

UNIwersYTET KAZIMIERZA WIELKIEGO
BYDGOSZCZ

WYDZIAŁ MATEMATYKI FIZYKI I TECHNIKI
INSTYTUT MECHANIKI ŚRODOWISKA I INFORMATYKI STOSOWANEJ

ROZPRAWA DOKTORSKA

**Modelowanie dynamiki układu
kość-implant. Badania
numeryczne i eksperymentalne**

Doktorant:

mgr inż. Bartosz NOWAK

Promotor:

dr hab. inż. Mariusz KACZMAREK, prof. UKW

wrzesień 2009



Karolinie i Mateuszowi...

Spis treści

Podziękowania	iv
1 Wstęp	1
2 Cel i zakres pracy	3
3 Badania literaturowe	6
4 Budowa, patologia i endoplastyka stawu biodrowego	16
4.1 Układ anatomiczny	16
4.2 Budowa anatomiczna, struktura i właściwości mechaniczne kości udowej	17
4.3 Budowa anatomiczna i biomechanika stawu biodrowego	22
4.4 Zmiany zwyrodnieniowe stawu biodrowego	24
4.5 Endoprotezoplastyka stawu biodrowego	26
5 Model mechaniczny i metoda symulacji dynamiki układu kość-implant	31
5.1 Podstawy modelowania zagadnień mechanicznych w opisie MES .	31
5.2 Teoretyczna analiza modalna	37
5.3 Metoda Lanczosa	39
6 Badania numeryczne układów zastępczych	41
6.1 Opis układów zastępczych	41
6.2 Porównanie symulacji MES z wynikami obliczeń analitycznych . .	43
6.3 Algorytm obliczeniowy	47
6.4 Przykładowe wyniki badań numerycznych dla połączeń zastępczych	50

6.5	Studium parametryczne wpływu wybranych parametrów na dynamikę zastępczych połączeń kości i implantu	55
7	Badania eksperymentalne układów zastępczych	60
7.1	Obiekty badań	60
7.2	Sprzęt i procedura pomiarowa	61
7.3	Przykładowe wyniki badań	67
8	Badania numeryczne układów anatomicznych	72
8.1	Opis układów anatomicznych	72
8.2	Przykładowe wyniki badań numerycznych	77
8.3	Studium parametryczne wpływu wybranych parametrów na dynamikę układu anatomicznego	81
9	Dyskusja wyników badań	85
10	Wnioski	94
	Dodatki	98
A	Wyniki badań numerycznych układów zastępczych	99
A.1	Zagadnienie własne, układ APM, końce swobodne	99
A.2	Zagadnienie własne, układ APM, jednostronne utwierdzenie . . .	104
A.3	Odpowiedź dynamiczna, układ APM, jednostronne utwierdzenie .	107
A.4	Odpowiedź dynamiczna, układ PM, jednostronne utwierdzenie . .	109
A.5	Studium parametryczne wpływu wybranych parametrów na zmianę rozwiązania zagadnienia własnego, układ APM	111
A.6	Studium parametryczne wpływu wybranych parametrów na zmianę rozwiązania zagadnienia własnego, układ PM	113
B	Wyniki badań eksperymentalnych układów zastępczych	115
B.1	Pobudzenie impulsowe, układ APM, końce swobodne	115
B.2	Pobudzenie impulsowe, układ PM, końce swobodne	117
B.3	Pobudzenie harmoniczne, układ APM, jednostronne utwierdzenie	119
B.4	Pobudzenie harmoniczne, układ PM, jednostronne utwierdzenie .	121
C	Wyniki badań numerycznych układu anatomicznego	123
C.1	Zagadnienie własne, układ anatomiczny, końce swobodne	123
C.2	Zagadnienie własne, układ anatomiczny, końce przegubowe	134
C.3	Odpowiedź dynamiczna, układ anatomiczny, końce przegubowe . .	145

C.4 Studium parametryczne wpływu wybranych parametrów na zmianę rozwiązania zagadnienia własnego, układ anatomiczny	147
Bibliografia	149

Podziękowania

Chciałbym serdecznie podziękować Panu dr hab. inż. Mariuszowi Kaczmarkowi, prof. UKW, który poprzez wszechstronne wsparcie naukowe, stworzenie korzystnej atmosfery, osobiste zaangażowanie oraz długie dyskusje sprawował opiekę nad realizacją niniejszej rozprawy doktorskiej.

Dziękuję również Panu dr hab. inż. Jerzemu Najarowi, prof. UKW za sprawowanie opieki naukowej i cenne wskazówki w początkowym etapie realizacji niniejszej pracy.

Szczególne podziękowania kieruję do Pana dra inż. Romana Barczewskiego z Zakładu Wibroakustyki i Bio-Dynamiki Systemów, Wydziału Maszyn Roboczych i Zarządzania Politechniki Poznańskiej za cenne wskazówki i bezinteresowną pomoc w realizacji badań eksperymentalnych.

Dziękuję także Panu mgr inż. Janowi Żołnierczykowi za pomoc i opiekę techniczną podczas realizacji badań eksperymentalnych w Katedrze Mechaniki i Techniki Ciepłej, Wydziału Mechanicznego Uniwersytetu Technologiczno - Przyrodniczego w Bydgoszczy.

Realizacja części teoretyczno-numerycznej pracy była możliwa dzięki uczestnictwie w programie stypendialnym "Marie Curie" na Uniwersytecie Technicznym w Eindhoven, Holandia, oraz High Performance Computing Europe dot. przeprowadzania obliczeń dużej mocy na Uniwersytecie Technicznym w Stuttgarcie, Niemcy.

Dziękuję również mojej rodzinie: Żonie Karolinie, Synowi Mateuszowi oraz Rodzicom za wsparcie i wyrozumiałość, na które zawsze mogłem liczyć.

Alloplastyka stawu biodrowego stała się w ciągu minionych lat szeroko stosowaną metodą leczenia schorzeń i urazów. Dzięki zastosowaniu nowoczesnych materiałów, w tym inteligentnych, komputerowych narzędzi projektowania i rozwojowi technologii wytwarzania, różnego rodzaju implanty spełniają z powodzeniem funkcje zastępcze stawów i kości przez okres kilkunastu lat. Jednakże w wielu przypadkach klinicznych szeroko opisywanych w literaturze medycznej połączenie kość-implant traci swoje pierwotne właściwości na skutek odspajania implantu do kości. W takich sytuacjach zachodzi konieczność wykonania alloplastyki powtórnej zwanej rewizyjną, której forma w znacznym stopniu zależy od przyczyny, która spowodowała utratę spójności.

Monitorowanie stanu połączenia kości i implantu jest jedną z najważniejszych czynności wykonywanych w okresie pooperacyjnym jak i odległych w czasie kontrolach. Ma ono za zadanie określanie stanu zrostu poszczególnych elementów alloplastyki i kości zapewniającego poprawną pracę endoprotezy, która przekłada się bezpośrednio na komfort życia pacjenta. Do najczęściej stosowanych technik monitorowania stanu połączenia należą: prześwietlenia promieniami RTG, radiografie kontrastowe oraz rzadziej scyntygrafie. Pomimo, iż powyższe metody osiągnęły wysoki poziom zaawansowania w praktyce klinicznej, w niektórych sytuacjach bywają nieskuteczne. Dlatego też istnieje potrzeba rozwijania alternatywnych, w stosunku do wymienionych powyżej, narzędzi wykorzystujących przede wszystkim nieinwazyjne techniki badań. Należą do nich metody drganiowe. Z diagnostycznego punktu widzenia ich istotą jest obserwacja zmian wybranych parametrów dynamicznych układu, a następnie kojarzenie ich ze zmianami właściwości połączenia. W diagnostyce medycznej są to jednak narzędzia stosunkowo nowe, niestosowane szeroko w praktyce. Wynika stąd potrzeba ich doskonalenia i rozwijania tak by można było dla nich znaleźć szersze zastosowanie w badaniach klinicznych.

Obok wspomnianej powyżej ograniczonej skuteczności klasycznych technik monitorowania stanu połączenia kość-implant motywacje do rozwijania metody drganiowej wynikają z:

- potrzeby oceny realizowalności tej metody jako narzędzia diagnostycznego

uwzględniając jej czułość i warunki anatomiczne,

- konieczności ustalenia optymalnych warunków diagnostycznych, w tym miejsc unieruchomienia, obciążenia i zbierania danych biorąc pod uwagę specyfikę badanego układu i możliwości techniczne,
- perspektyw rozwoju metody w świetle pojawienia się nowych technik monitorowania takich jak bezprzewodowe układy sensoryczne, które można instalować w implancie.

Opisy procesów degradacji tkanek i wynikające z nich np. zmiany właściwości połączenia kości i implantu wymagają dobrej znajomości materiałów tworzących badany układ, jak i warunków otaczającego ich środowiska. W ten sposób zrealizowane badania mogą dostarczyć nowych, jakościowo dobrych informacji o badanych układach. Jednakże w przypadku połączenia kość-implant możliwość odtworzenia rzeczywistych warunków brzegowych, modeli materiałów, układów obciążeń i interakcji jest istotnie ograniczona. Równocześnie realizowanie badań eksperymentalnych *in vivo* w organizmie ludzkim ze względów bioetycznych pozostaje ograniczone. W związku z powyższym ważną rolę odgrywają badania uproszczone na modelach, symulacje numeryczne, oraz badania eksperymentalne *in vitro*.

Przedmiotem niniejszej pracy są badania dynamiki połączenia kość-implant poprzez symulacje numeryczne i testy eksperymentalne. Cel pracy stanowi ocena przydatności zastosowania metod drganiowych w procesie diagnozowania stanu połączenia kości i implantu na podstawie symulacji numerycznych i badań eksperymentalnych. Omówiony poniżej zakres tej pracy wynika zarówno z możliwości zastosowanych narzędzi teoretycznych i eksperymentalnych jak też aktualnego stanu problemu.

Obiektami badań są układy zastępcze oraz tzw. układ anatomiczny połączenia kość-implant. Zastępcze układy połączenia utworzone są z elementów tulejowo-prętowych i wykonane z dostępnych na rynku materiałów. Główne cechy połączenia takie jak wymiary, stałe sprężyste materiałów i ich gęstości zbliżone są do wartości, które występują w rzeczywistej kości udowej zaopatrzonej w implant. Rozważano dwa zasadniczo różne warianty mocowania, biorąc pod uwagę warunki brzegowe. Pierwszy posiadający swobodne warunki brzegowe (free-free boundary conditions) oraz drugi o warunkach brzegowych belki wspornikowej. Układy zastępcze i odpowiadające im modele numeryczne ze względu na prostą geometrię i założenia w zakresie modeli materiałów oraz warunków brzegowych mogą stanowić jedynie zgrubne przybliżenie zaimplantowanej kości. Niezależnie od układu zastępczego połączenia rozważany był układ anatomiczny połączenia kości udowej i implantu, którego geometria odpowiadała rzeczywistej geometrii zaimplantowanej kości udowej. W tym przypadku przeanalizowano modele o warunkach brzegowych swobodnych oraz przegubowych. Właściwości materiałowe układu anatomicznego dobrane zostały na podstawie analizy danych literaturowych i uzupełnione ultradźwiękowymi badaniami własnymi. W każdym z układów wygenerowany został szereg uszkodzeń w ramach zaproponowanego modelu odspajania. W badaniach numerycznych modelowanie osłabiania spójności przeprowadzone zostało na drodze zmiany parametrów kontaktu. W obiektach badanych eksperymentalnie uszkodzenie było reprezentowane za pomocą ubytku warstwy łączącej. Zastosowanie uproszczonego modelu degradacji spójności, który nie wprowadzał do układów nieliniowości opisanego skalarnym parametrem D , wyrażającym wielkość utraty spójności połączenia umożliwiło generowanie

uszkodzeń w układach i modelach w sposób kontrolowany i powtarzalny.

W badaniach numerycznych zastosowano kontynuualne liniowo-sprężyste modele materiałów, co zwłaszcza w odniesieniu do tkanki kostnej, stanowiło znaczne uproszczenie. Założona liniowość modeli numerycznych i układów eksperymentalnych zapewniła jednak możliwość zastosowania jako narzędzia badawczego analizy modalnej. Wykorzystano środowisko obliczeniowe Abaqus/CAE 6.7, a w szczególności preprocesor w zakresie: tworzenia geometrii modeli, generacji siatek elementów skończonych oraz postprocesor do wizualizacji wyników. W obliczeniach użyto metodę elementów skończonych (MES), w tym procedurę Lanczosa do rozwiązania zagadnienia własnego oraz teoretyczną analizę modalną. W badaniach numerycznych przyjęto zerowe tłumienie.

Eksperymentalne badania układów zastępczych połączenia zrealizowane zostały przy wykorzystaniu tzw. ekperymentalnej analizy modalnej. Wykorzystano techniki drganiowe do pobudzenia układów, w tym o charakterze impulsowym i harmonicznym. Do analizy sygnałów zarejestrowanych w postaci przebiegów amplitudowo-czasowych zastosowano szybką transformatę Fouriera (FFT) zrealizowaną w pakiecie obliczeniowym Matlab 7.4.

W badaniach numerycznych jak i ekperymentalnych obserwacji podlegały przede wszystkim zmiany częstotliwości drgań własnych lub rezonansowych zawartych w widmie, a także postaci drgań uzyskane na podstawie teoretycznej analizy modalnej. Oceniano podatność diagnostyczną metody badawczej na wykrywanie niespójności połączenia i porównano wyniki badań numerycznych z ekperymentalnymi. Przeanalizowano również wrażliwość zaproponowanych metod na zmiany wywołane odchyleniami niektórych parametrów modeli, które mogłyby być skojarzone z różnicami osobniczymi czy patologicznymi zmianami właściwości mechanicznych kości.

W pierwszych dwóch rozdziałach pracy przedstawiono wstęp, motywację podjęcia badań oraz zakres pracy. Trzeci rozdział pracy dotyczy przeglądu literatury w zakresie wykorzystywania standardowych metod oraz technik drganiowych w procesie diagnozowania połączenia kości i implantu. W czwartym rozdziale omówiono własności połączenia kość-implant w odniesieniu do stawu biodrowego oraz omówiono właściwości i strukturę poszczególnych elementów (materiałów) tworzących połączenie, tzn. kość, cement kostny i implant. W piątym rozdziale przedstawiono metodę elementów skończonych w zastosowaniu do modelowania zjawisk dynamicznych, ze szczególnym uwzględnieniem teoretycznej analizy modalnej. Rozdział szósty rozpoczyna część pracy poświęconą badaniom własnym. W tym rozdziale zaprezentowano badania numeryczne zastępczych połączeń z wykorzystaniem środowiska obliczeniowego Abaqus 6.7. Rozdział siódmy dotyczy badań ekperymentalnych zastępczego połączenia z wykorzystaniem impulsowe-

go i harmonicznego pobudzenia układu do drgań. W rozdziale ósmym zawarto wyniki badań numerycznych połączenia anatomicznego kość-implant. W rozdziale dziewiątym przedstawiono dyskusję dotyczącą wyników badań numerycznych i eksperymentalnych. Rozdział dziesiąty zawiera wnioski z przeprowadzonych badań. W dodatku, który składa się z trzech części zamieszczono wyniki: symulacji numerycznych dla układów zastępczych (A), rezultaty badań eksperymentalnych dla modeli zastępczych (B) oraz wyniki symulacji numerycznych dla układu anatomicznego (C).

W rozdziale omówiono na bazie dostępnej literatury metody wykorzystywane do wykrywania niespójności połączenia kości i implantu. Szczególną uwagę zwrócono na wykorzystanie techniki drganiowej.

Do najważniejszych zagadnień związanych z trwałością (przeżywalnością) zabiegów endoprotezoplastycznych, w tym alloplastyki stawu biodrowego, zaliczyć można określanie stanu osteointegracji lub ogólnie stanu połączenia kości i implantu. Wg bogatej literatury medycznej z tego zakresu trwałość poszczególnych komponentów alloplastyki w odniesieniu do np. stawu biodrowego jest zróżnicowana w zależności od pełnionej funkcji (trzpienie, panewki), sposobu mocowania (techniki cementowe, bezcementowe, zrostowe) i indywidualnych czynników klinicznych. Wynosi ona przeciętnie od kilku do kilkunastu lat, [2, 3, 75, 8, 47]. Po okresie prawidłowego funkcjonowania wszczepów zachodzi z różnych przyczyn, opisywanych między innymi w piśmiennictwie [71, 28], ponowna potrzeba ich wymiany. Ten zabieg nazywa się w literaturze medycznej alloplastyką rewizyjną.

W diagnostyce układu kostnego, w tym także połączenia kości i implantu, wykorzystuje się różnego rodzaju prześwietlania promieniami rentgenowskimi (RTG). Szacuje się, że w społeczeństwach wysoko rozwiniętych dostęp do tego rodzaju diagnostyki posiada ponad połowa społeczeństwa, [48]. Płaskie prześwietlania RTG wykorzystują technikę obrazowania, która polega na emitowaniu przechodzących przez tkankę fal elektromagnetycznych o długości od 10 pm do 10 nm i zapisywaniu obrazu na nośniku analogowym lub cyfrowym, [23]. Dzięki właściwościom absorpcyjnym tkanek organizmu ludzkiego uzyskuje się obraz o różnych odcieniach szarości, w zależności od gęstości struktury przez które przeniknęło promieniowanie. Odmianą metody płaskich naświetlań jest tomografia komputerowa, której istotą jest odwzorowanie narządów wewnętrznych za pomocą zdjęć wykonanych w kilku lub kilkunastu następujących po sobie przekrojach. Pozwala to na dokładniejsze zlokalizowanie zmian w tkankach. Technika ta często bywa wzmacniana poprzez podanie środka kontrastowego, co zdecydowanie podnosi jej użyteczność w diagnostyce połączeń kości i implantów, [31]. Efektywność obrazowania przy wykorzystaniu promieniowania RTG zostaje zmniejszona

poprzez: efekty związane z utwardzeniem wiązki promieniowania (beam hardening), całkowitym pochłanianiem fotonów (photon starving), artefakty liniowe (streak artefacts) oraz zniekształcenia obrazu badanych narządów związane z jego rekonstrukcją, [121]. Dodatkowo skuteczność tych metod pozostaje niewielka w przypadku analizowania tkanek miękkich o małych różnicach współczynników absorpcji. Istotnym czynnikiem w badaniach radiologicznych jest szkodliwość promieniowania rentgenowskiego przejawiająca się poprzez występowanie oparzeń lub chorób popromiennych w przypadku przekroczenia zalecanych dawek lub naswietleń o zbyt dużych mocach.

Znacznie nowszym, nieinwazyjnym i skuteczniejszym narzędziem oceny stanu narządów wewnętrznych organizmu, kośćca, a także tkanek miękkich i zmian osteointegracyjnych jest obrazowanie rezonansem magnetycznym, [91]. Opiera się ono na zjawisku jądrowego rezonansu magnetycznego dla jąder atomów wodoru zawartych w cząsteczkach wody, która znajduje się we wszystkich miękkich tkankach ludzkich, jednak w różnych proporcjach w stosunku do innych związków chemicznych. Powoduje to dające się zarejestrować zmiany sygnału emisji rezonansowej pochodzących z atomów wodoru obecnych w cząsteczkach wody, zawartych w tych tkankach. W istocie obrazowanie rezonansem magnetycznym jest tomografią z zastosowaniem spektroskopii rezonansu magnetycznego. Choć istnieje wiele prac potwierdzających wyższość tej metody obrazowania nad prześwietleniami z wykorzystaniem promieniowania rentgenowskiego to posiada ona kilka poważnych ograniczeń, zwłaszcza w diagnozowaniu połączeń kości i implantów. W tej metodzie zakłócenia obrazu wynikają z: niejednorodności pola magnetycznego, zakłóceń zewnętrznych, oddziaływania promieniowania magnetycznego z materiałami wszczepów oraz tkankami miękkimi, a także biologicznych czynników organizmów (oddech, przepływ krwi, tętnienie naczyń). Zastosowanie tej metody w przypadkach wszczepów metalowych, przy braku informacji o składzie chemicznym stopu lub oddziaływaniach z polem magnetycznym może doprowadzić do uszkodzeń tkanek znajdujących się w silnym polu magnetycznym. Z kolei wzrost temperatury tkanek i biowszczepów może być przyczyną reakcji zapalnej, [121].

Kolejną metodą stosowaną w obrazowaniu medycznym jest scyntygrafia. Należy ona do grupy diagnostyki medycyny nuklearnej. Jej istotą jest wprowadzenie do wnętrza organizmu farmaceutyków znakowanych radioaktywnymi izotopami, cyfrowej rejestracji ich rozpadu i graficznym przedstawieniu ich rozmieszczenia. Podstawą tej techniki jest zachowanie się niektórych farmaceutyków w organizmie, które stosowane w śladowych koncentracjach pełnią rolę środka transportowego dla użytego izotopu. Znakowany farmaceutyk wędruje normalnymi fizjologicznymi drogami transportowymi i kumuluje się w narządzie, który ma zostać

zbadany. Radioizotop emituje promieniowanie radioaktywne (najczęściej gamma), które dzięki wysokiej energii przenika z organizmu pacjenta na zewnątrz jego ciała, gdzie zostaje rejestrowane przez gamma-kamerę, która jest połączona z komputerem i rejestruje informacje w postaci cyfrowej. Scyntygrafia umożliwia ocenę morfologiczną i funkcjonalną narządu. Jak podaje się w pracach [31, 8, 22, 29, 15, 32, 68, 119, 117] metoda ta jest skuteczna do oceny połączeń wszczepów, zwłaszcza w zestawieniu z innymi np. prześwietlaniem promieniami rentgenowskimi. Do niewątpliwych wad tej techniki zaliczyć trzeba utrudnienia logistyczne związane z przygotowaniem materiału radioaktywnego.

Powyżej wymienione metody, zaliczane do tradycyjnych w diagnostyce medycznej posiadają znaczne ograniczenia. Wg danych literatury [123, 126, 62] trafność zdiagnozowania odspojenia wybranego elementu alloplastyki stawu biodrowego wg metod opartych na prześwietlaniu promieniami rentgenowskimi mieści się w zakresie 50%-100%. Podobnie przedstawia się sytuacja odnośnie użycia scyntygrafii, w której dodatkowo wprowadza się do organizmu preparat radioaktywny, co nie we wszystkich sytuacjach pozostaje obojętne dla zdrowia pacjenta. Wg najnowszego piśmiennictwa największy potencjał diagnostyczny zdaje się posiadać tomografia z użyciem rezonansu magnetycznego, [90, 77], która jednak w swojej pierwotnej i podstawowej formie nie pozwala na obrazowanie komponentów wykonanych z metali, poza rzadko stosowanym czystym tytanem. W pracy [96] potwierdzono skuteczność tej metody w dwóch przypadkach spośród czterech zbadanych operacyjnie.

Alternatywnie do wyżej wymienionych metod diagnostycznych opartych na obrazowaniu medycznym rozważa się inne techniki. Należą do nich przede wszystkim badania wibroakustyczne, a w tym badania drganiowe oraz ultradźwiękowe. Pierwsze z nich polegają na pomiarach wybranych parametrów drgań układu np. amplitud przemieszczeń, prędkości czy przyspieszeń w dziedzinie czasu. Na podstawie sporządzonych z tych parametrów charakterystyk widmowych można wnioskować o obecności osteoporozy, zawartości składników mineralnych czy stanie połączenia kości i implantu. Drugie z nich opierają się na pomiarach parametrów fal poprzecznych, podłużnych czy powierzchniowych o określonej częstotliwości propagujących się w tkance.

W pracach [66, 87, 85, 86] autorzy podjęli próbę określenia możliwości zastosowania badań wibroakustycznych (drganiowych, ultradźwiękowych) do wykrywania osteoporozy. W badaniach teoretycznych posłużono się analitycznym modelem belki modelującym zachowanie kości długiej. Zostały one uzupełnione badaniami eksperymentalnymi, w których użyto wypreparowanych zwierzęcych kości długich dotkniętych osteoporozą oraz niezmiennych kości stanowiących

grupę kontrolną. Z badań wynika, iż techniki ultradźwiękowe mogą być z powodzeniem stosowane w badaniach kości długich, dla których relacja modułu Younga i gęstości E/ρ związana jest z zaburzeniami metabolicznymi w tkance kostnej, osteointegracją i zmianami w strukturze na skutek procesów adaptacji do zmieniającego się obciążenia (remodeling). Na podstawie zrealizowanych badań drganiowych dowiedziono, iż techniki drganiowe, w których do oceny właściwości tkanki kostnej wykorzystuje się wyłącznie zmiany w widmie nie dostarczają poprawnych i wystarczających informacji o stanie połączenia. Jednak w połączeniu z danymi dotyczącymi gęstości i wymiarów kości mogą stanowić skuteczne narzędzie badawcze opisujące właściwości kości długich. W przeciwieństwie do badań ultradźwiękowych, badania drganiowe mogą dostarczać informacji również o geometrii kości, wielkości przekrojów poprzecznych oraz globalnej sztywności, [37].

W pracy [106] przedstawiono badania wykorzystujące metodę wielokrotnie odbitych fal ultradźwiękowych, w których użyto fal o częstotliwości 100 kHz oraz 500 kHz. Na podstawie zmian prędkości fal oceniono właściwości materiałowe tkanki kostnej związane z gęstością, porowatością oraz mineralizacją, a także grubość warstwy korowej kości. Badania wykonano na modelach kości długich stanowiących rury o zróżnicowanej grubości i różnych stałych sprężystych. Testowane były próbki warstwowe o zróżnicowanej porowatości. Dodatkowo w badaniach użyto zwierzęcych kości długich. Wyniki badań potwierdziły przydatność metody ultradźwiękowej dla modeli kości długich i kości zwierzęcych. Parametry fali o częstotliwości 100 kHz i 500 kHz dobrze opisywały zmiany w strukturze kości gąbczastej leżącej pod warstwą korową oraz zmiany grubości warstwy korowej. W praktyce klinicznej metoda ta może służyć do określania parametrów ilościowych ludzkich kości długich.

Rozważania dotyczące wpływu istotnych parametrów przy wyznaczaniu częstotliwości rezonansowych układu kość-implant w warunkach *in vitro* i *in vivo* przedstawiono w pracach [82, 69]. Wykorzystano w tym przypadku badania wykonane na grupie endoprotez wszczepionych do kości udowych zwierząt (świń gwinejskich). Badania przeprowadzono za pomocą systemu do detekcji odspajania implantów (OsstellTM, Integration Diagnostics AB, Goteborg, Sweden), które uzupełniono o odpowiadające im symulacje numeryczne polegające na rozwiązaniu zagadnienia własnego. W badaniach przeanalizowano rolę warunków brzegowych dla zaimplantowanej kości oraz znaczenie położenia przetwornika rejestrującego sygnał drganiowy. Największy wpływ na wynik badań (częstotliwości rezonansowe układu) miały: sposób zamocowania zaimplantowanej kości, położenie oraz orientacja przetwornika pomiarowego. Wynika z tego, że do monitorowania stanu połączenia kości i implantu niezbędna jest znajomość warunków brzegowych i zapewnienie występowania ich powtarzalności. Niekorzystne po-

łożenie czujnika pomiarowego może zakłócać rejestracje niektórych częstotliwości rezonansowych. Wyniki badań numerycznych nie we wszystkich przypadkach zgadzały się z wynikami badań eksperymentalnych. Wynikało to między innymi z powodu różnic w geometrii, nieznanego rozkładu gęstości i stałych materiałowych oraz niekontrolowanego procesu osteointegracji w układach kość-implant. Podobne badania, przy wykorzystaniu tego samego systemu do detekcji odspajania, wykonano w odniesieniu do implantów dentystycznych, [16]. W tej pracy potwierdzono skuteczność narzędzia diagnostycznego bazującego na pomiarze częstotliwości rezonansowych jedynie do wykrywania późnych etapów odspajania implantów od kości.

Techniki diagnostyczne wykorzystujące metody drganiowe znajdują zastosowanie również w określaniu położenia implantu oraz stabilności podczas wykonywania zabiegów alloplastyki. W pracy [81] posłużono się obserwacją widma układu wyznaczonego na podstawie rejestracji sygnałów drganiowych zmieniających się podczas kolejnych etapów osadzania implantu, przy wbijaniu go do jamy szpikowej. Rosnąca sztywność badanego układu wyrażająca się poprzez zwiększanie częstotliwości rezonansowych układu, aż do maksymalnej, określonej uprzednio na podstawie badań wartości granicznej, dawała informacje o całkowitym osadzeniu implantu w kości. Zastosowanie tej metody wg jej autorów pozwala w wielu przypadkach uniknąć nieprzewidzianych pęknięć kości podczas operacji osadzania implantu w alloplastyce bezcementowej.

Podobną tematykę badań przedstawiono w pracy [58], w której zademonstrowano prototyp urządzenia do określania stabilności osadzenia trzpienia endoprotezy stawu biodrowego podczas operacji alloplastyki. Autorzy podkreślili szczególnie ważne znaczenie jakie ma początkowa stabilność endoprotezy na trwałość zabiegu w procesie eksploatacji. W badaniach tych układ sztuczna kość i implant traktowany był w sposób liniowy tzn. założono, iż w układzie nie pojawiają się kolejne harmoniczne będące efektem nieliniowości. Wykorzystano harmoniczne pobudzenie trzpienia protezy i odbiór sygnału z przetwornika zamontowanego na kości udowej. Układy, w których nie obserwowano mikro-ruchów czyli o cechach stabilnego montażu posiadały wyższe częstotliwości rezonansowe od układów, w których połączenie kości i implantu nie było stabilne.

W pracy [25] podjęto próbę określenia jakości połączenia kości i implantu w alloplastyce bezcementowej na podstawie technik drganiowych. Wykorzystano badania eksperymentalne oraz symulacje numeryczne. Wykazano, iż różnice w dynamice kości i połączenia kości z implantem opisanej za pomocą częstotliwości i postaci drgań narastają w miarę złożoności postaci drgań. Ponadto stwierdzono, że osłabienie połączenia w znacznie większym stopniu zmienia dynamikę implantu niż kości. Analizując zmianę dynamiki układu wraz z narastającym od-

spajaniem implantu od kości zauważono, iż początkowe częstotliwości nie były wrażliwe na detekcje wczesnych stadiów odspajania implantów a jedynie wykazywały zmiany dla zaawansowanych stadiów. W wielu przypadkach zaawansowanych uszkodzeń układy eksperymentalne zachowywały się nieliniowo poprzez ujawnianie kolejnych składowych harmonicznych w widmie. Z badań eksperymentalnych i numerycznych wynikało, iż wyższe częstotliwości i postacie drgań są lepszymi deskryptorami zmiany stanu połączenia kości i implantu.

