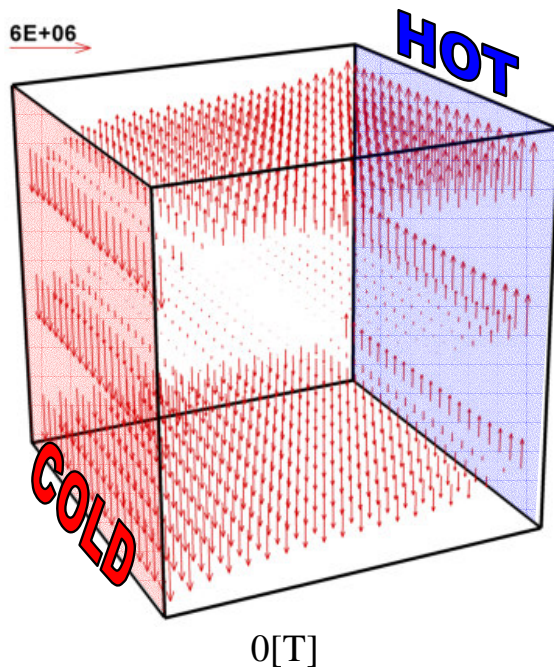
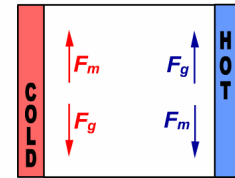
- **Finite Volume Method (Metoda Objętości Skończonych)**
- **Staggered grid (siatka przestawna: temperatura i ciśnienie w środku komórki, prędkość na granicach komórek)**
 - sześcian: $40 \times 40 \times 40$**
 - termosyfon: $16 \times 37 \times 45$**
- **HSMAC algorytm (człon ciśnieniowy), 3rd order UPWIND (człon konwekcyjny)**

Wymiana ciepła



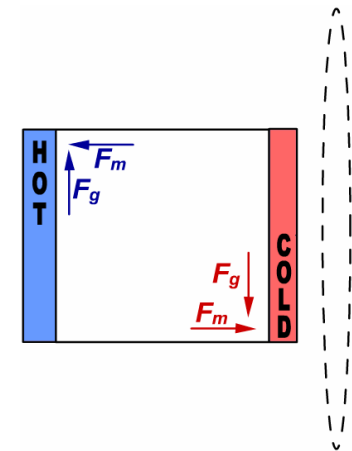
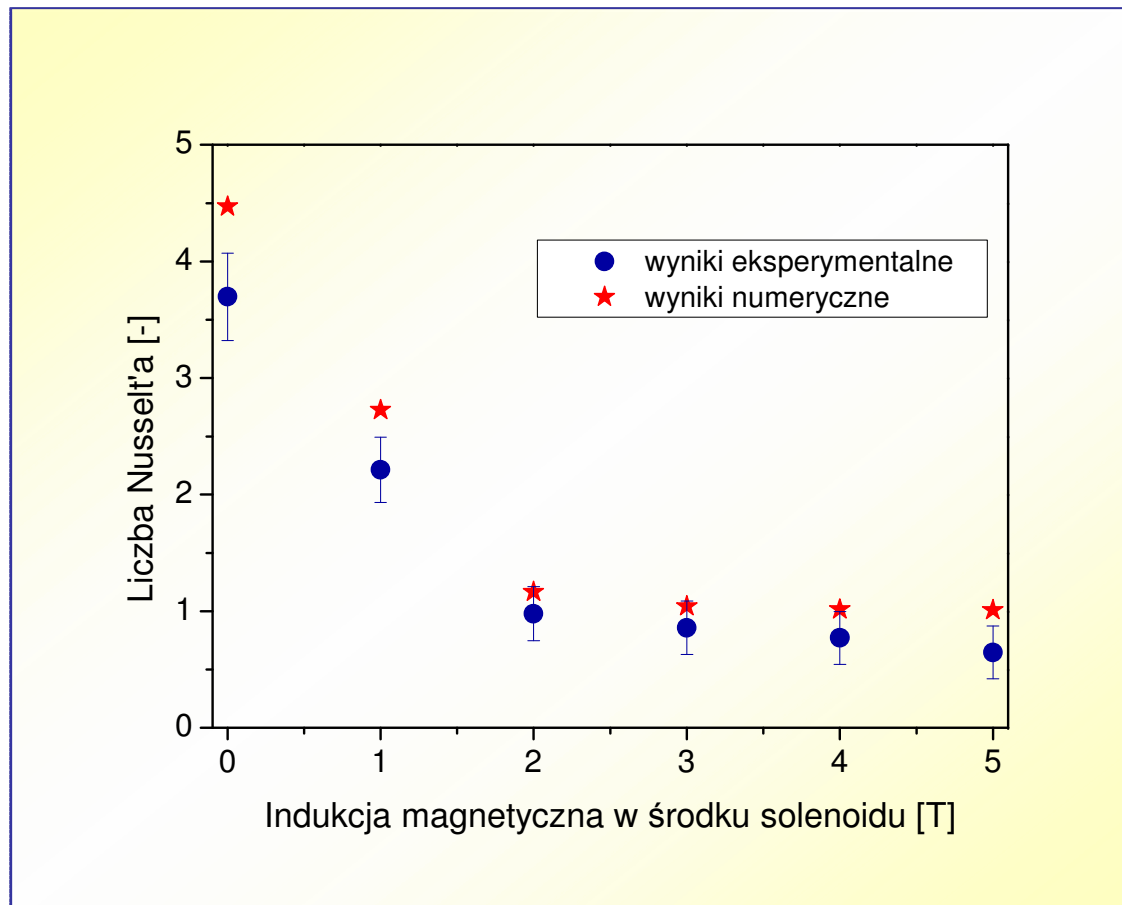
Sześcian, odwrócenie przepływu obliczenia numeryczne

