

Temat

Wstęp

Stanowisko

Założenia

Budowa

Pomiar

Przetwarzanie

Niepewności

Wyniki

Materiały

Pomiary

Analiza

Porównanie

3 pł. pion

2 pary

3 period.

3 pole pow.

Podsumowanie

BADANIE EKSPERYMENTALNE I ANALIZA TEORETYCZNA BLISKICH ODDZIAŁYWAŃ HYDRODYNAMICZNYCH W UKŁADACH WIELOCIAŁOWYCH

Sławomir Alabrudziński

Zakład Aparatury Przemysłowej, PW
Zakład Mechaniki i Fizyki Płynów, IPPT PAN

Temat

Wstęp

Stanowisko

Założenia

Budowa

Pomiar

Przetwarzanie

Niepewności

Wyniki

Materiały

Pomiary

Analiza

Porównanie

3 pł. pion

2 pary

3 period.

3 pole pow.

Podsumowanie

Pytania:

- * Czy złożone zjawiska występujące przy opadaniu małej grupy cząstek stałych w cieczy na długich odcinkach mogą być badane eksperymentalnie w sposób ilościowy?
- * Czy można zapewnić takie warunki eksperymentalne i dokładność pomiaru, które umożliwiłyby ilościowe porównanie wyników eksperymentu z wynikami numerycznych obliczeń teoretycznych?

Wstęp

Temat

Wstęp

Stanowisko

Założenia

Budowa

Pomiar

Przetwarzanie

Niepewności

Wyniki

Materiały

Pomiary

Analiza

Porównanie

3 pł. pion

2 pary

3 period.

3 pole pow.

Podsumowanie

* Założenia:

- opadanie pod wpływem grawitacji
- ciecz lepka, nieściśliwa, $Re \ll 1$

* oddziaływania hydrodynamiczne mają złożony charakter już dla przypadków opadania 3 cząstek, np.:

- ewolucje wrażliwe na zmianę położenia początkowych (Jayaweera et al., Janosi et al.)
- ewolucje o charakterze periodycznym (Hocking, Golubitsky et al.)

* ujęcie teoretyczne

- cząstki punktowe
- cząstki kuliste (metoda multipolowa rozwiązywania r. Stokesa)
- warstwa smarowania
- ?realistyczne geometrie?

Stanowisko pomiarowe

Założenia projektu stanowiska

Temat

Wstęp

Stanowisko

Założenia

Budowa

Pomiar

Przetwarzanie

Niepewności

Wyniki

Materiały

Pomiary

Analiza

Porównanie

3 pł. pion

2 pary

3 period.

3 pole pow.

Podsumowanie

Zagadnienia do rozwiązania (eksperyment):

* zakres Stokesa

- ciecz lepka, nieściśliwa → rodzaj cieczy
- $Re \ll 1$ → materiał i średnica cząstek

* oddziaływania hydrodynamiczne

- np. nie elektrostatyczne → materiał cząstek
- umieszczanie cząstek w kanale (zwilżenie)
- wpływ ścian kanału

* dokładność pomiaru

- kamery cyfrowe i archiwizacja danych pomiarowych
- jakość obrazów → rodzaj cieczy, kolor cząstek, oświetlenie

* długie odcinki opadania

- zakres pomiarowy → wysokość kanału i średnica cząstek
- dokładność pomiaru → duże powiększenia → ruchoma kamera

* zmienna prędkość

- regulacja prędkości kamer

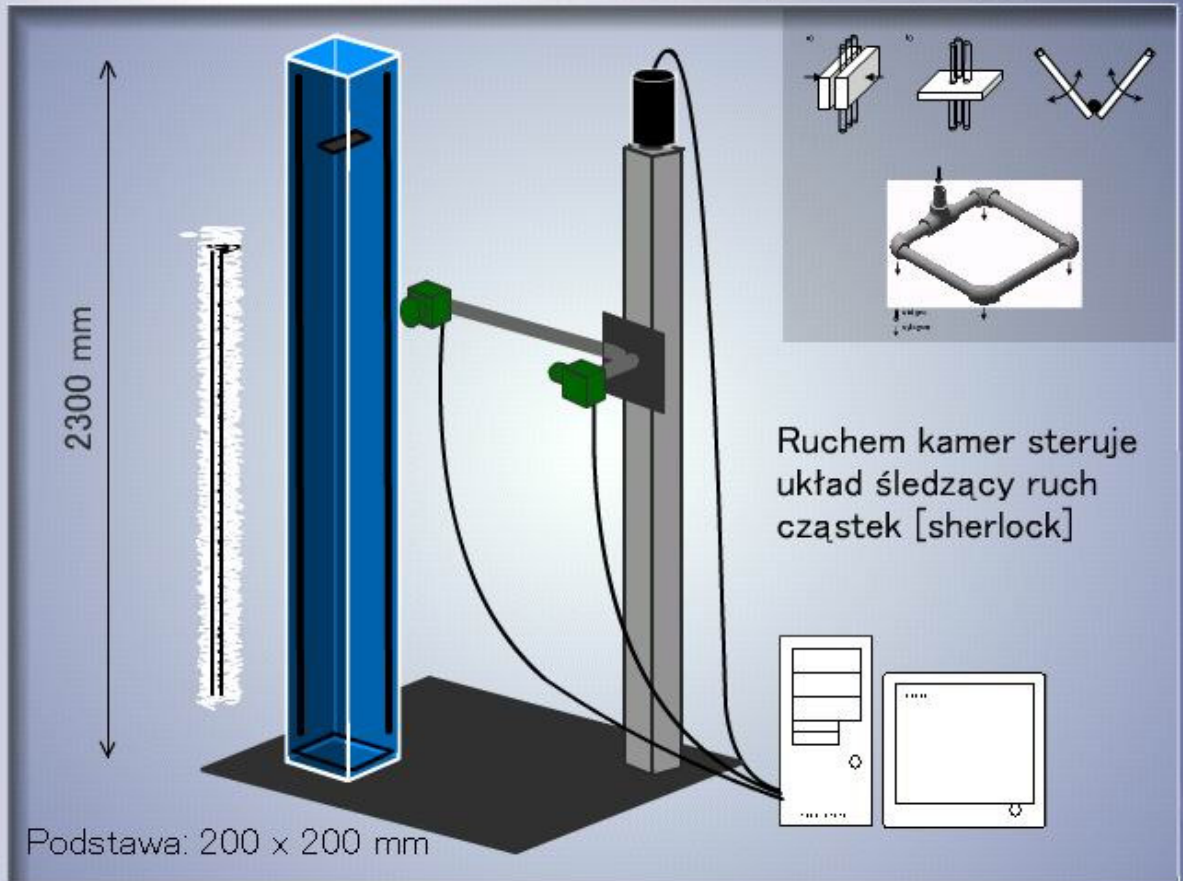
* długie czasy opadania

- czynniki zakłócające → kabina pomiarowa
- uciążliwość pomiaru → automatyzacja pomiaru

Stanowisko pomiarowe

Budowa i zasada działania stanowiska pomiarowego

Temat
Wstęp
Stanowisko
Założenia
Budowa
Pomiar
Przetwarzanie
Niepewności
Wyniki
Materiały
Pomiary
Analiza
Porównanie
3 pł. pion
2 pary
3 period.
3 pole pow.
Podsumowanie



Stanowisko pomiarowe

Metoda pozyskiwania danych pomiarowych

Temat
Wstęp
Stanowisko
Założenia
Budowa
Pomiar
Przetwarzanie
Niepewności
Wyniki
Materiały
Pomiary
Analiza
Porównanie
3 pł. pion
2 pary
3 period.
3 pole pow.
Podsumowanie

Czynności pomiarowe:

* rejestracja danych pomiarowych

- obrazy z eksperymentu
- czasy rejestracji
- parametry rejestracji
- parametrów otoczenia

* przetwarzanie danych pomiarowych

- z dowolnym opóźnieniem względem rzeczywistej rejestracji badanego zjawiska

Moduły programowe:

* rejestracja danych pomiarowych [sherlock]

- sterowanie i kontrola błędów [main-loop]
- rejestracja obrazów [grab]
- rozpoznawanie szybkie [fast-zdc]
- ruch kamer [motor-server, motor-driver]

* przetwarzanie danych pomiarowych

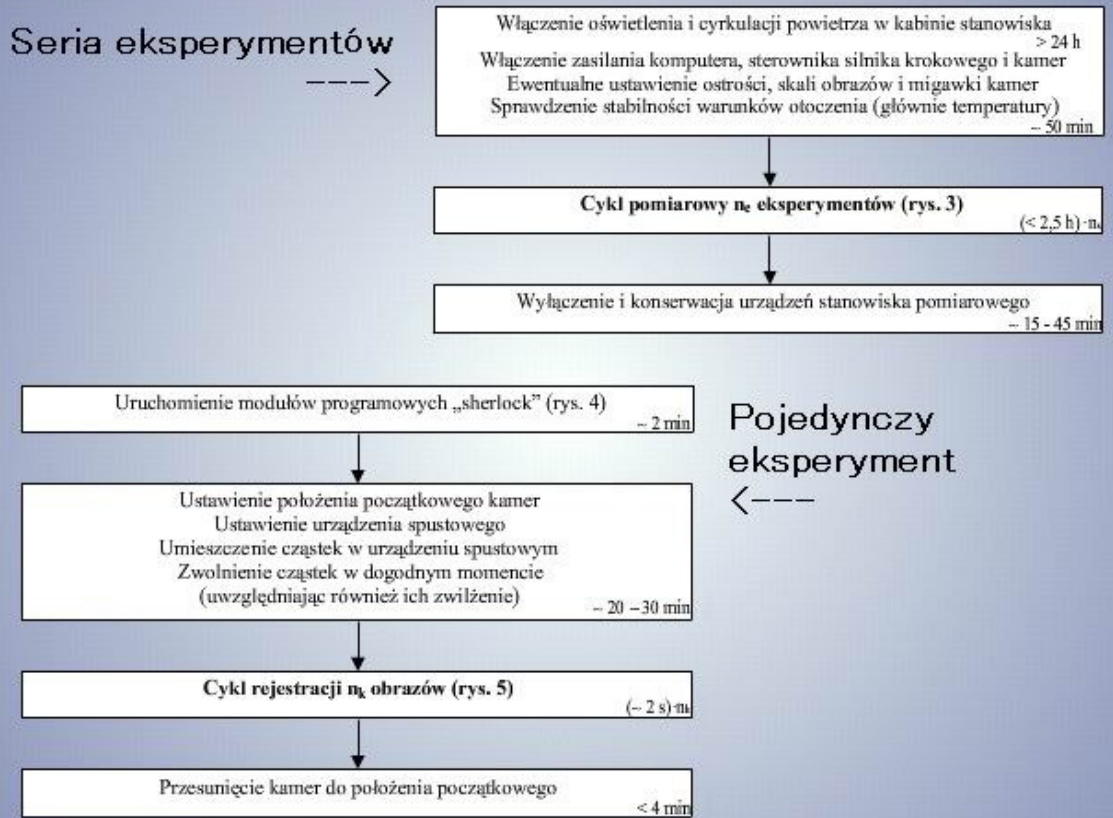
- rozpoznawanie precyzyjne [zdc, fast-zdc, zdc-recznie]
- identyfikacja, położenia bezwzględne

Stanowisko pomiarowe

Metoda pozyskiwania danych pomiarowych

- Temat
- Wstęp
- Stanowisko
- Założenia
- Budowa
- Pomiar**
- Przetwarzanie
- Niepewności
- Wyniki
- Materiały
- Pomiary
- Analiza
- Porównanie
- 3 pł. pion
- 2 pary
- 3 period.
- 3 pole pow.
- Podsumowanie