W pracy [26] przedstawiono badania związane z identyfikacją parametrów dynamicznych (częstotliwości i postaci drgań własnych) sztucznej kości Sawbone. Określono zmiany dynamiki układu kości Sawbone zaopatrzonej w implant w przypadku narastającego odspajania implantu od kości. Dodatkowo praca została uzupełniona badaniami modelowymi, w których użyto układu złożonego z pręta osadzonego w betonowym bloku symulującego zaimplaniowaną kość. W badaniach stwierdzono zgodność dynamiki kości udowej ludzkiej oraz sztucznej kości Sawbone w zakresie częstotliwości i postaci drgań. Stwierdzono zasadność określenia stanu połączenia, a także kolejnych etapów odspajania kości i implantu technikami drganiowymi za pomocą zmian w widmie jednakże z zachowaniem powtarzalności warunków brzegowych. Zwrócono także uwagę na istotny parametr jakim jest położenie miejsca odbioru sygnału diagnostycznego oraz wybór częstotliwości pobudzania układu do drgań. Z badań modelowych wynika, iż zmiany częstotliwości rezonansowych zarejestrowane w rozważanym układzie mogą obrazować już początkowe etapy utraty spójności w połączeniu. W późnych etapach odspajania istotnymi elementami widma stają się kolejne harmoniczne częstotliwości rezonansowe jako konsekwencja nieliniowości pojawiających się w układzie.

Znaczący wkład w rozwój technik drganiowych zawarto w pracy [96]. W badaniach typu eksperymentalnego na wypreparowanych kościach udowych ludzkich, oceniano zmiany sygnału wibroakustycznego zawarte w widmie dla układu składającego się z zaimplantowanej kości z różnymi stopniami odspojenia trzpienia implantu. Kość udową pobudzano w części dalszej w okolicach kłykci sygnałem harmonicznym. Sygnał wyjściowy rejestrowano w okolicach krętarza większego kości. Diagnozowanie uszkodzeń oparto na wykrywaniu kolejnych częstotliwości harmonicznych w widmie. Zastosowanie tej techniki w badaniach klinicznych opisano w pracy [33]. Na podstawie wykonanych dodatkowo badań rentgenowskich oceniono tę technikę jako 20% skuteczniejszą niż prześwietlenia promieniami rentgenowskimi.

W badaniach symulacyjnych diagnostyki połączenia kości i implantu, przy wykorzystaniu narzędzi numerycznych bardzo istotne jest wygenerowanie poprawnego modelu numerycznego, który zawiera informacje zarówno o geometrii jak i o rozkładach stałych sprężystych oraz gęstości. W tym celu w pracy [19] skorzystano

z geometrii wypreparowanej kości udowej przeskanowanej za pomocą tomografii komputerowej CT. Jej geometria została przeniesiona do systemu obliczeń numerycznych. Dokonano także przypisania odpowiednich modeli materiałów do poszczególnych obszarów kości. Obliczone numerycznie częstotliwości własne kości o swobodnych warunkach brzegowych porównano z wynikami analizy modalnej wykonanej dla tej samej kości w celu weryfikacji modelu numerycznego. Układ pobudzano do drgań impulsowo. Błąd względny pomiędzy częstotliwościami własnymi policzonymi numerycznie a rezonansowymi uzyskanymi z eksperymentu modalnego wynosił ok. 4%. W pracy dodatkowo oszacowano tłumienie w kości, które określone współczynnikiem tłumienia wynosiło od 1,6% do 8,8%.

W pracy tego samego zespołu [107] zastosowano eksperymentalną analizę modalną do wyznaczenia częstotliwości rezonansowych wypreparowanej ludzkiej kości udowej. Dokonano również skanowania obrazu tej kości za pomocą tomografii komputerowej CT. Na podstawie tej operacji wygenerowano model numeryczny z uwzględnieniem zmian gęstości i współczynników sprężystych w obszarze kości. Analiza modalna potwierdziła słuszność otrzymanych modeli na podstawie analizy częstotliwości rezonansowych. Autorzy podkreślili, iż niezwykle istotna w przypadku pomiarów parametrów drgań jest masa czujnika. Stosowanie czujników o zwiększonej masie może powodować istotne błędy.

Numeryczno-analityczną próbę wyznaczenia zmian widma układu w rezultacie uszkodzenia w postaci odspajania implantu od kości zamocowanego techniką cementową podjęto w pracy [93]. Wykorzystano modele numeryczne części kości udowej obejmujące nasadę i trzon kości oraz przyjęto hipotetyczne odspojenie implantu w części bliższej, w okolicy krętarzowej modelowane poprzez ubytek warstwy cementu. Na podstawie porównania częstotliwości własnych układu stwierdzono, iż zmiany w widmie zależą przede wszystkim od wielkości uszkodzenia i długości implantu. Ustalono, iż zmiany w odspojeniu mniejsze niż $1/6$ długości trzpienia nie są zauważalne, natomiast odspojenia o długości $1/3$ trzpienia implantu są dobrze uwidocznione w widmie. Autorzy wyróżnili cztery zakresy przedziałów częstotliwości o różnej wrażliwości na detekcję uszkodzeń. Pierwszy znajduje się poniżej 500 Hz i zwany jest martwym. Drugi, leżący w przedziale 500 Hz - 1500 Hz jest przedziałem o małej czułości. Kolejny, trzeci przedział w zakresie 1500 Hz - 2500 Hz posiada średnią czułość. Czwarty leżący powyżej 2500 Hz posiada największą czułość.

W pracy [73] opisano zastosowanie diagnostycznych technik drganiowych do określania stanu zrostu kości długich podczas leczenia złamań. Niezależnie od techniki unieruchomienia kończyny stwierdzono zmiany w rozkładzie częstotliwości rezonansowych wynoszące do 40%. Z medycznego punktu widzenia pozwala to na ocenę stanu osteointegracji kości.

Zastosowanie diagnostyki drganiowej do określania jakości połączenia kości i implantu przedstawiono również w pracy [61]. Wykorzystano w tym przypadku układ, który składał się ze sztucznej oraz wypreparowanej kości wraz z implantem. Układ zamocowany był przegubowo w części głowy protezy i sztywno w okolicy dalszego końca kości długiej. Do pobudzenia układu wykorzystano sygnał harmoniczny sinusoidalny wymuszający drgania w okolicy dalszego końca kości udowej. Do rejestracji sygnału zastosowano czujnik zamocowany w okolicy krętarzowej kości. Pobudzenie układu mieściło się w przedziale 100 Hz - 1200 Hz. Autorzy stwierdzili podobny rozkład częstotliwości drgań rezonansowych dla kości sztucznej oraz wypreparowanej. W przypadku wystąpienia uszkodzenia polegającego na odspojeniu implantu od kości, układ zmieniał swoje właściwości z liniowych na nieliniowe i w widmie pojawiały się kolejne harmoniczne.

Podsumowując przedstawiony zakres piśmiennictwa dotyczący wykorzystania metod drganiowych, zwłaszcza wibroakustycznych w określaniu właściwości kości długich i stanu połączenia kość-implant można zauważyć następujące prawidłowości:

- stosowane w diagnostyce metody rentgenowskie, rezonansu magnetycznego lub scyntygrafii mają ograniczenia, których nie posiadają metody wibroakustyczne - ultradźwiękowe i drganiowe,
- badania ultradźwiękowe, oparte na analizie parametrów fal sprężystych, wykorzystuje się do wyznaczania parametrów materiału kostnego (np. stałych sprężystych, współczynników tłumienia) i ich związku z procesami takimi jak remodelling, osteoporoza, demineralizacja, [66, 87, 85, 86, 106, 37],
- badania drganiowe stosuje się do wyznaczania dynamicznych parametrów kości i układów kość implant (np. częstotliwości drgań własnych, postaci drgań własnych, współczynniki tłumienia) oraz badania odspajania implantu umiejscowionego w kości, [82, 69, 81, 25],

W przypadku wykorzystania metod wibroakustycznych w diagnostyce stanu połączenia kości i implantu, stanowiących zasadniczy wątek niniejszej pracy, ich zastosowanie może być istotne w następujących etapach:

- wszczepianie endoprotezy, [81],
- eksploatacja, tzw. proces normalnego użytkowania endoprotezy, [33],
- wymiana endoprotezy tzw.alloplastyka rewizyjna, [81, 58].

Rozwijanie metod wibroakustycznych dotyczących wyznaczania właściwości kości długich, a także możliwości określania stanu połączenia kości i implantu realizowane jest poprzez:

- badania teoretyczne, np. przy wykorzystaniu modelu belkowego kości długiej, [66],
- symulacje numeryczne mające na celu wyznaczenie parametrów dynamicznych układów na podstawie zadanych informacji o geometrii i właściwościach modeli materiałów użytych do budowy modeli numerycznych, [19, 107],
- badania eksperymentalne polegające na wyznaczeniu parametrów dynamicznych układów, takich jak częstotliwości i postaci drgań rezonansowych oraz współczynniki tłumienia na podstawie eksperymentalnej analizy modalnej, [33, 81, 58].

Zaś z punktu widzenia rodzaju przyjętego modelu układu mechanicznego wyróżnić można dwa zasadnicze podejścia:

- oparte na założeniach o liniowości badanego układu, wykorzystujące analizę zmian wartości częstotliwości widma, [81, 93, 25],
- wykorzystujące nieliniowe cechy układu pojawiające się jako konsekwencja utraty spójności, obserwowane poprzez pojawianie się w widmie kolejnych składowych harmonicznych, [26].

Zarówno w symulacjach numerycznych i badaniach eksperymentalnych związanych z wyznaczaniem dynamicznych parametrów opisujących odspajanie implantu od kości niezwykle istotne jest zagadnienie modelowania odspajania. Adekwatność modelu odspajania rzutuje na skomplikowanie modelu lub realizowalność testu ale może też mieć kluczowe znaczenie dla jakości odwzorowania procesu rzeczywistego. W symulacjach numerycznych stosowaną procedurą jest zmiana (obniżanie) powierzchni kontaktu pomiędzy elementami ulegającymi odspajaniu, [93]. W badaniach eksperymentalnych do modelowania utraty spójności używa się techniki polegającej na obniżeniu modułu sztywności warstwy łączącej kość i implant, [98], częściowym mocowaniu implantu za pomocą warstwy cementu, [41] lub połączeń śrobowych, [60].

Modelowanie odspajania implantu od kości obejmować może różne obszary połączenia, które dotyczą części bliższej i dalszej. Jednak w większości przypadków przyjmuje się, iż odspajanie ewoluuje w kierunku od części bliższej do części dalszej kości. Pomimo faktu, iż w piśmiennictwie naukowym istnieje grupa prac

dotyczących wykrywania odspajania implantu od kości za pomocą technik drganiowych, nie znaleziono wśród niej modelu ilościowego opisu ewolucji stopnia odspajania, a jedynie ocenę jakościową tej ewolucji (wczesne, późne). Podobnie nie znaleziono opisu ewolucji uszkodzenia w kategorii formalizmu kontynualnej mechaniki zniszczenia, [6, 55, 99], i mechaniki pękania, [74, 12], w kontekście badań wibroakustycznych.

Powyższy przegląd wskazuje, że kluczowe znaczenie dla rozwijania metod wibroakustycznych określania stanu połączenia kości i implantu na podstawie technik drganiowych mają: badania numeryczne, w tym wybór modelu numerycznego z uwzględnieniem odpowiednich modeli materiałów, warunków brzegowych i przeprowadzenie obliczeń wymagających komputerów dużej mocy oraz badania eksperymentalne obejmujące wybór warunków badań (in vivo, in situ, in vitro) i obiektów badań (sztuczne, zastępcze, anatomiczne, wypreparowane), jak też warunki do ich realizacji (warunki zamocowania, rodzaj pobudzenia, lokalizacja przetworników pomiarowych).

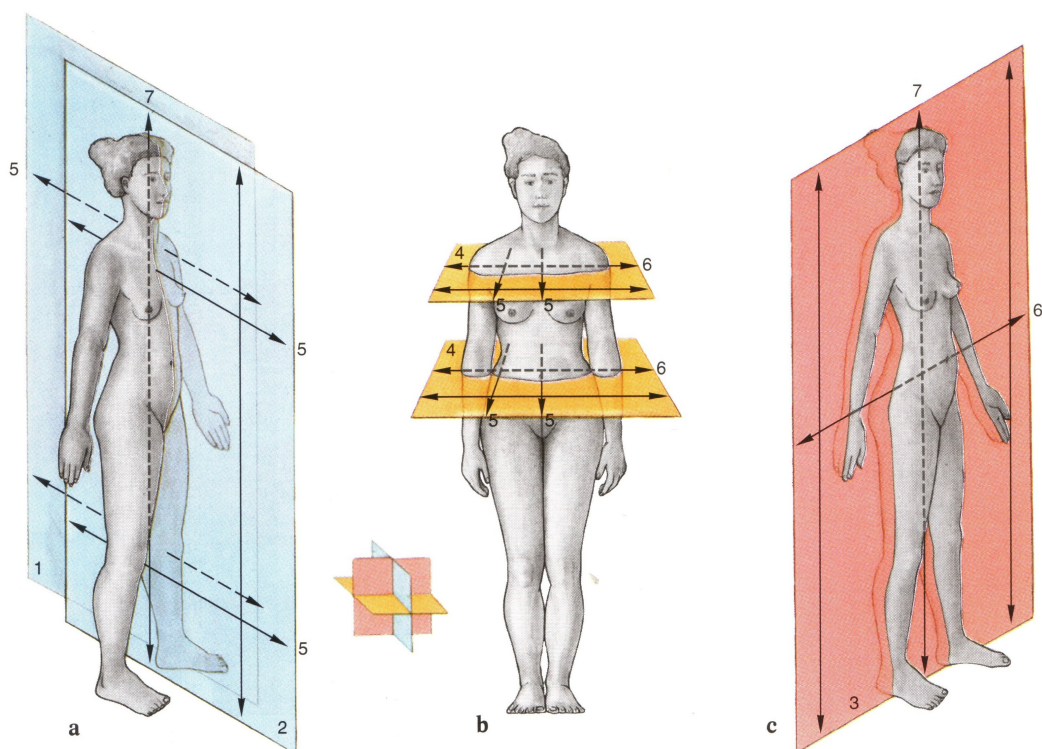
Rozdział 4

Budowa, patologia i endoplastyka stawu biodrowego

4.1 Układ anatomiczny

Szkielet, inaczej kościec lub układ kostny (*skeleton*) to wszystkie kości wchodzące w skład ciała człowieka. U człowieka dorosłego szkielet składa się z 206 kości. Średnia waga szkieletu to około 10 kilogramów u kobiet i około 12 kilogramów u mężczyzn. Podstawowym materiałem budulcowym szkieletu człowieka jest tkanka kostna oraz w mniejszym stopniu tkanka chrzęstna. Ze względu na budowę zewnętrzną - geometrię kości podzielono na kilka grup: kości długie (*ossa longa*) np. kość udowa, ramienna, kości płaskie (*ossa plana*) np. kości czaszki, łopátka, kości krótkie (*ossa brevia*) np. kości nadgarstka, stępu, kości różnokształtne (*ossa multiformia*) np. kręgi.

Dla wprowadzenia nazewnictwa umożliwiającego identyfikację poszczególnych organów organizmu człowieka, w tym kości i ich obszarów zdefiniowane zostały osie, płaszczyzny oraz kierunki szkieletu człowieka odnoszące się do sylwetki wyprostowanej z opuszczonymi rękoma. Wyróżniono trzy grupy wzajemnie prostopadłych osi głównych: podłużne, poprzeczne oraz strzałkowe. Zdefiniowano trzy główne, wzajemnie prostopadłe płaszczyzny: czołową (*frontal*), strzałkową (*sagittal*), oraz poprzeczną (*transversal*). Płaszczyzna strzałkowa dzieli sylwetkę na część prawą i lewą. Płaszczyzna czołowa dzieli sylwetkę na część przednią i tylną. Płaszczyzna poprzeczna natomiast, dokonuje podziału na obszar górny i dolny sylwetki człowieka. Wyróżniono także dla każdej osi dwa przeciwstawne kierunki. Wzdłuż osi podłużnej zdefiniowano: kierunek górny (*superior, cranialis*) oraz kierunek dolny (*inferior, caudalis*). Wzdłuż osi strzałkowej wyróżniono kierunek przedni (*anterior, ventralis*) i tylny (*posterior, dorsalis*). Wzdłuż osi poprzecznej zdefiniowano kierunek prawy (*dexter*) i lewy (*sinister*) oraz kierunek boczny (*lateralis*) i przyśrodkowy (*medialis*). Ponadto w odniesieniu do pojedynczego organu np. kości udowej wyróżnić możemy następujące określenia: *medial* - oznaczające skierowanie do linii środkowej, *lateral* - oznaczające skierowanie od linii środkowej, *proximal* - oznaczające skierowanie w kierunku pozostałej części ciała,



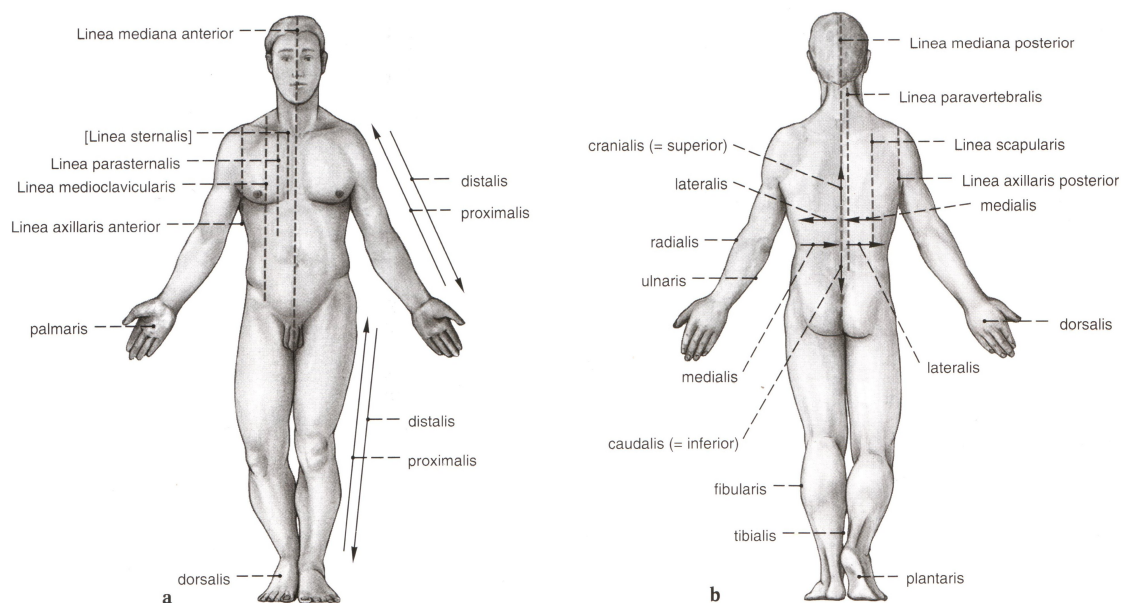
Rysunek 4.1: Widok osi i płaszczyzn sylwetki człowieka; a) płaszczyzna strzałkowa, osie podłużne i strzałkowe, b) płaszczyzna poprzeczna, osie poprzeczne i strzałkowe, c) płaszczyzna czołowa, osie podłużne i poprzeczne, [64]

distal- oznaczające skierowanie w kierunku przeciwnym do reszty ciała, *superficial* - oznaczające położenie w zewnętrznych warstwach oraz *profundus* oznaczające położenie w głębokich strukturach. Na rys. 4.1 i rys. 4.2 przedstawiono płaszczyzny, osie i linie określające kierunki i położenie w obrębie ciała ludzkiego.

4.2 Budowa anatomiczna, struktura i właściwości mechaniczne kości udowej

Kość udowa (femur), rys. 4.3, jest to najdłuższa kość szkieletu człowieka. Zaliczana jest do grupy kości długich. Jej obszar podzielić możemy na trzy zasadnicze części. Pierwszą z nich stanowi część bliższa kości (proximal extremity), która obejmuje kulistą głowę (caput femoris) skierowaną skośnie ku górze, szyjkę

4.2. Budowa anatomiczna, struktura i właściwości mechaniczne kości udowej



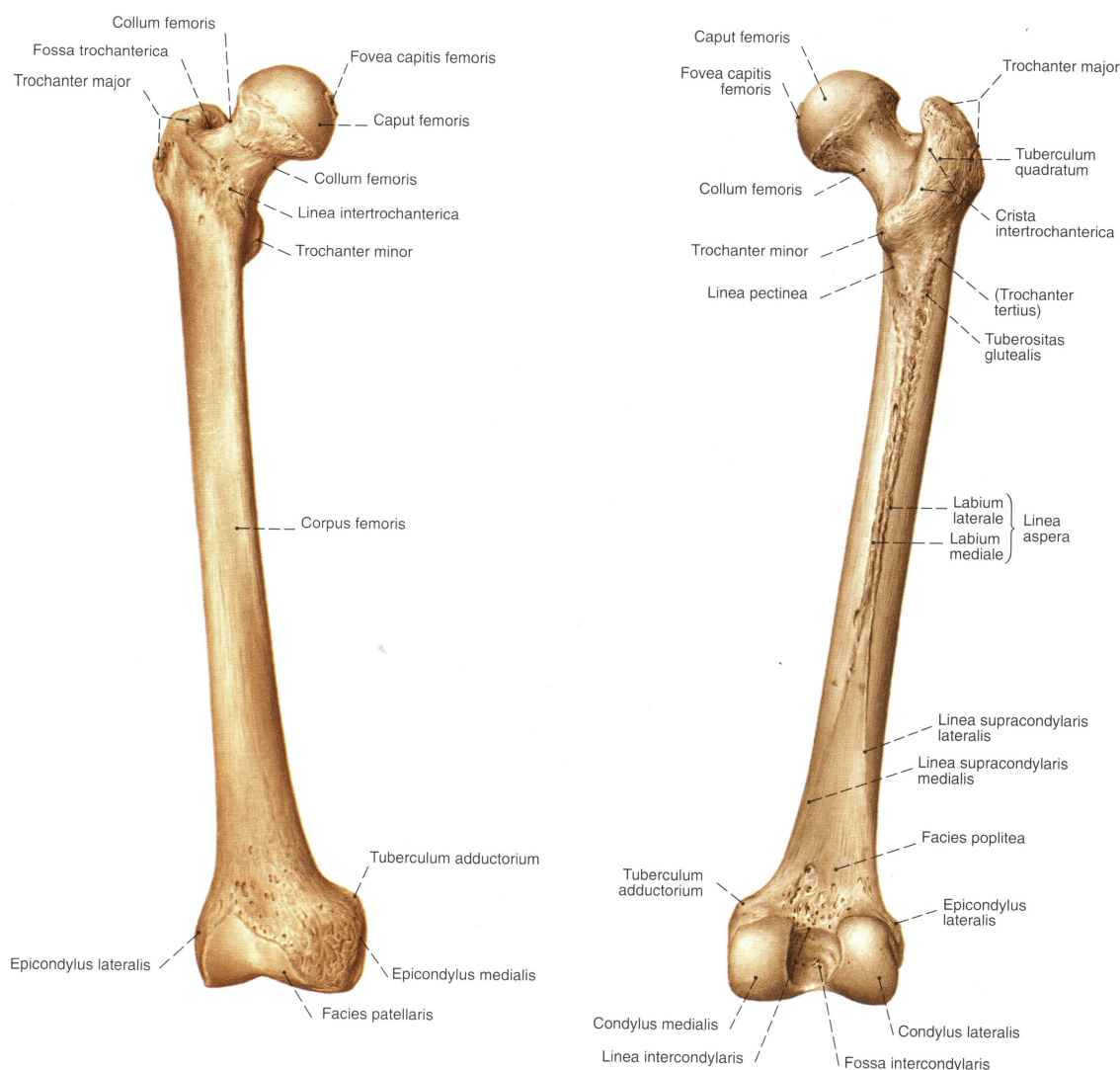
Rysunek 4.2: Kierunki i połączenie w obrębie ciała; a) widok od strony brzusznej (*anterior*), b) widok od strony grzbietowej (*posterior*), [65]

(collum femoris) mającą kształt spłaszczonego walca, krętarz mniejszy (*trochaeante minor*) i większy (*trochaeante major*) wspólnie posiadające cechy półkolistych wyrostków oraz część trzonu zbliżona kształtem do walca. W części przyśrodkowej wyróżnić możemy trzon kości (*corpus femoris*). W początkowej części jest on kształtem zbliżony do walca w końcowej zaś spłaszcza się. Wzdłuż trzonu przebiega charakterystyczna kresa chropawa (*linea aspera*), na której rozróżniamy wargę przyśrodkową i boczną. Stykają się one w części środkowej trzonu a rozchodzą ku tyłowi i górze. Część dalsza (*distal extremity*) obejmuje końcowy odcinek trzonu oraz kłykiec przyśrodkowy (*medial condyle*) i boczny (*lateral condyle*). Kłykiec mają powierzchnię stawową i łączą się z kością piszczelową.

Pomiędzy poszczególnymi obszarami kości udowej wyróżnić możemy dwa zasadnicze kąty. Pierwszy z nich stanowi kąt nachylenia szyjki głowy kości i zwany jest także szyjkowym, rys.4.4. Utworzony jest przez oś trzonu kości oraz oś szyjki głowy kości. Drugi z kątów zwany jest kątem antewersji lub przodoskręcenia, rys. 4.5. Tworzy go oś szyjki główki kości oraz oś transkodylarna kolana wyznaczona przez powierzchnię kłykci.

Średnia wartość kąta nachylenia szyjki wynosi ok. 126° . W przypadku wystąpienia zmian patologicznych wartość kąta może się zmieniać i wynosi powyżej 135° dla biodra koślawego (*coxa valga*) oraz poniżej 120° dla biodra szpotawego (*coxa vara*). Wartość kąta antewersji u osoby dorosłej jest ok. $8^\circ - 14^\circ$, podczas

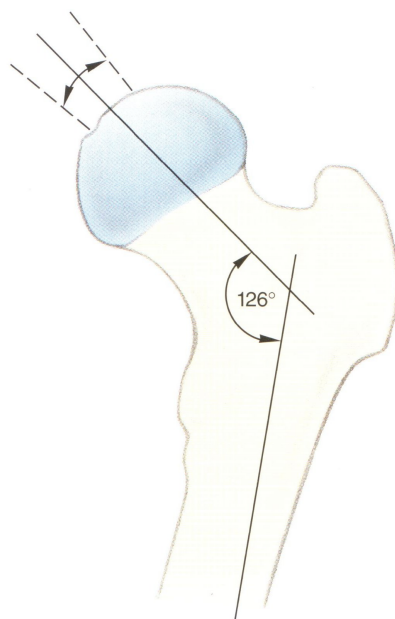
4.2. Budowa anatomiczna, struktura i właściwości mechaniczne kości udowej



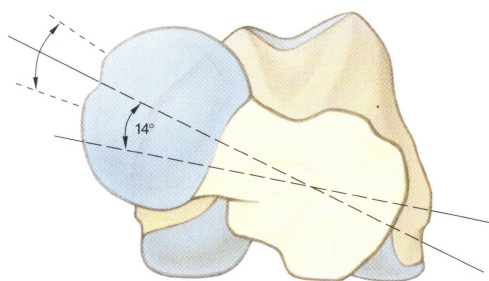
Rysunek 4.3: Kość udowa (*femur*), [65]

gdy u noworodków i niemowląt ok. 30° - 40° . Wymiary kości udowej podlegają odchyleniom. Czynniki, które wpływają na zmianę wymiarów kości oraz zależności geometrycznych są: płeć, wiek, zmiany chorobowe, rasa, [27].

W tkance kostnej wyróżnia się jej dwa zasadnicze typy, biorąc pod uwagę kryterium histologiczne. Po pierwsze jest to tkanka pierwotna czyli niedojrzała kość o budowie grubowłóknistej. Po drugie wyróżniamy tkankę dojrzałą czyli kość o strukturze blaszkowatej, która w procesie przebudowy zastępuje kość pierwotną. Stosując inne kryterium podziału (ilość tkanki kostnej w stosunku do ilości obecnego w niej szpiku) wyróżnić możemy kość gąbczastą oraz kość zbitą.



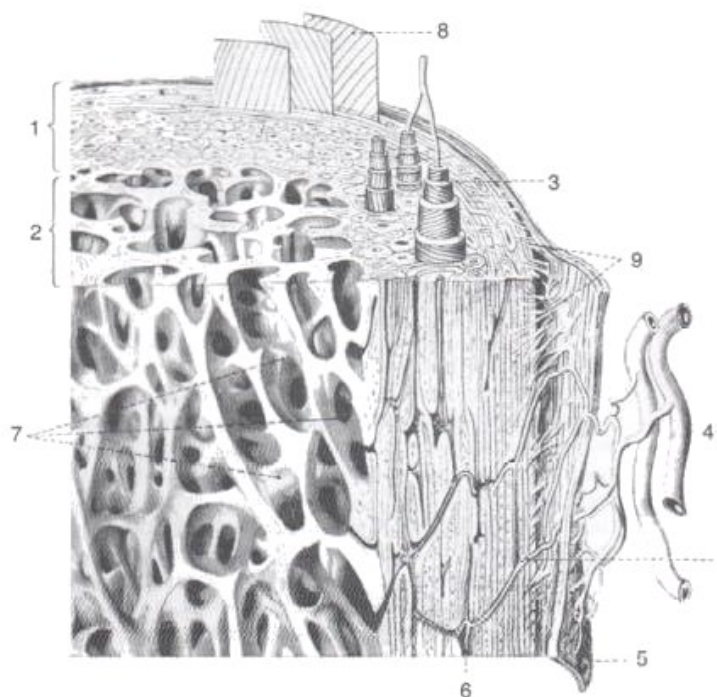
Rysunek 4.4: Kąt szyjki kości udowej, [65]



Rysunek 4.5: Kąt przodoskręcenia, [65]

Tkanka kostna zbita tworzy warstwę zewnętrzną kości czyli korę. W normalnych warunkach zbudowane są z niej trzony kości długich (udowa, piszczelowa, ramienna) oraz powierzchnie niektórych innych kości np. czaszki. Ponadto występuje w innych kościach w obszarach bardziej wyężonych z punktu widzenia naprężeń mechanicznych. Podczas obserwacji makroskopowej tzn. bez użycia dodatkowych narzędzi kość zbita nie ujawnia swojej struktury. Analiza mikroskopowa pokazuje, iż tkanka ta zawiera liczne kanały i szczeliny wewnętrzne. Służą one do transportu substancji odżywczych i umiejscowienia tkanek nerwowych.