Wypadkowa siła

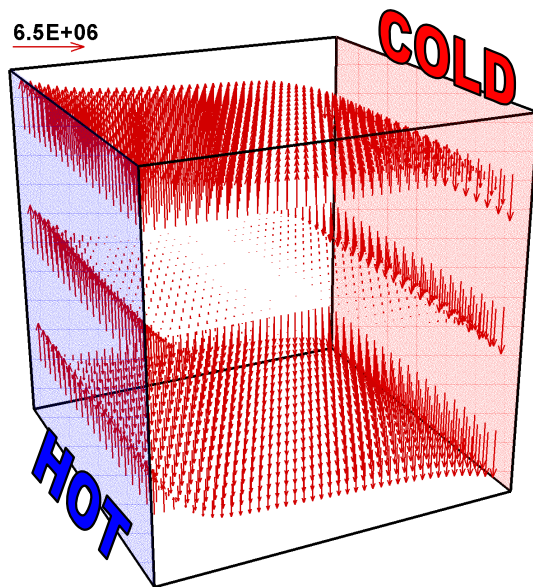
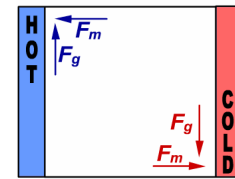


Sześcian, zatrzymanie konwekcji obliczenia numeryczne

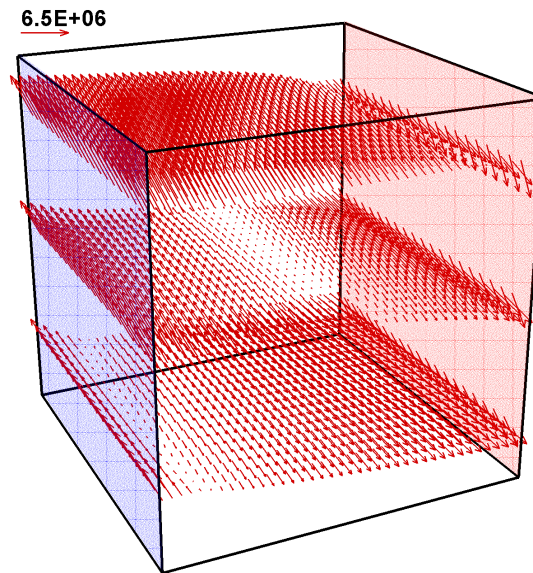
Wymiana ciepła



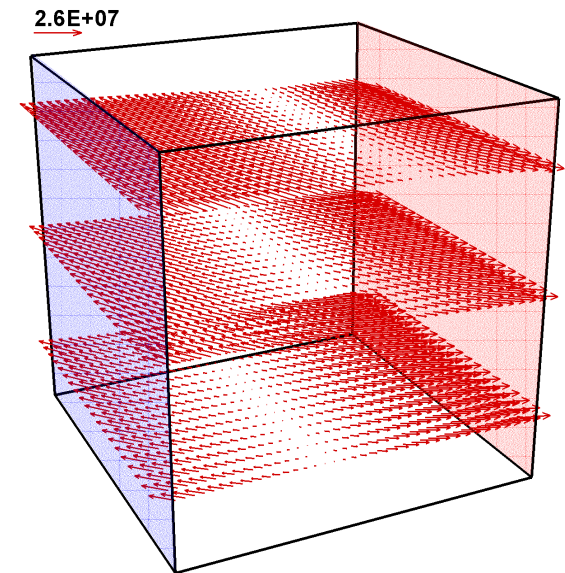
Wypadkowa siła



0[T]