Seria eksperymentów



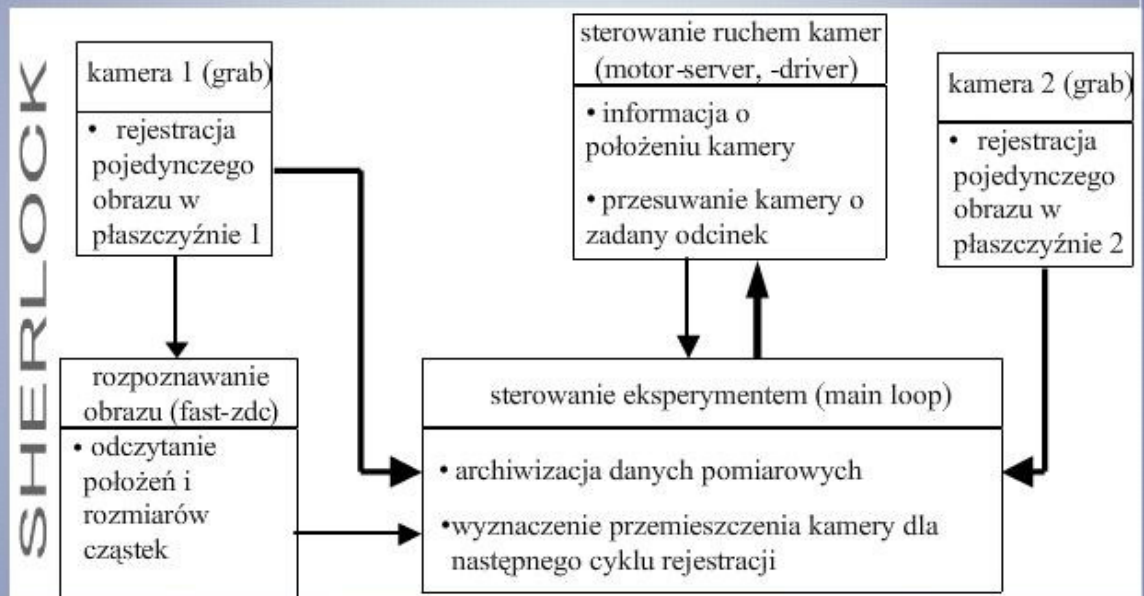
Pojedynczy eksperyment

Stanowisko pomiarowe

Metoda pozyskiwania danych pomiarowych

- Temat
- Wstęp
- Stanowisko
- Założenia
- Budowa
- Pomiar**
- Przetwarzanie
- Niepewności
- Wyniki
- Materiały
- Pomiary
- Analiza
- Porównanie
- 3 pł. pion
- 2 pary
- 3 period.
- 3 pole pow.
- Podsumowanie

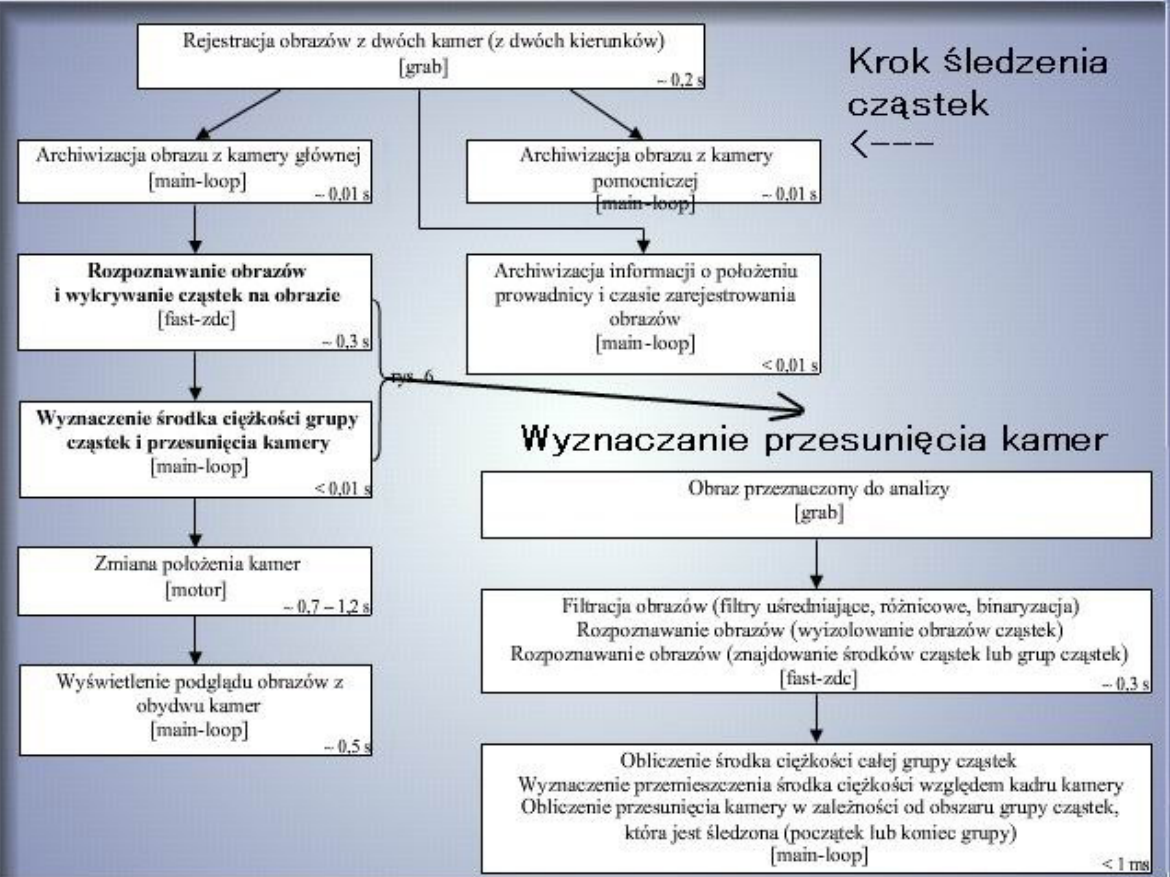
Eksperyment dla pełnej wysokości: 1100 - 1400 obrazów (w zależności od prędkości opadania cząstek). Czas eksperymentu dochodzi do 2 godzin.



Stanowisko pomiarowe

Metoda pozyskiwania danych pomiarowych

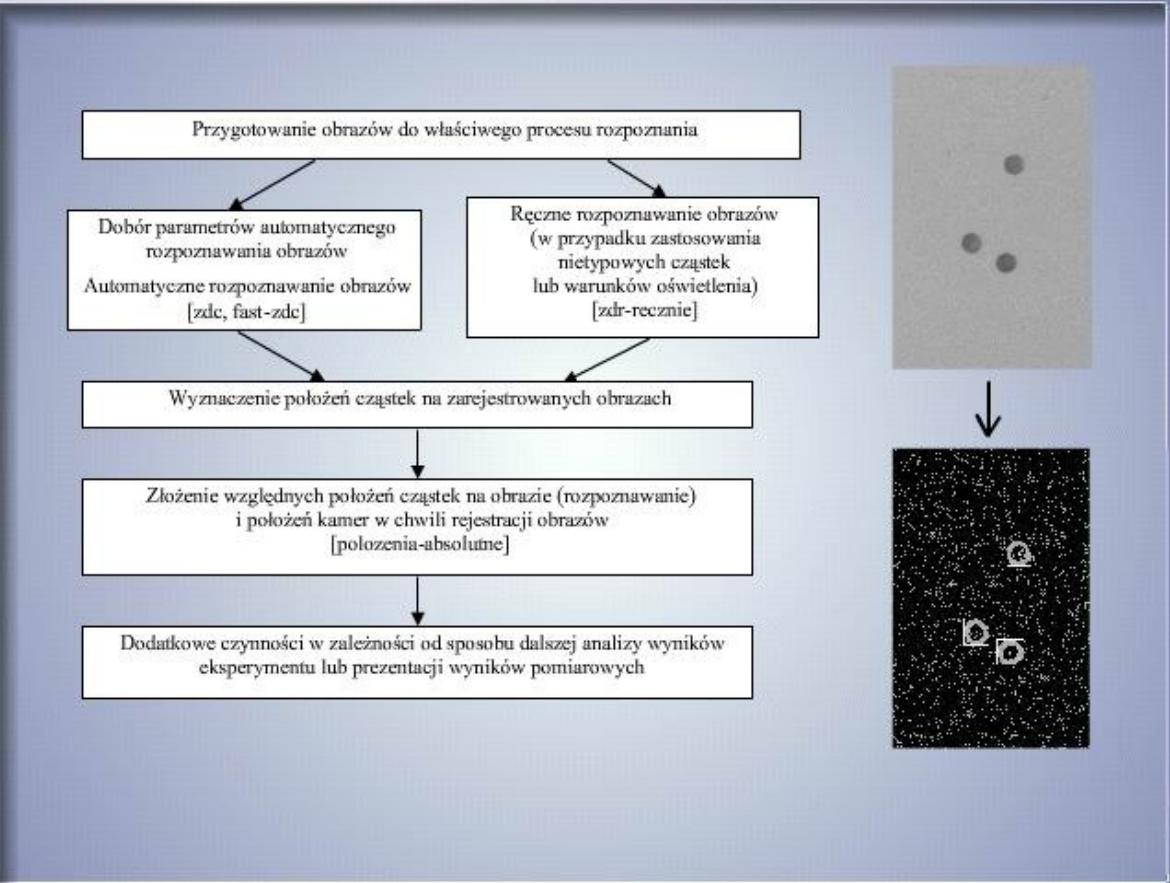
- Temat
- Wstęp
- Stanowisko
- Założenia
- Budowa
- Pomiar**
- Przetwarzanie
- Niepewności
- Wyniki
- Materiały
- Pomiary
- Analiza
- Porównanie
- 3 pł. pion
- 2 pary
- 3 period.
- 3 pole pow.
- Podsumowanie



Stanowisko pomiarowe

Metoda przetwarzania danych pomiarowych

- Temat
- Wstęp
- Stanowisko
- Założenia
- Budowa
- Pomiar
- Przetwarzanie
- Niepewności
- Wyniki**
- Materiały
- Pomiary
- Analiza
- Porównanie
- 3 pł. pion
- 2 pary
- 3 period.
- 3 pole pow.
- Podsumowanie



Stanowisko pomiarowe

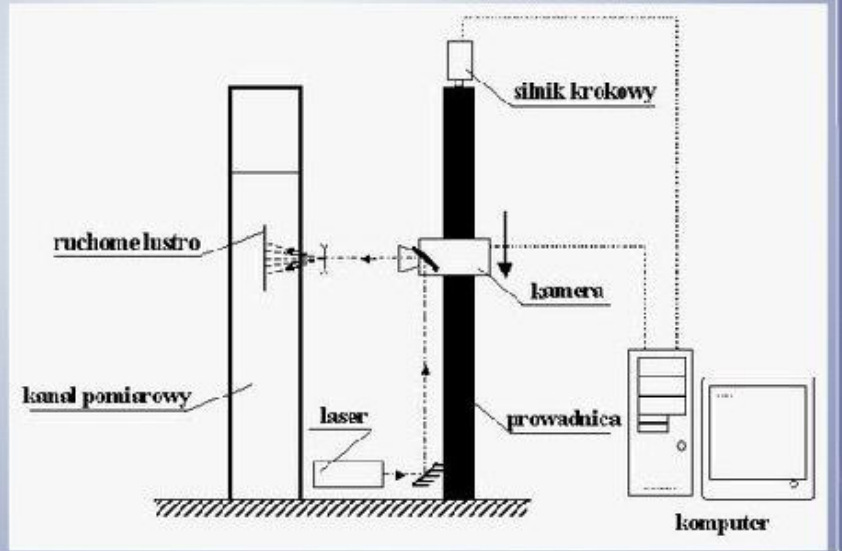
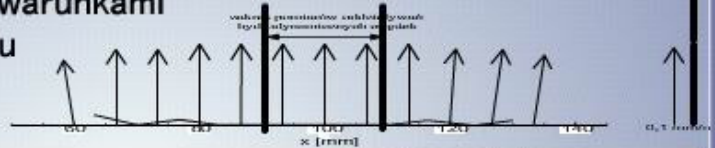
Niepewności pomiarowe

