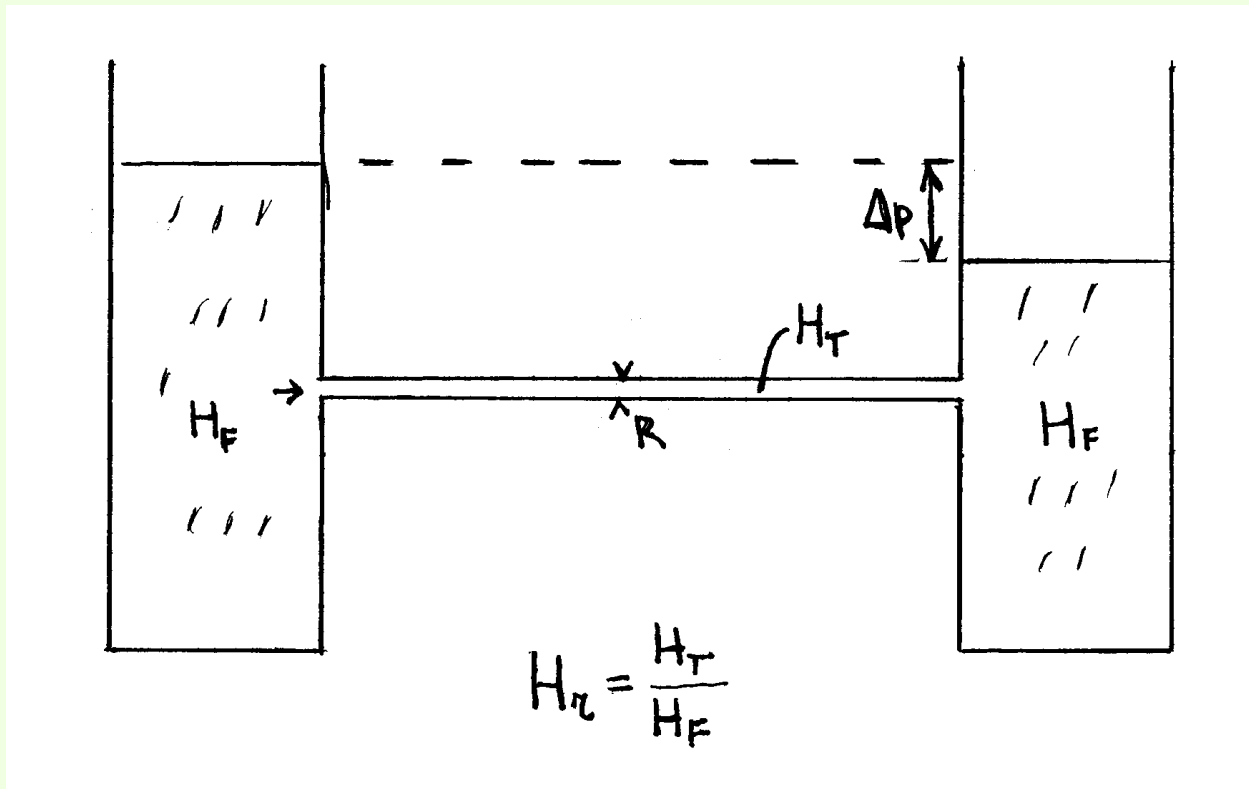


EFEKT FÄHRAEUS'A

Ryszard Herczyński

Objętość krwinek

Hematokryt = $\frac{\text{Objętość krwinek}}{\text{Jednostka objętości}}$



Krew?

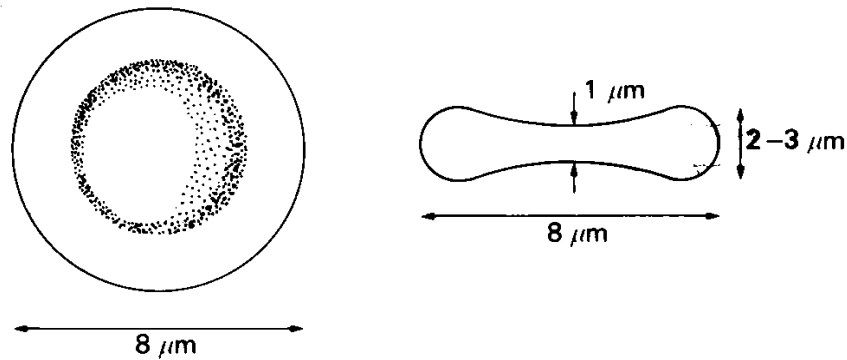
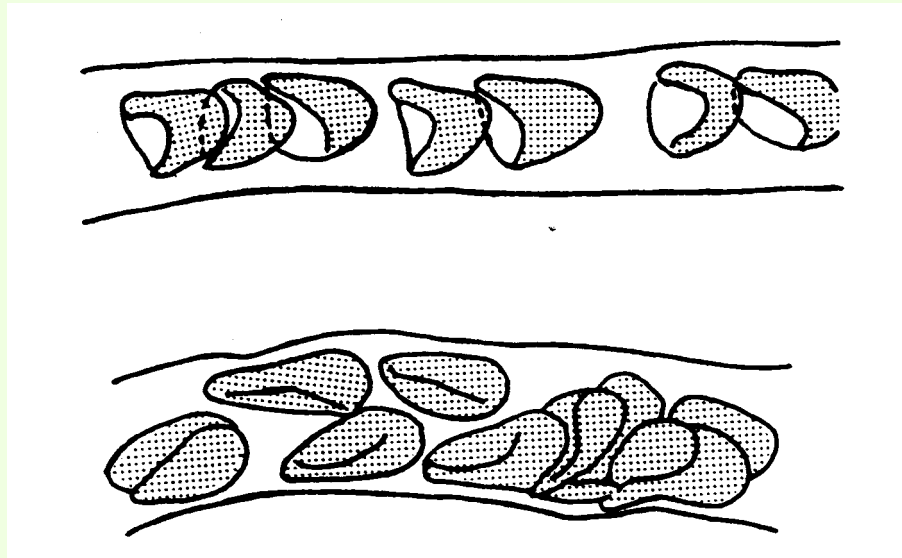