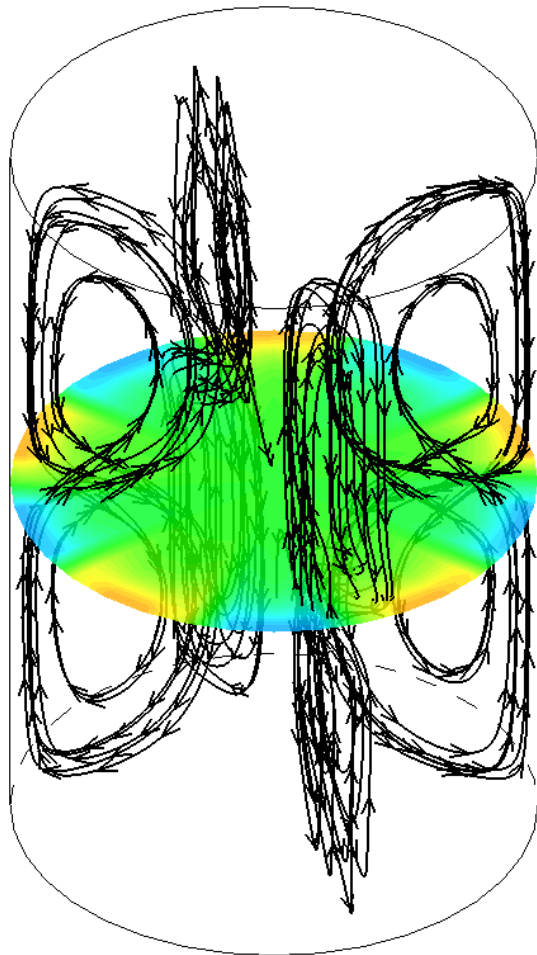


5[T]



10[T]

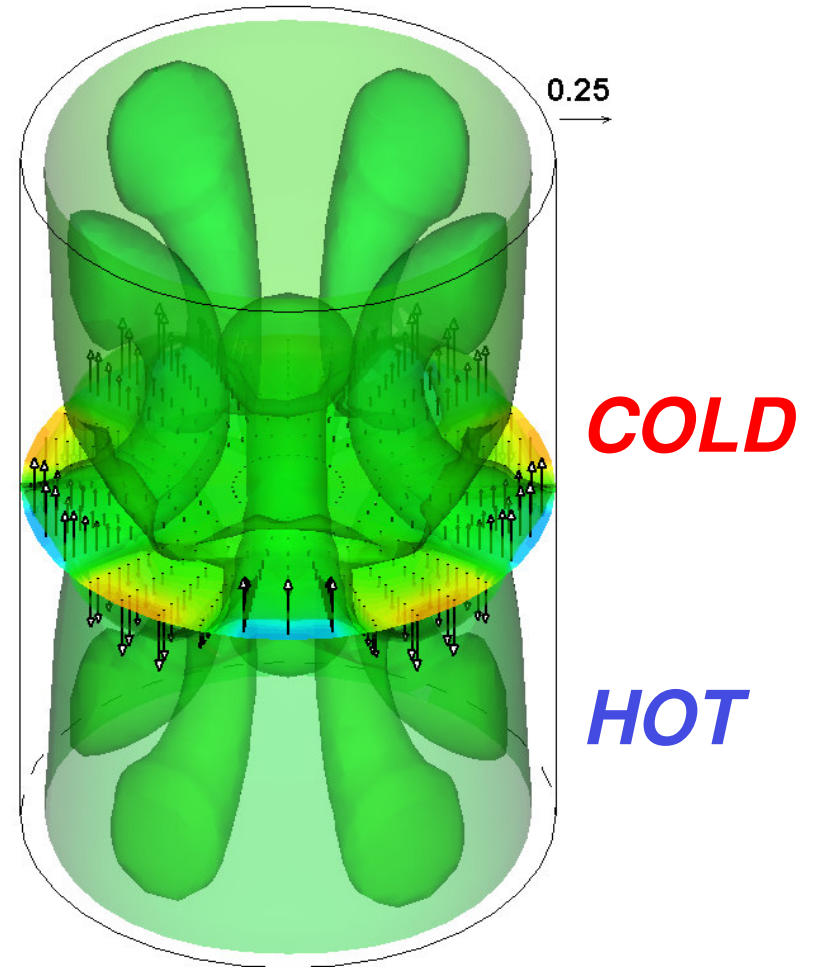
Termosyfon, wzmocnienie konwekcji obliczenia numeryczne