4.2. Budowa anatomiczna, struktura i właściwości mechaniczne kości udowej



Rysunek 4.6: Schemat budowy kości; 1-kość zbita (*substantia compacta*), 2-kość gąbczasta (*substantia spongiosa*), 3-osteon, 4-naczynie krwionośne, 5-periosteum, 6-kanał centralny (kanał Haversa), 7-rozszerzony kanał Haversa w części gąbczastej, 8-blaszka kostna zewnętrzna, 9-włókna Sharpeya (*fibrae perforantes*), 10-naczynie wchodzące do okostnej przez kanał Volkmanna, [100]

Podstawową jednostką organizacyjną w kości zbitej jest osteon. Zbudowany jest on z centralnie ułożonego kanału Haversa, który służy do transportu substancji odżywczych do kanałów Volkmanna, otoczonego serią koncentrycznych blaszek kostnych. Między nimi znajdują się jamki kostne, które połączone są ze sobą kanalikami kostnymi. Pomędzy poszczególnymi osteonami znajdują się międzysystemowe blaszki kostne. Struktura tkanki kostnej została przedstawiona na rys. 4.6.

Kość gąbczasta zwana również beleczkową różni się od kości zbitej. Jej struktura widoczna jest gołym okiem i tworzy system przestrzennego układu prętowego w postaci beleczek kostnych. Beleczki łączą się ze sobą tworząc system jamek szpikowych, w których znajduje się tkanka siateczkowa. Układ przestrzennych beleczek zapewnia prawidłową sztywność i odporność na działanie sił odkształcających, rys. 4.7.

Kość w rozumieniu tkanki kostnej jest skomplikowanym i wielofunkcyjnym



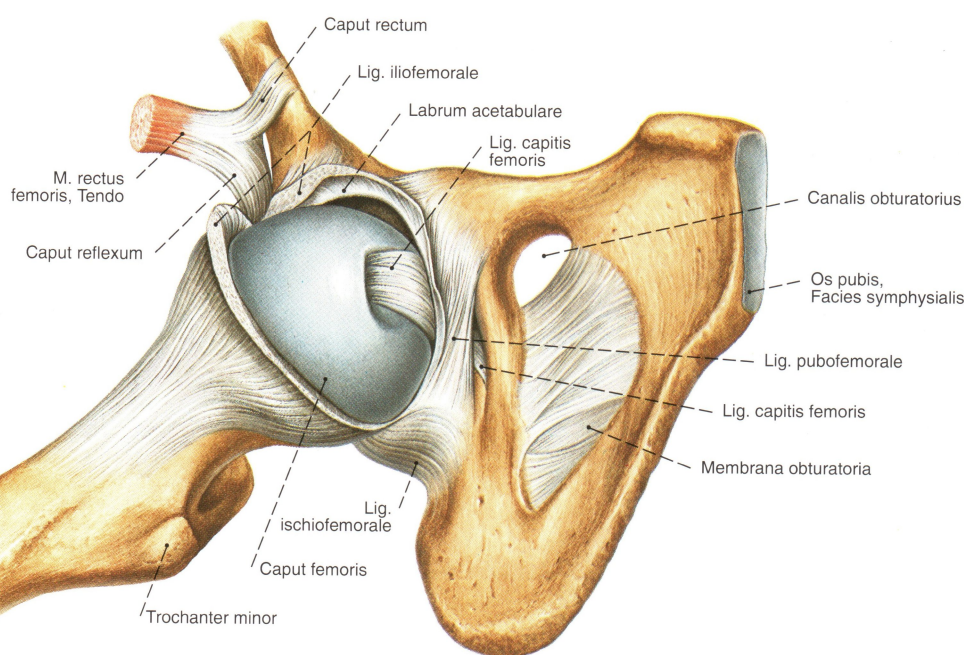
Rysunek 4.7: Kość udowa, koniec bliższy, wyróżniona istota gąbczasta i korowa, [100]

materiałem, [10, 9, 43, 46, 20]. Z mechanicznego punktu widzenia stanowi w ogólności materiał nieliniowy, lepkosprężysty, wykazujący właściwości anizotropowe lub w niektórych obszarach np. trzon kości udowej ortotropowe. Wynika to z wielopoziomowej, hierarchicznej budowy tkanki kostnej, a także interakcji przestrzeni porowej kości z płynami ustrojowymi. Wielofunkcyjność materiału kostnego przejawia się poprzez: zdolności tej tkanki do przenoszenia obciążeń (realizacja funkcji podporowej), budowę wewnętrzną umożliwiającą transport płynów wewnątrz-ustrojowych (realizacja funkcji transportowych) [109, 94, 95], możliwości przebudowy struktury stosownie do obciążenia zewnętrznego wykorzystujące zjawiska biochemiczne i piezoelektryczne (funkcja remodellingu), [21].

4.3 Budowa anatomiczna i biomechanika stawu biodrowego

Staw biodrowy, rys. 4.8, jest jednym z największych stawów organizmu człowieka. Ten wieloosiowy staw jest stawem kulistym. Główkę stawową tworzy

4.3. Budowa anatomiczna i biomechanika stawu biodrowego



Rysunek 4.8: Staw biodrowy (*articulatio coxae*), po otwarciu torebki stawowej i częściowym wyłuszczeniu głowy kości udowej, [100]

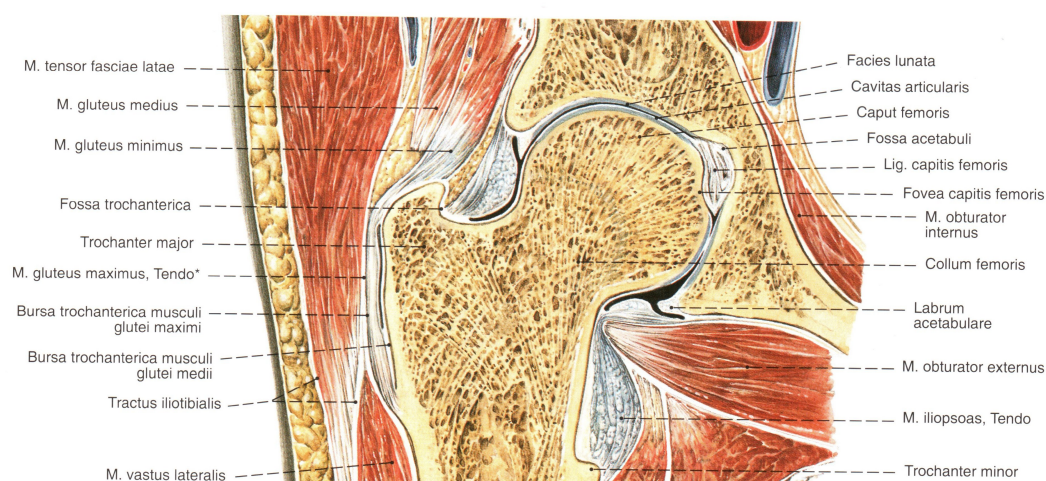
głowa kości udowej, stanowiąca w przybliżeniu 2/3 części kuli. Głęboka panewka stawowa utworzona jest poprzez kość miedniczą, która z kolei otoczona jest obrąbkami panewkowym, który ją pogłębia. Chrzątka stawowa nie pokrywa całej powierzchni panewki, tylko część księżycowatą leżącą przy brzegu panewki, otwartą ku dołowi i tyłowi. Środek panewki jest bardziej zagłębiony dzięki czemu między końcami chrząstki księżycowatej powstaje wcięcie przez które przerzuca się więzadło poprzeczne panewki.

Dno panewki wypełnione jest tkanką tłuszczową oraz więzadłem głowy kości udowej, które wnika w miejsce centralnego dołka głowy kości. Chrzątka głowy i panewki dają w obrazie radiologicznym efekt szpary stawowej, której prawidłowa szerokość wynosi od 4 mm do 5 mm, [11].

Torebka stawu biodrowego posiada znaczne wymiary i dużą wytrzymałość. Przyczepia się na kości miedniczej do brzegu panewki, na zewnątrz od obrąbka. Natomiast na kości udowej przyczep torebki leży z przodu na krętarzu większym i kresie międzykrętarzowej. Od tyłu ok. 1,5 cm od grzebienia międzykrętarzowego, obejmuje większą część szyjki kości udowej, [105].

Torebka stawowa posiada więzadła, które wzmacniają ją i ograniczają ruch kończyny. Umożliwia to odciążenie w znaczącym stopniu mięśni. Największe napięcie występuje w pozycji stojącej ciała. Natomiast położenie spoczynkowe sta-

4.4. Zmiany zwyrodnieniowe stawu biodrowego



Rysunek 4.9: Staw biodrowy (*articulatio coxae*), przekrój pionowy w płaszczyźnie kąta przodoskręcenia, [101]

wu występuje przy lekkim zgięciu, odwiedzeniu i obrocie kończyny na zewnątrz. Przekrój przez staw biodrowy przedstawiono na rys. 4.9.

Biodro jest wieloosiowym, najbardziej ruchliwym stawem kończyny dolnej. Odbywają się w nim ruchy realizowane w trzech głównych płaszczyznach oraz bardzo duża liczba ruchów w płaszczyznach dowolnych, przechodzących przez środek stawu. W połączeniu z rozbudowanym aparatem mięśniowym zapewnia to wykonywanie precyzyjnych i płynnych ruchów lokomocyjnych.

Prawidłowe funkcjonowanie stawu biodrowego jest podstawowym warunkiem jego niezaburzonego i wieloletniego funkcjonowania. Odchylenia w budowie stawu ujawniające się pod postacią biodra koślawego, szpotawego lub dysplazji panewki zmieniają zasadniczo biomechanikę stawu. Pojawiające się niefizjologiczne obciążenia mogą doprowadzić w szybkim tempie do zmian zwyrodnieniowych.

4.4 Zmiany zwyrodnieniowe stawu biodrowego

Dolegliwości bólowe oraz ograniczenie funkcji lokomocji realizowanej przez staw biodrowy są często rezultatem różnorodnych schorzeń. W wielu przypadkach przyczyną bólu zlokalizowanego w stawie biodrowym leży po stronie innego narządu dotkniętego jednostką chorobową. Mogą być to choroby kręgosłupa, nowotworowe czy schorzenia jamy brzusznej. Jednak jak podają statystyki, [89], najczęstszą przyczyną dolegliwości bólowych w okolicy tego stawu jest choroba zwyrodnieniowa stawu biodrowego zwana koksartrozą. Biorąc pod uwagę

4.4. Zmiany zwyrodnieniowe stawu biodrowego

częstotliwość występowania, jest ona drugą po chorobie zwyrodnieniowej stawu kolanowego najczęstszą przyczyną inwalidztwa w przebiegu procesów zwyrodnieniowych dotyczących dużych stawów obwodowych, [70].

Choroba zwyrodnieniowa stawu biodrowego jest przewlekłym i postępującym procesem. Jej etiologia jest nie do końca poznana. Częstość występowania koksartrozy powyżej 45 roku życia wynosi u kobiet od 3,5% do 8%, natomiast u mężczyzn od 3% do 3,7% i w miarę starzenia się populacji rośnie, [24, 45, 114].

Zmiany zwyrodnieniowe stawu biodrowego można podzielić na dwie zasadnicze grupy. Do pierwszej z nich zaliczamy zmiany pierwotne (*coxarthrosis primaria*) o nieznannej etiologii. W wyniku ich działania dochodzi do zaburzeń metabolizmu chondrocytów, co prowadzi do zmian w składzie substancji podstawowej zawierającej proteoglikany i kwas hialuronowy.

Do drugiej należą zmiany wtórne (*coxarthrosis secundaria*), które są spowodowane:

- wadami wrodzonymi stawu (wrodzoną dysplazją lub zwichnięciem stawu biodrowego, biodrem szpotawym),
- zaburzeniami okresu wzrostowo-rozwojowego stawu (choroba Perthesa, młodzieńcze złuszczenie głowy kości udowej),
- zmianami pourazowymi (złamania, zwichnięcia),
- przebytymi procesami zapalnymi (swoistymi, nieswoistymi oraz odczynowymi),
- zmniejszoną wytrzymałością stawu na obciążenia na skutek osteoporozy, zaburzeń hormonalnych, chorób układowych.

Należą one do czynników mechanicznych, infekcyjnych lub metabolicznych. Powyższe odchylenia od prawidłowej budowy i poprawnego funkcjonowania stawu objawiają się poprzez:

- nasilającą się bolesność stawu biodrowego (początkowo wysiłkową, później spoczynkową),
- stopniowo nasilające się dolegliwości stawu kolanowego,
- narastające przykurcze stawu,
- czynnościowe skrócenie kończyny.

Podkreślenia wymaga fakt, iż występowanie wyżej wymienionych objawów pojawia się często dopiero w znacznym zaawansowaniu choroby.

Najistotniejszym badaniem w rozpoznaniu choroby zwyrodnieniowej stawów są przedmiotowy wywiad lekarski oraz zdjęcia radiologiczne wykonane w projekcji przednio-tylnej, [2, 2, 14] ujawniające:

- zwężenie przestrzeni między nasadami kostnymi (szpar stawowych),
- zagęszczenie podchrzęstne utkania kostnego nasad,
- wyrosła kostne tworzące się wokół krawędzi nasad tzw. osteofity,
- martwicze jamki w istocie kości gąbczastej nasad wypełnionych masą śluzową, zwane torebkami rzekomymi.

Obrazowanie przy użyciu innych technik takich jak tomografii komputerowej czy rezonansu magnetycznego ma mniejsze znaczenie ze względów ekonomicznych, choć ich stosowanie jest szczególnie polecane ze względu na większe możliwości różnicowania zmian chorobowych.

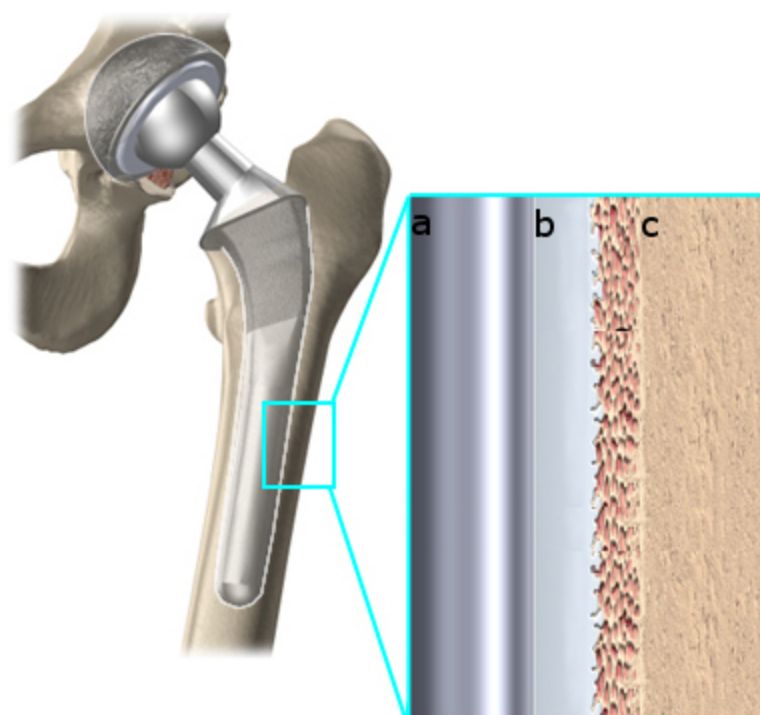
Najlepszą i powszechnie stosowaną metodą zabiegowego leczenia choroby zwyrodnieniowej stawu biodrowego jest endoprotezoplastyka, która daje poprawę komfortu życia pacjentów i przywraca szansę chorym na odzyskanie sprawności w stopniu umożliwiającym normalne funkcjonowanie, [104].

4.5 Endoprotezoplastyka stawu biodrowego

Zmiany chorobowe w strukturach tkanek kostnych jak i nieprawidłowy rozkład obciążeń stawu biodrowego powodują wadliwy rozwój panewki oraz odchylenia w budowie kości udowej. Prowadzi to w konsekwencji do konieczności zastąpienia zużytych części stawu poprzez sztuczne elementy. Ze względu na rozległość zabiegu rozróżnić można częściową lub całkowitą alloplastykę stawu biodrowego. W implantacji całkowitej wszczepieniu podlegają: trzpień z główką oraz panewka. W implantacji częściowej regeneracji podlega tylko część stawu np. panewka lub głowa kości.

Inny podział alloplastyk stawu biodrowego wynika ze sposobu mocowania elementów do kości. Wyróżnia się tu zasadniczo dwa typy:

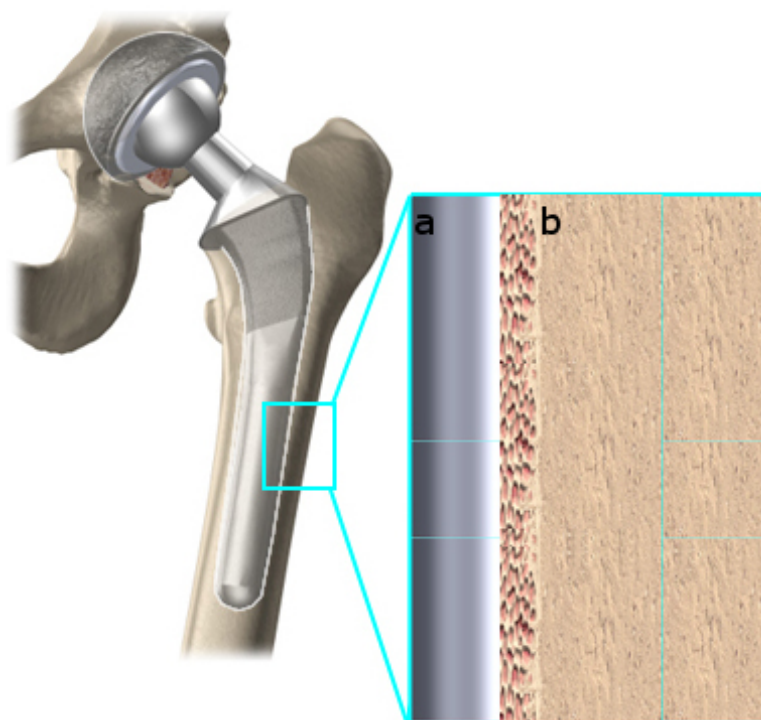
- cementowe, rys. 4.10,
- bezcementowe (wciskowe, zrostowe), rys. 4.11.



Rysunek 4.10: Schemat mocowania protezy cementowej; a) implant, b) warstwa cementu kostnego, c) tkanka kostna

Podczas osadzania elementów w alloplastyce cementowej w większości przypadków używa się cementu kostnego polimetakrylanumetylu (PMMA) lub jego modyfikacji, poprawiających biogodność, trwałość i wytrzymałość. Cement kostny po związaniu stanowi element spajający protezę z kością. Z biegiem lat zmianom ulegała również technika wprowadzania cementu, począwszy od metod całkowicie ręcznych, poprzez półautomatyczne z wykorzystaniem aplikatorów cementu, aż do wykorzystywania właczania cementu pod ciśnieniem, z równoczesną kontrolą właściwości cementu i położenia elementów alloplastyki względem kości. Właściwości cementu kostnego, a zwłaszcza ich optymalizacja ze względu na kryterium wytrzymałościowo-naprężeniowe były przedmiotem opracowań zawartych w pracach, [103, 97, 92, 122, 84, 78, 63, 36, 35, 67, 57]. Podkreślić należy, iż ulegają one zmianom na skutek efektów starzenia cementu kostnego znajdującego się w żywym organizmie. Z punktu widzenia wytrzymałości i trwałości połączenia kości i implantu istotny pozostaje również fakt, iż podczas procesu wiązania cementu wyzwolona zostaje znaczna ilość ciepła, która uszkadza otaczającą cement powierzchnię kości, [103]. Powoduje to trudności w oszacowaniu rzeczywistych właściwości połączenia, [13].

W alloplastyce bezcementowej trzpień protezy lub panewka osadzone są w



Rysunek 4.11: Schemat mocowania protezy bezcementowej; a) implant, b) tkanka kostna

kości wciskowo w ten sposób by osiągnąć pomiędzy elementami pasowanie ciasne. W niektórych przypadkach powierzchnia elementów w tym rodzaju mocowania pokryta jest specjalnie zaprojektowaną warstwą porowatą lub bioaktywnym hydroksyapatytem, które umożliwiają przerastanie tkanką kostną. Umożliwia to wzmocnienie osadzenia implantu w kości.

Porównując rozwiązania konstrukcyjne endoprotez wprowadzić można podział na kołnierzone i bezkołnierzone. Rola kołnierza sprowadza się do zabezpieczenia przed wgłębianiem trzpienia protezy w kość udową. Ich stosowanie jednak nie wykazuje znaczącej poprawy trwałości alloplastyk ze względu na fakt, iż działanie kołnierza zmienia w znaczący sposób rozkład obciążeń w kości udowej. W okresie kilkudziesięciu lat stosowania endoprotez stawu biodrowego ewoluował również kształt trzpienia protezy. Możemy wyróżnić spośród nich kształty standardowe tzw. półeliptyczne, półeliptyczne zaokrąglone, z teową częścią krętarzową, z pomniejszonym wymiarem szyjnym. Widok typowych kształtów trzpieni endoprotez stawu biodrowego przedstawiono na rys.4.12 i rys. 4.13.

W alloplastyce stawu biodrowego stosuje się zróżnicowane materiały w produkcji poszczególnych elementów, [110]:

- trzpienie protez - stopy kobaltu, niklu i chromu, stopy tytanu, włókna wę-



Rysunek 4.12: Trzpień protezy typu Austinm



Rysunek 4.13: Trzpień protezy typu Charnley

głowe,

- główki - stopy kobaltu, niklu i chromu, stopy tytanu oraz ceramika, najczęściej tlenek glinu,
- panewki - tworzywa sztuczne, w tym najczęściej polietylen (PTEE) oraz politetrafluoroetylen (PTFE).

Pomimo wielu różnorodnych konstrukcji protez stawu biodrowego, które istnieją na rynku medycznym, nie ma obecnie opracowanych kryteriów ich doboru ze względu na stan naprężeń i odkształceń występujący w kości. Ponadto o ile znane są kryteria kliniczne dobrze przeprowadzonej alloplastyki stawu biodrowego, [116], to brak jest powiązania ich z kryteriami biomechanicznymi, [5]. W praktyce stosowanych jest wiele kryteriów i wskazań przy wyborze odpowiedniej ednoprotezy i sposobu jej montażu. Do podstawowych zaliczyć należy wiek pacjenta, przebieg choroby oraz stopień aktywności życiowej.

Chirurgiczna wymiana stawu, zwana alloplastyką stawu biodrowego jest jednym z bardziej efektywnych zabiegów stosowanych w medycynie, ponieważ na-

4.5. Endoprotezoplastyka stawu biodrowego

tychmiastowo usuwa ból oraz umożliwia stopniowy powrót do normalnego życia. Na świecie wykonuje się około 800 000 operacji wszczepienia sztucznego stawu biodrowego rocznie, [18]. W Polsce tę liczbę szacuje się na ok. 15 000, [75], choć zapotrzebowanie jest zdecydowanie większe. Metoda ta jednak obciążona jest dużym procentem powikłań. Przyjmuje się na podstawie badań, [17], że trwałość w odniesieniu do poszczególnych elementów endoprotezy stawu biodrowego jak i ich sposobów mocowania jest zróżnicowana. Przykładowo przeżywalność po 20 latach eksploatacji trzpieni mocowanych cementowo wynosi 61%, panewek natomiast 85%. W przypadku wszczepów bezcementowych w tych samych warunkach przeżywalność trzpieni wynosi 84%, panewek natomiast 87%. Przyczyny odspajania elementów alloplastyki podzielić można na dwie grupy: aseptyczne i septyczne. Do pierwszej z nich zaliczyć możemy: uszkodzenia mechaniczne, ścieranie i złamania okołoprotezowe. Do drugiej natomiast należą: infekcje, zakażenia i brak biogodności. W przypadku wystąpienia odspojenia komponentów alloplastyki wykonuje się powtórny zabieg zwany alloplastyką rewizyjną.

Rozdział 5

Model mechaniczny i metoda symulacji dynamiki układu kość-implant

5.1 Podstawy modelowania zagadnień mechanicznych w opisie MES

Złożoność i ograniczenia metod analitycznych w rozwiązywaniu praktycznych zagadnień mechaniki ośrodków ciągłych np. (wytrzymałości materiałów, stateczności konstrukcji, dynamiki drgań maszyn) spowodowały, że rozwinięto liczne przybliżone metody rozwiązań numerycznych. Wśród nich czołowe miejsce w odniesieniu do zagadnień mechaniki ciał stałych zajmuje obecnie metoda elementów skończonych (MES), [124, 125, 53, 38], która wraz z rozwojem technologii wytwarzania maszyn liczących, ich architektury oraz algorytmów obliczeniowych, w tym równoległych, [80], posiada szerokie i zyskuje nowe możliwości aplikacji.

W biomechanice, ze względu na ograniczone możliwości przeprowadzania badań eksperymentalnych, zwłaszcza *in vivo*, obecnie powszechnie stosuje się obliczenia i symulacje oparte na metodzie elementów skończonych, [118, 52, 49, 50, 51, 59, 54, 108, 83, 34, 88, 19, 107, 42, 40, 76, 102, 72].

Stan równowagi dynamicznej ciała w polu sił ma miejsce przy spełnieniu trzech równań równowagi:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + \rho f_i = 0 \quad (5.1)$$

gdzie:

- σ_{ij} - oznaczają składowe tensora naprężeń,
- ρf_i - stanowią składowe sumy sił objętościowych.

W odróżnieniu od opisu kontynualnego, w konwencji MES reprezentacje tensorów naprężenia i odkształcenia przedstawia się nie jako macierze kwadratowe o wymiarach (3x3), lecz jako macierze kolumnowe (6x1) zdefiniowane następująco:

$$\underline{\sigma}^T = \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{xz}\} \quad (5.2)$$

$$\underline{\epsilon}^T = \{\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}, \epsilon_{xy}, \epsilon_{yz}, \epsilon_{xz}\} \quad (5.3)$$

Powyższe sformułowanie korzysta z symetrii tensora naprężenia i tensora małych odkształceń wynikających z założenia o przenoszeniu przez cząstki kontinuum wyłącznie sił (brak przenoszenia momentów). Z punktu widzenia obliczeń powyższe symetrie pozwalają na zaoszczędzenie pamięci przy przechowywaniu danych.

Kolejność składowych macierzy tworzy ściśle ustaloną konwencję zapisu MES. Prawo konstytutywne liniowo-sprężyste zachowuje w powyższym zapisie klasyczną postać:

$$\underline{\sigma} = \underline{\underline{D}} \underline{\epsilon} \quad (5.4)$$

co oznacza konieczność odpowiedniej adaptacji składowych macierzy współczynników sprężystych $\underline{\underline{D}}$ do jej nowego wymiaru (6x6). W ogólnym przypadku anizotropii, pozostaje ona nadal macierzą symetryczną o 21 niezależnych modułach sprężystości, wypełnioną jednak bez powtórzeń i zer. Dla przypadku ortotropii, zawierającej 9 niezależnych modułów sztywności sprężystej, jak też dla izotropii osiowej z 5-ma modułami sztywności, część macierzy $\underline{\underline{D}}$ wypełniona będzie zerami lub powtórzeniami, przy zachowaniu wymiaru (6x6) i symetrii. W przypadku izotropii sprężystej możemy tę macierz wyrazić jako:

$$\underline{\underline{D}} := \frac{E}{1+\nu} \begin{bmatrix} \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & \vdots & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ & sym & & \vdots & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ & & & \vdots & & & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Uwarunkowania początkowe stanu mechanicznego ciała, którymi mogą być np. naprężenia początkowe, posiadające składowe zaadoptowane zgodnie z konwencją MES do wymiaru (6x1) i oznaczane odpowiednio jako $\underline{\sigma}_0$ mogą zmieniać postać prawa konstytutywnego liniowo-sprężystego następująco:

$$\underline{\sigma} = \underline{\underline{D}} \underline{\epsilon} + \underline{\sigma}_0. \quad (5.6)$$

W sformułowaniu równań MES dotyczących analizy zagadnień naprężeniowych i przemieszczeniowych ciał stałych korzysta się najczęściej ze sformułowania przemieszczeniowego opartego na zasadzie prac wirtualnych. Polega ona na wyzwoleniu ciała z więzów i nadaniu ciału możliwości wykonywania dowolnych

przemieszczeń wirtualnych \bar{U} . Pociągają one za sobą wirtualne odkształcenia $\bar{\epsilon}$ wewnątrz ciała. Siły zewnętrzne w postaci obciążeń aktywnych i reakcji na podporach wykonują na przemieszczeniach wirtualną pracę zewnętrzną \bar{W}^{zewn} . Pole naprężeń w ciele wykonuje na odkształceniach wirtualnych wirtualną pracę wewnętrzną \bar{W}^{wewn} . Równowaga między obciążeniami i reakcjami zachodzi wtedy i tylko wtedy gdy, dla wszelkich przemieszczeń wirtualnych mamy równość obu prac wirtualnych:

$$\bar{W}^{zewn} = \bar{W}^{wewn} \quad (5.7)$$

Powyższe sformułowanie służy nie tylko do zbudowania rozwiązań opartych na MES ale także stanowi podstawę wielu metod obliczeń zagadnień statycznie niewyznaczalnych.