U_{iz}

- Temat
- Wstęp
- Stanowisko
- Założenia
- Budowa
- Pomiar
- Przetwarzanie
- Niepewności
- Wyniki
- Materiały
- Pomiary
- Analiza
- Porównanie
- 3 pł. pion
- 2 pary
- 3 period.
- 3 pole pow.
- Podsumowanie

- * niepewności związane z układem pomiarowym
 - położenia względne 7% d
 - położenia bezwzględne 27% d
- * niepewności związane z warunkami wykonywania eksperymentu

- konwekcja:
 $U_{konw} = 5-25\% U_{iz}$
 $\Delta U_{konw} < 3\% U_{iz}$



- pow. swobodna
- głęb. urz. spust
- ΔT uwzględnić

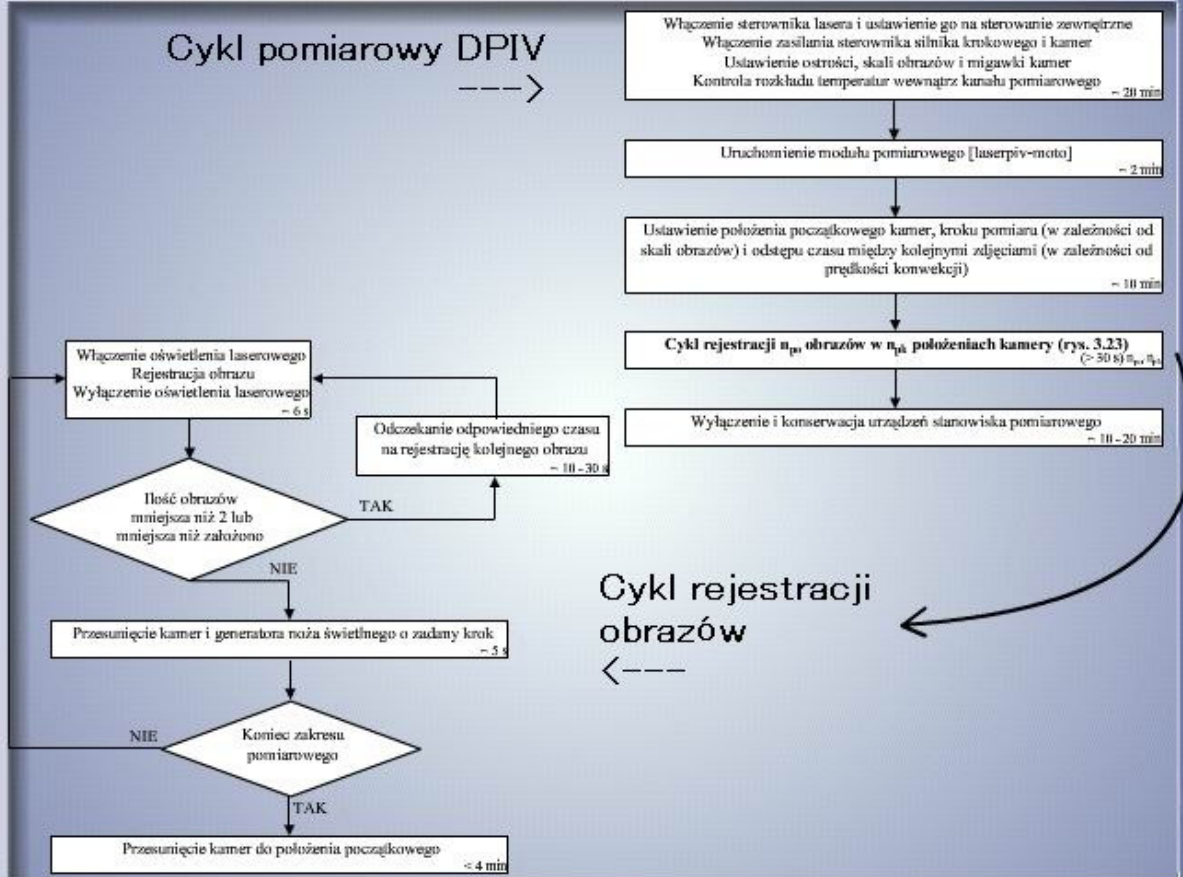
[laserpiv-moto]
 [saPIV]

Stanowisko pomiarowe

Niepewności pomiarowe

- Temat
- Wstęp
- Stanowisko
- Założenia
- Budowa
- Pomiar
- Przetwarzanie
- Niepewności
- Wyniki
- Materiały
- Pomiary
- Analiza
- Porównanie
- 3 pł. pion
- 2 pary
- 3 period.
- 3 pole pow.
- Podsumowanie

Cykl pomiarowy DPIV



Cykl rejestracji obrazów

Wyniki pomiarów

Materiały

Temat

Wstęp

Stanowisko

Założenia

Budowa

Pomiar

Przetwarzanie

Niepewności

Wyniki

Materiały

Pomiary

Analiza

Porównanie

3 pł. pion

2 pary

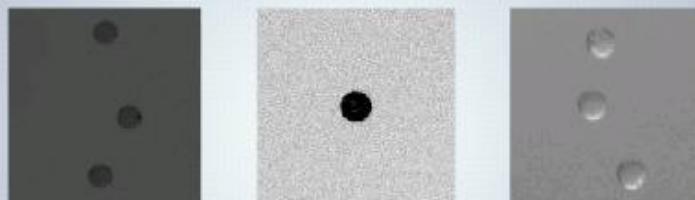
3 period.

3 pole pow.

Podsumowanie

* Cząstki:

- kuliste
- szklane
- średnice $d = 495 - 590 \mu\text{m}$, $\Delta d = 1\%$, [mikroskop]
- przezroczyste, barwione



* Ciecz:

- mieszanina gliceryna-woda
- lepkość $2\text{E}-4 - 3\text{E}-4 \text{ m}^2/\text{s}$ (w 20°C)
- gęstość $1240 \text{ kg}/\text{m}^3$
- $\text{Re} = 1\text{E}-4 - 7\text{E}-4$

Wyniki pomiarów

Zakres przeprowadzonych pomiarów

Temat

Wstęp

Stanowisko

Założenia

Budowa

Pomiar

Przetwarzanie

Niepewności

Wyniki

Materiały

Pomiary

Analiza

Porównanie

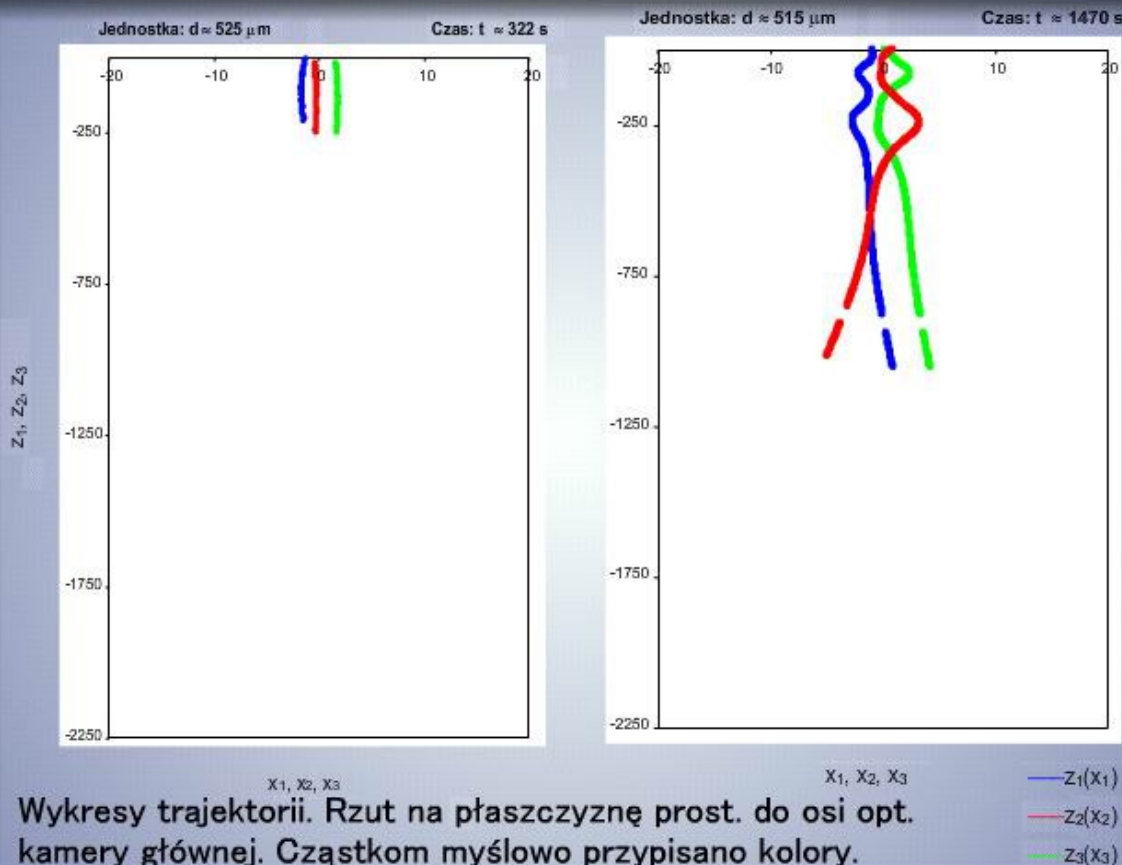
3 pł. pion

2 pary

3 period.

3 pole pow.