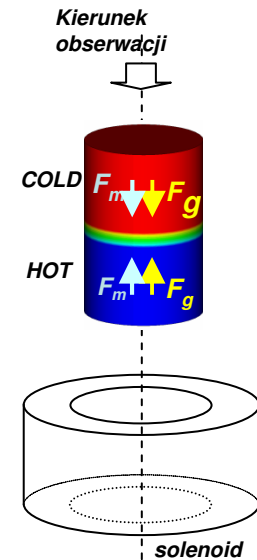
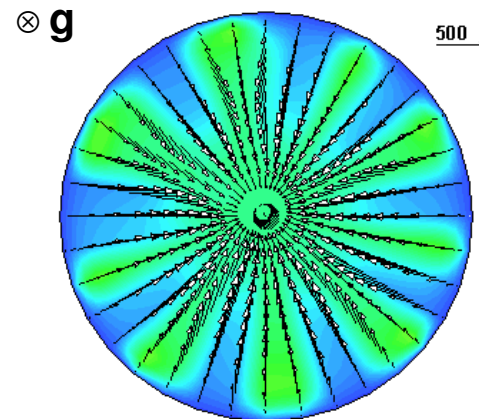
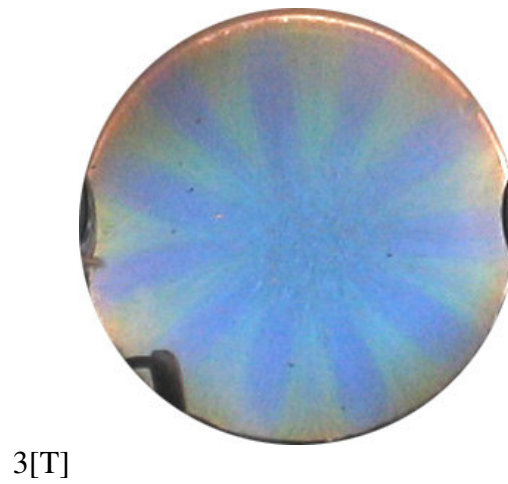
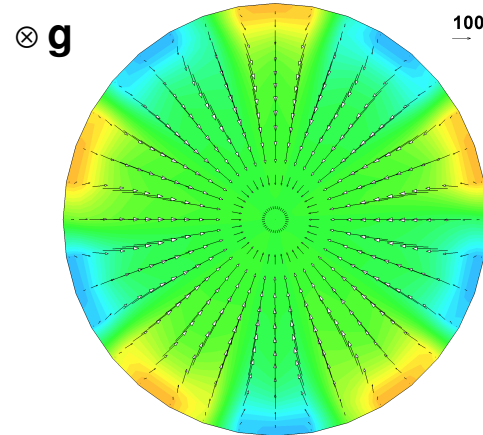
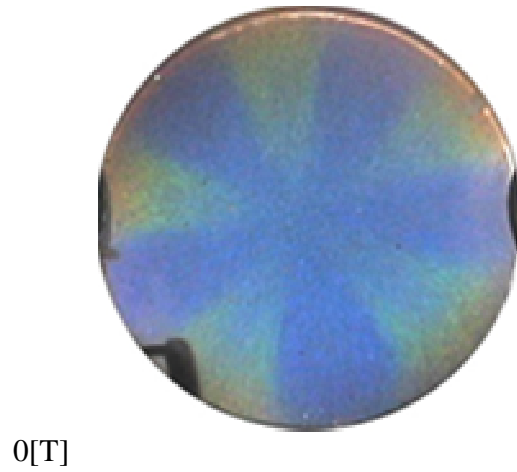
g ↓