Fig. 10.6. Diagram of an unstressed erythrocyte.



Przepływy w kapilarach $7\ \mu\text{m}$ i $12\ \mu\text{m}$

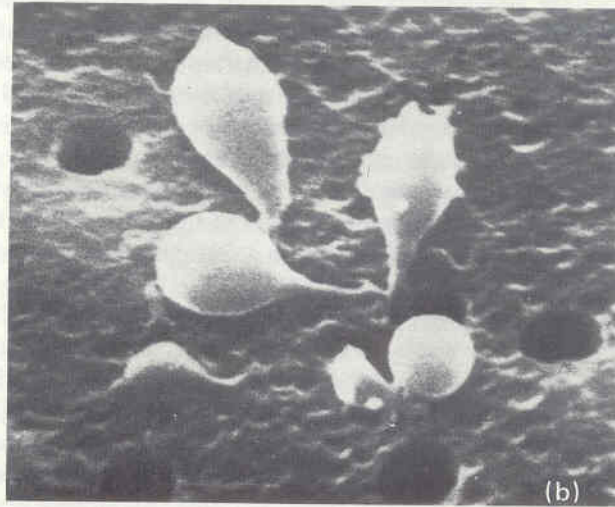
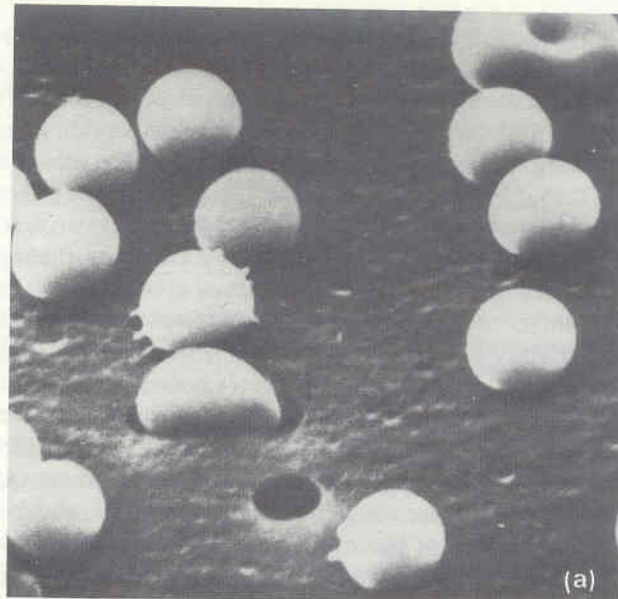


Fig. 13.34. (a) and (b) Scanning electron micrographs of red blood cells (a) before and (b) after passing through a polycarbonate sieve of pore diameter $2.2 \mu\text{m}$. In (a) many of the cells appear spherical because they have already partially entered the pores. (From Chien, Luse, and Bryant (1971). 'Hemolysis during filtration through micropores: a scanning electron microscopic and hemorheologic correlation'. *Microvasc. Res.* 3, 197-8.)