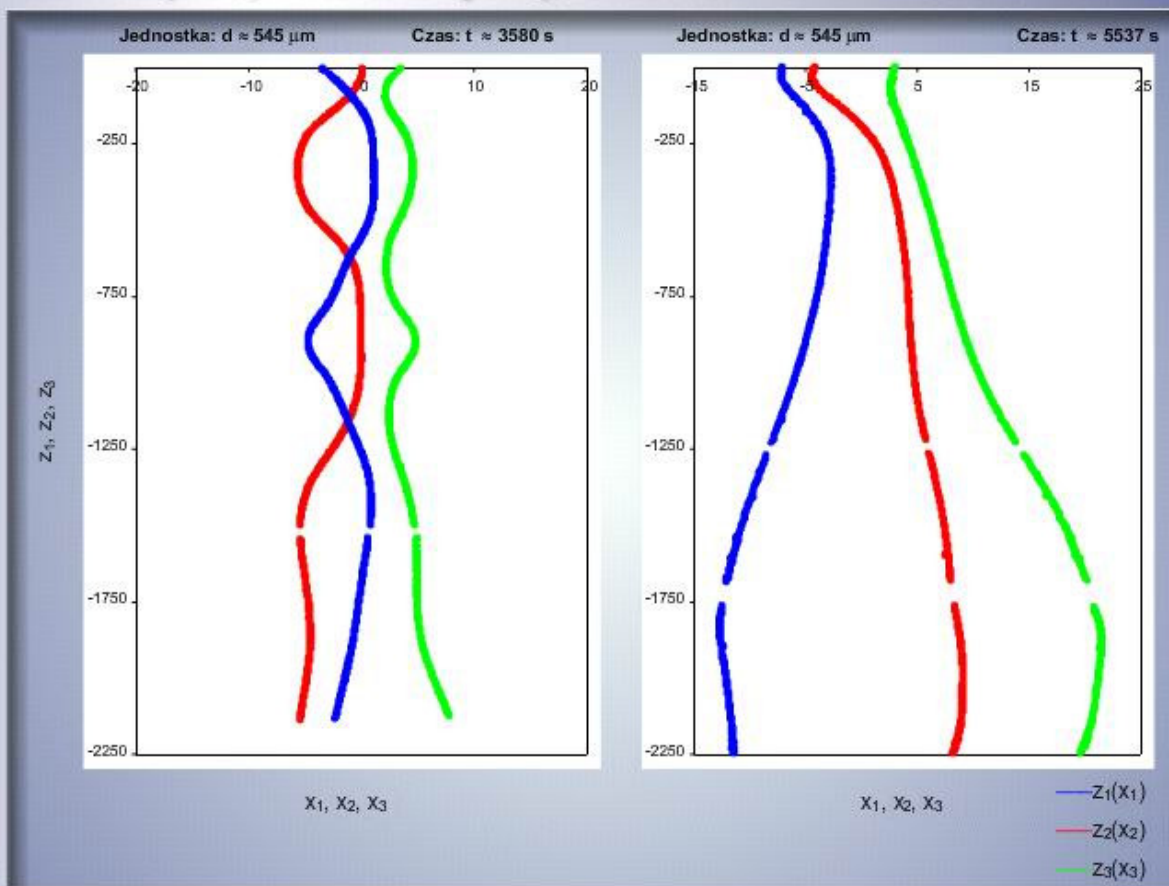
Podsumowanie



Wyniki pomiarów

Zakres przeprowadzonych pomiarów

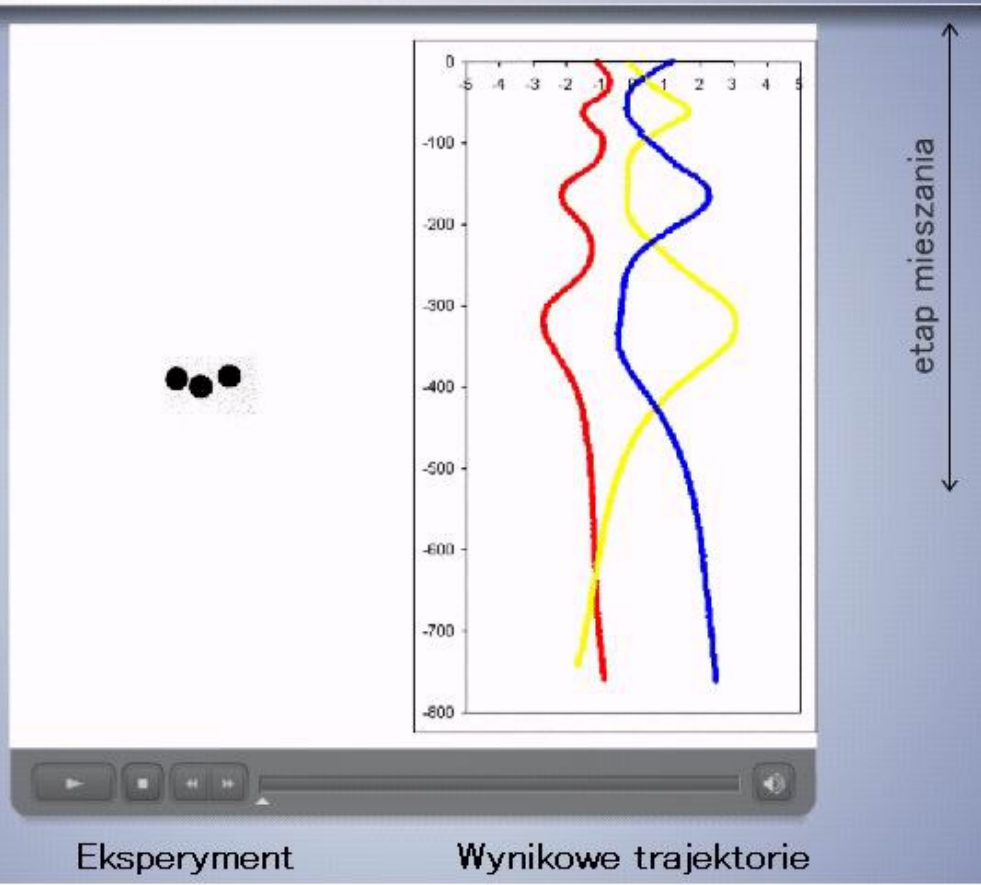
- Temat
- Wstęp
- Stanowisko
- Założenia
- Budowa
- Pomiar
- Przetwarzanie
- Niepewności
- Wyniki
- Materiały
- Pomiary
- Analiza
- Porównanie
- 3 pł. pion
- 2 pary
- 3 period.
- 3 pole pow.
- Podsumowanie



Wyniki pomiarów

Analiza wyników pomiarów

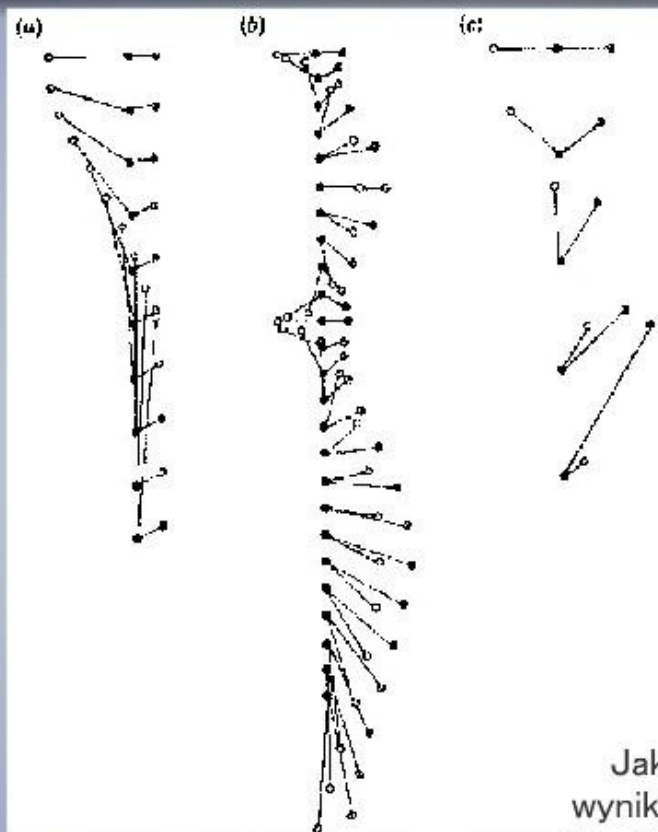
- Temat
- Wstęp
- Stanowisko
- Założenia
- Budowa
- Pomiar
- Przetwarzanie
- Niepewności
- Wyniki
- Materiały
- Pomiary
- Analiza
- Porównanie
- 3 pł. pion
- 2 pary
- 3 period.
- 3 pole pow.
- Podsumowanie



Wyniki pomiarów

Analiza wyników pomiarów

- Temat
- Wstęp
- Stanowisko
- Założenia
- Budowa
- Pomiar
- Przetwarzanie
- Niepewności
- Wyniki**
- Materiały
- Pomiary
- Analiza
- Porównanie
- 3 pł. pion
- 2 pary
- 3 period.
- 3 pole pow.
- Podsumowanie



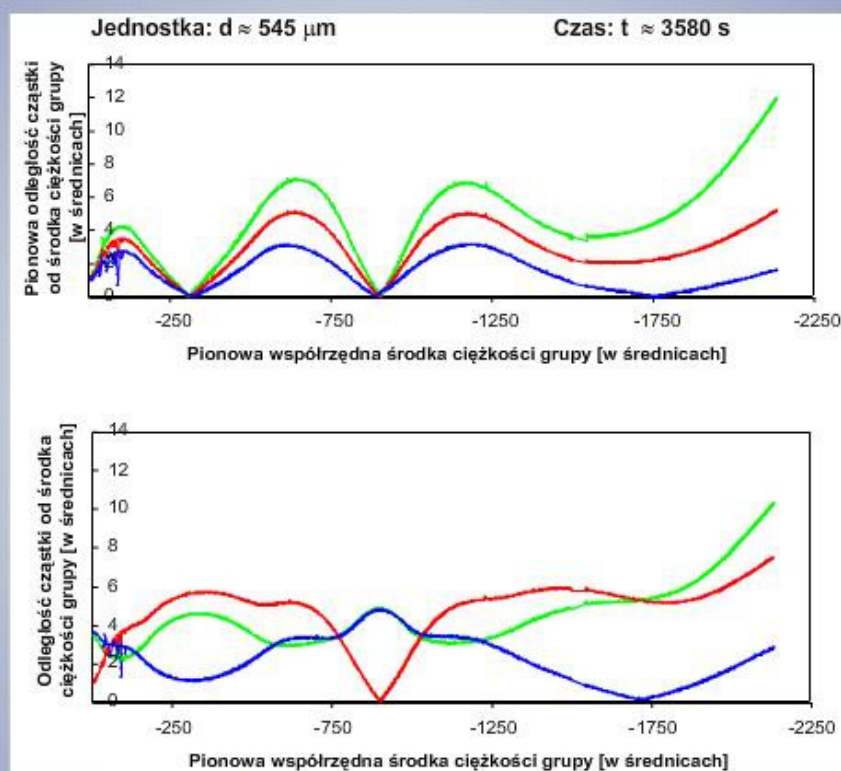
Hocking
(1964)

Jakościowa zgodność
wyników eksperymentów z
Hocking + Jayaweera et al.

Wyniki pomiarów

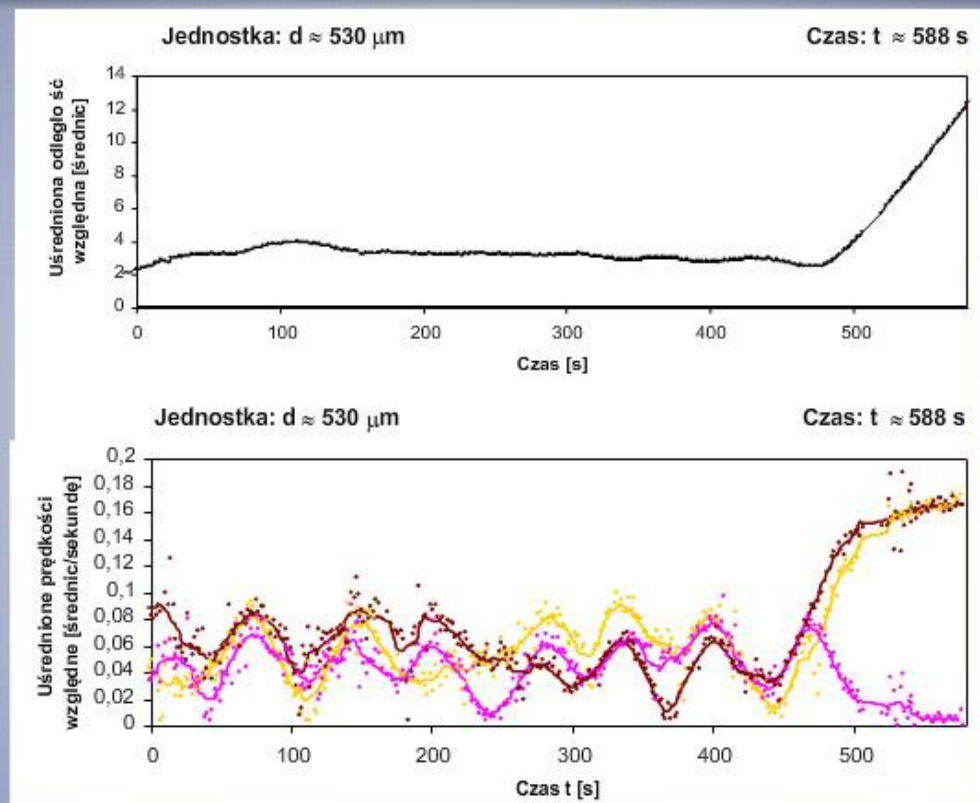
Analiza wyników pomiarów

- Temat
- Wstęp
- Stanowisko
- Założenia
- Budowa
- Pomiar
- Przetwarzanie
- Niepewności
- Wyniki**
- Materiały
- Pomiary
- Analiza
- Porównanie
- 3 pł. pion
- 2 pary
- 3 period.
- 3 pole pow.
- Podsumowanie



Analiza wyników pomiarów

- Temat
- Wstęp
- Stanowisko
- Założenia
- Budowa
- Pomiar
- Przetwarzanie
- Niepewności
- Wyniki**
- Materiały
- Pomiary
- Analiza
- Porównanie
- 3 pł. pion
- 2 pary
- 3 period.
- 3 pole pow.
- Podsumowanie



Porównanie wyników pomiarów i obliczeń numerycznych

- Temat
- Wstęp
- Stanowisko
- Założenia
- Budowa
- Pomiar
- Przetwarzanie
- Niepewności
- Wyniki**
- Materiały
- Pomiary
- Analiza
- Porównanie**
- 3 pł. pion
- 2 pary
- 3 period.
- 3 pole pow.
- Podsumowanie

Do analizy wyników pomiarów i ich porównania z wynikami obliczeń numerycznych wybrano przypadki zasygnalizowanych w literaturze typów oddziaływań hydrodynamicznych trzech i czterech cząstek kulistych.