COLD

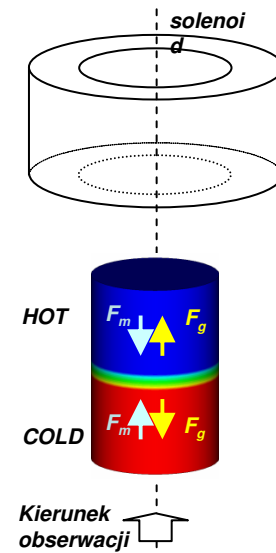
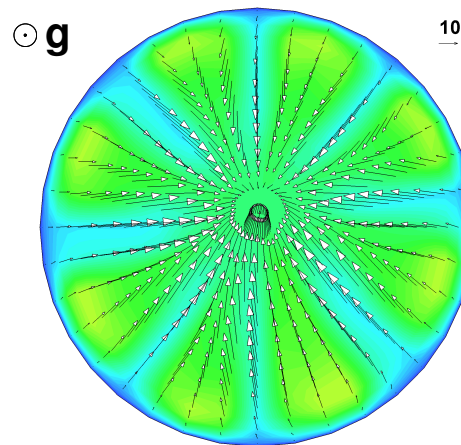
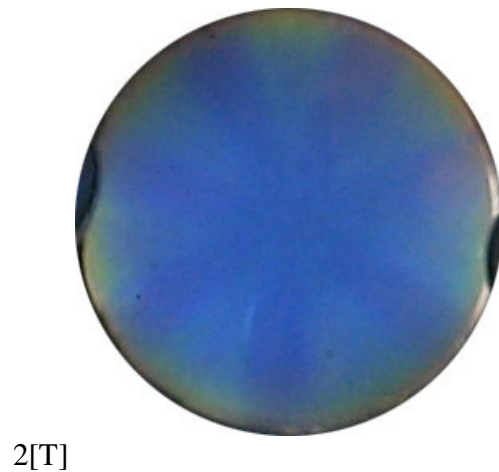
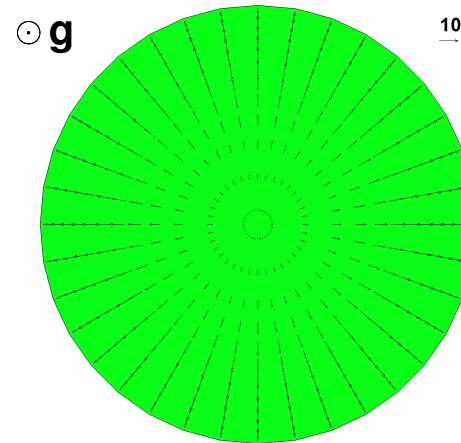
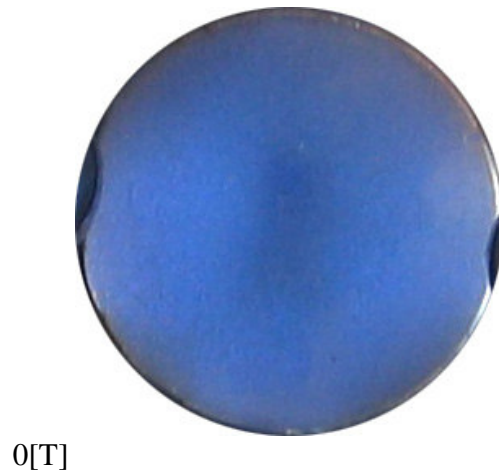
HOT



Termosyfon, wzmocnienie konwekcji obliczenia numeryczne



Termosyfon, indukcja konwekcji obliczenia numeryczne





Analiza wielkościowa

Szukany związek: $Nu = f(Ra_m)$

- Rozwój warstwy przyściennej
- Podział równania zachowania pędu na człon: inercyjny, dyssypacyjny oraz wyporu
 - równowaga między członem dyssypacyjnym i wyporu
- Podział równania zachowania energii na człon: inercyjny, konwekcyjny oraz przewodzenia
 - równowaga między członem konwekcyjnym i przewodzenia