Pomiar - H_T

Fåhraeus 1929; Barbee, Cockett 1971

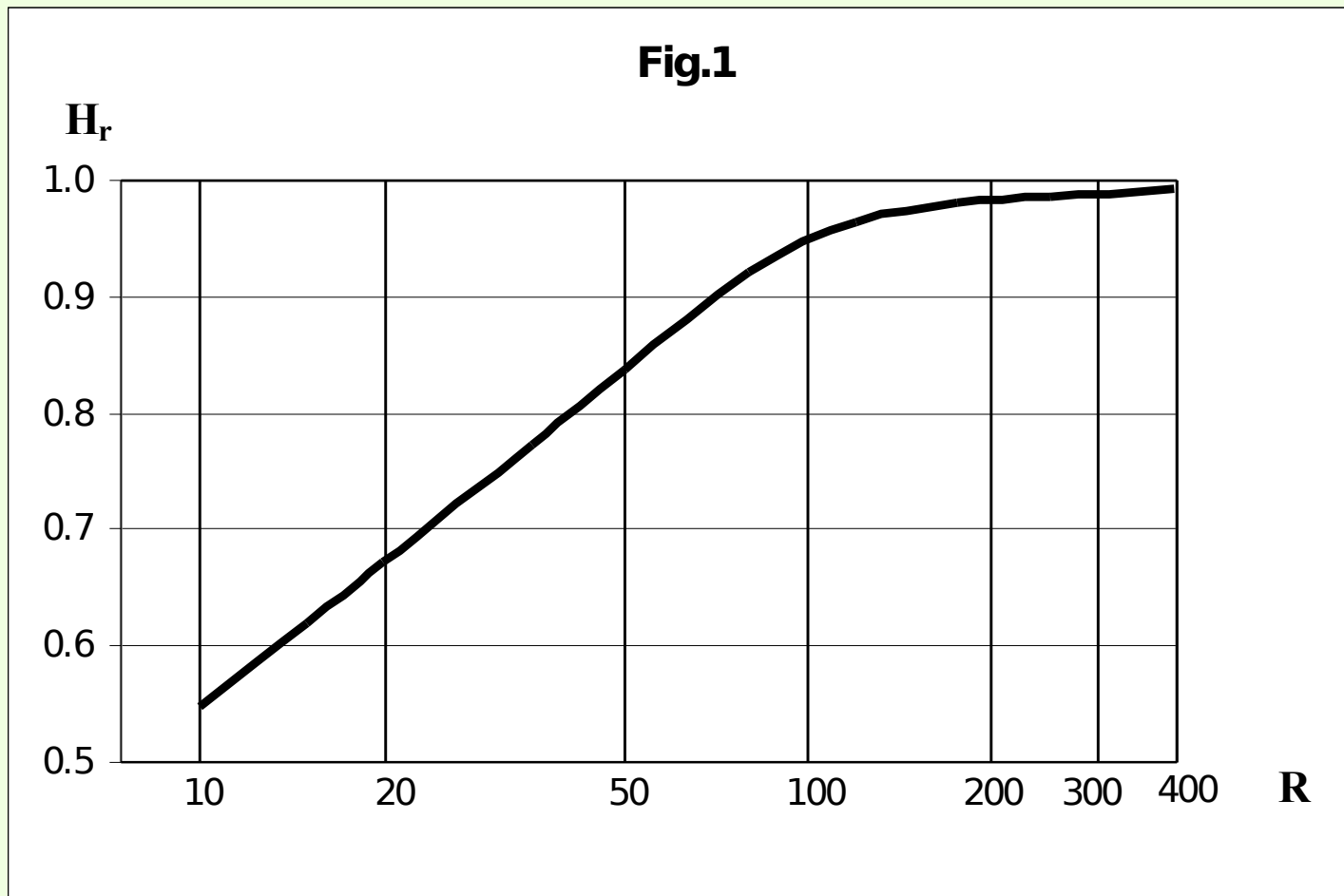
$$H_T < H_F !$$

Wyjaśnienie:

średnia szybkość krwinek > średnia szybkość krwi
dla $R < 250\mu\text{m}$

$$H_r = \frac{H_T}{H_F} \quad H_r \rightarrow 1 \quad \text{dla } R \uparrow$$

$$H_r \downarrow \quad \text{dla } R \downarrow$$



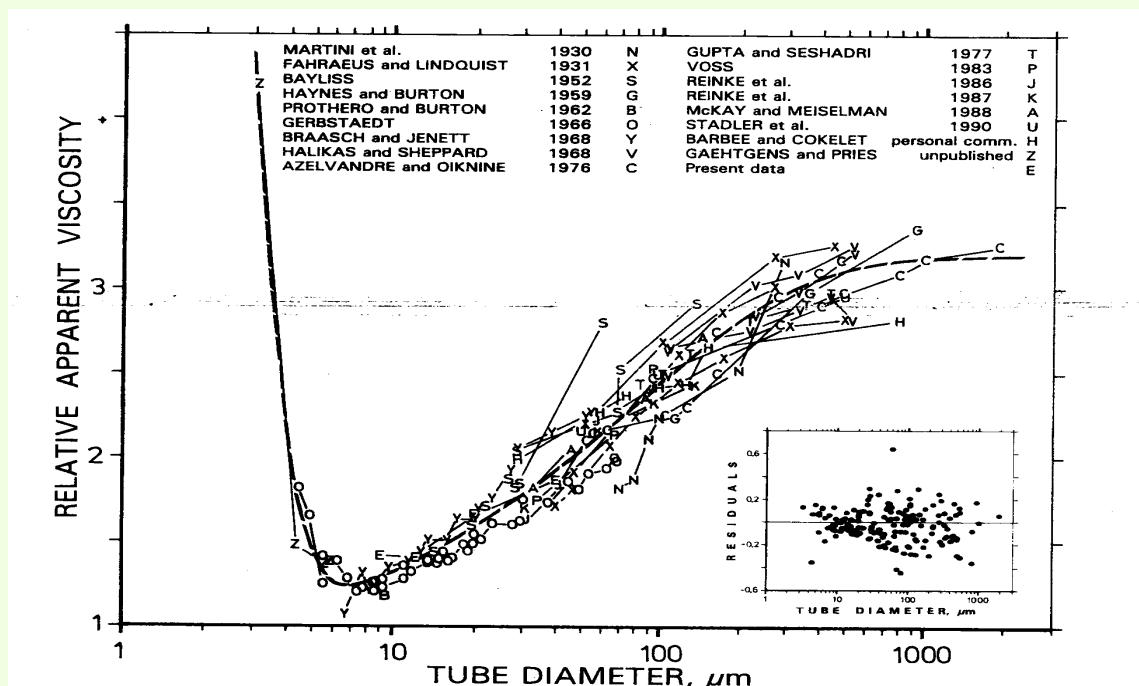
Krzywa Barbee

Wniosek Fåhraeus'a: $\eta_{rel} \downarrow \rightarrow R \downarrow$

Wydatek krwi $Q(H_F, R)$

Wydatek wody $Q_W(R)$

$$\eta_{rel}(H_F, R) = Q_W(R) / Q(H_F, R)$$

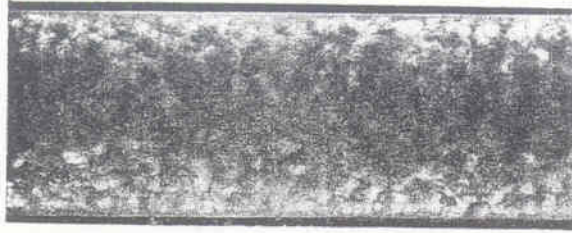


CEL PRACY:

**ZWIĄZEK MIĘDZY PRACAMI FÅHRAEUS'A
I FÅHRAEUS'A - LINDQVIST'A_**

METODA:

- **KLASYCZNA HYDRODYNAMIKA**
- **TEORIA GĘSTYCH ZAWIESIN (EMPIRYCZNA)**



Przepływ przez kapilar – fotografia Fåhraeus'a 1929

LOKALNY HEMATOKRYT

$$h(r) = H_F \cdot f(r)$$

3 ZAKRESY: Rdzeń (Core)

$$r \in (0, R_2)$$

$$f(r) = 1$$

Pośredni

$$r \in (R_2, R_1)$$

$$f(r) = ?$$

Pusty (particle-free)

$$r \in (R_1, R)$$

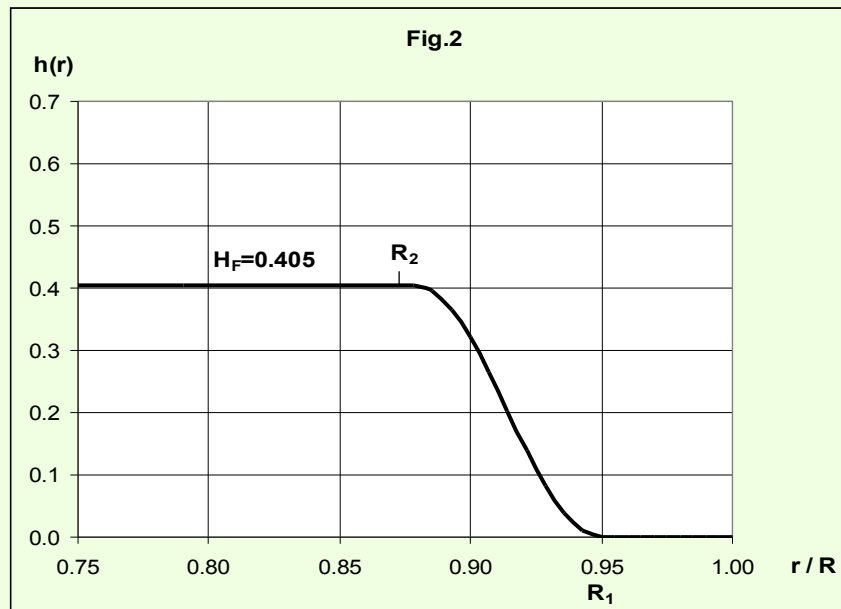
$$f(r) = 0$$

Funkcja $f(r)$ gładka

$f(r) ?$ $R_1 ?$ $R_2 ?$

$R_1 = R - \delta$ $\delta = 2.5\mu m$ $R_2 ?$

$$f(r) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \sin \left(\frac{\pi}{2} \frac{R_1 + R_2 - 2r}{R_1 - R_2} \right) \right\}, \quad r \in (R_2, R_1)$$



$$H_T(R) = \frac{2}{R^2} \int_0^R h(r) r dr$$

$$H_r(R) = \frac{2}{R^2} \int_0^R f(r) r dr$$

$$H_r = \frac{R_1^2 + R_2^2}{2R^2} - \frac{2(R_1 - R_2)^2}{\pi^2 R^2}$$

+ wykres Barbee $\rightarrow R_2$

$f(r)$ – określone !