Analiza teoretyczna wykonana została na podstawie wyników obliczeń numerycznych przy użyciu programów opartych na dwóch opisach:

- 1) teorii oddziaływań hydrodynamicznych dla kul z uwzględnieniem warstwy smarowania (autorzy metody: B. Cichocki, M.L. Ekiel-Jeżewska, E. Wajnryb – autor kodów numerycznych),
- 2) modelu cząstek punktowych

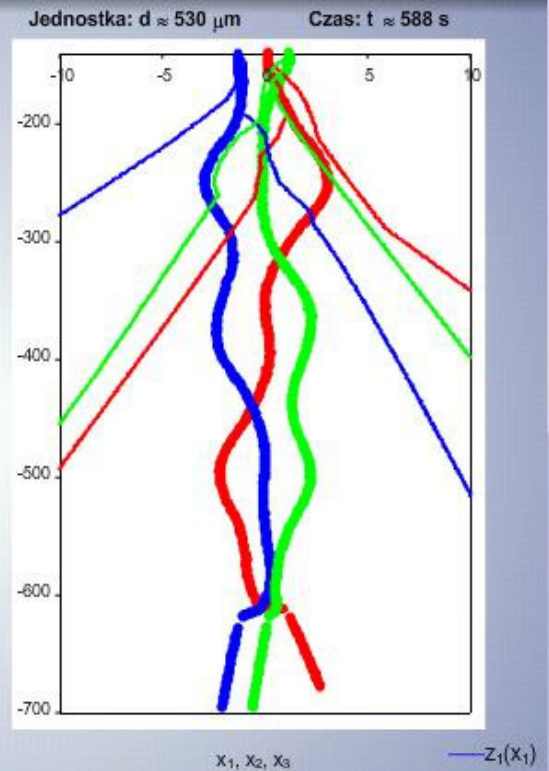
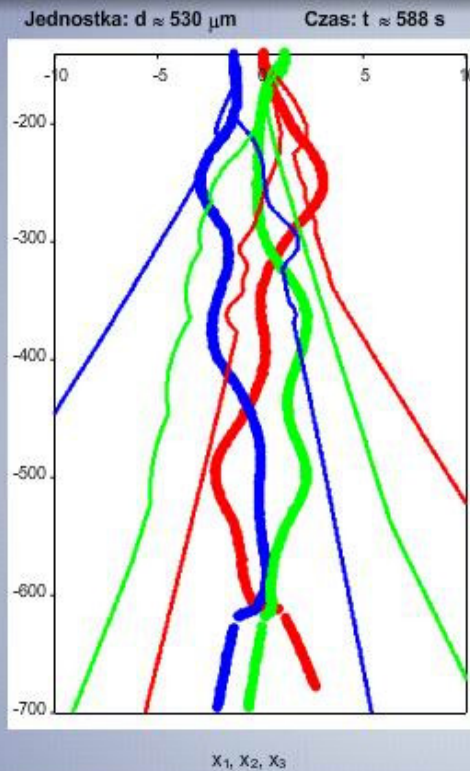
Dla każdej z wybranych konfiguracji eksperymentalnych przeprowadzono szereg obliczeń numerycznych w ten sposób, iż konfiguracje początkowe dla programów symulacyjnych zadawano poprzez niewielkie zmiany położenia każdej z cząstek w granicach eksperymentalnej niepewności pomiarowej.

Dla każdego analizowanego przypadku grup trzech cząstek, przeprowadzono około 500 symulacji, a dla grup czterech cząstek około 4000 symulacji z użyciem obliczeń numerycznych dla kul i tyle samo dla cząstek punktowych.

Porównanie wyników pomiarów i obliczeń numerycznych

Trzy cząstki - płaszczyzna pionowa

- Temat
- Wstęp
- Stanowisko
- Założenia
- Budowa
- Pomiar
- Przetwarzanie
- Niepewności
- Wyniki
- Materiały
- Pomiary
- Analiza
- Porównanie
- 3 pł. pion
- 2 pary
- 3 period.
- 3 pole pow.
- Podsumowanie



Obwiednie trajektorii – min. i maks. współrzędna pozioma z wszystkich wyników dla danej współrzędnej pionowej środka masy.

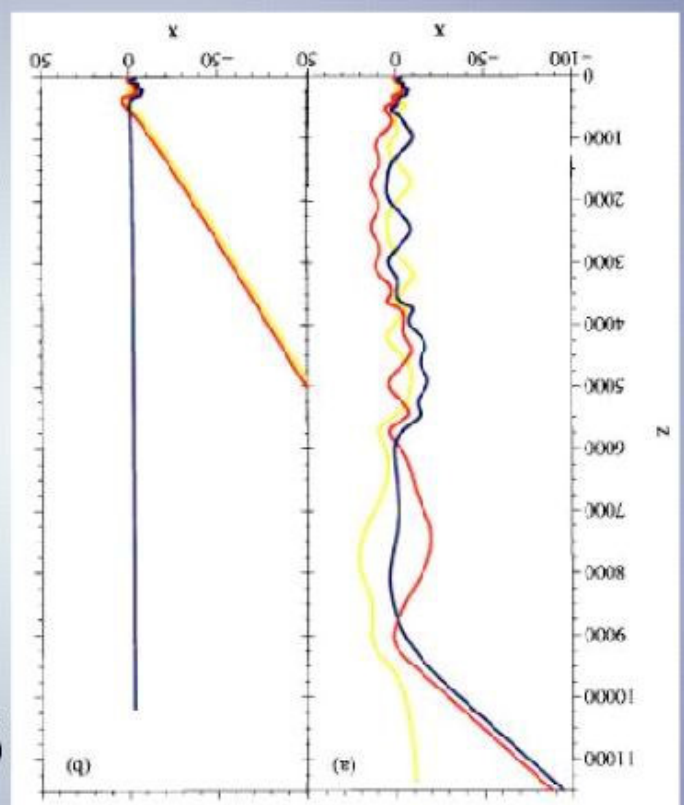
— $Z_1(X_1)$
— $Z_2(X_2)$
— $Z_3(X_3)$

Porównanie wyników pomiarów i obliczeń numerycznych

Trzy cząstki - płaszczyzna pionowa

- Temat
- Wstęp
- Stanowisko
- Założenia
- Budowa
- Pomiar
- Przetwarzanie
- Niepewności
- Wyniki
- Materiały
- Pomiary
- Analiza
- Porównanie
- 3 pł. pion
- 2 pary
- 3 period.
- 3 pole pow.
- Podsumowanie

Trudność odnalezienia trajektorii numerycznej zbliżonej do eksperymentalnej ← ewolucje wrażliwe na zmianę położenia początkowych cząstek.

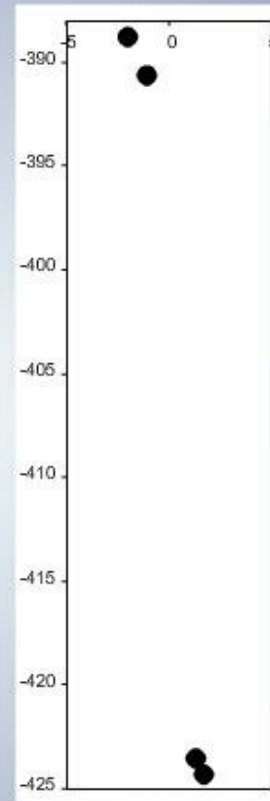
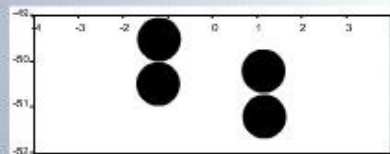
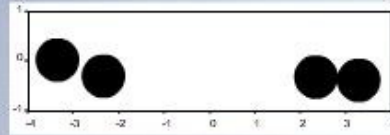


Jánosi et al.
(1997)

Porównanie wyników pomiarów i obliczeń numerycznych

Dwie pary cząstek - płaszczyzna pionowa

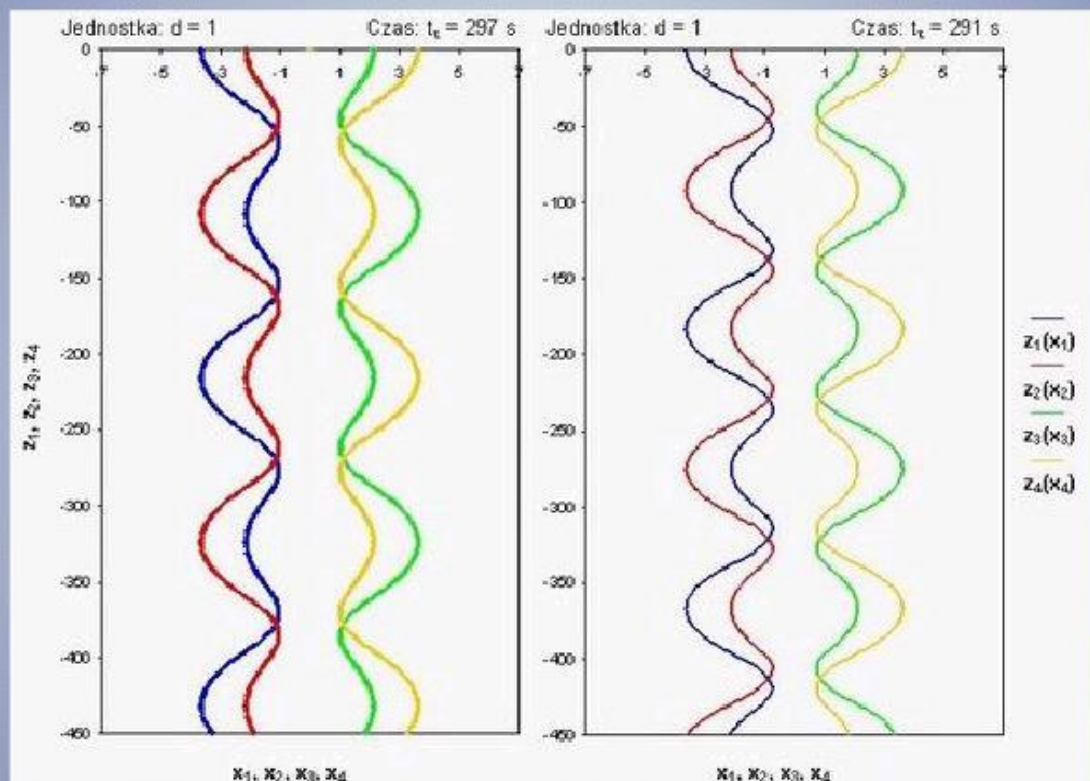
- Temat
- Wstęp
- Stanowisko
- Założenia
- Budowa
- Pomiar
- Przetwarzanie
- Niepewności
- Wyniki
- Materiały
- Pomiary
- Analiza
- Porównanie
- 3 pł. pion.
- 2 pary
- 3 period.
- 3 pole pow.
- Podsumowanie