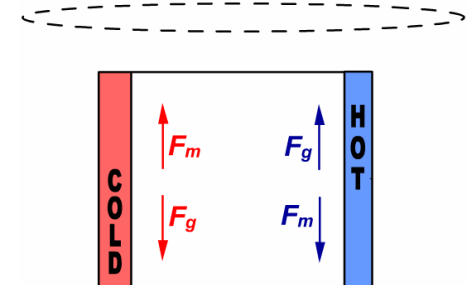
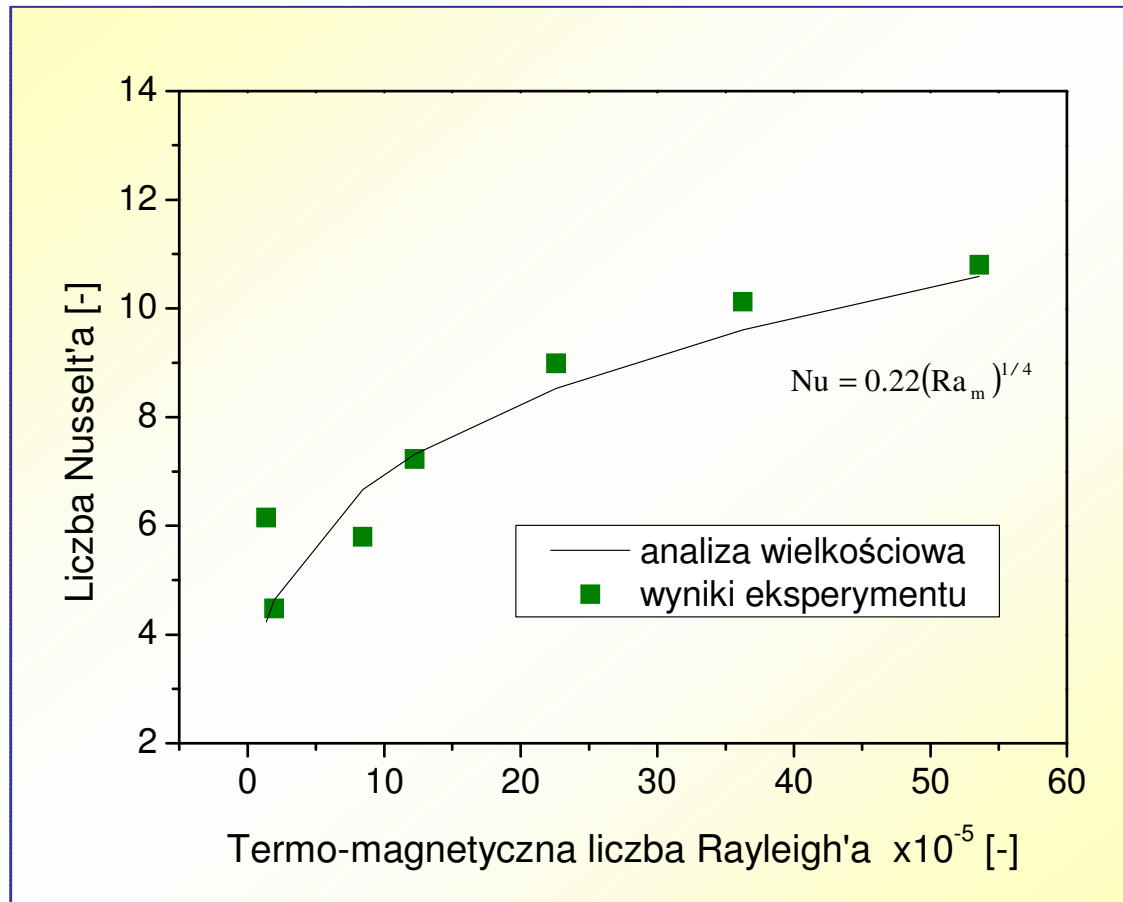
Grubość warstwy przyściennej

$$\delta_{T,f} \approx l \left[\text{Ra} \left(1 + \frac{\chi_{g0} \left(1 + \frac{1}{\beta T_0} \right) B_0^2}{2g\mu_0 l} \right) \right]^{-1/4}$$