W konwencji mechaniki kontinuum wirtualną pracę wewnętrzną można zapisać jako:

$$\bar{W}^{wewn} = \int_V \bar{\epsilon}^T \underline{\sigma} dV \quad (5.8)$$

oraz zewnętrzną:

$$\bar{W}^{zewn} = \int_V \bar{U}^T \underline{f}^B dV + \int_{Sf} \bar{U}^T \underline{f}^{Sf} dS + \sum_i \bar{U}^{iT} \underline{R}_C^i. \quad (5.9)$$

W powyższym zapisie przyjęto następujące oznaczenia:

$$\begin{aligned} \underline{f}^B &= \begin{bmatrix} f_X^B \\ f_Y^B \\ f_Z^B \end{bmatrix} && \text{- siły objętościowe,} \\ \underline{f}^{Sf} &= \begin{bmatrix} f_X^{Sf} \\ f_Y^{Sf} \\ f_Z^{Sf} \end{bmatrix} && \text{- siły powierzchniowe,} \\ \underline{R}_C^i &= \begin{bmatrix} R_{CX}^i \\ R_{CY}^i \\ R_{CZ}^i \end{bmatrix} && \text{- siły skoncentrowane.} \end{aligned}$$

V oznacza objętość, a Sf powierzchnie zewnętrzną ciała.

W metodzie elementów skończonych analizowane ciało (kontinuum) przybliżane jest w ramach dyskretyzacji poprzez sieć elementów skończonych wyposażonych w węzły, o określonej liczbie stopni swobody, zgodnie z obranym globalnym układem współrzędnych. Mogą to być elementy typu np.: pręt, belka, tarcza, powłoka (elementy trójkątne, czworokątne), element tetraedralny, sześcienny.

Przemieszczenia w obszarze pojedynczego elementu przybliżane są przy pomocy funkcji tworzących liniowe kombinacje przemieszczeń węzłowych elementu \hat{U} wyrażone relacjami:

$$\underline{u}^{(m)}(x, y, z) = \underline{H}^{(m)}(x, y, z) \hat{U}, \quad (5.10)$$

w których

$$\underline{H}^{(m)}(x, y, z)$$

oznaczają macierze funkcji kształtu odwzorowujące wielkości węzłowe na wielkości polowe. Wymiary macierzowe i fizyczne tych macierzy wynikają z ich funkcji łącznika między polem przemieszczeń wewnątrz ES a przemieszczeniami w węzłach ES, indeks m oznacza wybrany element skończony, a $V^{(m)}$ i $S^{(m)}$ odpowiednio objętość i powierzchnię elementu. W podobny sposób przybliża się odkształcenia wewnątrz elementu skończonego:

$$\underline{\epsilon}^{(m)}(x, y, z) = \underline{B}^{(m)}(x, y, z) \hat{U}, \quad (5.11)$$

gdzie:

$$\underline{B}^{(m)}(x, y, z)$$

stanowi macierz operatorów różniczkowych funkcji kształtu, służących do przybliżenia pola odkształceń.

W ramach pojedynczego elementu skończonego prawo konstytutywne liniowo-sprężyste z uwzględnieniem naprężeń początkowych przyjmuje postać:

$$\underline{\sigma}^{(m)} = \underline{D}^{(m)} \underline{\epsilon}^{(m)} + \underline{\sigma}^{(m)0}. \quad (5.12)$$

Zasada prac wirtualnych z uwzględnieniem konwencji MES pozwala zapisać, [7]:

$$\begin{aligned} & \sum_m \int_{V^{(m)}} \bar{\underline{\epsilon}}^{(m)T} \bar{\underline{\sigma}}^{(m)} dV^{(m)} = \\ & \sum_m \int_{V^{(m)}} \bar{\underline{u}}^{(m)T} \underline{f}^{B^{(m)}} dV^{(m)} + \sum_m \int_{S_1^{(m)}, \dots, S_q^{(m)}} \bar{\underline{u}}^{S^{(m)T}} \underline{f}^{S^{(m)}} dS^{(m)} + \sum_i \bar{\underline{u}}^{iT} R_C^i \end{aligned} \quad (5.13)$$

Uwzględniając w powyższym równaniu przemieszczenia i odkształcenia przedstawione za pomocą funkcji kształtu i przemieszczeń węzłowych $\underline{u}^{(m)}(x, y, z) = \underline{H}^{(m)}(x, y, z) \hat{U}$ oraz $\underline{\epsilon}^{(m)}(x, y, z) = \underline{B}^{(m)}(x, y, z) \hat{U}$ a także wyodrębniając z członu sił objętościowych składniki związane z siłami bezwładności (zgodnie z zasadą d'Alemberta) oraz tłumienia proporcjonalnego do prędkości otrzymujemy:

$$\begin{aligned}
 & \underline{\hat{U}}^T \left[\sum_m \int_{V^{(m)}} \underline{B}^{(m)T} \underline{D}^{(m)} \underline{B}^{(m)} dV^{(m)} \right] \underline{\hat{U}} \\
 = & \underline{\hat{U}}^T \left[\left[\sum_m \int_{V^{(m)}} \underline{H}^{(m)T} \left[\underline{f}^{B^{(m)}} - \rho^{(m)} \underline{H}^{(m)} \ddot{\underline{U}} - \kappa^{(m)} \underline{H}^{(m)} \dot{\underline{U}} \right] dV^{(m)} \right] \right. \\
 & + \left[\sum_m \int_{S_1^{(m)}, \dots, S_q^{(m)}} \underline{H}^{S^{(m)T}} \underline{f}^{S^{(m)}} dS^{(m)} \right] \\
 & \left. - \left[\sum_m \int_{v^{(m)}} \underline{B}^{(m)T} \underline{\sigma}^{B^{(m)0}} dV^{(m)} \right] + \underline{R}_C \right]
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

Siły tłumienia i lepkość dynamiczna zostały wprowadzone powyżej ad hoc niezależnie od określenia innych własności fizycznych rozważanego ośrodka lepkiego. Jakkolwiek takie modelowanie jest często uzasadniane względami wygody lub prostoty (jak w rozważanym przypadku lepkości) można je akceptować jedynie pod warunkiem posiadania wiedzy o zakresie stosowalności modelu. W celu otrzymania z powyższego równania sformułowania pozwalającego obliczyć przemieszczenia węzłowe wykorzystujemy zasadę przemieszczeń węzłowych podstawiając jednostkowe wirtualne przemieszczenia dla wszystkich składowych wektora $\underline{\hat{U}}$ oraz kładąc $\underline{U} \equiv \underline{\hat{U}}$. W rezultacie otrzymujemy równanie równowagi w postaci:

$$\underline{M} \ddot{\underline{U}} + \underline{C} \dot{\underline{U}} + \underline{K} \underline{U} = \underline{R}. \tag{5.15}$$

Poszczególne macierzowe współczynniki oznaczają:

- macierz sztywności

$$\underline{K} = \sum_m \int_{V^{(m)}} \underline{B}^{(m)T} \underline{D}^{(m)} \underline{B}^{(m)} dV^{(m)} \tag{5.16}$$

- macierz tłumienia

$$\underline{C} = \sum_m \int_{V^{(m)}} \kappa^{(m)} \underline{H}^{(m)T} \underline{H}^{(m)} dV^{(m)} \tag{5.17}$$

- macierz mas

$$\underline{M} = \sum_m \int_{V^{(m)}} \rho^{(m)} \underline{H}^{(m)T} \underline{H}^{(m)} dV^{(m)} \tag{5.18}$$

- wektor obciążeń

$$\underline{R} = \underline{R}_B + \underline{R}_S - \underline{R}_0 + \underline{R}_C, \tag{5.19}$$

w którym poszczególne człony oznaczają:

\underline{R}_B - obciążenia objętościowe uwzględniające składniki bezwładnościowe i oporu lepkiego,

\underline{R}_S - obciążenia powierzchniowe,

\underline{R}_0 - obciążenia początkowe,

\underline{R}_C - obciążenia skoncentrowane.

Zagadnienia dynamiczne opisywane przez macierzowe równanie różniczkowe (5.15) nie jest w pełni określone o ile nie jest uzupełnione właściwie sformułowanymi warunkami początkowo-brzegowymi dla poszukiwanego pola przemieszczeń dynamicznych. Dopiero wówczas kiedy odpowiednie warunki zostaną dodane mamy do czynienia ze sformułowaniem lokalnym zagadnienia dynamicznego. Warto podkreślić, że metoda elementów skończonych może być stosowana dla struktur o bardzo złożonej geometrii, dla których w większości zagadnień praktycznych znalezienie odpowiedniego ścisłego rozwiązania drogą analityczną jest niemożliwe.

W analizie problemów równowagi można zatem wyróżnić następujące kroki:

- dyskretyzację, czyli zastąpienie kontinuum przez sieć elementów skończonych wyposażonych w węzły o określonej liczbie stopni swobody, zgodnie z obranym globalnym układem współrzędnych np.: pręt, belka, tarcza, powłoka (elementy trójkątne, czworokątne), element tetraedralny sześcienny itp.,
- redukcję pól kinematycznych przez przyjęcie przybliżonej funkcji kształtu (wpływu), wiążącej kinematykę węzłów z polem kinematycznym wewnątrz elementu skończonego, w celu uzyskania relacji między wielkościami węzłowymi a polami wewnętrznymi elementu skończonego; oznacza to sprawdzenie kinematyki do skończonej liczby przemieszczeń węzłowych,
- wyrażenie wielkości statycznych (np. sprężyste siły węzłowe) przez zależności kinematyki węzłów, używając do tego związków materialnych, np. prawa sprężystości, w ciałach sprężystych prowadzi do zależności liniowej składowych sił węzłowych \underline{R} w poszczególnych elementach skończonych od ich przemieszczeń węzłowych \underline{U} , przy czym pośrednikiem w tej relacji staje się dla elementu skończonego jego macierz sztywności sprężystej \underline{K} ,
- bilansowanie sił wewnętrznych i obciążeń zewnętrznych w poszczególnych węzłach, przez zrównoważenie (zadanych) sił obciążających i (niewiadomych) reakcji podpór z siłami węzłowymi,

- badanie rozwiązywalności uzyskanego tą drogą liniowego układu równań algebraicznych, w którym głównymi niewiadomymi będą przemieszczenia węzłowe \underline{U} .

Wynika stąd inna nazwa tej wersji MES, a mianowicie: metoda przemieszczeń węzłowych. Rozwiązanie tak zdyskretyzowanego problemu, który jest równoważny układowi równań różniczkowych cząstkowych ośrodka ciągłego w sensie MES jest rozwiązaniem przybliżonym.

5.2 Teoretyczna analiza modalna

W teoretycznej analizie modalnej celem rozwiązania jest znalezienie macierzy częstotliwości i postaci drgań własnych modeli numerycznych rozważanych układów poprzez rozwiązanie zagadnienia własnego, a także wyznaczenie odpowiedzi dynamicznej modelu stanowiącej zbiór częstotliwości rezonansowych na podstawie parametrów amplitudowo-czasowych.

Macierze \underline{M} , \underline{C} , \underline{K} w równaniu (5.15) są macierzami kwadratowymi, a ich wymiar określony jest przez ilość stopni swobody systemu. Wykorzystamy transformację wektora przemieszczeń i jego pochodnych czasowych do bazy przemieszczeń uogólnionych, [7]:

$$\underline{U}(t) = \underline{\Phi}_{n \times n} \underline{X}(t)_{n \times 1} \quad (5.20)$$

gdzie:

\underline{X} - kolumnowy wektor przemieszczeń uogólnionych rozmiaru n , zależnych od czasu:

$$\underline{X}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

$\underline{\Phi}$ - macierz transformacji wymiaru $n \times n$, niezależna od czasu, zawierająca zbiór rozwiązań w postaci wektorów własnych:

$$\underline{\Phi} = \begin{bmatrix} \underline{\phi}_1 & \underline{\phi}_2 & \dots & \underline{\phi}_n \end{bmatrix}. \quad (5.22)$$

W praktyce wykorzystuje się macierz $\underline{\Phi}$ uzyskaną z rozwiązania przemieszczeniowego zagadnienia drgań swobodnych, pomijając siły tłumienia tj.:

$$\underline{M} \ddot{\underline{U}} + \underline{K} \underline{U} = \underline{0}. \quad (5.23)$$

5.2. Teoretyczna analiza modalna

Powyższe równanie może być przekształcone do postaci standardowego zagadnienia własnego zakładając rozwiązanie w postaci:

$$\underline{U} = \underline{\phi} \sin \omega t, \quad \underline{\dot{U}} = \underline{\phi} \omega \cos \omega t, \quad \underline{\ddot{U}} = -\underline{\phi} \omega^2 \sin \omega t. \quad (5.24)$$

Zakładając, że istnieje \underline{M}^{-1} , a ω i $\underline{\phi}$ są odpowiednio częstością i wektorem postaci drgań własnych układu spełniona jest zależność:

$$(\underline{K} - \omega^2 \underline{M}) \underline{\phi} = \underline{0} \Rightarrow (\underline{M}^{-1} \underline{K} - \omega^2 \underline{I}) \underline{\phi} = \underline{0} \quad (5.25)$$

przyjmując, że:

$$\begin{aligned} \underline{K} \underline{M}^{-1} &= \underline{A} \\ \omega^2 &= \lambda \end{aligned}$$

powyższe równanie może być zapisane w postaci standardowej:

$$(\underline{A} - \lambda \underline{I}) \underline{\phi} = \underline{0}, \quad (5.26)$$

którego rozwiązaniem jest zbiór par częstości oraz wektorów postaci drgań własnych:

$$(\omega_1, \underline{\phi}_1), (\omega_2, \underline{\phi}_2), \dots, (\omega_n, \underline{\phi}_n)$$

zapisanych w postaci macierzy częstości własnych:

$$\underline{\Omega}^2 = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & & \\ & \ddots & & \\ & & \omega_i^2 & \\ & & & \ddots \\ & & & & \omega_n^2 \end{bmatrix}, \quad (5.27)$$

oraz macierzy wektorów postaci własnych:

$$\underline{\Phi} = \begin{bmatrix} \underline{\phi}_1 & \underline{\phi}_2 & \dots & \underline{\phi}_n \end{bmatrix}, \quad (5.28)$$

gdzie wektory $\underline{\phi}_i$ są wzajemnie ortonormalne względem macierzy mas, [39], tzn.:

$$\underline{\phi}_i \underline{M} \underline{\phi}_j \begin{cases} = 1; & i = j \\ = 0; & i \neq j \end{cases}, \quad 0 \leq \omega_1^2 \leq \omega_1^2 \dots \leq \omega_i^2 \dots \leq \omega_n^2. \quad (5.29)$$

Z podstawienia powyższego do początkowego równania różniczkowego ruchu wynika:

$$\underline{\ddot{X}}(t) + \underline{\Phi}^T \underline{C} \underline{\Phi} \underline{\dot{X}}(t) + \underline{\Phi}^T \underline{K} \underline{\Phi} \underline{X}(t) = \underline{\Phi}^T \underline{R}(t). \quad (5.30)$$

Warunki początkowe mogą być zapisane w następujący sposób, korzystając z ortonormalności macierzy mas:

$$\underline{X}_0 = \underline{\Phi} \underline{M} \underline{U}_0 \quad (5.31)$$

$$\dot{\underline{X}}_0 = \underline{\Phi} \underline{M} \dot{\underline{U}}_0 \quad (5.32)$$

W przypadku braku tłumienia w układzie, tzn. $\underline{C} = 0$ oraz uwzględniając periodyczną siłę wymuszającą $\underline{R} = \underline{r} \sin \hat{\omega} t$ równanie ruchu może być zapisane w postaci:

$$\ddot{\underline{X}}(t) + \underline{\Omega}^2 \underline{X} = \underline{r} \sin \hat{\omega} t, \quad (5.33)$$

gdzie:

\underline{r} - wektor wymuszeń,

$\hat{\omega}$ - częstość wymuszeń.

Przemieszczenia węzłowe mogą być zapisane jak w równaniu (5.20).

5.3 Metoda Lanczosa

W celu znalezienia rozwiązania zagadnienia własnego można zastosować wiele procedur z grupy metod dokładnych czy iteracyjnych. Jedną z częściej stosowanych jest procedura Lanczosa, która w przypadku poszukiwania tylko kilku spośród wielu wartości rozwiązania zapewnia wystarczającą dokładność i dużą wydajność. Podstawowe założenie tej metody związane jest z transformacją zagadnienia z postaci uogólnionej:

$$\underline{K} \underline{\Phi} = \lambda \underline{M} \underline{\Phi}, \quad (5.34)$$

do postaci standardowej z macierzą trójdiagonalną. Warto w tym miejscu podkreślić, iż w przypadku poszukiwania liczby częstości i postaci drgań k mniejszej niż liczba stopni swobody n , macierz zbioru wektorów własnych staje się macierzą prostokątną wymiaru $n \times k$. W celu realizacji tej transformacji tworzy się wektor startowy \underline{z} i oblicza, [7]:

$$\underline{z}_1 = \frac{\underline{z}}{\gamma}; \quad \gamma = (\underline{z}^T \underline{M} \underline{z})^{1/2}. \quad (5.35)$$

Zakładamy $\beta_0 = 0$ oraz $i = 1, \dots, n$ gdzie n jest liczbą stopni swobody a także wartości i odpowiadających postaci własnych:

$$\underline{K} \underline{z}_i = \underline{M} \underline{z}_i \quad (5.36)$$

$$\alpha_i = \underline{z}_i^T \underline{M} \underline{z}_i \quad (5.37)$$

dla $i \neq n$,

$$\tilde{z}_i = \bar{z}_i - \alpha_i z_i - \beta_{i-1} z_{i-1} \quad (5.38)$$

$$\beta_i = (\tilde{z}_i^T \underline{\underline{M}} \tilde{z}_i)^{1/2} \quad (5.39)$$

$$z_{i+1} = \frac{\tilde{z}_i}{\beta_i}. \quad (5.40)$$

Obliczone wektory z_i , $i = 1, \dots, n$ są ortonormalne z dokładnością do zastosowanej metody numerycznej:

$$z_i^T \underline{\underline{M}} z_i = \delta_{ij} \quad (5.41)$$

i macierz:

$$\underline{\underline{Z}}_n = [z_1, \dots, z_n] \quad (5.42)$$

spełnia zależność:

$$\underline{\underline{Z}}_n^T (\underline{\underline{M}} \underline{\underline{K}}^{-1} \underline{\underline{M}}) \underline{\underline{Z}}_n = \underline{\underline{T}}_n, \quad (5.43)$$

gdzie:

$$\underline{\underline{T}}_n = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & & & & \\ \beta_1 & \alpha_2 & \beta_2 & & & \\ & & \dots & & & \\ & & & \alpha_{n-1} & \beta_{n-1} & \\ & & & \beta_{n-1} & \alpha_{n-1} & \end{bmatrix}. \quad (5.44)$$

Wartości i wektory własne macierzy $\underline{\underline{T}}_n$ mogą być powiązane z wartościami i wektorami własnymi zagadnienia własnego $\underline{\underline{K}} \underline{\underline{\Phi}} = \lambda \underline{\underline{M}} \underline{\underline{\Phi}}$ zapisanego w następującej formie:

$$\underline{\underline{M}} \underline{\underline{K}} \underline{\underline{M}} \underline{\underline{\Phi}} = \frac{1}{\lambda} \underline{\underline{M}} \underline{\underline{\Phi}}. \quad (5.45)$$

Korzystając z transformacji:

$$\underline{\underline{\Phi}} = \underline{\underline{Z}}_n \tilde{\underline{\underline{\Phi}}} \quad (5.46)$$

oraz zależności (5.41) oraz (5.43) możemy zapisać:

$$\underline{\underline{T}}_n \tilde{\underline{\underline{\Phi}}} = \frac{1}{\lambda} \tilde{\underline{\underline{\Phi}}}. \quad (5.47)$$

Wartości własne macierzy $\underline{\underline{T}}_n$ są odwrotnościami wartości własnych zagadnienia własnego sformułowanego w równaniu (5.34). Wektory postaci własnych można uzyskać z równania (5.46).

Rozdział 6

Badania numeryczne układów zastępczych

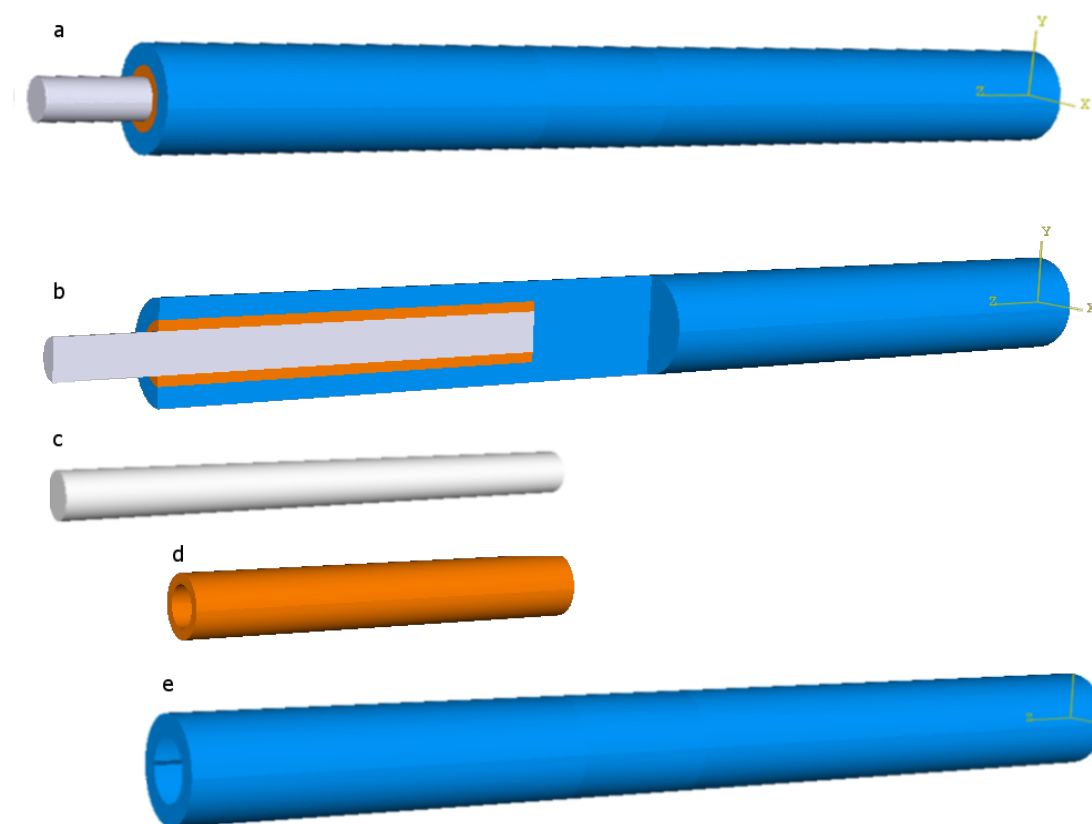
6.1 Opis układów zastępczych

W tej części pracy rozważane są modele numeryczne układów zastępczych połączenia kość-implant. Układy te zbudowane są z elementów tulejowo-prętowych przedstawionych na rys. 6.1. Mając na uwadze, że połączenie kość-implant reprezentowane jest przez układ zastępczy przyjęto, że komplementarne elementy stanowią: kość udowa - pręt z otworem, cement kostny w postaci warstwy mocującej - tuleja, trzpień implantu - pręt. Główne wymiary poszczególnych elementów odpowiadają w przybliżeniu wymiarom w anatomicznym połączeniu kość-implant. Geometrię poszczególnych części oraz połączenie poszczególnych elementów dla celów modelowania numerycznego wykonano w preprocesorze środowiska obliczeniowego Abaqus 6.7, [1].

W badaniach numerycznych rozważono dwie konfiguracje materiałów tworzących układ. W pierwszej wykorzystano aluminium, które reprezentowało materiał kostny, poliacetal (POM-C), zastępujący cement kostny oraz mosiądz, reprezentujący materiał trzpienia implantu. Model ten nazwano w skrócie od pierwszych liter wykorzystanych materiałów APM. W drugim przypadku, zastosowano POM-C, który zastępował jednocześnie materiał kości i cementu oraz mosiądz modelujący trzpień implantu. Model ten oznaczono jako PM. Stałe sprężyste i gęstości materiałów poszczególnych części składowych modelu zestawiono w tab. 6.1. Wybór powyższych materiałów podyktowany został próbą dopasowania własności sprężystych i gęstości użytych materiałów do rzeczywistego układu zaimplantowanej kości oraz założenia, że układy zastępcze będą także badane doświadczalnie i wynikającą stąd koniecznością zastosowania obróbki technologicznej w celu wykonania tych układów, co będzie omówione w dalszej części pracy.

W każdym z dwóch układów zastępczych obok układów referencyjnych bez uszkodzenia rozważono obecność uszkodzenia polegającego na redukcji powierzchni kontaktu mocowania pręta osadzonego za pośrednictwem tulei w pręcie z otworem. Model uszkodzenia oparty został na idei degradacji kontaktu pomiędzy ko-

6.1. Opis układów zastępczych



Rysunek 6.1: Geometria układu zastępczego połączenia kość-implant; a) widok, b) półwidok-półprzekrój, c) pręt, d) tuleja, e) pręt z otworem

Tabela 6.1: Stałe sprężyste i gęstości materiałów w układach zastępczych

Materiał	ν [-]	E [GPa]	ρ [kg/m^3]
Aluminium	0.35	71	2700
Mosiądz	0.30	35	8400
POM-C	0.31	3	1410

ścią i implantem. Dla układu APM zmianie ulegała długość tulei wykonanej z materiału POM-C reprezentującej warstwę cementu kostnego. W przypadku układu PM zmianie ulegała długość podtoczenia w elemencie prętowym, w którym osadzony został pręt mosiężny. Ilościowo utrata spójności opisana została za pomocą skalarnego parametru D nazwanego parametrem uszkodzenia :

$$D = \left(1 - \frac{A_i}{A_I}\right) 100\%, \quad (6.1)$$

gdzie:

A_I - jest maksymalną, początkową powierzchnią kontaktu pomiędzy elementami,

A_i - jest powierzchnią kontaktu.

Wartości parametru D , dla których przedstawiono rezultaty przeprowadzonych obliczeń numerycznych wynoszą: 0%, 25% i 75%.

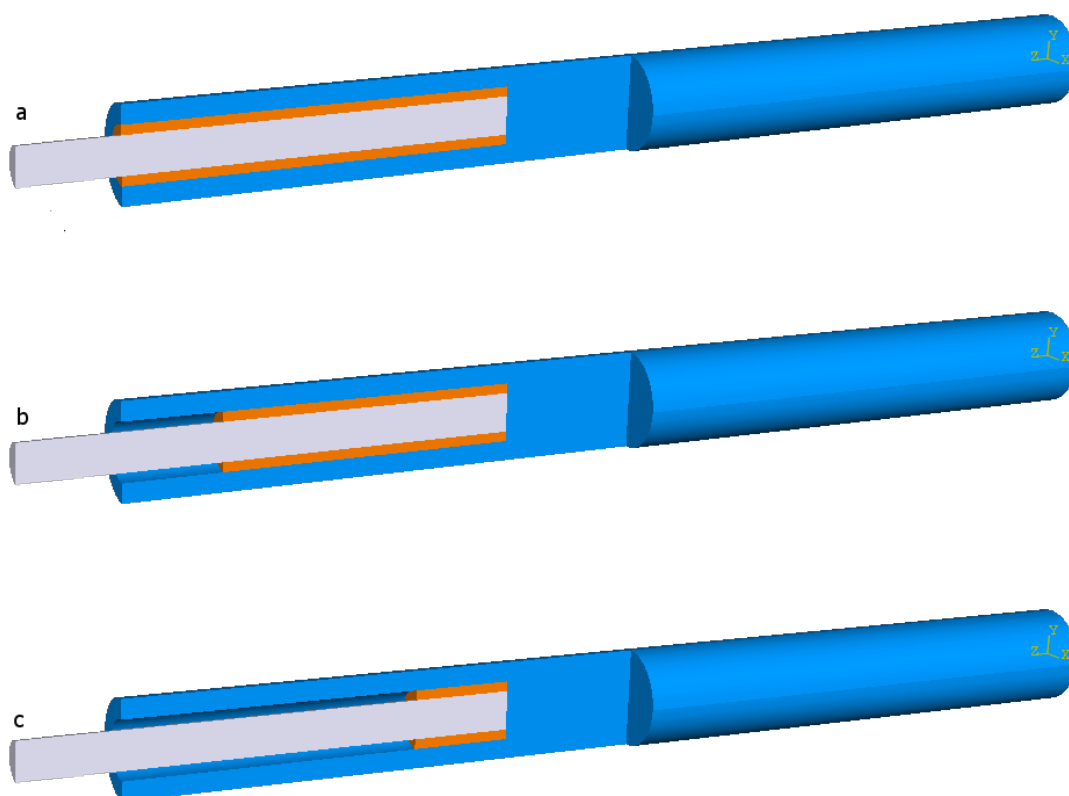
Geometrię modeli numerycznych obejmującą rozważane uszkodzenia przedstawiono na rys. 6.2. W badaniach zastosowano dwa rodzaje warunków brzegowych. Były to swobodne warunki brzegowe (free-free boundary conditions) odpowiadające drganiom swobodnym (bez siły wymuszającej) oraz jednostronne utwierdzenie tj. warunki brzegowe belki wspornikowej. W drugim z przypadków zadanie warunków brzegowych polegało na odebraniu przemieszczeniowych stopni swobody węzłom powierzchni czołowej od strony zamocowania, podczas gdy drugi koniec, obejmujący tuleję oraz pręt pozostawał swobodny. Ten rodzaj warunków brzegowych powiązany został z analizą drgań swobodnych, a także drgań wymuszonych siłą harmoniczną.