Porównanie wyników pomiarów i obliczeń numerycznych

Dwie pary cząstek - płaszczyzna pionowa

- Temat
- Wstęp
- Stanowisko
- Założenia
- Budowa
- Pomiar
- Przetwarzanie
- Niepewności
- Wyniki
- Materiały
- Pomiary
- Analiza
- Porównanie
- 3 pł. pion.
- 2 pary
- 3 period.
- 3 pole pow.
- Podsumowanie

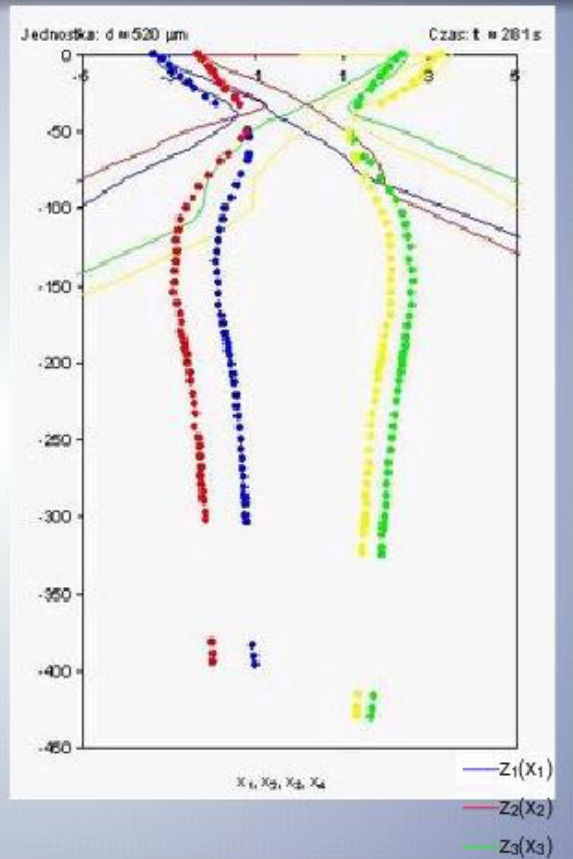
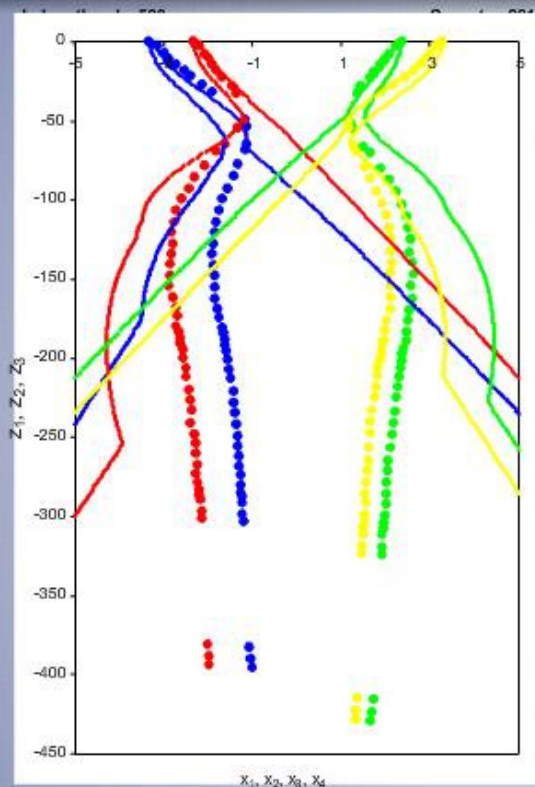


Jednakowe odległości – oddziaływania periodyczne

Porównanie wyników pomiarów i obliczeń numerycznych

Dwie pary cząstek - płaszczyzna pionowa

- Temat
- Wstęp
- Stanowisko
- Założenia
- Budowa
- Pomiar
- Przetwarzanie
- Niepewności
- Wyniki
- Materiały
- Pomiary
- Analiza
- Porównanie
- 3 pł. pion.
- 2 pary**
- 3 period.
- 3 pole pow.
- Podsumowanie

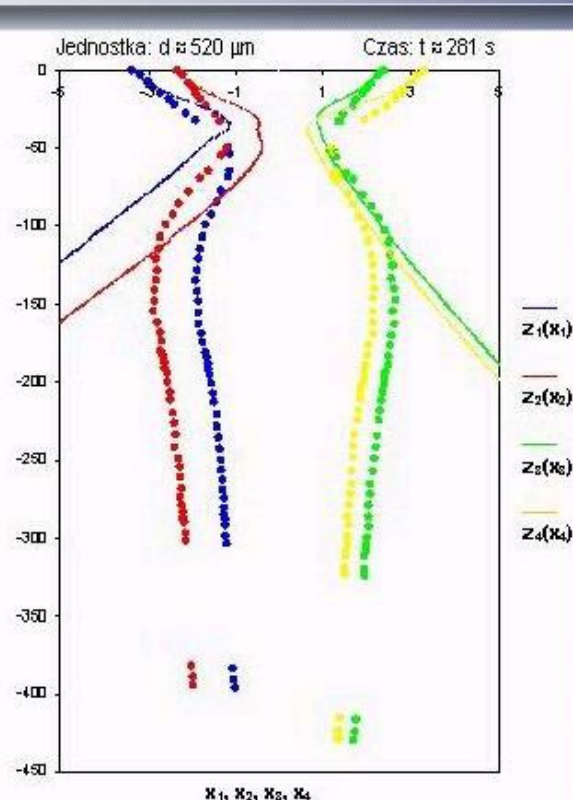
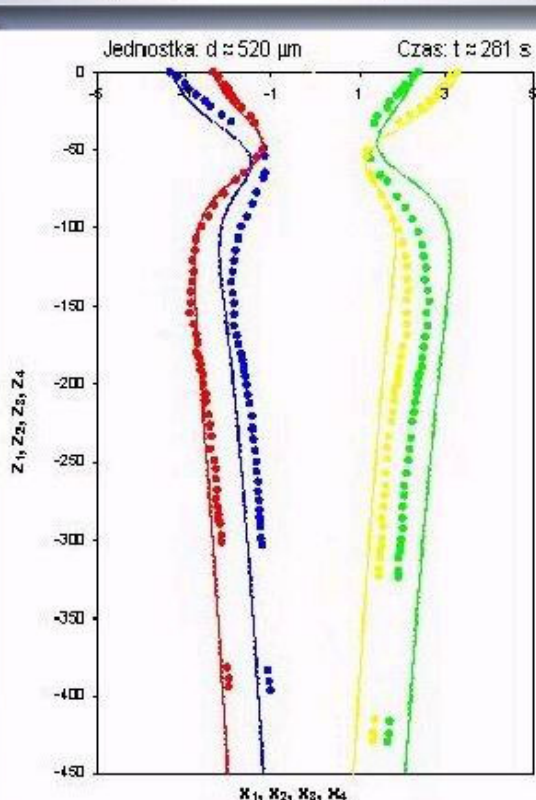


Obwiednie trajektorii

Porównanie wyników pomiarów i obliczeń numerycznych

Dwie pary cząstek - płaszczyzna pionowa

- Temat
- Wstęp
- Stanowisko
- Założenia
- Budowa
- Pomiar
- Przetwarzanie
- Niepewności
- Wyniki
- Materiały
- Pomiary
- Analiza
- Porównanie
- 3 pł. pion.
- 2 pary**
- 3 period.
- 3 pole pow.
- Podsumowanie



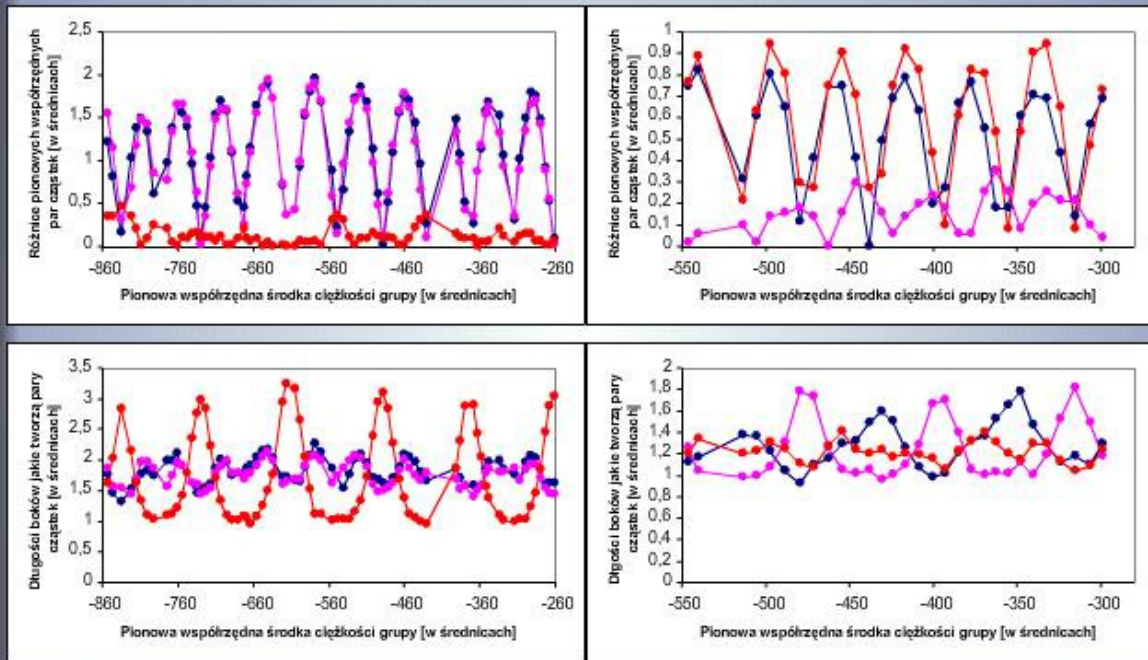
Trajektorie najbardziej zbliżone do eksperymentalnych

Porównanie wyników pomiarów i obliczeń numerycznych

Trzy cząstki - trójkąt równoramienny

- Temat
- Wstęp
- Stanowisko
- Założenia
- Budowa
- Pomiar
- Przetwarzanie
- Niepewności
- Wyniki
- Materiały
- Pomiary
- Analiza
- Porównanie
- 3 pł. pion
- 2 pary
- 3 period.
- 3 pole pow.
- Podsumowanie

Jednostka: $d \approx 585 \mu\text{m}$ Czas: $t \approx 386 \text{ s}$ Jednostka: $d \approx 535 \mu\text{m}$ Czas: $t \approx 137 \text{ s}$