$R, \mu\text{m}$	R_2/R	R_1/R
10	0.73	0.75
20	0.76	0.88
50	0.88	0.95
80	0.95	0.97
250	0.989	0.990

Wartości R_2/R i R_1/R dla różnych wartości R

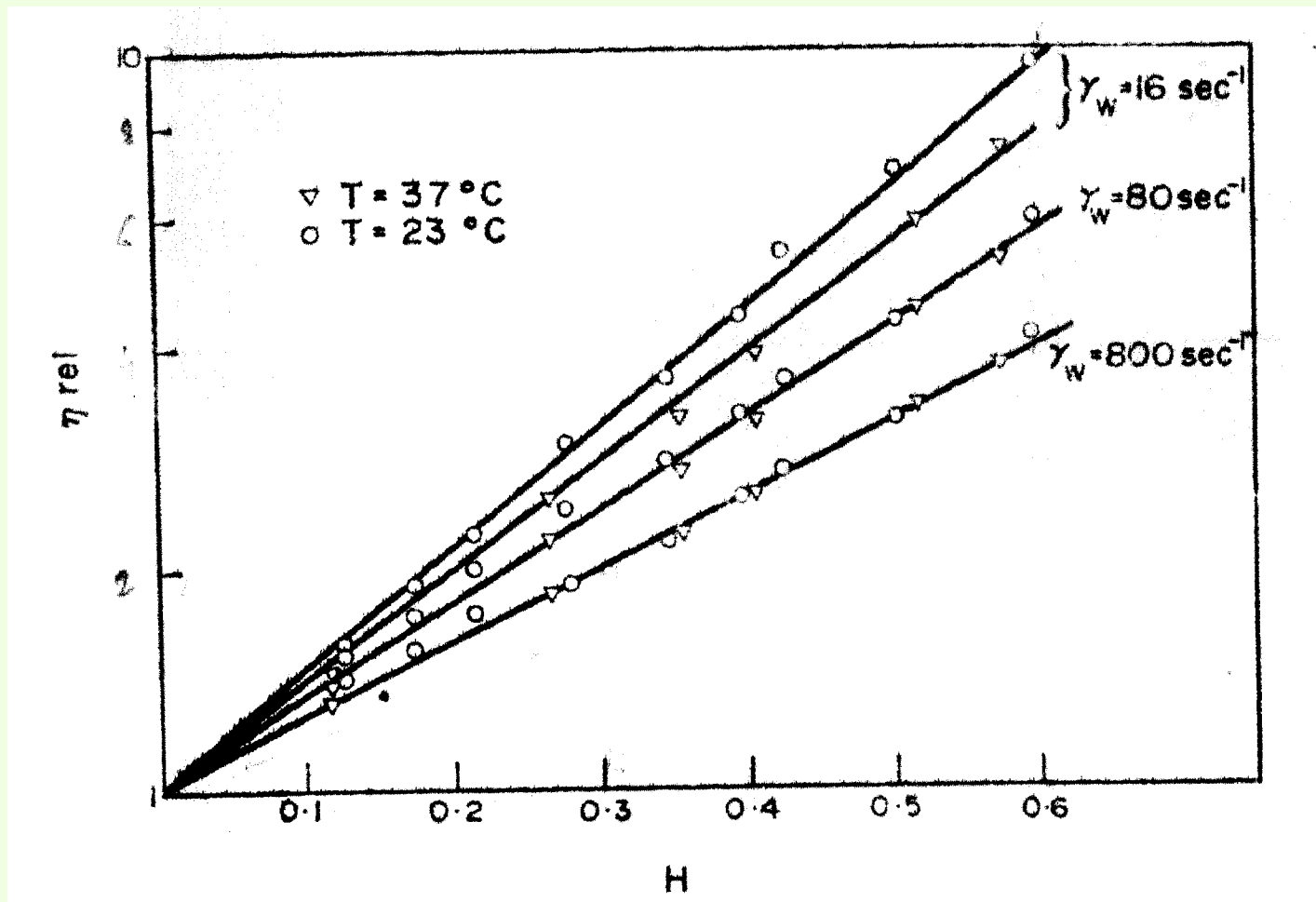
Wzór Navier-Stokes'a

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[r \eta(r) \frac{dv}{dr} \right] = -\frac{\Delta p}{l} \quad \left. \frac{dv}{dr} \right|_{r=0} = 0 \quad v(R) = 0$$