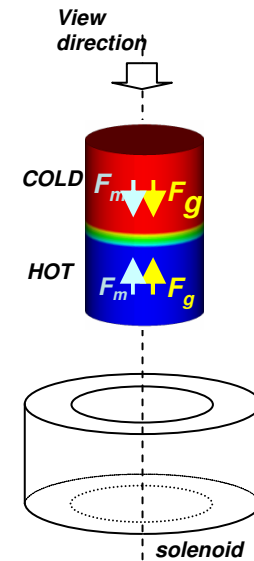
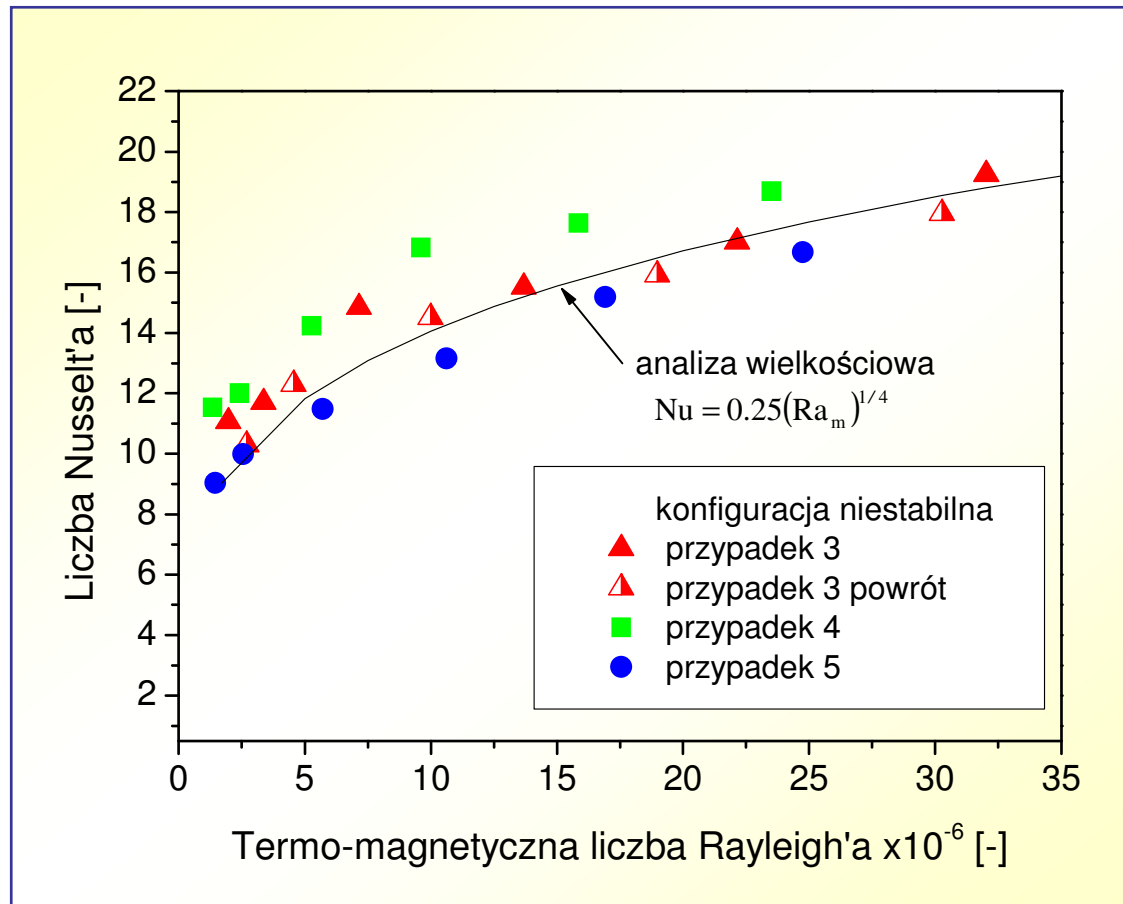
Zależność między Nu a Ra_m

$$\text{Nu} \approx \frac{\alpha l}{\lambda} \approx \frac{l}{\delta_T} \approx (\text{Ra}_m)^{1/4}$$

Analiza wielkościowa, sześćcian – odwrócenie konwekcji



Analiza wielkościowa, termosyfon – wzmocnienie konwekcji





Podsumowanie

- **Pokazano eksperymentalnie, że pole magnetyczne może**
 - **wzmocnić konwekcję zachodzącą w układzie nieizotermicznym**
 - **zainicjować konwekcję w układzie nieizotermicznym, ale stabilnym**
 - **zahamować konwekcję w układzie nieizotermicznym, w którym zachodzi konwekcja**
- **Przedstawiono analizę numeryczną, której wyniki wykazują dobrą zgodność z badaniami eksperymentalnymi**
- **Zaprezentowano wyniki analizy wielkościowej zmierzającej do znalezienia $Nu = f(Ra_m)$, które wskazują na potrzebę dokładniejszego prześledzenia pewnych przypadków szczególnych**