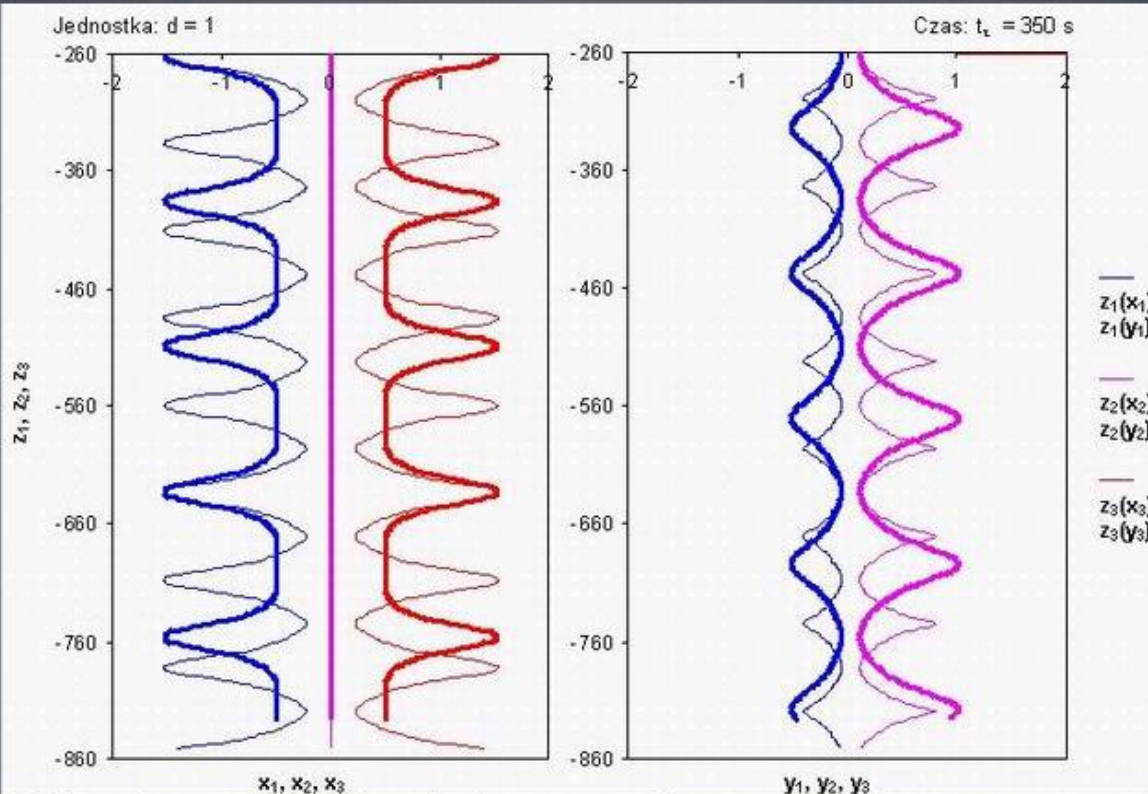
A

B

Porównanie wyników pomiarów i obliczeń numerycznych

Trzy cząstki - trójkąt równoramienny

- Temat
- Wstęp
- Stanowisko
- Założenia
- Budowa
- Pomiar
- Przetwarzanie
- Niepewności
- Wyniki
- Materiały
- Pomiary
- Analiza
- Porównanie
- 3 pł. pion
- 2 pary
- 3 period.
- 3 pole pow.
- Podsumowanie

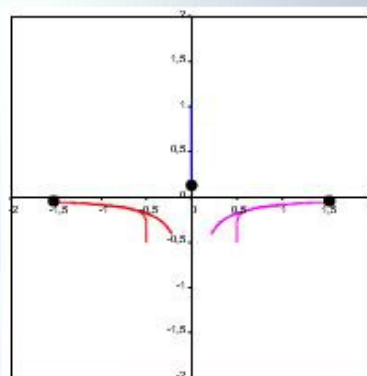
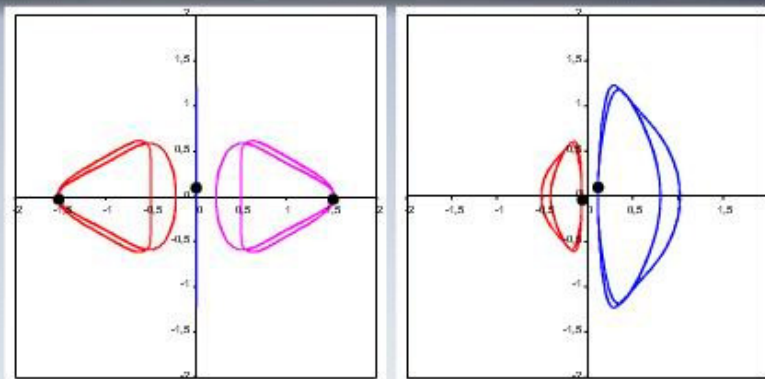


Obliczeniowe trajektorie periodyczne – trójkąt równoramienny na podstawie eksperymentu A

Porównanie wyników pomiarów i obliczeń numerycznych

Trzy cząstki - trójkąt równoramienny

- Temat
 - Wstęp
 - Stanowisko
 - Założenia
 - Budowa
 - Pomiar
 - Przetwarzanie
 - Niepewności
 - Wyniki**
 - Materiały
 - Pomiary
 - Analiza
 - Porównanie
 - 3 pł. pion
 - 2 pary
 - 3 period.
 - 3 pole pow.
 - Podsumowanie
- ◀ ▶

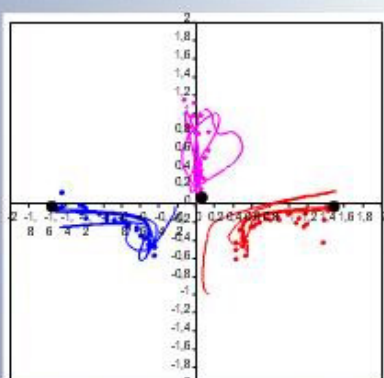
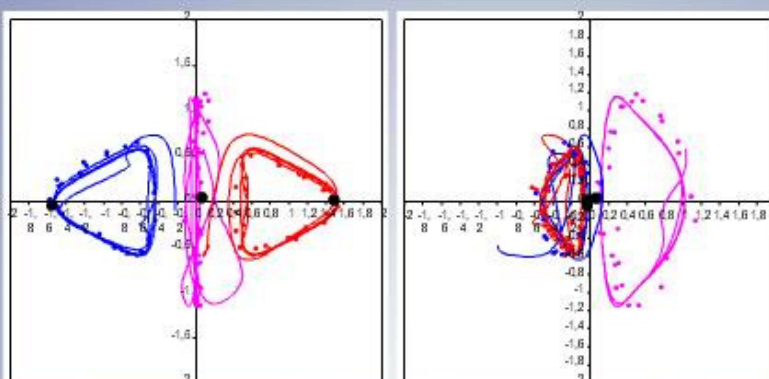


Zamknięte trajektorie periodyczne
wykreślone względem środka masy układu.

Porównanie wyników pomiarów i obliczeń numerycznych

Trzy cząstki - trójkąt równoramienny

- Temat
 - Wstęp
 - Stanowisko
 - Założenia
 - Budowa
 - Pomiar
 - Przetwarzanie
 - Niepewności
 - Wyniki**
 - Materiały
 - Pomiary
 - Analiza
 - Porównanie
 - 3 pł. pion
 - 2 pary
 - 3 period.
 - 3 pole pow.
 - Podsumowanie
- ◀ ▶



A

XZ YZ
XY

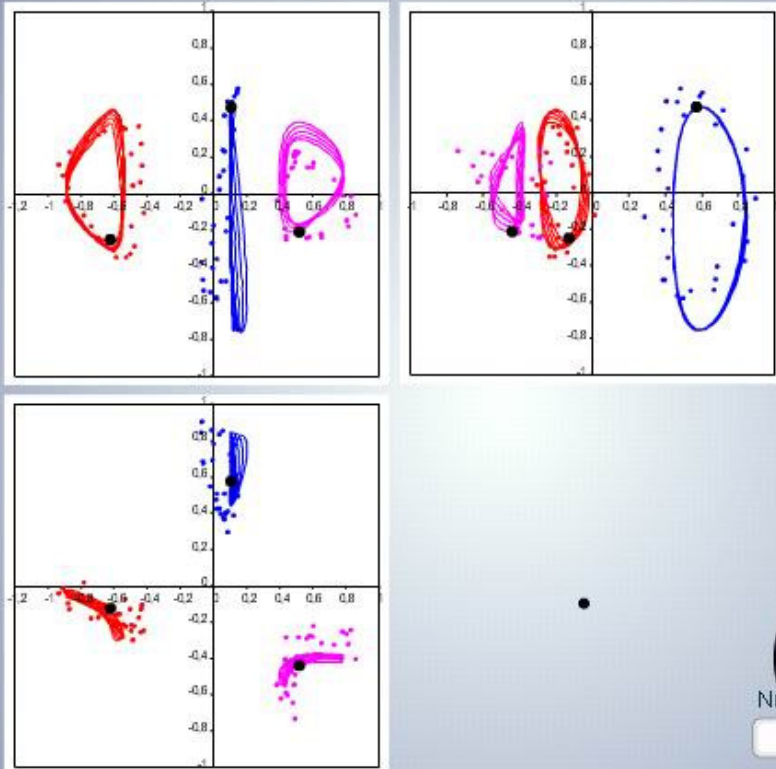
Nr 0 Pow. 50
Start Czas: 267.3s

Wybrano trajektorie najbardziej zbliżone - eksperyment A

Porównanie wyników pomiarów i obliczeń numerycznych

Trzy cząstki - trójkąt równoramienny

- Temat
- Wstęp
- Stanowisko
- Założenia
- Budowa
- Pomiar
- Przetwarzanie
- Niepewności
- Wyniki**
- Materiały
- Pomiary
- Analiza
- Porównanie
- 3 pł. pion
- 2 pary
- 3 period.
- 3 pole pow.
- Podsumowanie



B

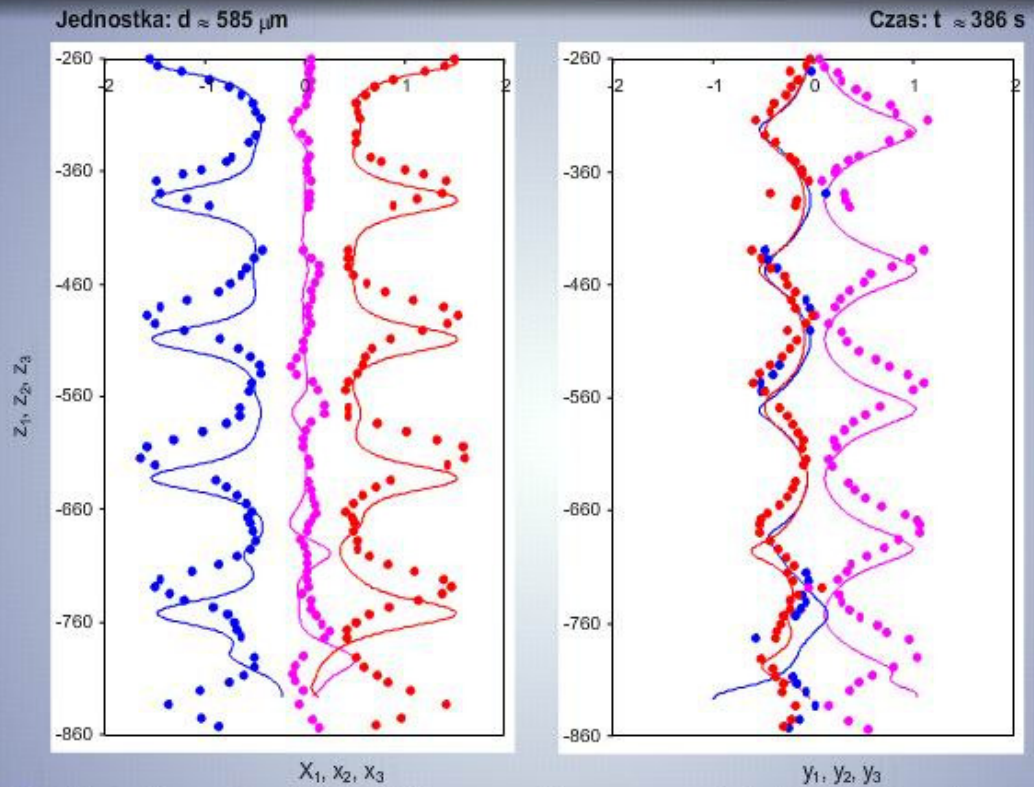
XZ YZ
XY

Wybrano trajektorie najbardziej zbliżone + eksperyment B

Porównanie wyników pomiarów i obliczeń numerycznych

Trzy cząstki - trójkąt równoramienny

- Temat
- Wstęp
- Stanowisko
- Założenia
- Budowa
- Pomiar
- Przetwarzanie
- Niepewności
- Wyniki**
- Materiały
- Pomiary
- Analiza
- Porównanie
- 3 pł. pion
- 2 pary
- 3 period.
- 3 pole pow.
- Podsumowanie