W symulacjach numerycznych pobudzenie układu do drgań odbywało się poprzez wymuszenie siłą harmoniczną o module 300 N, przyłożoną w połowie długości elementu prętowego z otworem, w kierunku prostopadłym do osi symetrii. Do pobudzenia układu wykorzystano częstotliwości z przedziału 0 Hz -1000 Hz, z krokiem 10 Hz. Sygnały drganiowe w postaci przyspieszeń drgań zapisywano jako parametry wybranego węzła skojarzone z miejscem położenia czujnika drgań w badaniach eksperymentalnych.

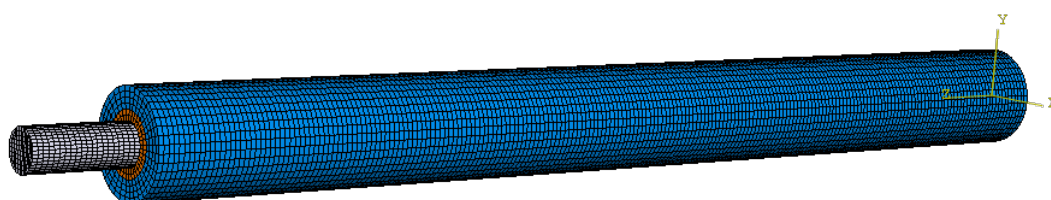
Do przygotowania modeli numerycznych rozważanych układów zastępczych wykorzystano preprocesor środowiska obliczeniowego Abaqus 6.7. Widok siatki elementów skończonych przedstawiono na rys. 6.3.

6.2 Porównanie symulacji MES z wynikami obliczeń analitycznych

Dla ustalenia dyskretyzacji (kształtu, rodzaju elementu i gęstości) zastosowanych w obliczeniach z wykorzystaniem modeli numerycznych posłużono się porównaniem wyników rozwiązania analitycznego i analizy numerycznej dla pierwszej częstotliwości drgań własnych pręta wchodzącego w skład układu zastępczego, którego budowa została omówiona na początku niniejszego rozdziału. W istocie element o geometrii pręta rozważany był jako belka podlegająca zginaniu. Geometrię modelu analitycznego oraz modeli numerycznych zbudowanych z elementów belkowych i przestrzennych (sześciennych) przedstawiono na



Rysunek 6.2: Geometria układu z różnymi wariantami uszkodzeń; a) $D=0\%$, b) $D=25\%$, c) $D=75\%$

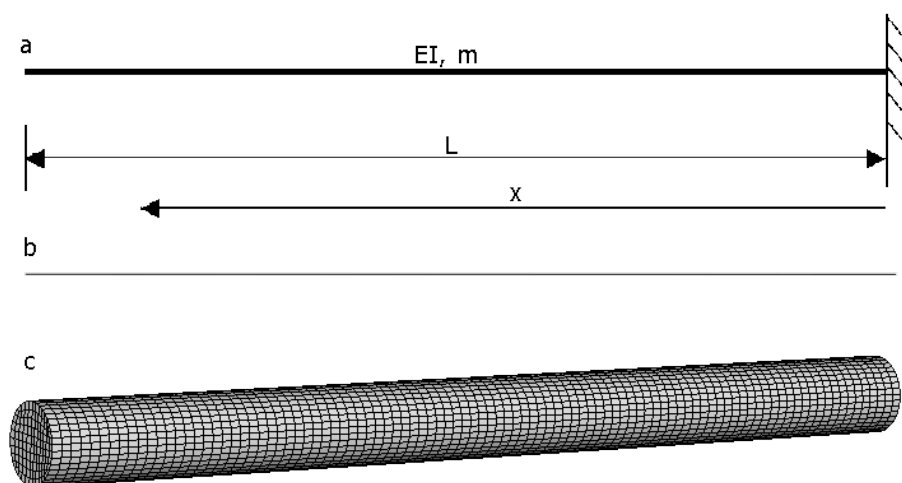


Rysunek 6.3: Widok siatki elementów skończonych modelu numerycznego układu połączenia zastępczego

rys. 6.4. Zastosowano warunki brzegowe belki wspornikowej. Wyniki rozwiązania analitycznego w postaci pierwszej częstotliwości i postaci drgań porównano z rozwiązaniem numerycznym uzyskanym za pomocą procedury Lanczosa, [30].

W rozwiązaniu analitycznym posłużono się równaniem różniczkowym opisującym drgania poprzeczne belki, które nie uwzględniało poprzecznych i kołowych

6.2. Porównanie symulacji MES z wynikami obliczeń analitycznych



Rysunek 6.4: Modele belki; a) analityczny, b) numeryczny MES elementy belkowe, c) numeryczny MES elementy sześciennie

deformacji przekrojów, jak i tłumienia, [39]:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) + m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad (6.2)$$

gdzie:

E - moduł Younga,

I - moment bezwładności przekroju,

x - zmienna przestrzenna,

u - przemieszczenia poprzeczne belki,

m - gęstość liniowa,

t - zmienna czasowa.

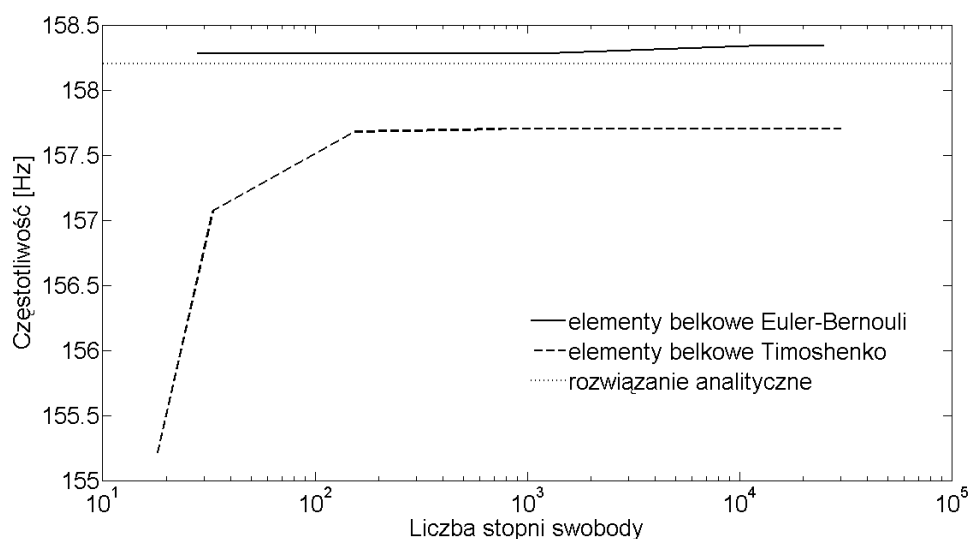
Rozwiązanie dla pierwszej częstotliwości własnej wynosi:

$$f_1 = (1,875)^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}}, \quad (6.3)$$

gdzie: L - oznacza długość belki.

Biorąc pod uwagę geometrię i właściwości materiałowe otrzymujemy dla rozważanego pręta wartość pierwszej częstotliwości własnej:

$$f_1 = 158,2 \text{ Hz}.$$



Rysunek 6.5: Porównanie wyników analitycznych i numerycznych (elementy jednowymiarowe Bernouliego i Timoschenki)

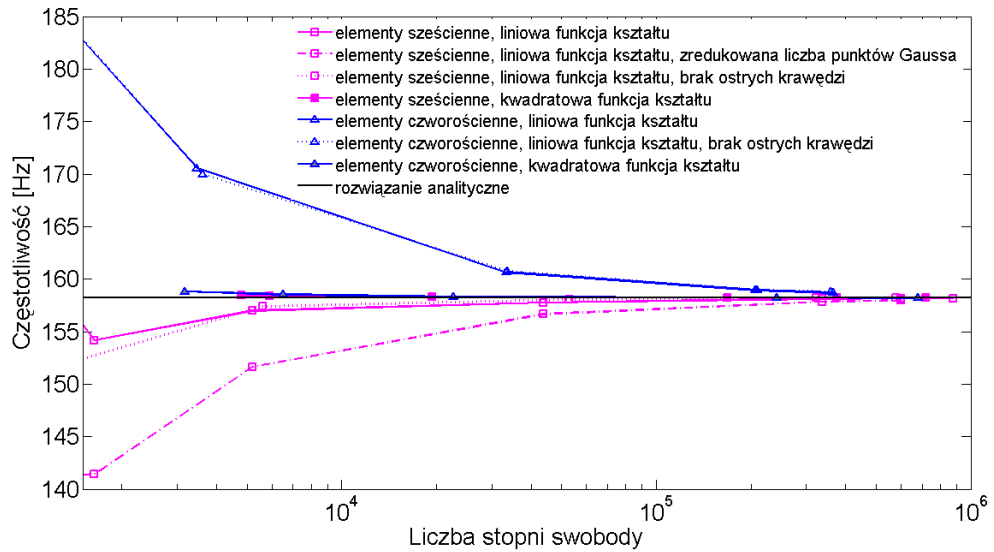
Celem ustalenia optymalnych parametrów procedury numerycznej, porównano wyniki numerycznego rozwiązania zagadnienia własnego otrzymanych dla różnych parametrów procedury numerycznej z wynikami modelu analitycznego.

Przeanalizowano wpływ na wynik rozwiązania zagadnienia własnego następujących czynników:

- rodzaj elementu skończonego,
- ilość elementów skończonych
- funkcje kształtu elementu skończonego,
- ilość punktów Gaussa elementu,
- występowanie nieciągłości geometrii w postaci ostrych krawędzi.

Porównanie rozwiązania analitycznego i wyników symulacji numerycznych w postaci pierwszej częstotliwości własnej przedstawiono na rys. 6.5 oraz rys. 6.6.

Na podstawie porównania rozwiązania analitycznego i symulacji numerycznych stwierdzono, iż wyniki wszystkich symulacji numerycznych przy stosunkowo wysokim poziomie dyskretyzacji sięgającym ok. 1 miliona stopni swobody są zgodne z rozwiązaniem analitycznym. Najlepszą zgodność z wynikami obliczeń analitycznych przy niskich poziomach dyskretyzacji rzędu ok. 200 000 stopni swobody mają symulacje numeryczne z wykorzystaniem przestrzennych elementów



Rysunek 6.6: Porównanie wyników analitycznych i numerycznych (elementy przestrzenne)

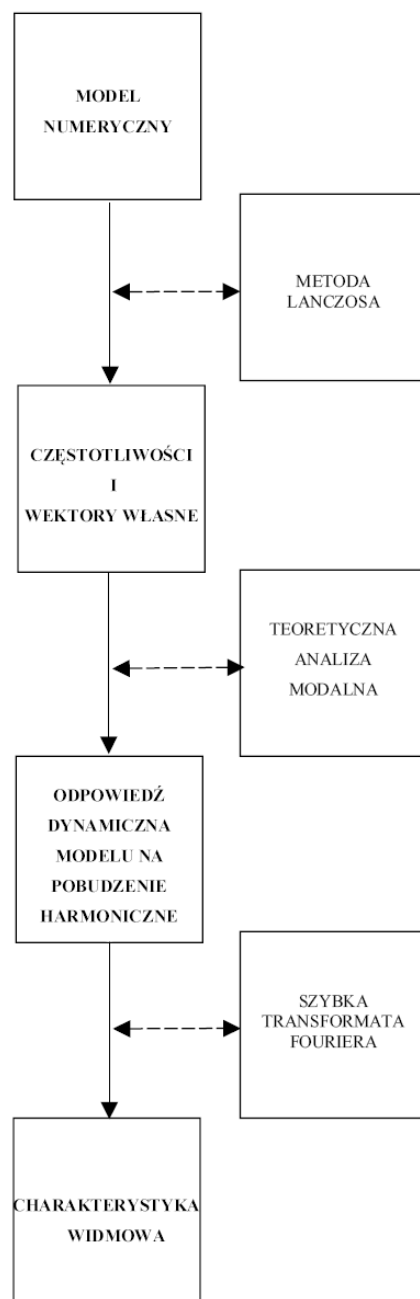
skończonych, zarówno sześciennych jak i czworościennych, o kwadratowej funkcji kształtu. Najmniejszą zgodność przy niskich poziomach dyskretyzacji wykazywały obliczenia numeryczne, w których użyto elementów o zredukowanej liczbie punktów Gaussa oraz elementów o liniowej funkcji kształtu, zarówno sześciennych jak i czworościennych. Zaobserwowano także, iż wyniki symulacji nie zmieniały się w przypadku geometrii z zaokrąglonymi i ostrymi krawędziami.

6.3 Algorytm obliczeniowy

Obliczenia numeryczne, w odniesieniu do układów zastępczych, zrealizowane w celu zbadania wpływu zmian stanu połączenia kości i implantu na dynamikę układu podzielono na dwie części. W pierwszej z nich obliczono czystości i postacie drgań własnych układu metodą Lanczosa, [7], dla różnych wartości parametru D i różnych warunków brzegowych opisanych w poprzedniej części pracy. W drugiej części obliczeń wykorzystano teoretyczną analizę modalną, [39, 112], do wyznaczenia zmian w widmie rozważanych układów, zakładając zerowe tłumienie i warunki brzegowe belki jednostronnie utwierdzonej z jednoczesnym uwzględnieniem wymuszającej siły harmoniczej. Na podstawie wyznaczonych przebiegów czasowych amplitudy przyspieszeń dokonano szybkiej transformaty Fouriera (FFT). Analizy sygnałów czasowych zrealizowano w środowisku Matlab 7.4 w celu wyznaczenia składowych widm amplitudowych. Na

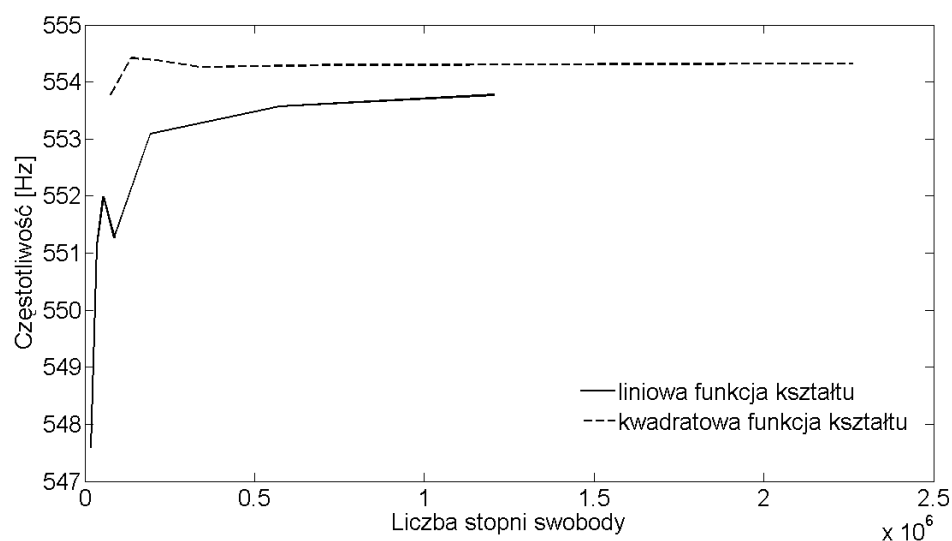
6.3. Algorytm obliczeniowy

rys. 6.7 przedstawiono kompletny algorytm obliczeń. Wszystkie obliczenia numeryczne metodą elementów skończonych zrealizowano w środowisku obliczeniowym Abaqus 6.7.

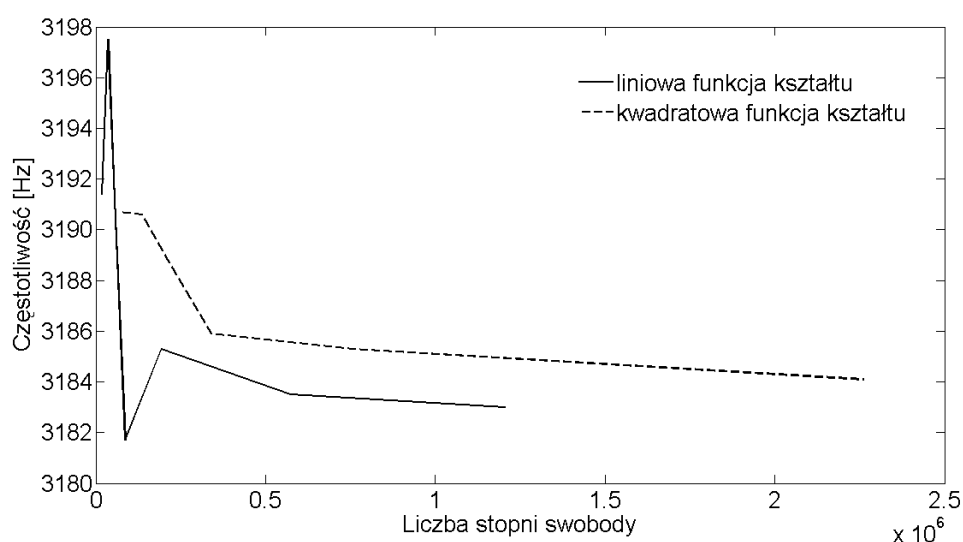


Rysunek 6.7: Algorytm obliczeń

Podczas wyboru siatek węzłów i elementów skończonych modelu numeryczne-



Rysunek 6.8: Zbieżność wartości pierwszej częstotliwości własnej wyznaczonej numerycznie dla układu APM, warunki brzegowe swobodne końce



Rysunek 6.9: Zbieżność wartości czwartej częstotliwości własnej wyznaczonej numerycznie dla układu APM, warunki brzegowe swobodne końce

go szczególną uwagę zwrócono na osiągnięcie przez model odpowiedniego poziomu zbieżności. Na rys. 6.8 oraz rys. 6.9 przedstawiono zbieżność wartości pierwszej i czwartej częstotliwości własnej modelu numerycznego połączenia zastępczego PM w funkcji liczby stopni swobody (liczby elementów skończonych), dla liniowej i kwadratowej funkcji kształtu. W obliczeniach zasadniczych użyto przestrzennego,

sześciennego elementu skończonego, o kwadratowej funkcji kształtu, posiadającego 20 węzłów. Każdy z nich dysponował trzema przemieszczeniowymi stopniami swobody. Dyskretyzacja w symulacjach numerycznych pozostawała na poziomie ok. 200 000 elementów skończonych, co odpowiadało 2 000 000 stopni swobody modelu numerycznego. Średni wymiar charakterystyczny elementu skończonego wynosił 0.002 m.

W analizie numerycznej modelu z uwzględnieniem periodycznej siły wymuszającej określono maksymalną wielkość kroku całkowania po czasie, [1]:

$$\Delta t_{stab} \leq \frac{2}{\omega_{max}}, \quad (6.4)$$

gdzie:

ω_{max} - maksymalna częstotliwość własna uwzględniona w analizowanym modelu,

lub

$$\Delta t_{stab} \leq \frac{L^e}{c_d}, \quad (6.5)$$

gdzie:

L^e - wymiar charakterystyczny elementu skończonego,

c_d - prędkość fali prętowej w materiale,

oraz

$$c_d = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (6.6)$$

Biorąc pod uwagę właściwości materiałów tworzących modele numeryczne połączeń zastępczych oraz średni wymiar charakterystyczny elementu skończonego ustalonego na podstawie analizy zbieżności, maksymalna wielkość kroku całkowania po czasie wynosiła $4 * 10^{-7}$ s dla modelu APM oraz $13 * 10^{-7}$ s dla modelu PM.

6.4 Przykładowe wyniki badań numerycznych dla połączeń zastępczych

Wyniki badań numerycznych dla układów zastępczych można podzielić na dwie części. Pierwsza dotyczy rozwiązania zagadnienia własnego, a wyniki stanowią częstotliwości i postacie drgań własnych układu. Obejmuje ona układy zarówno o warunkach brzegowych swobodnych końców jak i belki wspornikowej. Druga część obejmuje wyniki analizy modalnej dla układu o warunkach brzegowych belki wspornikowej pod działaniem siły periodycznej, a jej rezultatem

6.4. Przykładowe wyniki badań numerycznych dla połączeń zastępczych

są przebiegi amplitudowo-czasowe i zbiory częstotliwości rezonansowych. Poniżej przedstawiono wykresy częstotliwości drgań własnych obliczonych dla różnych wartości parametru uszkodzenia D , zarówno dla przypadku o warunkach brzegowych swobodnych końców jak i belki jednostronnie utwierdzonej dla układu APM oraz PM, rys. 6.10 - 6.13. Szczegółowe dane dotyczące wartości częstotliwości przedstawiono w tab. 6.2 - 6.5. W dodatkach A.1 i A.2 zamieszczono szczegółowe wyniki badań numerycznych obejmujące postacie drgań własnych dla kilku kolejnych częstotliwości drgań własnych badanych układów. W dodatkach A.3 i A.4 podano wykresy prezentujące wyniki odpowiedzi dynamicznej układów na działanie siły harmonicznej. Są one rezultatem analizy widmowej i prezentowane są w formie wykresów przedstawiających zależność amplitudy w funkcji częstotliwości pobudzenia i odpowiedzi.

Częstotliwości rezonansowe układu, dla przypadku pobudzenia harmonicznego, obliczono stosując szybką transformatę Fouriera (FFT) dla skończonych przebiegów czasowych przyspieszeń z węzłów i kierunków skojarzonych z przetwornikami drgań w badaniach eksperymentalnych. Ze względu na podobny charakter postaci drgań w dodatkach A.1 i A.2 przedstawiono wyłącznie wyniki dotyczące modelu APM. Pomimo, iż wartości częstotliwości drgań związane są z modami oznaczonymi kolejnymi liczbami całkowitymi ich wartości przedstawiono liniami dla uwidocznienia trendu zmian.

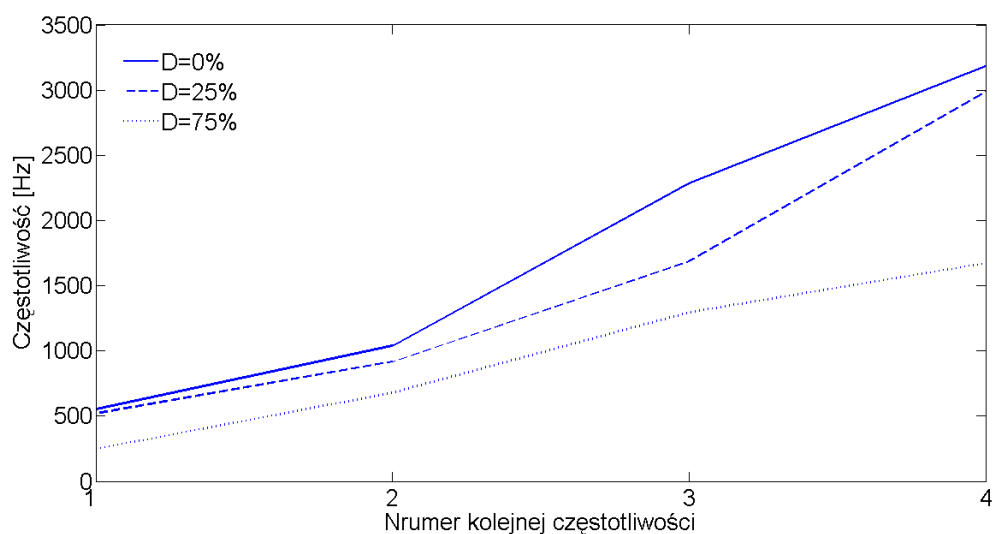
Tabela 6.2: Wartości częstotliwości własnych w funkcji parametru D , warunki brzegowe końce swobodne, układ APM

Nr kolejnej częstotliwości	D=0%	D=25%	D=75%
1	553 Hz	520 Hz	249 Hz
2	1038 Hz	916 Hz	677 Hz
3	2282 Hz	1689 Hz	1294 Hz
4	3182 Hz	2988 Hz	1672 Hz

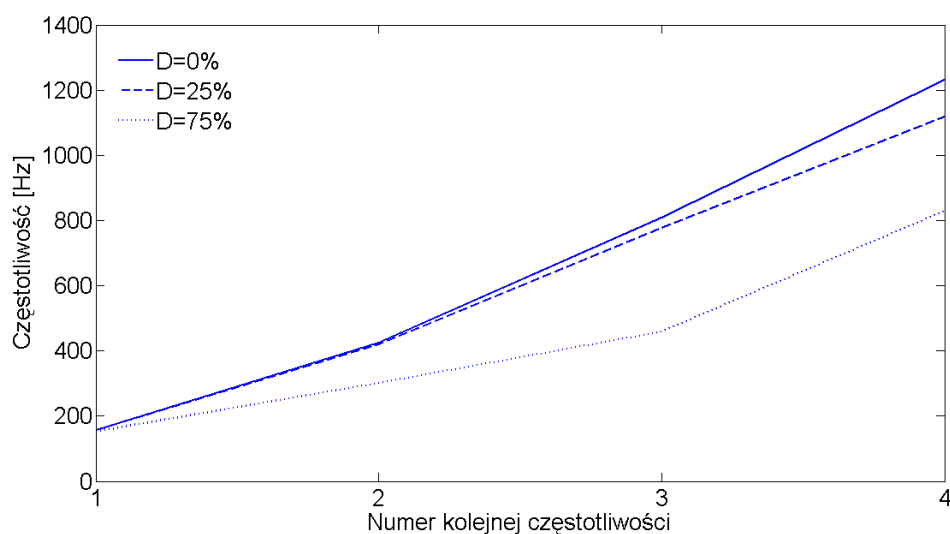
Tabela 6.3: Wartości częstotliwości własnych w funkcji parametru D , warunki brzegowe końce swobodne, układ PM

Nr kolejnej częstotliwości	D=0%	D=25%	D=75%
1	155 Hz	156 Hz	153 Hz
2	350 Hz	330 Hz	294 Hz
3	808 Hz	776 Hz	458 Hz
4	1231 Hz	1119 Hz	828 Hz

6.4. Przykładowe wyniki badań numerycznych dla połączeń zastępczych



Rysunek 6.10: Częstotliwości własne, rozwiązanie numeryczne, warunki brzegowe swobodne końce, model APM, D=0%, D=25%, D=75%



Rysunek 6.11: Częstotliwości własne, rozwiązanie numeryczne, warunki brzegowe swobodne końce, model PM, D=0%, D=25%, D=75%

Z wyników przedstawionych na rys. 6.10 oraz tab. 6.2 wynika, iż w układzie APM o swobodnych warunkach brzegowych, wszystkie analizowane częstotliwości wraz z rosnącym odspajaniem uległy obniżeniu. W analizie numerycznej układu PM, przy uwzględnieniu powyższych warunków brzegowych wartość pierwszej częstotliwości własnej nie uległa znaczącej zmianie, natomiast kolejne (druga,

6.4. Przykładowe wyniki badań numerycznych dla połączeń zastępczych

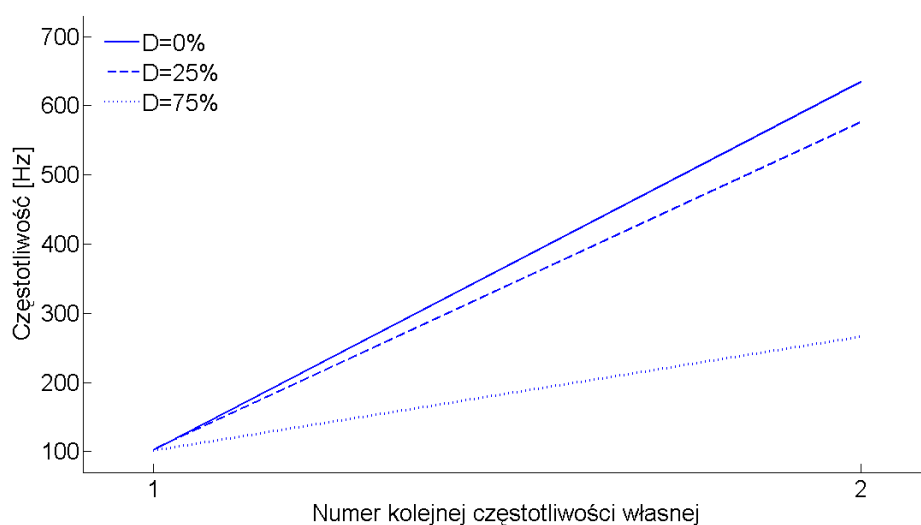
trzecia i czwarta) uległy obniżeniu, rys. 6.11 oraz tab. 6.3.

Tabela 6.4: Wartości częstotliwości własnych w funkcji parametru D, warunki brzegowe belki wspornikowej, układ APM

Nr kolejnej częstotliwości	D=0%	D=25%	D=75%
1	102 Hz	103 Hz	101 Hz
2	635 Hz	575 Hz	266 Hz

Tabela 6.5: Wartości częstotliwości własnych w funkcji parametru D, warunki brzegowe belki wspornikowej, układ PM

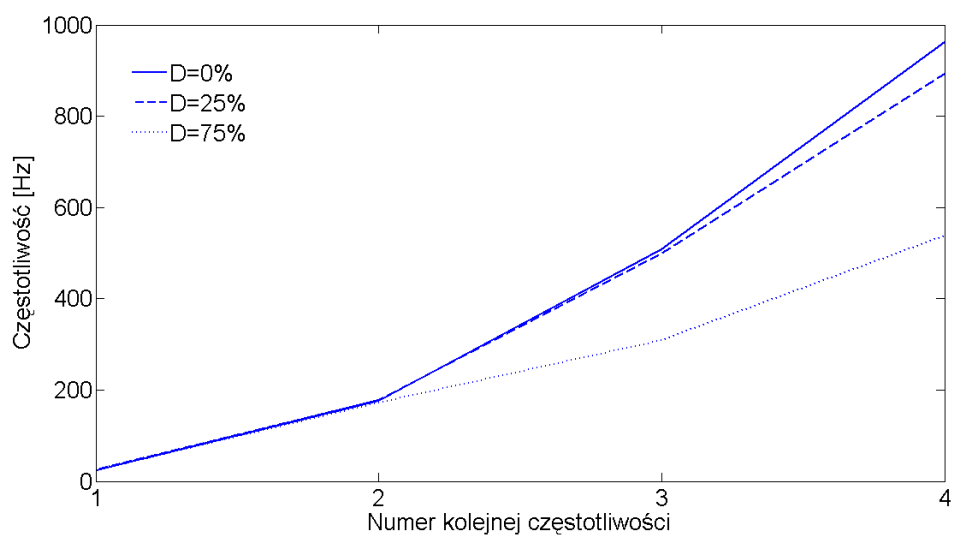
Nr kolejnej częstotliwości	D=0%	D=25%	D=75%
1	24 Hz	24 Hz	24 Hz
2	177 Hz	178 Hz	172 Hz
3	508 Hz	498 Hz	309 Hz
4	962 Hz	892 Hz	539 Hz



Rysunek 6.12: Częstotliwości własne, rozwiązanie numeryczne, warunki brzegowe belki wspornikowej, model APM, D=0%, D=25%, D=75%

Z wykresu zamieszczonego na rys.6.12 oraz danych zawartych w tab. 6.4 wynika, iż w układzie APM, przy uwzględnieniu warunków brzegowych belki wspornikowej, wartość pierwszej częstotliwości nie zmieniła się istotnie, druga natomiast obniżyła się wraz z rosnącym odpajaniem. W analizie układu PM, przy

6.4. Przykładowe wyniki badań numerycznych dla połączeń zastępczych



Rysunek 6.13: Częstotliwości własne, rozwiązanie numeryczne, warunki brzegowe belki wspornikowej, model PM, D=0%, D=25%, D=75%

uwzględnieniu wyżej wymienionych warunków brzegowych zauważono, iż wartość pierwszej częstotliwości nie uległa zmianie, druga uległa tylko nieznacznemu obniżeniu, trzecia i czwarta uległy istotnemu zmniejszeniu, rys. 6.13 oraz tab. 6.5.