$$\eta(r) = \eta_0 \rightarrow v(r) = V_0 \frac{(R^2 - r^2)}{R^2}$$

Wzór Poiseuille'a

$$V_0 = (\Delta p / l) R^2 / (4 \cdot \eta_0)$$



Zależność η_{rel} od H_T

Z pracy J.H.Barbee 1973

ZAŁOŻENIE

$$\eta(h) = \exp(\alpha \cdot h), \quad \eta(0) \equiv \eta_0,$$

$$h(r) = H_F \cdot f(r)$$

$f(r)$ znane

$$\alpha = ?$$

Numeryczne rozwiązanie równania Navier-Stokes'a

Metoda:

osobno w każdym zakresie

Newton-Coates 6-rzędu

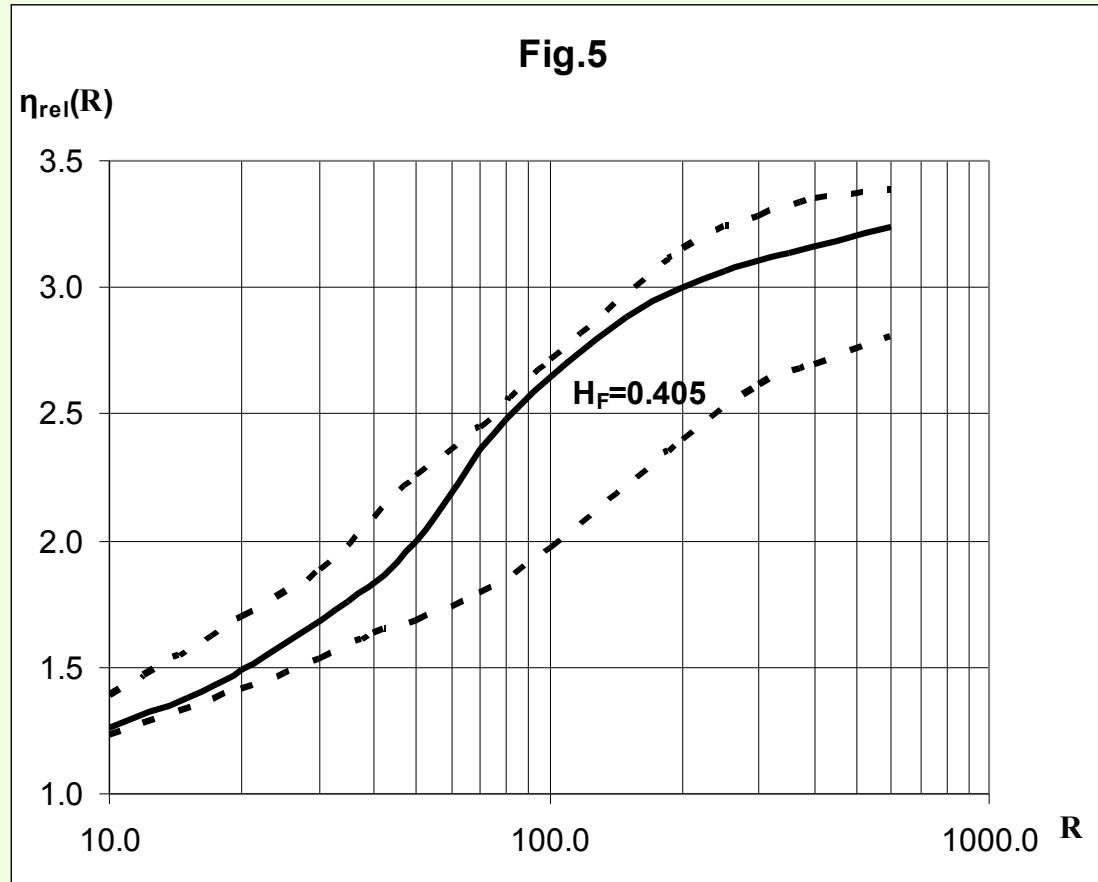
10 równo-oddalonych punktów

Zakładamy $\alpha \rightarrow v(r, H_F)$

$v(r, H_F) \rightarrow Q(H_F, R)$

$$Q(H_F, R) = 2\pi \int_0^R v(r, H_F) r dr$$

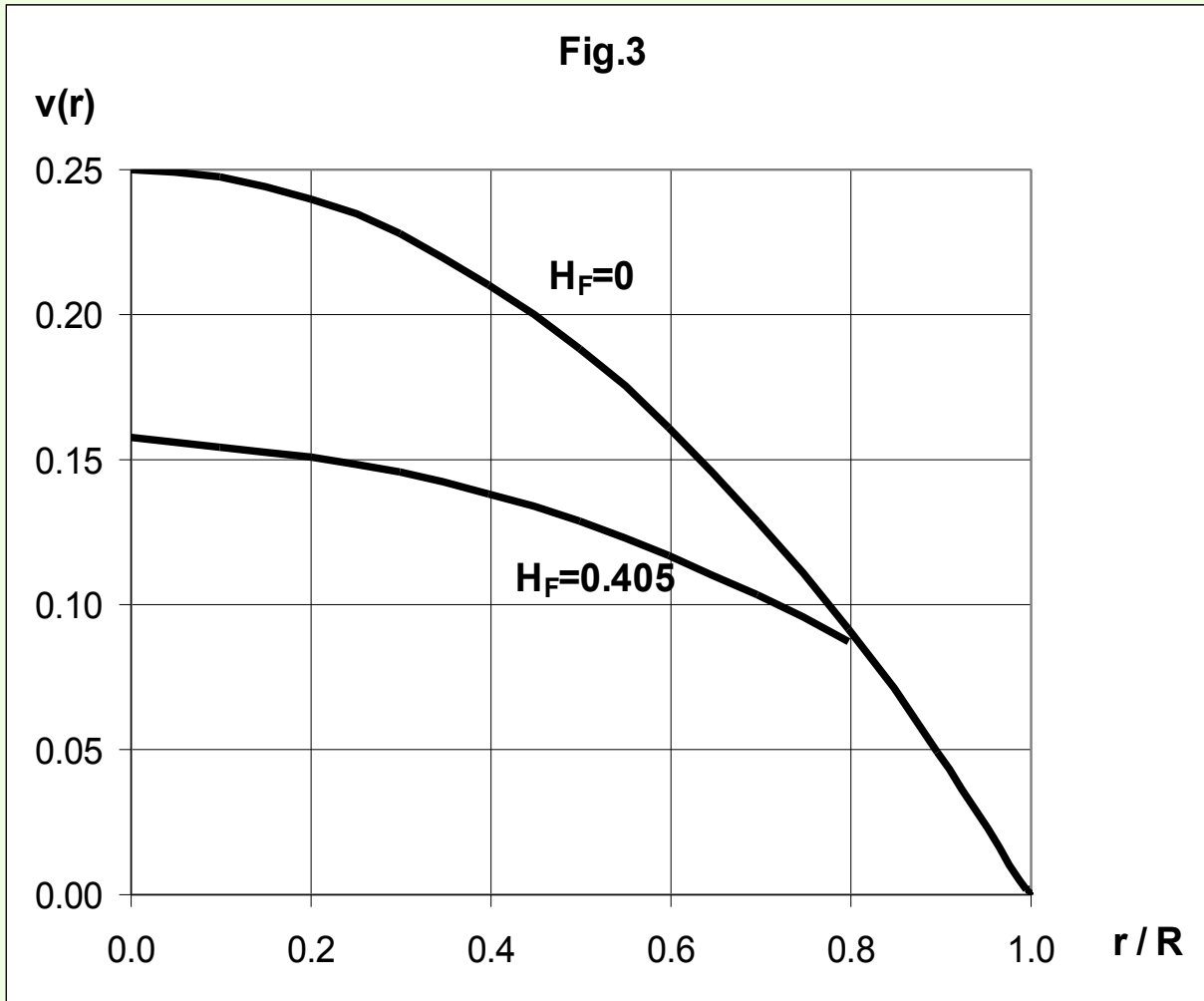
$Q_w(R)$ znane $\rightarrow \eta_{rel}$ dla założonego α