Trajektorie najbardziej zbliżone + eksperyment A
Unoszenie grupy cząstek? A+5% B+11%

Porównanie wyników pomiarów i obliczeń numerycznych

Trzy cząstki

Temat

Wstęp

Stanowisko

Założenia

Budowa

Pomiar

Przetwarzanie

Niepewności

Wyniki

Materiały

Pomiary

Analiza

Porównanie

3 pł. pion

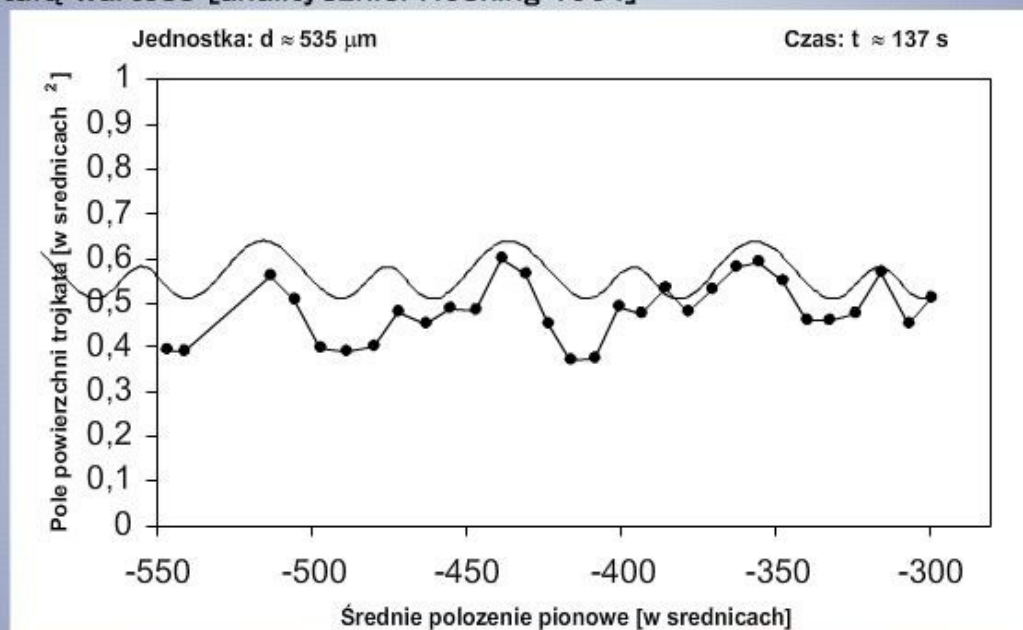
2 pary

3 period.

3 pole pow.

Podsumowanie

Pole powierzchni rzutu trójkąta (wyznaczonego przez położenia cząstek) na płaszczyznę poziomą dla cząstek punktowych ma stałą wartość [analitycznie: Hocking 1964]



Trajektorie najbardziej zbliżone + eksperyment A

Porównanie wyników pomiarów i obliczeń numerycznych

Trzy cząstki

Temat

Wstęp

Stanowisko

Założenia

Budowa

Pomiar

Przetwarzanie

Niepewności

Wyniki

Materiały

Pomiary

Analiza

Porównanie

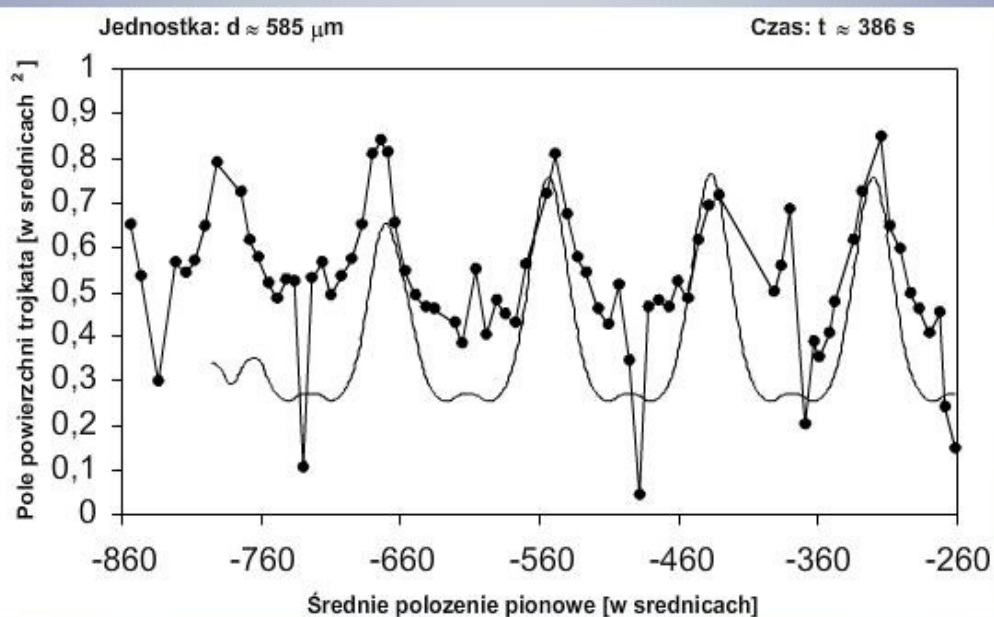
3 pł. pion

2 pary

3 period.

3 pole pow.

Podsumowanie

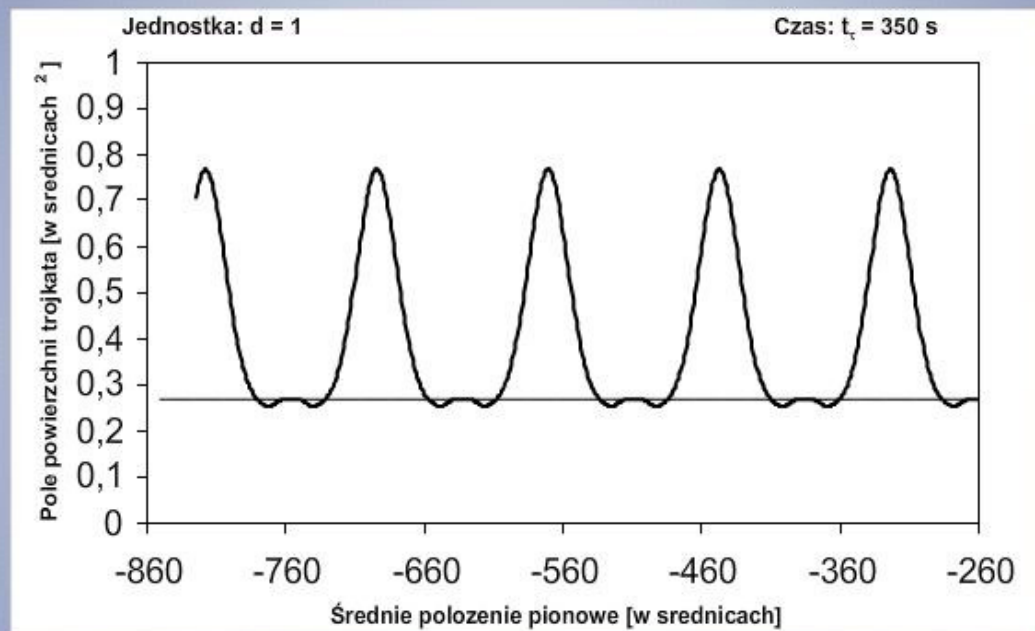


Trajektorie najbardziej zbliżone + eksperyment B

Porównanie wyników pomiarów i obliczeń numerycznych

Trzy cząstki

- Temat
- Wstęp
- Stanowisko
- Założenia
- Budowa
- Pomiar
- Przetwarzanie
- Niepewności
- Wyniki
- Materiały
- Pomiary
- Analiza
- Porównanie
- 3 pł. pion
- 2 pary
- 3 period.
- 3 pole pow.
- Podsumowanie



Trójkąt równoramienny na podstawie eksperymentu A

Podsumowanie i wnioski

- Temat
- Wstęp
- Stanowisko
- Założenia
- Budowa
- Pomiar
- Przetwarzanie
- Niepewności
- Wyniki
- Materiały
- Pomiary
- Analiza
- Porównanie
- 3 pł. pion
- 2 pary
- 3 period.
- 3 pole pow.
- Podsumowanie

- wyniki otrzymane dla przypadków dobrze zbadanych i opisanych w literaturze są z nimi jakościowo zgodne \rightarrow poprawne założenia
- dobra zgodność ilościowa wyników pomiarów z wynikami obliczeń numerycznych, na podstawie teorii oddziaływań hydrodynamicznych dla kul z uwzględnieniem warstwy smarowania (cz. punktowe – jakościowa)
- metoda badawcza pozwala na prowadzenie badań eksperymentalnych nad oddziaływaniami hydrodynamicznymi w małych grupach cząstek opadającymi na długich odcinkach i o długich czasach trwania
- możliwa jest zmiana zakresu pomiarowego (średnicy cząstek, powiększenie kamery, parametry cieczy, wysokości słupa cieczy)
- możliwość dalszej rozbudowy stanowiska pomiarowego (urządzenie spustowe, sterowanie temperaturą powietrza w abinie pomiarowej)
- kontrola czynników mających wpływ na przebieg eksperymentu
- analizy przykładowe – w celu zgromadzenia materiału porównawczego należy wykonać większą liczbę pomiarów i obliczeń numerycznych

Do wiadomości

Temat

Wstęp

Stanowisko

Założenia

Budowa

Pomiar

Przetwarzanie

Niepewności

Wyniki

Materiały

Pomiary

Analiza

Porównanie

3 pł. pion

2 pary

3 period.

3 pole pow.

Podsumowanie

Stanowisko pomiarowe wykonano w ramach współpracy Zakładu Mechaniki i Fizyki Płynów IPPT PAN (kier.: doc. dr hab. T.A. Kowalewski) i Zakładu Aparatury Przemysłowej PW (kier.: prof. dr hab. inż. K. Urbaniec), wykorzystując częściowe finansowanie w ramach grantu KBN nr 5 T07C 035 22 (kier.: dr inż. W. Suchecki).

Pomiary wykonano w laboratorium ZMiFP IPPT PAN pod opieką doc. dr hab. T.A. Kowalewskiego.

Obliczenia numeryczne ruchu grupy cząstek w zakresie Stokesa na podstawie teorii oddziaływań hydrodynamicznych między wieloma kulami z uwzględnieniem warstwy smarowania wykonano z użyciem programu udostępnionego przez autorów metody:

prof. dr hab. B. Cichocki, IFT UW; dr hab. M.L. Ekiel-Jeżewska;
doc. dr hab. E. Wajnryb, IPPT PAN – autor kodów numerycznych.