6.5 Studium parametryczne wpływu wybranych parametrów na dynamikę zastępczych połączeń kości i implantu

W celu pełniejszego zbadania właściwości dynamicznych rozważanych układów oszacowano wpływ parametrów wyrażających właściwości mechaniczne oraz gęstość elementów połączenia modelujących kość na częstotliwości drgań własnych. Analizowano układy APM oraz PM. W badaniach uwzględniono wyłącznie modele numeryczne o warunkach brzegowych belki wspornikowej. Uwagę zwrócono na odchylenia zmian częstotliwości drgań własnych opisujących odspajanie implantu od kości w porównaniu do przypadku referencyjnego. Zakresy zmian parametrów takich jak: moduł Younga, współczynnik Poissona oraz gęstość ustalono mnożąc ich wartości przez hipotetycznie przyjęte współczynniki od 0.5 do 1.5 z krokiem 0.1.

Poprzez badanie wpływu odchylenia właściwości materiałowych na zmianę częstotliwości drgań własnych układu można określić wrażliwość układu z założonym modelem utraty spójności na zmiany parametrów dynamicznych. Zmiany właściwości mechanicznych mogą wyrażać odchylenia osobnicze występujące w tkance kości na tle populacji. Mogą być także rezultatem zaburzeń gospodarki mineralnej spowodowanych nabytymi jednostkami chorobowymi czy stosowanej farmakoterapii. Na rysunkach 6.14 - 6.16 przedstawiono wpływ parametrów na częstotliwości drgań własnych układu APM. Szczegółowe wyniki przedstawiono w dodatkach A.5 i A.6.

W układzie APM zauważyć można największe zmiany wartości drugiej częstotliwości własnej, której szczegółowe wartości dla skrajnych wartości odchylenia zamieszczono w tab. 6.6 - 6.8.

Tabela 6.6: Zmiany wartości drugiej częstotliwości własnej spowodowane skrajnymi odchyleniami modułu Younga, układ APM

D [%]	Wartość minimalna E=35.5 GPa	Wartość nominalna E=71 GPa	Wartość maksymalna E=106 GPa
0	456 Hz	635 Hz	779 Hz
25	441 Hz	577 Hz	657 Hz
75	251 Hz	265 Hz	271 Hz

Dla przypadku D=0% zwiększenie wartości modułu Younga o 50% w stosunku do wartości nominalnej powoduje wzrost tej częstotliwości o 23%, z kolei zmniejszenie wartości modułu Younga o połowę powoduje obniżenie wartości

6.5. Studium parametryczne wpływu wybranych parametrów na dynamikę zastępczych połączeń kości i implantu

Tabela 6.7: Zmiany wartości drugiej częstotliwości własnej spowodowane skrajnymi odchyleniami współczynnika Poissona, układ APM

D [%]	Wartość minimalna $\nu=0.175$	Wartość nominalna $\nu=0.35$	Wartość maksymalna $\nu=0.49$
0	637 Hz	635 Hz	634 Hz
25	579 Hz	577 Hz	577 Hz
75	264 Hz	265 Hz	265 Hz

Tabela 6.8: Zmiany wartości drugiej częstotliwości własnej spowodowane skrajnymi odchyleniami gęstości, układ APM

D [%]	Wartość minimalna $\rho = 1350 \text{ kg/m}^3$	Wartość nominalna $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$	Wartość maksymalna $\rho = 4050 \text{ kg/m}^3$
0	791 Hz	635 Hz	547 Hz
25	660 Hz	577 Hz	518 Hz
75	286 Hz	265 Hz	247 Hz

częstotliwości o 28%. W przypadku D=25% występuje zwiększenie wartości tej częstotliwości o 14% oraz zmniejszenie o 24%. Rozpartując układ z uszkodzeniem D=75% można zaobserwować zwiększenie wartości o 3% oraz odpowiednio zmniejszenie o 5%.

Analizując wpływ zmian współczynnika Poissona dla drugiej częstotliwości tego układu stwierdzić można niewielkie zmiany wartości częstotliwości własnych. Dla wszystkich przypadków nie przekroczyły one 0.3%.

Rozważając rolę zmian paramertu gęstości, przy D=0%, zauważyć można podczas zwiększania gęstości do wartości skrajnej zmniejszenie wartości częstotliwości o 14% i w przeciwnym przypadku zwiększenie wartości częstotliwości o 25%. Dla parametru D=25% zauważamy zmniejszenie wartości o 10% oraz odpowiednio zwiększenie o 14%. Rozważając układ z uszkodzeniem D=75% można zaobserwować zmniejszenie wartości o 8% oraz odpowiednio zwiększenie o 6%.

W modelu PM największym zmianom podlegała czwarta częstotliwość własna. Szczegółowe wyniki zmian tej częstotliwości dla skrajnych wartości odchyień parametrów materiałowych zamieszczono w tab. 6.9 - 6.11.

Na podstawie analizy studium parametrycznego układu PM i przypadku D=0% zauważyć można, że zwiększenie wartości modułu Younga do wartości skrajnej w stosunku do wartości nominalnej powoduje wzrost czwartej częstotliwości o 16%, z kolei zmniejszenie wartości modułu Younga do wartości skrajnej powoduje ob-

6.5. Studium parametryczne wpływu wybranych parametrów na dynamikę zastępczych połączeń kości i implantu

Tabela 6.9: Zmiany wartości czwartej częstotliwości własnej spowodowane skrajnymi odchyleniami modułu Younga, układ PM

D [%]	Wartość minimalna E=1.5	Wartość nominalna GPa E=3 GPa	Wartość maksymalna E=4.5 GPa
0	738 Hz	961 Hz	1113 Hz
25	719 Hz	896 Hz	1013 Hz
75	441 Hz	539 Hz	598 Hz

Tabela 6.10: Zmiany wartości czwartej częstotliwości własnej spowodowane skrajnymi odchyleniami współczynnika Poissona, układ PM

D [%]	Wartość minimalna $\nu=0.155$	Wartość nominalna $\nu=0.31$	Wartość maksymalna $\nu=0.43$
0	960 Hz	961 Hz	960 Hz
25	895 Hz	896 Hz	896 Hz
75	539 Hz	539 Hz	541 Hz

Tabela 6.11: Zmiany wartości czwartej częstotliwości własnej spowodowane skrajnymi odchyleniami gęstości, układ PM

D [%]	Wartość minimalna $\rho = 705 \text{ kg/m}^3$	Wartość nominalna $\rho = 1410 \text{ kg/m}^3$	Wartość maksymalna $\rho = 2115 \text{ kg/m}^3$
0	1221 Hz	961 Hz	825 Hz
25	1108 Hz	896 Hz	784 Hz
75	635 Hz	539 Hz	479 Hz

nizienie wartości częstotliwości o 23%. W przypadku D=25%, obserwujemy zwiększenie wartości częstotliwości o 13% i zmniejszenie o 20%. Rozpartując układ z uszkodzeniem D=75% zauważyć można odpowiednio zwiększanie wartości analizowanej czwstotliwości o 11% zmniejszenie o 18%.

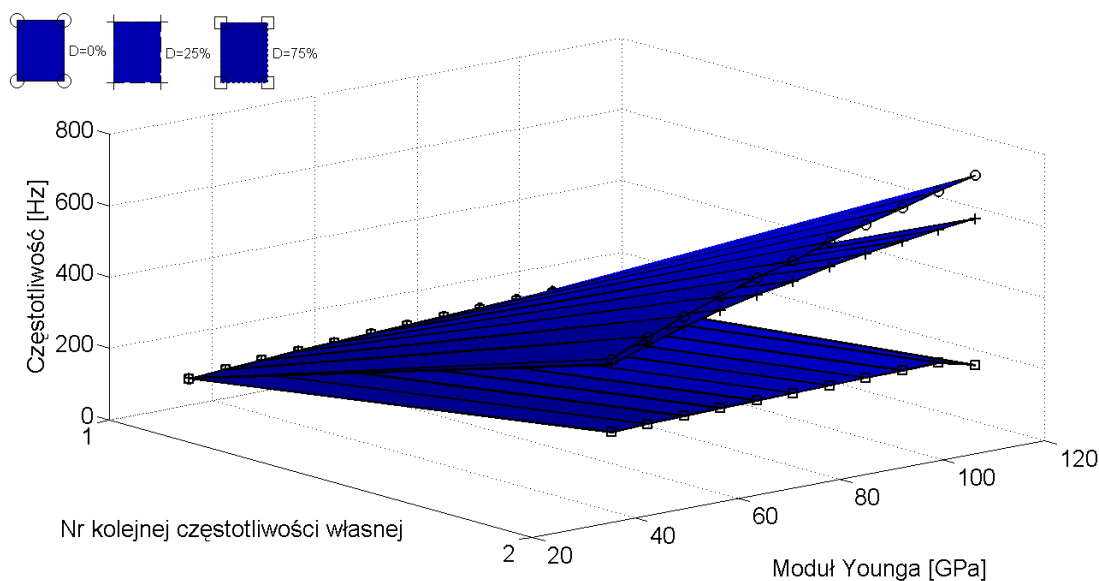
Analizując wpływ zmian współczynnika Poissona dla drugiej częstotliwości układu PM stwierdzić można podobnie jak dla układu PM niewielkie zmiany wartości częstotliwości własnych. Dla wszystkich analizowanych przypadków nie przekroczyły one 0.4%.

W układzie PM, przy D=0% zwiększenie paramertu gęstości do wartości skrajnej powoduje zmniejszenie wartości częstotliwości o 14%. W przypadku przeciwnym, zwiększenie paramertu gęstości do wartości skrajnej, obserwujemy zwiększenie wartości częstotliwości o 27%. Dla uszkodzenia określonego parame-

6.5. Studium parametryczne wpływu wybranych parametrów na dynamikę zastępczych połączeń kości i implantu

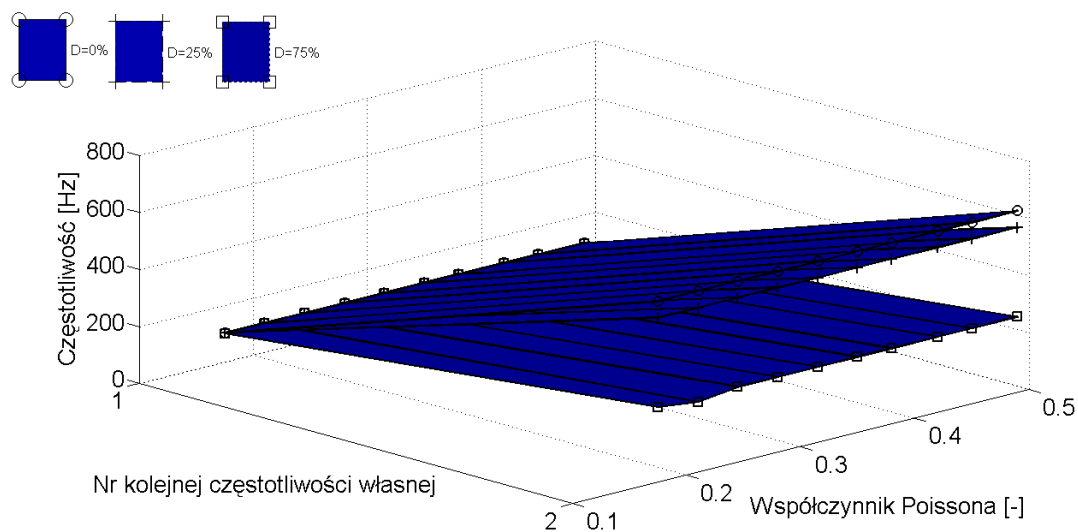
trem $D=25\%$ zauważyć można odpowiednio zmniejszenie wartości częstotliwości o 13% i zwiększenie o 24%. W przypadku $D=75\%$ zauważamy podobne relacje, przy czym wartości częstotliwości ulegają zmniejszeniu o 11% oraz zwiększeniu o 18%.

Z analizy wyników studium parametrycznego wynikają następujące spostrzeżenia dotyczące wpływu analizowanych parametrów na dynamikę modeli. Odchylenie wartości modułu Younga powyżej wartości ustalonej jako nominalna powoduje zwiększenie wartości częstotliwości drgań. Odchylenie wartości poniżej ustalonej wartości obniżają wartości częstotliwości drgań. Na podstawie obserwacji wpływu współczynnika Poissona stwierdzić można, iż ma on pomijalnie mały wpływ na zmianę częstotliwości drgań własnych. Analizując wpływ gęstości dostrzec można obniżanie wartości częstotliwości drgań własnych przy jednoczesnym wzroście parametru gęstości oraz zwiększenie wartości częstotliwości drgań własnych podczas obniżania wartości parametru gęstości.

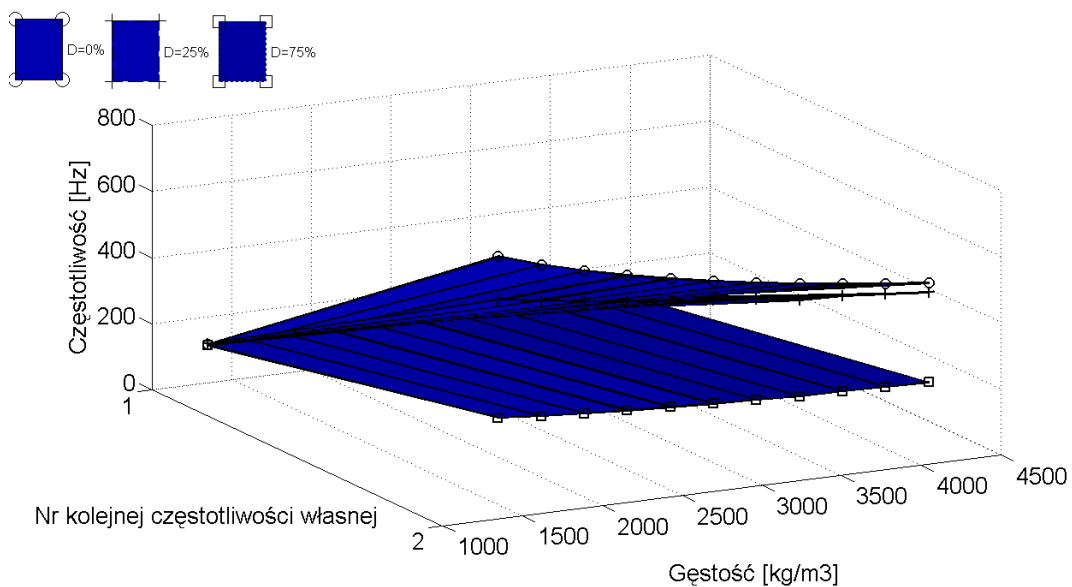


Rysunek 6.14: Wpływ parametru modułu Younga na zmianę częstotliwości drgań własnych, model APM

6.5. Studium parametryczne wpływu wybranych parametrów na dynamikę zastępczych połączeń kości i implantu



Rysunek 6.15: Wpływ parametru współczynnika Poissona na zmianę częstotliwości drgań własnych, model APM



Rysunek 6.16: Wpływ parametru gęstości na zmianę częstotliwości drgań własnych, model APM

Rozdział 7

Badania eksperymentalne układów zastępczych

Badania eksperymentalne dynamiki układów zastępczych połączenia kość-implant skoncentrowane zostały na wyznaczeniu zbiorów częstotliwości drgań własnych dla układów oznaczonych odpowiednio APM oraz PM. Uwzględniono dwa rodzaje warunków brzegowych (zamocowania) układów i wymuszeń. Warunki badań eksperymentalnych odpowiadały warunkom badań numerycznych, które zostały omówione w poprzednim rozdziale. Badania przeprowadzono dla trzech rodzajów odspojenia opisanego za pomocą parametru D .

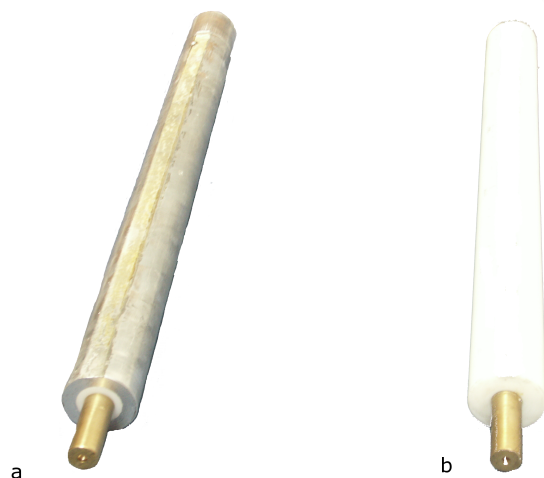
7.1 Obiekty badań

Badania eksperymentalne dotyczyły układów zastępczych połączenia zbudowanych z elementów tulejowo-prętowych (cylindryczno - prętowych). Układy te były identyczne z modelami numerycznymi w zakresie geometrii, stałych materiałowych i warunków brzegowych. Widok testowanych układów zastępczych przedstawiono na rys. 7.1.

Zrealizowano dwa rodzaje warunków brzegowych, które zostały skojarzone z odpowiednim pobudzeniem układu do drgań. Były to warunki brzegowe zerowe tzw. (free-free boundary conditions), rys. 7.2, zrealizowane poprzez podwieszenie układu na gumowych linach o stosunkowo dużej podatności. Taki układ został pobudzony wymuszeniem typu impulsowego, które zostało zrealizowane za pomocą młotka modalnego.

Drugi rodzaj warunków brzegowych dotyczył zamocowania układu wg warunków brzegowych tzw. belki wspornikowej. Polegało to na sztywnym połączeniu jednego końca układu za pomocą żeliwnego krążka, przy wykorzystaniu prętów ściskowych, do betonowego nieruchomego słupa, co zapewniło wysoką sztywność zamocowania, rys. 7.3. Ten typ zamocowania skojarzony został z wymuszeniem za pomocą siły harmoniczej.

Odspojenie w układach zastępczych wprowadzone jest poprzez zmianę powierzchni kontaktu pomiędzy krótszym prętem osadzonym w otworze dłuższe-



Rysunek 7.1: Układy zastępcze połączeń kość-implant, a) układ APM, b) układ PM

go pręta z otworem. Przypadki ograniczonego kontaktu symulowały powstanie uszkodzenia, wprowadzając zmianę sztywności pomiędzy poszczególnymi częściami układu. Długości cylindrycznej powierzchni kontaktu wynosiły: 200 mm, 150 mm, 50 mm, co odpowiadało parametrowi uszkodzenia $D=0\%$, $D=25\%$, $D=75\%$.

W układzie APM zmianie ulegała długość tulei, zaś dla układu PM odspajanie reprezentowane było poprzez wykonanie podtoczeń o odpowiednich długościach w wewnętrznej powierzchni otworu osadzenia pręta.

Ilościowo utratę spójności opisano, podobnie jak dla modeli numerycznych, za pomocą skalarne parametru D , zgodnie ze wzorem (6.1).

7.2 Sprzęt i procedura pomiarowa

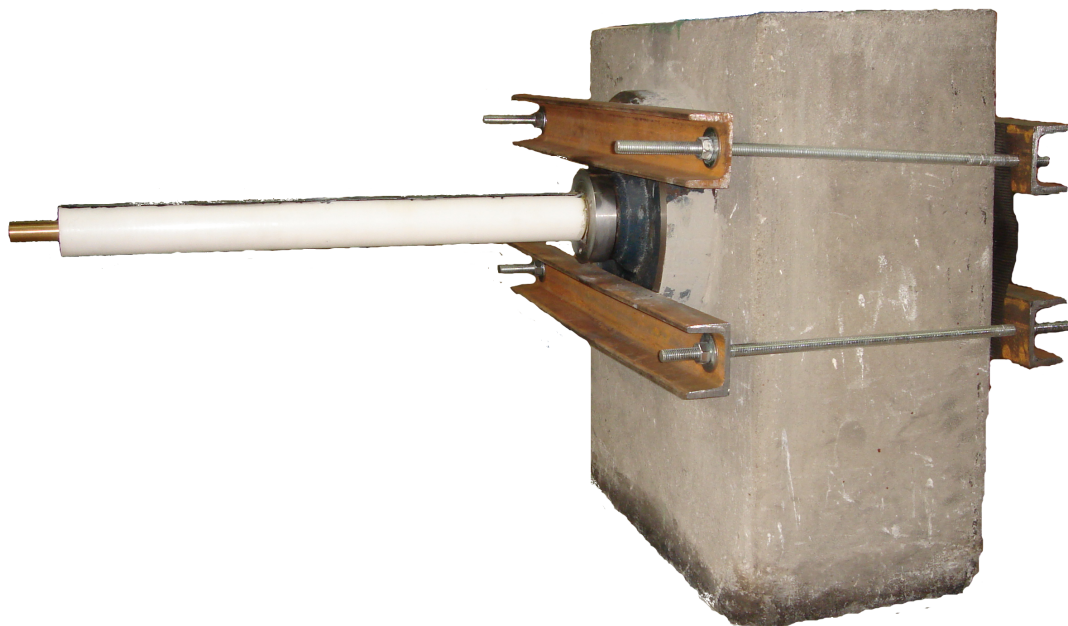
W badaniach układów zastępczych z warunkami swobodnych końców zastosowano wymuszenie impulsowe. Układ pomiarowy który wykorzystano składał się z następujących elementów: rejestratora sygnału TEAC RC 135T, dwóch przystawek-przedwzmacniaczy Bruel&Kjaer 2526, zestawu trzech przetworników drgań Dytran 3332 MD, Dyrtan 3143M1, BCM oraz młotka modalnego Dytran 5800B2. Procedura pomiarowa i budowa układu pomiarowego były zgodne z danymi prezentowanymi w literaturze, [56, 79, 113, 111]

Wykorzystane w badaniach eksperymentalnych przetworniki drgań mierzyły przyspieszenia w zakresie częstotliwości pomiarowych: 2 Hz - 10 000 Hz (trójjo-



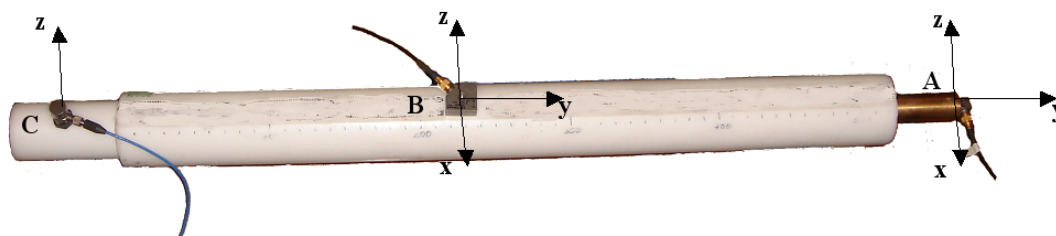
Rysunek 7.2: Układy zastępcze połączeń kość-implant, swobodne warunki brzegowe

siowy Dytran 3332 MD); 5 Hz - 20 000 Hz (trójosiowy Dytran 3143M1); 7 Hz - 23 000 Hz (jednoosiowy BCM). Rejestrator sygnału dokonywał zapisu sygnału z częstotliwością próbkowania równą 24000 Hz. Posiadał osiem kanałów pomiarowych, z których siedem przeznaczono na podłączenie przetworników drgań, a jeden pozostawiono dla sygnału czujnika siły pochodzącego z młotka modalnego. Rejestrator sygnału połączony został z komputerem PC w celu bezpośredniej archiwizacji danych i umożliwienia natychmiastowego podglądu widma. Dwie przystawki-przedwzmacniacze wyposażone łącznie w osiem kanałów pomiarowych były odpowiedzialne za kondycjonowanie sygnału odbieranego przez przetworniki drgań. Przetworniki zostały przytwierdzone do układu badanego za pomocą wosku pszczelego. Pierwszy czujnik (A) trójosiowy Dytran 3323MD został zamocowany na czołowej części układu w miejscu elementu modelującego zachowanie trzpienia. Drugi (B), trójosiowy Dytran 3142M1 umieszczono na środku elementu modelującego kość. Trzeci czujnik BCM (C) przytwierdzono do przeciwległego końca układu. Rozmieszczenie czujników pomiarowych oraz ich oznaczenia pokazano na rys. 7.4. Wszystkie czujniki pomiarowe miały niewielką masę i rejestrowały przyspieszenia drgań. Schemat układu pomiarowego przedstawiono na rys.



Rysunek 7.3: Układy zastępcze połączeń kość-implant, warunki brzegowe belki wspornikowej

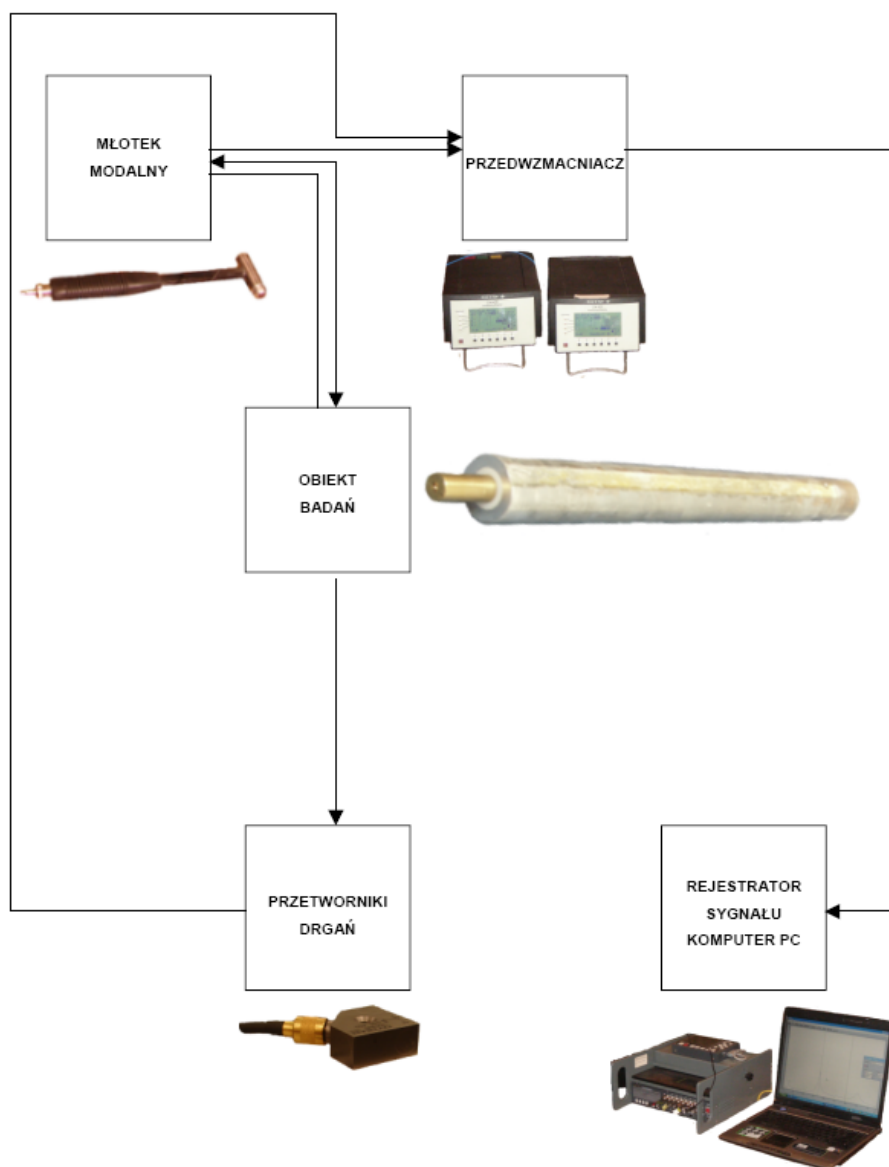
7.5.



Rysunek 7.4: Rozmieszczenie i oznaczenie czujników pomiarowych

Układ był pobudzany do drgań poprzez uderzenia młotkiem modalnym w okolicach miejsc położenia czujników pomiarowych (A, B, C) zlokalizowanych na powierzchni pręta z otworem i w kierunkach równoległych do osi x i z . Siła uderzenia młotka była rejestrowana za pomocą czujnika związanego z młotkiem modalnym. Każde uderzenie impulsowe powtórzono 9 razy, a wyniki uśredniono w celu minimalizacji błędów. Uśrednione sygnały poddane zostały szybkiej transformacji Fouriera w celu wyznaczenia częstotliwości rezonansowych.