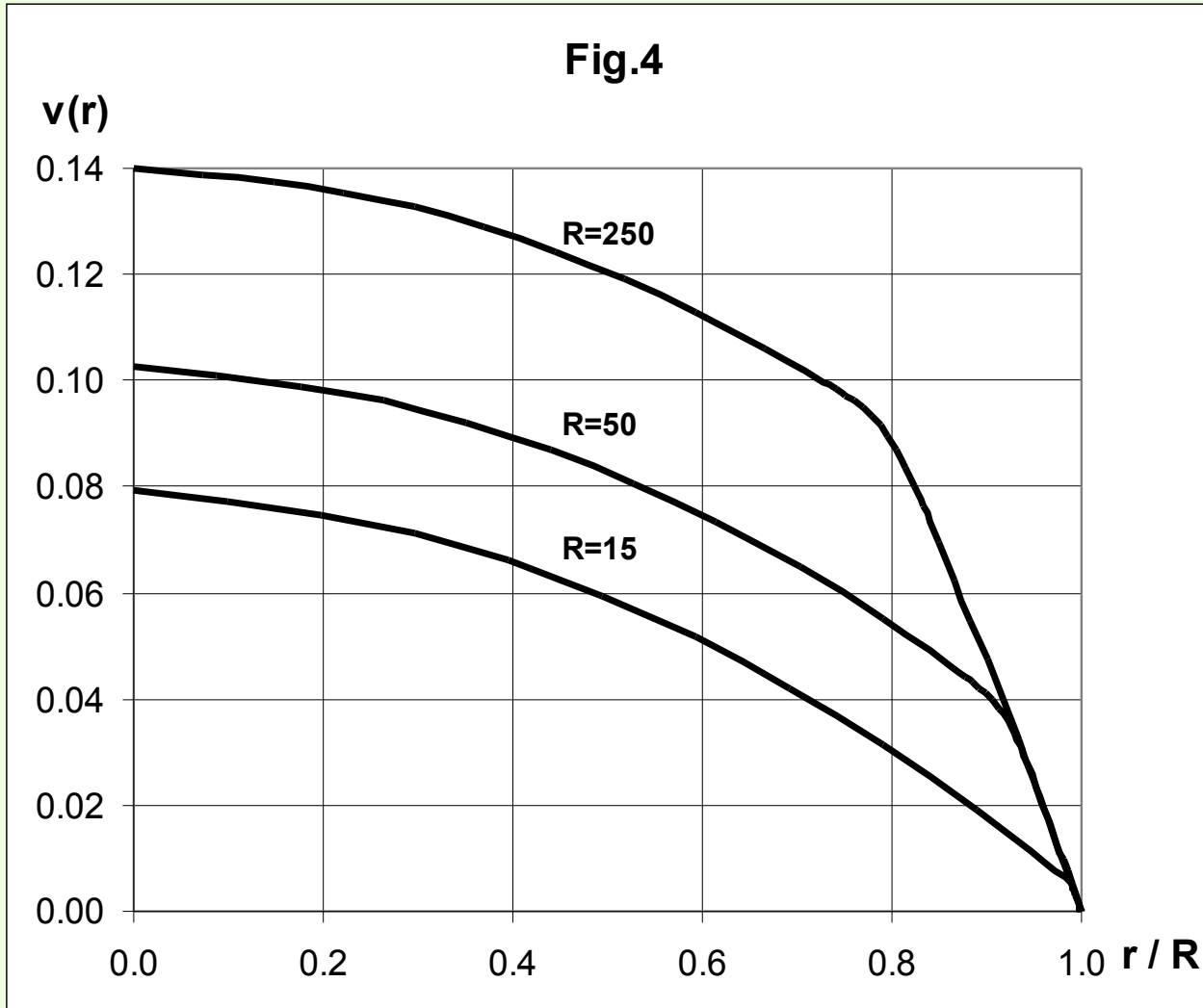
→ $\alpha = 3.0$

Zgodność dla wszystkich $R > 10 \mu\text{m}$

$$\alpha = 3.0$$



$$\alpha = 3.0$$



Wydatek krwinek

$$Q_T(H_F, R) = 2\pi \int_0^R v(r, H_F) h(r) r dr$$

Fåhraeus $H_{out} = H_F ?$

$$H_{out} = Q_T(H_F, R) / Q(H_F, R)$$

Wynik: $R = 20\mu\text{m}$ $H_{out} = 0.38$

$R = 20\mu\text{m}$ H_{out} różni się od $H_F < 1\%$

Podsumowanie

Założenia:

- (i) przepływ krwi jest przepływem zawiesiny;**
- (ii) lokalny hematokryt $h(r)$ różnie określony w 3 zakresach; $h(r)$ gładka funkcja w $(0, R)$;**
- (iii) lepkość zależna wykładniczo od $h(r)$, z $\alpha = 3.0$**

Wnioski, znaleziono:

- (i) związek między efektem Fåhræus'a i Fåhræus'a-Lindqvist'a;
- (ii) promień rdzenia R_2 i funkcja $f(r)$;
- (iii) profile hematokrytu i szybkości;
- (iv) zgodność teoretycznej i doświadczalnej zależności η_{rel} od H_F .

Pytania:

- (i) jak wyglądają krzywe Barbee dla H_F różnego od 0.4 ?
- (ii) jak α zależy od H_F ?

Brak danych doświadczalnych.

Uwagi końcowe

**Praca zakorzeniona w badaniach doświadczalnych
- NIE jest teorią ruchu krwi w kapilarach.**

Kamienie do ogródków:

- Fizjologów:

- nie uwzględniają zjawiska spadku oporu w kapilarach w dostarczaniu krwi do tkanek.

- Hydromechaników:

**- brak teorii najprostszycich zawiesin (rzadkich, sztywnych, nie oddziałujących na siebie kulek) w obecności ścianek, które przepływ zawiesiny lokalnie porządkują;
- brak teorii gęstych zawiesin.**

Pytania:

Czy przedstawiona metoda daje się zastosować do innych zawiesin?

Czy istnieje dla nich odpowiednik krzywych Barbee?