Układ zastępczy z zamocowaniem belki wspornikowej badano eksperymentalnie przy wymuszeniu harmonicznym. Część układu pomiarowego, która od-



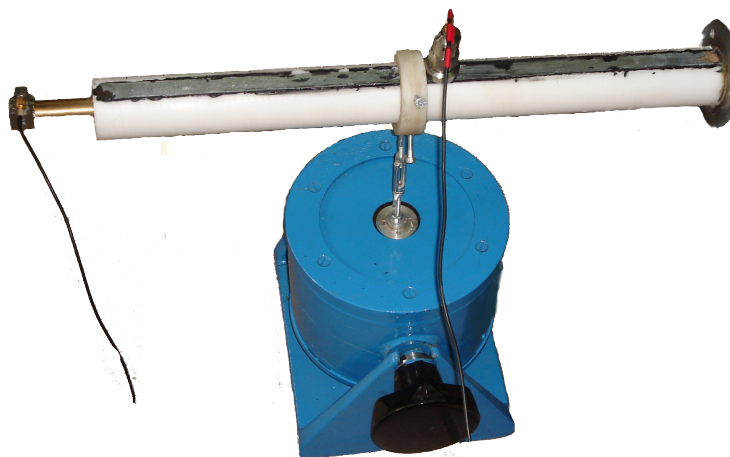
Rysunek 7.5: Schemat układu pomiarowego dla testu impulsowego

powiadała za rejestrację sygnału drganiowego została zbudowana z rejestratora-miernika drgań Svan 912, przystawki pomiarowej-przedwzmacniacza Svan oraz przetworników drgań: trójosiowego Dytran 3023M2 i jednoosiowego Wilcoxon Research Model 786D. Drugą część układu pomiarowego stanowił układ odpowiedzialny za pobudzenie układu do drgań, który składał się z następujących elementów: generatora sygnału drganiowego Svan 401, wzmacniacza sygnału LV 102 oraz wzbudnika elektromagnetycznego VEB 11075. Widok rozmieszczenia

7.2. Sprzęt i procedura pomiarowa

przetworników drgań i połączenia układu badanego do wzбудnicy przedstawiono na rys. 7.6.

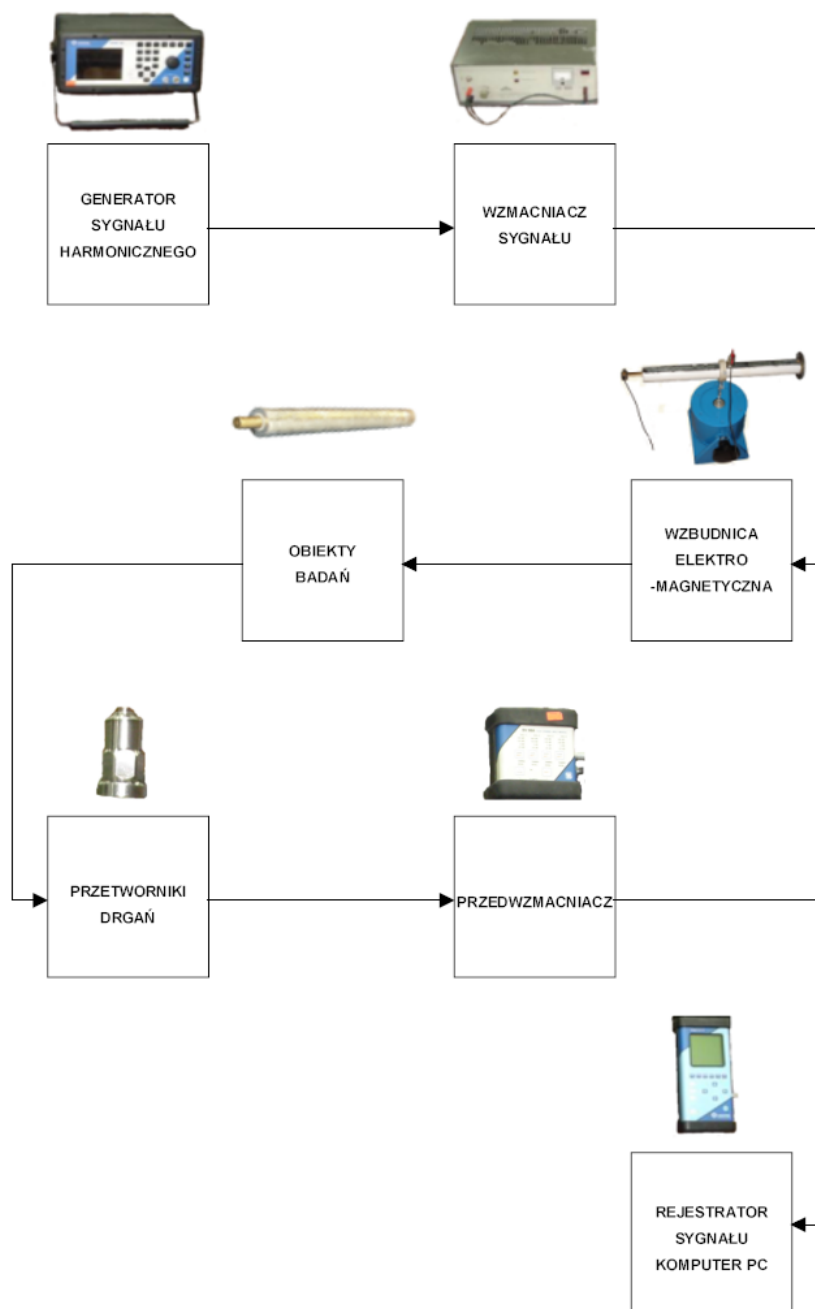
W badaniach rejestrowane były sygnały w postaci przyspieszeń drgań mierzonych za pomocą przetworników. Miernik umożliwiał rejestrację sygnałów pochodzących z czterech kanałów jednocześnie w maksymalnym czasie 0.3 s i z liczbą próbek dla tego przedziału czasu wynoszącą 1024. Maksymalna częstotliwość rejestrowanego sygnału dla takiej liczby próbek zgodnie z kryterium Shannona wynosiła około 1500Hz. Wykorzystane przetworniki drgań mierzyły przyspieszenia w zakresie częstotliwości pomiarowych 2 Hz - 10 000 Hz (trójosiowy); 0.5 Hz - 14 000 Hz (jednoosiowy). Czujniki zamocowane zostały do badanych układów za pomocą przystawek magnetycznych i doklejonej do dłuższego pręta stalowej taśmy.



Rysunek 7.6: Widok rozmieszczenia przetworników drgań i połączenia układu badanego do wzbudnicy

W pierwszej-wstępnej fazie badań eksperymentalnych oceniono przydatność poszczególnych sygnałów drganiowych pochodzących z różnych czujników, biorąc pod uwagę wartość amplitudy mierzonego sygnału. Na podstawie obserwacji zmian amplitudy stwierdzono zasadność rejestracji sygnału pochodzącego z czujnika trójosiowego, z kierunku równoległego do kierunku pobudzenia. W eksperymencie zastosowano stałe połączenie wzbudnicy i badanego układu poprzez łącznik mocowany w połowie dłuższego pręta. Miało to na celu zapewnienie ciągłego przekazywania siły i ewentualne wyeliminowanie impulsowych pobudzeń w przypadku okresowej utraty kontaktu pomiędzy elementem pobudzającym a układem badanym.

Do pobudzenia układu użyto częstotliwości z przedziału od 10 Hz do 1000



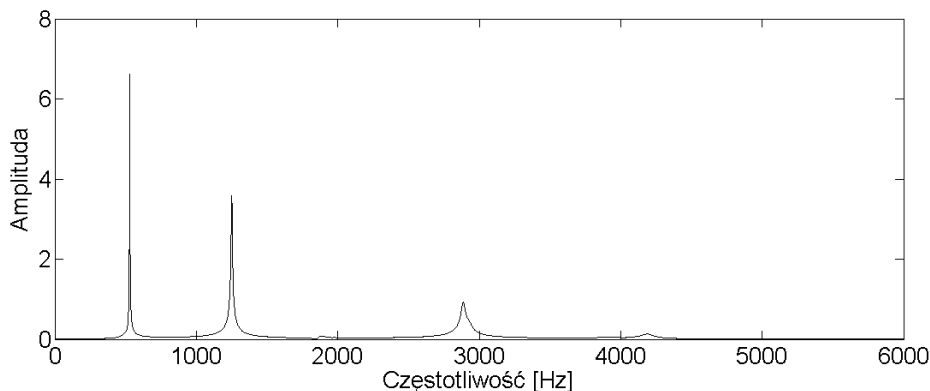
Rysunek 7.7: Schemat układu pomiarowego dla testu harmonicznego

Hz z krokiem 10 Hz poprzez wzmacniacz i wzbudnicę drgań. Na końcu mosiężnego, krótszego pręta, który reprezentuje implant w kości, zamocowano 3-osiowy czujnik drgań, mierzący przyspieszenia drgań. Drugi czujnik drgań zamocowany został w sąsiedztwie miejsca pobudzenia układu i dane z tego czujnika służyły

to kontroli częstotliwości pobudzenia, przeprowadzanej w czasie rzeczywistym za pomocą analizy FFT dostępnej w urządzeniu pomiarowym. Czujnik ten użyto również do lokalizacji węzłów postaci drgań. Schemat układu pomiarowego przedstawiono na rys. 7.7.

7.3 Przykładowe wyniki badań

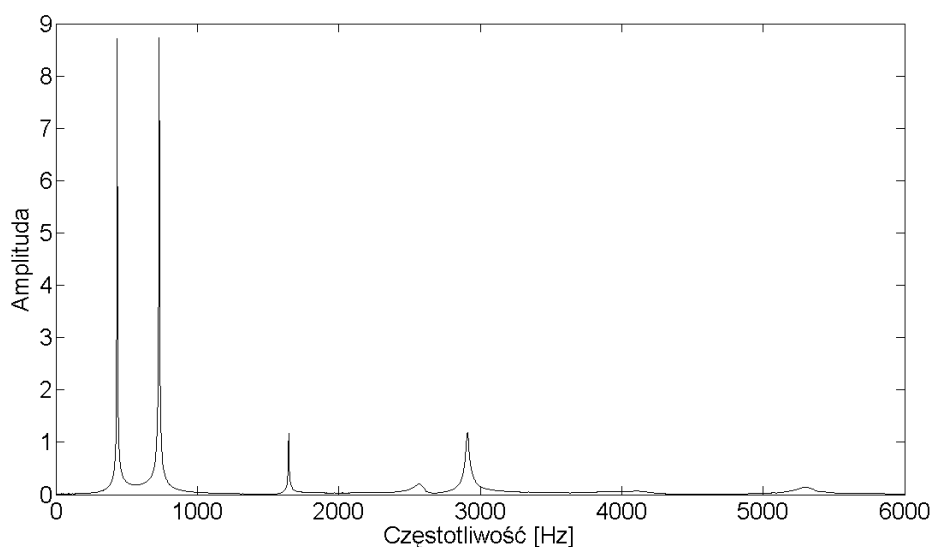
W badaniach eksperymentalnych z wykorzystaniem pobudzenia impulsowego skoncentrowano się na analizie wyników pochodzących z kierunków czujników równoległych do kierunku pobudzenia układu do drgań. Miejsca przyłożenia wymuszenia impulsowego znajdowały się w sąsiedztwie czujników pomiarowych oznaczonych na wynikach jako A, B i C. Wymuszenia aplikowane były zgodnie ze zwrotem osi z lub przeciwnie. Poniżej zamieszczono wyniki dla układu APM, rys. 7.8 - 7.10, dla pobudzenia zgodnego ze zwrotem osi z, przyłożonego na kierunku rejestracji czujnika B. W dodatkach B.1 i B.2 zamieszczono wyniki dla wszystkich osi oraz pobudzenia pochodzącego z sąsiedztwa czujnika B i zwrotu zgodnego z osią z. W tab. 7.1 oraz 7.2 zestawiono wyniki częstotliwości rezonansowych układów APM i PM dla rozważanych warunków brzegowych i rodzaju pobudzenia.



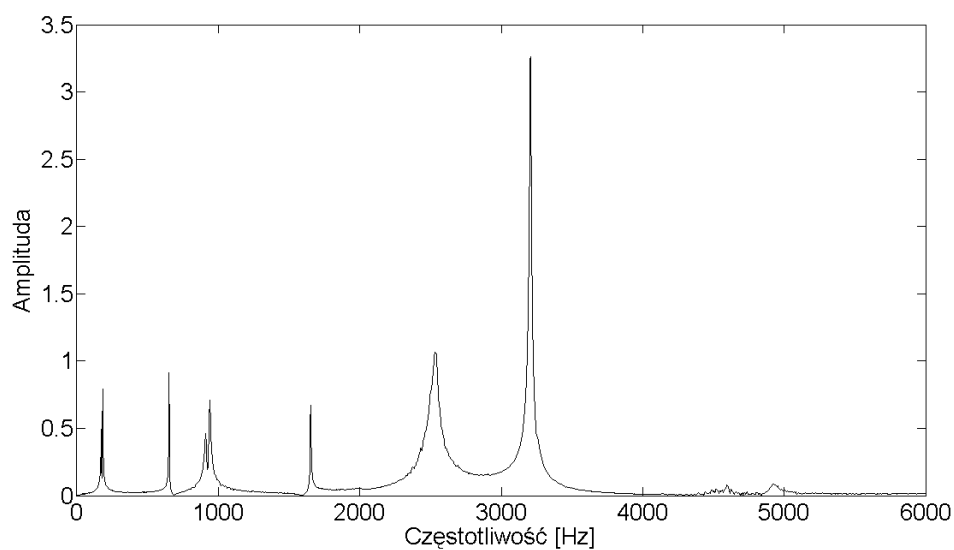
Rysunek 7.8: Widmo amplitudowe sygnału drganiowego (amplitudy przyspieszeń), układ zastępczy APM, warunki brzegowe swobodne końce, pobudzenie impulsowe, $D=0\%$

Na podstawie opracowanych wyników (zamieszczonych w niniejszym rozdziale oraz w dodatkach B.1 i B.2) stwierdzić można, iż w układzie APM wszystkie z czterech pierwszych analizowanych częstotliwości rezonansowych uległy obniżeniu wraz z narastającym odspajaniem. W przypadku układu PM zauważyć można podobną prawidłowość z wyjątkiem pierwszej częstotliwości, która nie zmieniła się istotnie.

7.3. Przykładowe wyniki badań



Rysunek 7.9: Widmo amplitudowe sygnału drganiowego (amplitudy przyspieszeń), układ zastępczy APM, warunki brzegowe swobodne końce, pobudzenie impulsowe, $D=25\%$



Rysunek 7.10: Widmo amplitudowe sygnału drganiowego (amplitudy przyspieszeń), układ zastępczy APM, warunki brzegowe swobodne końce, pobudzenie impulsowe, $D=75\%$

W badaniach eksperymentalnych z użyciem pobudzenia harmonicznego rejestrowano amplitudy drgań podczas pobudzania układu częstotliwościami z prze-

7.3. Przykładowe wyniki badań

Tabela 7.1: Wartości częstotliwości własnych w funkcji parametru D, warunki brzegowe końce swobodne, model APM

Nr kolejnej częstotliwości	D=0%	D=25%	D=75%
1	531 Hz	440 Hz,	181 Hz
2	1250 Hz	725 Hz	651 Hz
3	1884 Hz	1648 Hz	944 Hz
4	2900 Hz	2916 Hz	1652 Hz

Tabela 7.2: Wartości częstotliwości własnych w funkcji parametru D, warunki brzegowe końce swobodne, model PM

Nr kolejnej częstotliwości	D=0%	D=25%	D=75%
1	160 Hz	161 Hz	158 Hz
2	440 Hz	439 Hz	285 Hz
3	837 Hz	814 Hz	486 Hz
4	1238 Hz	1157 Hz	868 Hz

działu 0 - 1000 Hz. Wielkościami mierzonymi były amplitudy przyspieszeń drgań rejestrowane w kierunku pobudzenia układu, z krokiem częstotliwości 10 Hz. Sygnały rejestrowane w dziedzinie czasu były następnie poddane transformacji Fouriera (FFT). Wyniki dotyczące układów APM i PM zamieszczono w dodatkach B.3 i B.4. W tekście poniżej zamieszczono na rys. 7.11-7.13 przykładowe wyniki dla układu APM. W tab. 7.3 oraz tab.7.4 zestawiono szczegółowe wyniki częstotliwości rezonansowych. Wynika z nich, iż w układzie APM tylko druga częstotliwość rezonansowa obniża się wraz z rosnącym odspojeniem, pierwsza natomiast pozostaje bez zmian. W układzie PM można zauważyć, iż pierwsza częstotliwość pozostała bez zmian, natomiast druga, trzecia i czwarta znacząco obniżyły się.

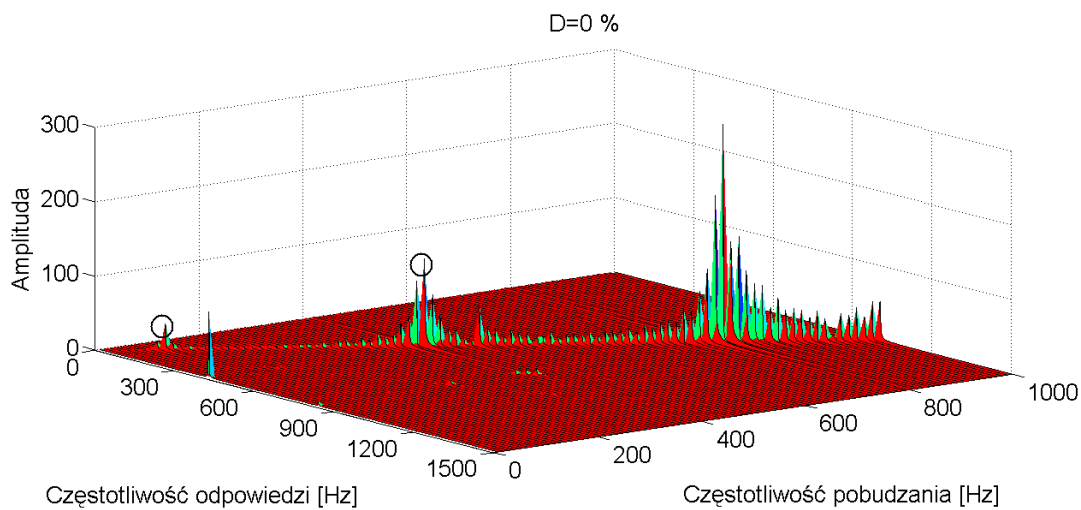
Tabela 7.3: Wartości częstotliwości własnych w funkcji parametru D, warunki brzegowe belki wspornikowej, model APM

Nr kolejnej częstotliwości	D=0%	D=25%	D=75%
1	89 Hz	89 Hz	82 Hz
2	426 Hz	403 Hz	147 Hz

7.3. Przykładowe wyniki badań

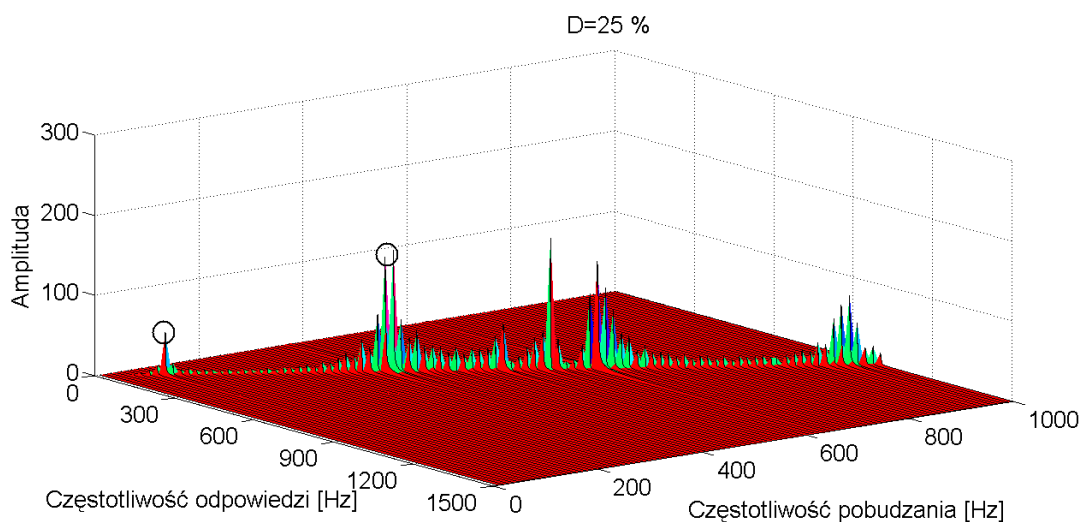
Tabela 7.4: Wartości częstotliwości własnych w funkcji parametru D , warunki brzegowe belki wspornikowej, model PM

Nr kolejnej częstotliwości	$D=0\%$	$D=25\%$	$D=75\%$
1	26 Hz	25 Hz	24 Hz
2	150 Hz	147 Hz	132 Hz
3	502 Hz	460 Hz	270 Hz
4	990 Hz	920 Hz	470 Hz

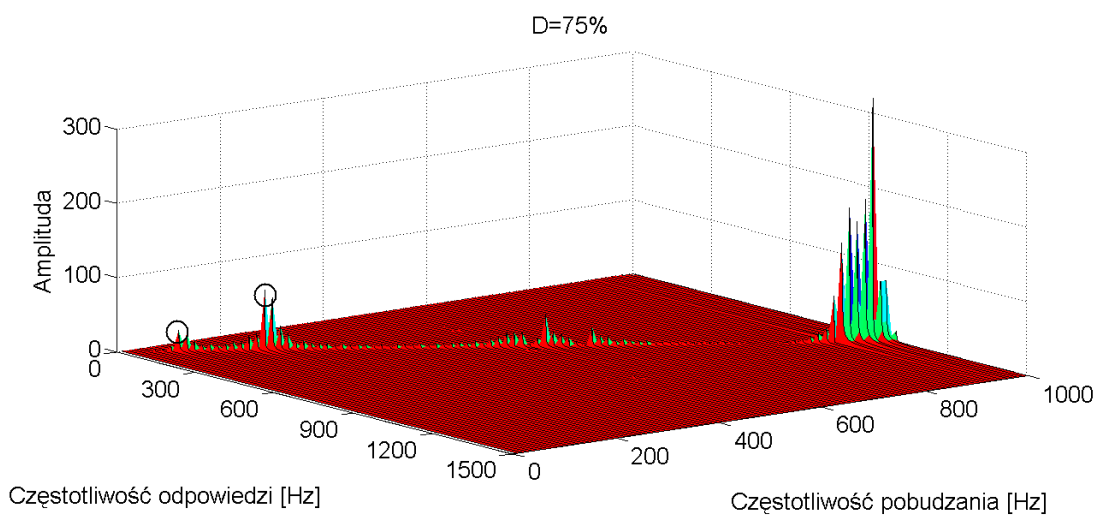


Rysunek 7.11: Widmo amplitudowe sygnału drganiowego (amplitudy przyspieszeń) układ zastępczy APM, warunki brzegowe belki wspornikowej, pobudzenie harmoniczne, $D=0\%$

7.3. Przykładowe wyniki badań



Rysunek 7.12: Widmo amplitudowe sygnału drganiowego (amplitudy przyspieszeń), układ zastępczy APM, warunki brzegowe belki wspornikowej, pobudzenie harmoniczne, $D=25\%$



Rysunek 7.13: Widmo amplitudowe sygnału drganiowego (amplitudy przyspieszeń), układ zastępczy APM, warunki brzegowe belki wspornikowej, pobudzenie harmoniczne, $D=75\%$

Rozdział 8

Badania numeryczne układów anatomicznych

8.1 Opis układów anatomicznych

W rozdziale rozważano układy anatomicznego połączenia kości i implantu składające się z kości udowej, warstwy cementu kostnego oraz trzpienia implantu wraz z główką. W odróżnieniu od układów zastępczych przedstawionych w poprzednich rozdziałach układy anatomiczne posiadają zbliżoną geometrię do rzeczywistego obiektu zaimplantowanej kości udowej. Badania ograniczono do symulacji numerycznych układów anatomicznych.

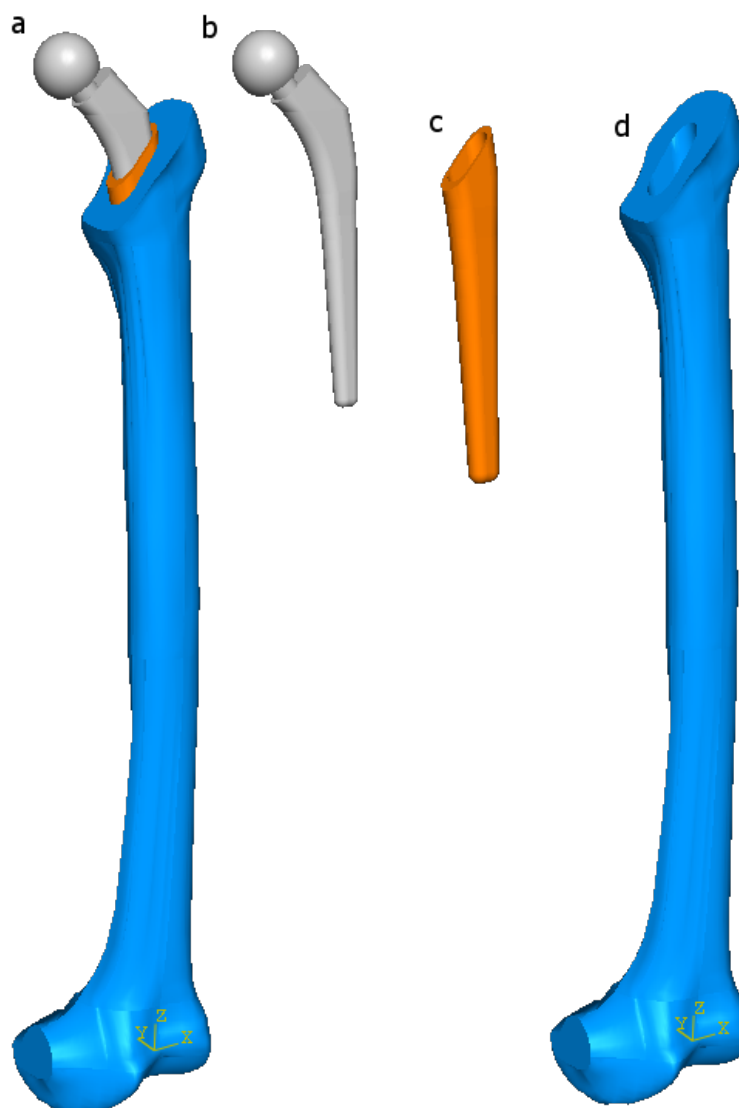
Na rys. 8.1 przedstawiono geometrię badanych układów.

Geometrię kości udowej utworzono w oparciu o informacje o wymiarach przekrojów standardowej-znormalizowanej kości udowej. W tym celu użyto fantomu czyli sztucznej kości udowej. Został on pocięty na kilkanaście przekrojów o niewielkiej grubości. Skanowane przekroje kości umieszczono w preprocesorze graficznym środowiska obliczeniowego Abaqus 6.7, uwzględniając informacje o wzajemnym położeniu przekrojów. Na podstawie profili przekrojów dokonano utworzenia przestrzennego modelu kości udowej używając dostępnej w preprocesorze operacji wyciągnięcia geometrii. W kolejnym etapie geometria kości udowej została zmodyfikowana poprzez usunięcie głowy kości udowej oraz wykonanie łoża kostnej czyli kanału umożliwiającego osadzenie implantu stosownie do techniki mocowania (cementowa) i wymiarów trzpienia implantu.

Geometria implantu powstała również w oparciu o informacje dotyczące przekrojów tych elementów. Odmiennie jednak niż to miało miejsce w przypadku kości udowej, profile poszczególnych przekrojów nie były skanowane lecz zostały zmierzane za pomocą suwmiarki i mikrometru. W tym przypadku używając operacji wyciągnięcia geometrii dokonano utworzenia przestrzennego.

Utworzenie geometrii warstwy cementu odbyło się za pomocą operacji boolowskich polegających na wypełnieniu przestrzeni pomiędzy łożą kostną a implantem wg wskazówek zawartych w literaturze medycznej, [57, 92].

Dla poszczególnych elementów składowych zaimplantowanej kości udowej przy-



Rysunek 8.1: Geometria elementów składowych zaimplantowanej kości udowej; a)zaimplantowana kość, b)implant, c)cement kostny, d)kość z otworem

jęto liniowo-sprężyste, izotropowe modele materiałów. Biorąc pod uwagę fakt, iż w kości udowej z zaaplikowaną endoprotezą dokonano wycięcia części obszaru głowy oraz części krętarzowej wyróżniono jeden rodzaj tkanki kostnej, a mianowicie strukturę korową, która posiada następujące stałe materiałowe i moduł Younga $E= 17 \text{ GPa}$, współczynnik Poissona $\nu=0,31$ i gęstość $\rho= 1800 \text{ kg/m}^3$. Pominięto również niewielkie obszary kości o strukturach beleczkowej w okolicach kłykci przyśrodkowych i bocznych przypisując im parametry struktury kości korowej. Dane dotyczące właściwości kości zaczerpnięto z literatury, [46, 9]. Cement

Tabela 8.1: Stałe sprężyste i gęstości poszczególnych materiałów

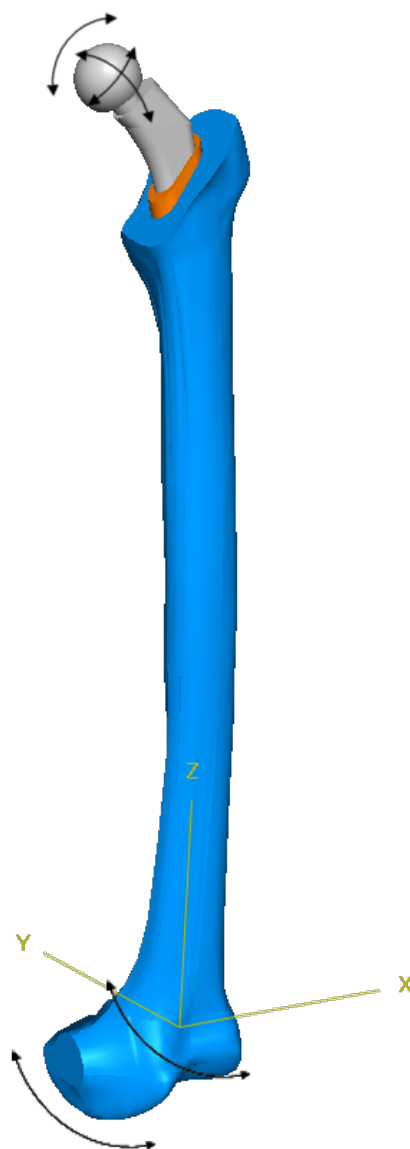
Materiał	ν [-]	E [GPa]	ρ [kg/m^3]
Kość udowa korowa	0,35	17	1800
Cement kostny PCMM	0,38	4,3	1410
Implant stop TiNi	0,30	107	4480

kostny oznaczony jako polymethyl methacrylate (PCMM) posiada następujące stałe sprężyste: moduł Younga $E= 4,3$ GPa, współczynnik Poissona $\nu= 0,38$ oraz gęstość $\rho= 1410$ kg/m^3 . Trzpień endoprotezy stanowi stop tytanu i niklu, dla którego przyjęto następujące wartości stałych sprężystych: moduł Younga $E= 107$ GPa, współczynnik Poissona $\nu= 0,30$ i gęstość $\rho= 4480$ kg/m^3 . Wartości poszczególnych współczynników dla cementu kostnego i trzpienia implantu ustalono na podstawie literatury oraz własnych badań ultradźwiękowych. Zestawienie własności materiałów rozważanego modelu zaimplantowanej kości zamieszczono w tab. 8.1.

W badaniach numerycznych układu anatomicznego zastosowano dwa rodzaje warunków brzegowych. Pierwszy polegał na pozostawieniu swobodnych końców czyli zasymulowaniu tzw. swobodnych warunków brzegowych (free-free boundary conditions), które często stosowane są w badaniach wibroakustycznych wypreparowanych kości długich. Drugi natomiast polegał na nadaniu kości przegubowych warunków brzegowych, które odpowiadałyby kości znajdującej się w organizmie ludzkim ograniczonej stawem biodrowym (kością miedniczą) i stawem kolanowym (kość piszczelowa i strzałkowa). Częściowe ograniczenie ruchu i nadanie obrotowych stopni swobody powierzchni głowy implantu oraz powierzchniom kłykci bocznego i przyśrodkowego miało za zadanie odwzorowanie oddziaływania stawów, rys. 8.2.

Podobnie jak w przypadku układów zastępczych rozważono szereg uszkodzeń symulujących odspajanie implantu od kości. Opis poziomego uszkodzenia był tożsamy z utratą powierzchni kontaktu implantu i kości. Na rysunku 8.3 przedstawiono ideę modelowania uszkodzenia w anatomicznym modelu numerycznym. Wartości parametru D , dla których przeprowadzono obliczenia numeryczne wynosiły 0%, 25%, 40%, 75%.

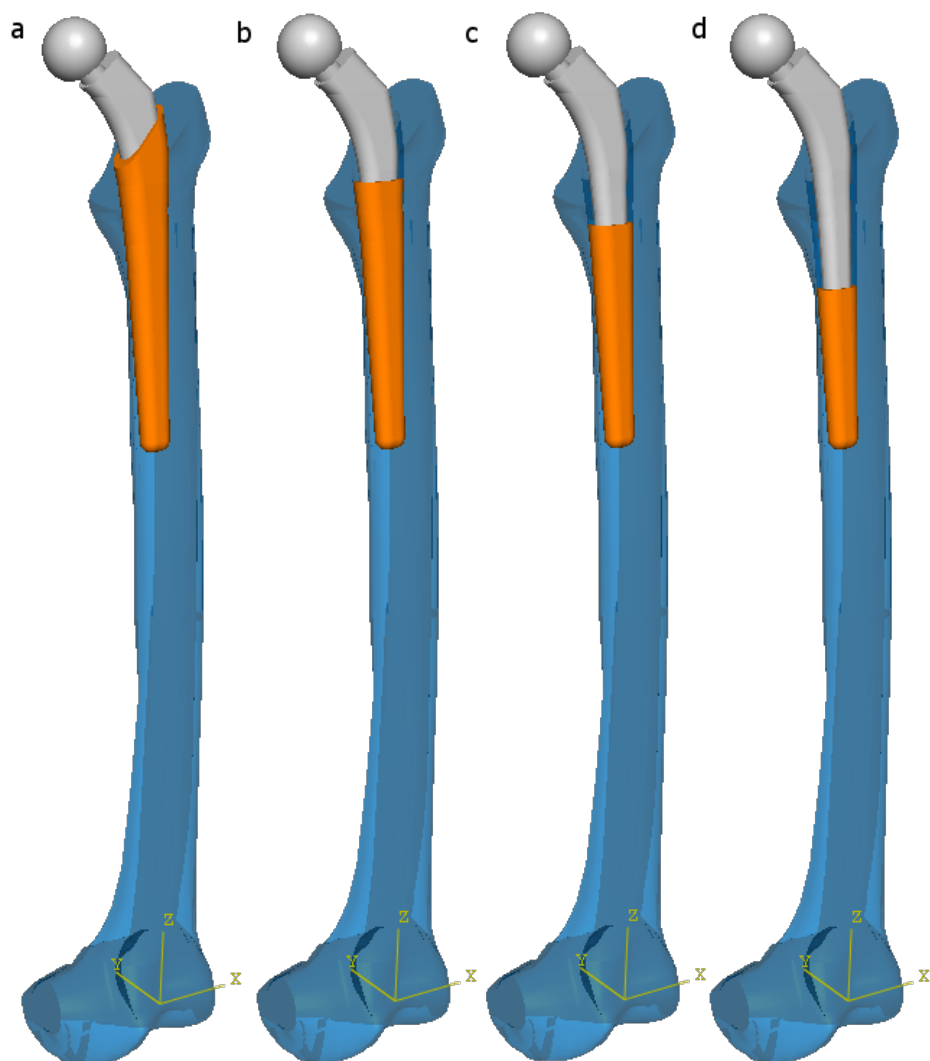
W badaniach modelu anatomicznego zastosowano dwa rodzaje analiz. Pierwsza z nich obejmowała rozwiązanie zagadnienia własnego i obliczenie częstotliwości drgań własnych oraz ich postaci. Druga natomiast dotyczyła znalezienia odpowiedzi dynamicznej układu na zadane wymuszenie harmoniczne o określonej wielkości i częstotliwości. W drugim z przypadków wykorzystano siłę skupioną



Rysunek 8.2: Widok przegubowych warunków brzegowych dla układu anatomicznego

o wartości 300 N przyłożoną do kości w połowie jej długości, w płaszczyźnie czołowej, której w układzie anatomicznym odpowiada płaszczyzna wyznaczona przez osie x i z.

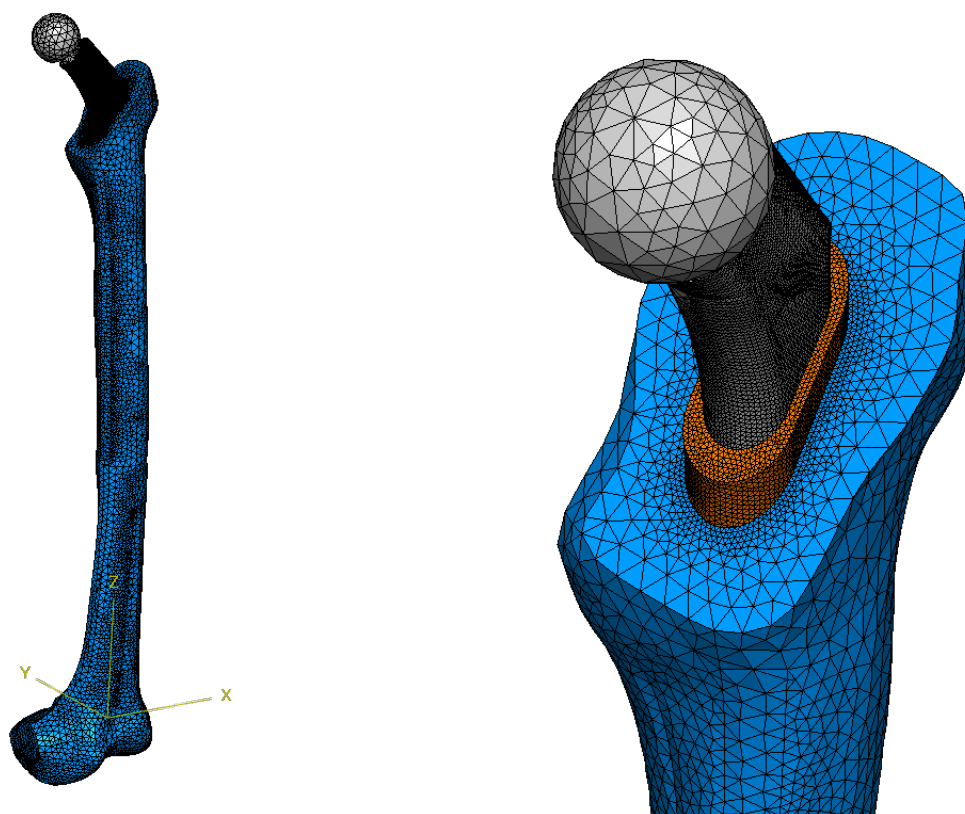
Dyskretyzacji geometrii anatomicznego modelu numerycznego zaimplantowanej kości udowej dokonano za pomocą przestrzennych, czworościennych elementów skończonych. Każdy z nich posiadał kwadratowe funkcje kształtu, co implikowało liczbę 10-ciu węzłów w elemencie. Węzły miały trzy przemieszczeniowe



Rysunek 8.3: Geometria układu z różnymi wariantami uszkodzeń; a)D=0%, b)D=25%, c)D=44%, d)D=75%

stopnie swobody stosownie do obranego układu odniesienia. W związku z faktem, iż wymiar grubości warstwy cementu był kilkakrotnie mniejszy niż najmniejsze charakterystyczne wymiary trzpienia implantu czy kości udowej, zrezygnowano z generacji jednorodnej siatki elementów skończonych. Wybrano siatkę z lokalnie zagęszczoną dyskretyzacją wokół warstwy cementu, rys. 8.4. W celu sprawdzenia poprawności poziomu dyskretyzacji modelu numerycznego dokonano obliczeń z wykorzystaniem kilku rodzajów elementów skończonych i konfiguracji siatek. Sprawdzone wartości kilku wybranych częstotliwości w funkcji wymiaru charakterystycznego elementu skończonego, co było związane z liczbą elementów skoń-

czonych oraz liczbą stopni swobody układu. Wyniki analizy wpływu dyskretyzacji na zbieżność wyznaczonej częstotliwości przedstawiono na rys. 8.5 oraz rys. 8.6.



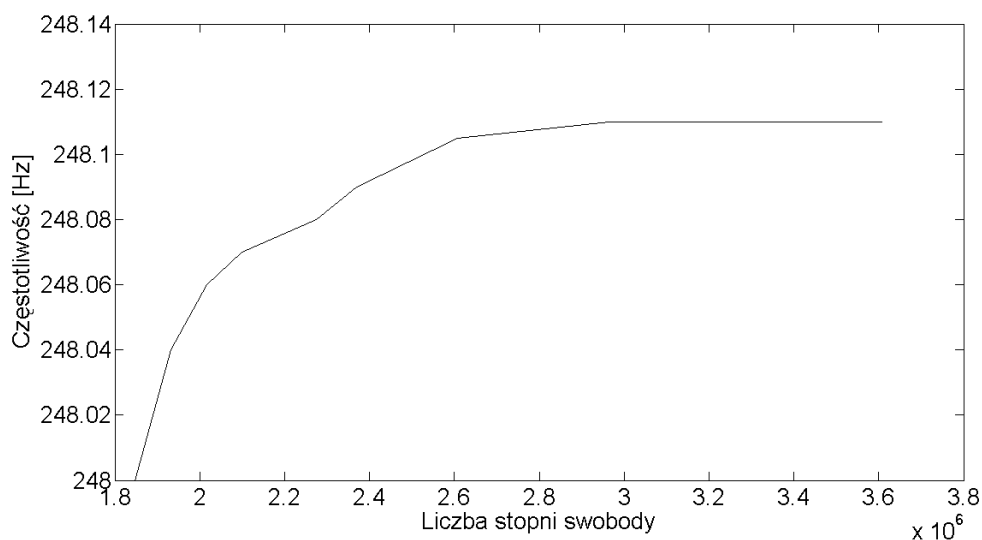
Rysunek 8.4: Widok siatki elementów skończonych modelu numerycznego połączenia anatomicznego

8.2 Przykładowe wyniki badań numerycznych

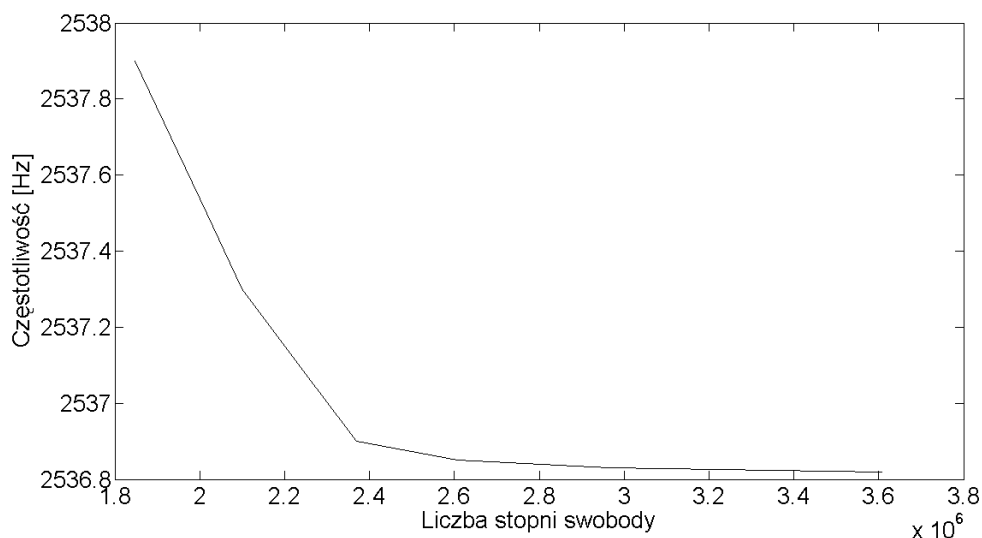
Wyniki badań numerycznych dla modeli anatomicznych zaimplantowanej kości podzielono na dwie części. W pierwszej przedstawiono wyniki rozwiązania zagadnienia własnego w postaci częstotliwości i postaci drgań własnych. W drugiej zawarto wyniki uzyskane na podstawie badań odpowiedzi dynamicznej układu poprzez analizę przebiegów amplitudowo-czasowych sygnałów drganiowych. Stanowią one, po wykorzystaniu szybkiej transformaty Fouriera (FFT), zbiory częstotliwości rezonansowych.

Poniżej przedstawiono w tab. 8.2 i tab.8.3 wartości częstotliwości drgań własnych modeli numerycznych obliczone dla różnych wartości parametru uszkodzenia, zarówno dla układów o warunkach brzegowych swobodnych końców, jak i

8.2. Przykładowe wyniki badań numerycznych



Rysunek 8.5: Zbieżność modelu numerycznego anatomicznego połączenia kości i implantu, pierwsza częstotliwość własna, swobodne warunki brzegowe

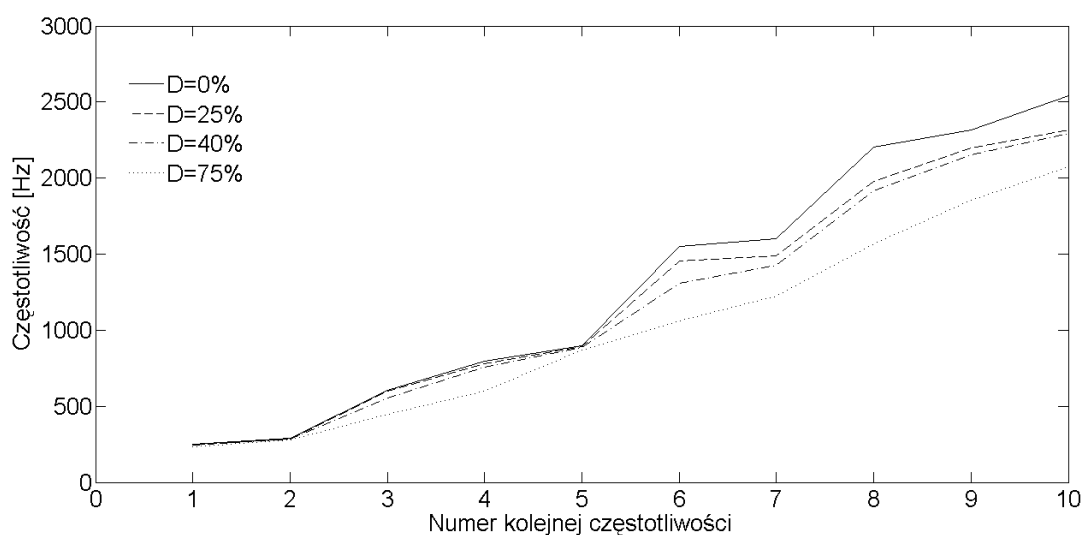


Rysunek 8.6: Zbieżność modelu numerycznego anatomicznego połączenia kości i implantu, dziesiąta częstotliwość, swobodne warunki brzegowe

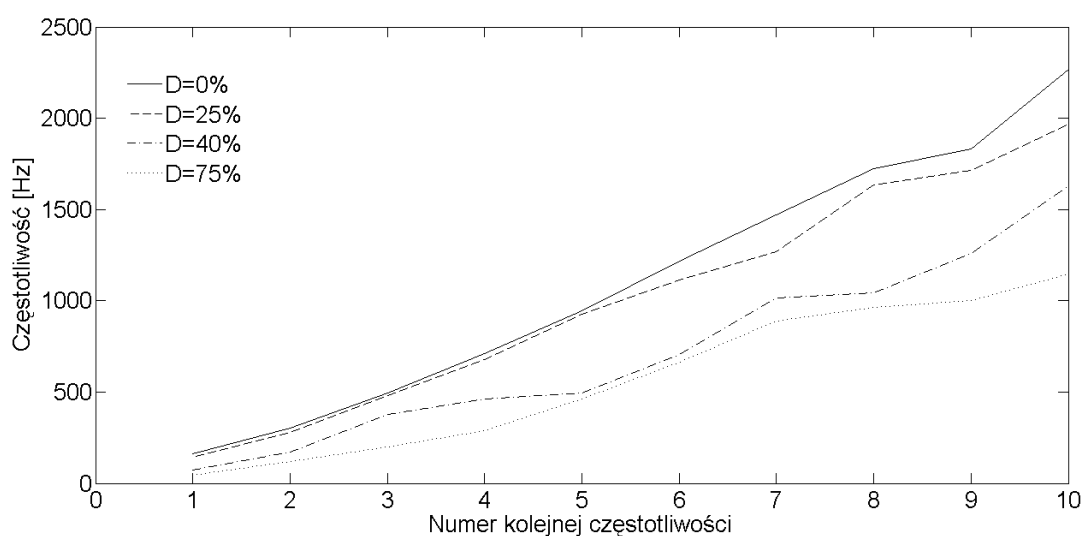
zamocowanych dwustronnie przegubowo. Dla zaznaczenia trendu zmian wartości częstotliwości przedstawiono także za pomocą wykresów na rys. 8.7 i 8.8. Ponadto w dodatkach C.1 i C.2 zamieszczono szczegółowe wyniki badań numerycznych obejmujące postacie drgań własnych. W dodatku C.3 zawarto rezultaty analizy widmowej układów w formie wykresów przedstawiających częstotliwości drgań

8.2. Przykładowe wyniki badań numerycznych

własnych układów w funkcji pobudzenia. Częstotliwości rezonansowe układu, dla przypadku pobudzenia harmonicznego, obliczono stosując szybką transformatę Fouriera (FFT) przebiegów czasowych drgań wyznaczając amplitudę przyspieszeń.



Rysunek 8.7: Częstotliwości własne, rozwiązanie numeryczne modelu anatomicznego, warunki brzegowe swobodne końce, $D=0\%$, $D=25\%$, $D=40\%$, $D=75\%$



Rysunek 8.8: Częstotliwości własne, rozwiązanie numeryczne modelu anatomicznego, warunki brzegowe końce przegubowe, $D=0\%$, $D=25\%$, $D=40\%$, $D=75\%$

8.2. Przykładowe wyniki badań numerycznych

Tabela 8.2: Wartości częstotliwości własnych w funkcji parametru D, warunki brzegowe swobodne końce

Nr kolejnej częstotliwości	D=0%	D=25%	D=40%	D=75%
1	247 Hz	246 Hz	245 Hz	235 Hz
2	287 Hz	286 Hz	286 Hz	277 Hz
3	602 Hz	601 Hz	554 Hz	446 Hz
4	798 Hz	781 Hz	756 Hz	598 Hz
5	895 Hz	890 Hz	887 Hz	872 Hz
6	1548 Hz	1454 Hz	1308 Hz	1062 Hz
7	1602 Hz	1490 Hz	1425 Hz	1226 Hz
8	2206 Hz	1978 Hz	1918 Hz	1567 Hz
9	2316 Hz	2200 Hz	2153 Hz	1852 Hz
10	2539 Hz	2315 Hz	2294 Hz	2076 Hz

Tabela 8.3: Wartości częstotliwości własnych w funkcji parametru D, warunki brzegowe końce przegubowe

Nr kolejnej częstotliwości	D=0%	D=25%	D=40%	D=75%
1	162 Hz	144 Hz	72 Hz	42 Hz
2	302 Hz	279 Hz	171 Hz	121 Hz
3	496 Hz	478 Hz	371 Hz	200 Hz
4	711 Hz	679 Hz	464 Hz	290 Hz
5	945 Hz	925 Hz	498 Hz	459 Hz
6	1216 Hz	1113 Hz	706 Hz	664 Hz
7	1471 Hz	1270 Hz	1015 Hz	850 Hz
8	1732 Hz	1633 Hz	1044 Hz	865 Hz
9	1834 Hz	1714 Hz	1258 Hz	1032 Hz
10	2266 Hz	1969 Hz	1632 Hz	1145 Hz

Z wyników dotyczących układu anatomicznego o końcach swobodnych, tab. 8.2 oraz rys. 8.7, wynika że częstotliwości pierwsza, druga i piąta nie uległy zmianie. Pozostałe częstotliwości uległy obniżeniu wraz z rosnącym odspajaniem implantu od kości.

Na podstawie analizy wyników układu anatomicznego o końcach przegubowych zawartych w tab. 8.3 oraz na rys. 8.8 stwierdzono, iż wraz z rosnącym odspajaniem implantu od kości wszystkie analizowane częstotliwości uległy obniżeniu.

8.3 Studium parametryczne wpływu wybranych parametrów na dynamikę układu anatomicznego

Poniżej dokonano oszacowania wpływu parametrów wyrażających właściwości mechaniczne oraz gęstości kości na dynamikę badanego układu. Uwzględniono wyłącznie modele z warunkami brzegowymi przegubowymi. Zakresy zmian parametrów takich jak: moduł Younga, współczynnik Poissona oraz gęstość ustalono mnożąc ich wartości przez współczynniki od 0.8 do 1.2 z krokiem 0.1. Podstawę ustalenia zakresu zmian powyższych parametrów stanowiło piśmiennictwo naukowe, [115, 4, 120, 44, 20], z przeglądu którego wynika, iż istnieje grupa czynników powodujących zmiany właściwości mechanicznych kości. Należą do nich: wiek, płeć, nabyta jednostka chorobowa, zwłaszcza osteoporoza i osteopenia, a także rodzaj stosowanej farmakoterapii. Parametrem, który podlega największym zmianom przy uwzględnieniu powyższych czynników jest gęstość kości, a także związany z nią w sposób nieliniowy moduł sztywności.

W badaniach numerycznych dotyczących oceny wpływu wybranych parametrów na dynamikę układu anatomicznego połączenia kość-implant, rys. 8.9 - 8.11, analizę przeprowadzono na podstawie obserwacji zmian dziesiątej częstotliwości własnej, która wykazywała największe zmiany. Podkreślić jednak należy, iż w tym przypadku uwzględniono skrajne wartości parametrów mnożąc wartości nominalne przez współczynniki 0,8 oraz 1,2. Wpływ odchyłeń poszczególnych parametrów, choć w różnym stopniu, widoczny był dla wszystkich kolejnych częstotliwości, począwszy. Szczegółowe wartości zmian tej częstotliwości dla skrajnych wartości odchyłeń zamieszczono w tab. 8.4 - 8.6.

Tabela 8.4: Zmiany wartości dziesiątej częstotliwości własnej spowodowane skrajnymi odchyleniami modułu Younga, układ anatomiczny

D [%]	Wartość minimalna E=13.6 GPa	Wartość nominalna E=17 GPa	Wartość maksymalna E=20.4 GPa
0	2077 Hz	2266 Hz	2437 Hz
25	1805 Hz	1969 Hz	2118 Hz
40	1497 Hz	1633 Hz	1758 Hz
75	1052 Hz	1146 Hz	1232 Hz

Dla przypadku D=0% w układzie anatomicznym wzrost modułu Younga do wartości skrajnej w stosunku do wartości nominalnej powoduje wzrost częstotli-

8.3. Studium parametryczne wpływu wybranych parametrów na dynamikę układu anatomicznego

Tabela 8.5: Zmiany wartości dziesiątej częstotliwości własnej spowodowane skrajnymi odchyleniami współczynnika Poissona, układ anatomiczny

D [%]	Wartość minimalna $\nu=0.28$	Wartość nominalna $\nu=0.35$	Wartość maksymalna $\nu=0.42$
0	2271 Hz	2266 Hz	2266 Hz
25	1974 Hz	1969 Hz	1968 Hz
40	1637 Hz	1633 Hz	1632 Hz
75	1148 Hz	1146 Hz	1145 Hz

Tabela 8.6: Zmiany wartości dziesiątej częstotliwości własnej spowodowane skrajnymi odchyleniami gęstości, układ anatomiczny

D [%]	Wartość minimalna $\rho = 1800 \text{ kg/m}^3$	Wartość nominalna $\rho = 1140 \text{ kg/m}^3$	Wartość maksymalna $\rho = 2160 \text{ kg/m}^3$
0	2457 Hz	2266 Hz	2160 Hz
25	2145 Hz	1969 Hz	1840 Hz
40	1770 Hz	1633 Hz	1526 Hz
75	1142 Hz	1146 Hz	1070 Hz

wości o 8.5%, z kolei zmniejszenie wartości modułu Younga do wartości skrajnej powoduje obniżenie wartości częstotliwości o 8%. W przypadku $D=25\%$ występuje zwiększone wartości tej częstotliwości o 7.5% oraz zmniejszenie o 6%. Rozpartując układ z uszkodzeniem $D=40\%$ można zauważyć zwiększenie wartości o 7% oraz odpowiednio zmniejszenie o 6%. Dla przypadku $D=75\%$ występowały zmiany wartości częstotliwości w postaci zwiększenia o 5.5% i zwiększenia o 5%.

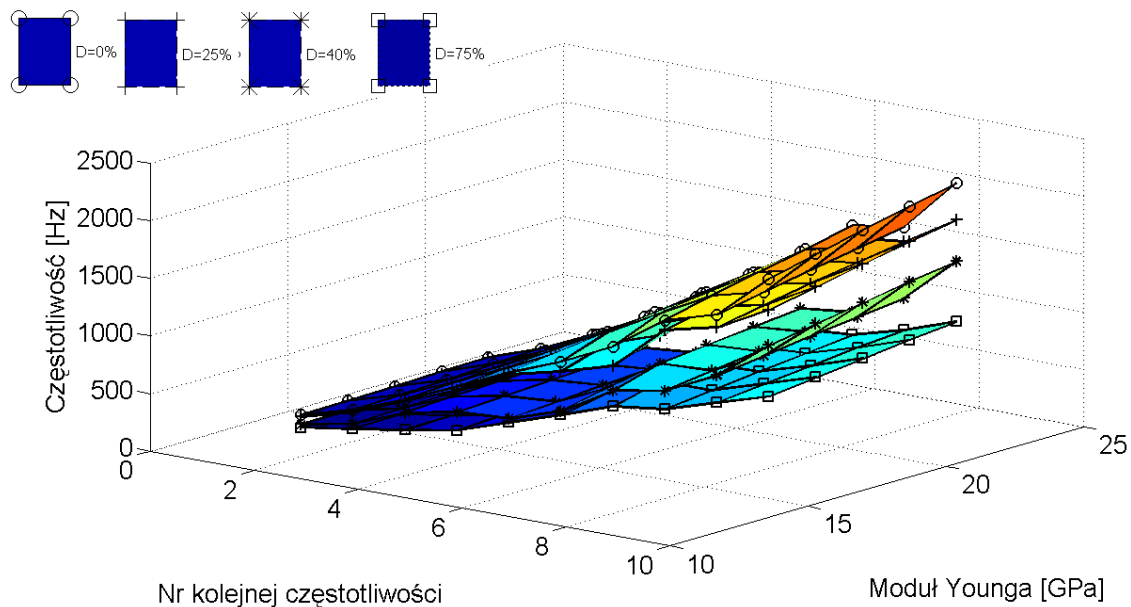
Analizując wpływ zmian współczynnika Poissona dla dziesiątej częstotliwości tego układu stwierdzić można niewielkie zmiany wartości częstotliwości własnych. Dla wszystkich przypadków nie przekroczyły one 0.25%.

Zwiększenie paramertu gęstości, przy $D=0\%$, do wartości skrajnej powoduje zmniejszenie wartości częstotliwości o 8.5%. W przypadku przeciwnym zmniejszenie paramertu gęstości do wartości skrajnej obserwujemy zwiększenie wartości wartości częstotliwości o 8.5%. Dla uszkodzenia określonego parametrem $D=25\%$ zauważyć można odpowiednio zmniejszenie wartości częstotliwości o 6% i zwiększenie o 8%. W przypadku $D=40\%$ zauważamy podobne relacje, przy czym wartości częstotliwości ulegają zmniejszeniu o 7.5% oraz zwiększeniu o 6%. Rozważając układ z uszkodzeniem $D=75\%$ obserwuje się odpowiednio zmniejszenie wartości częstotliwości o 4% oraz zwiększenie o 4%.

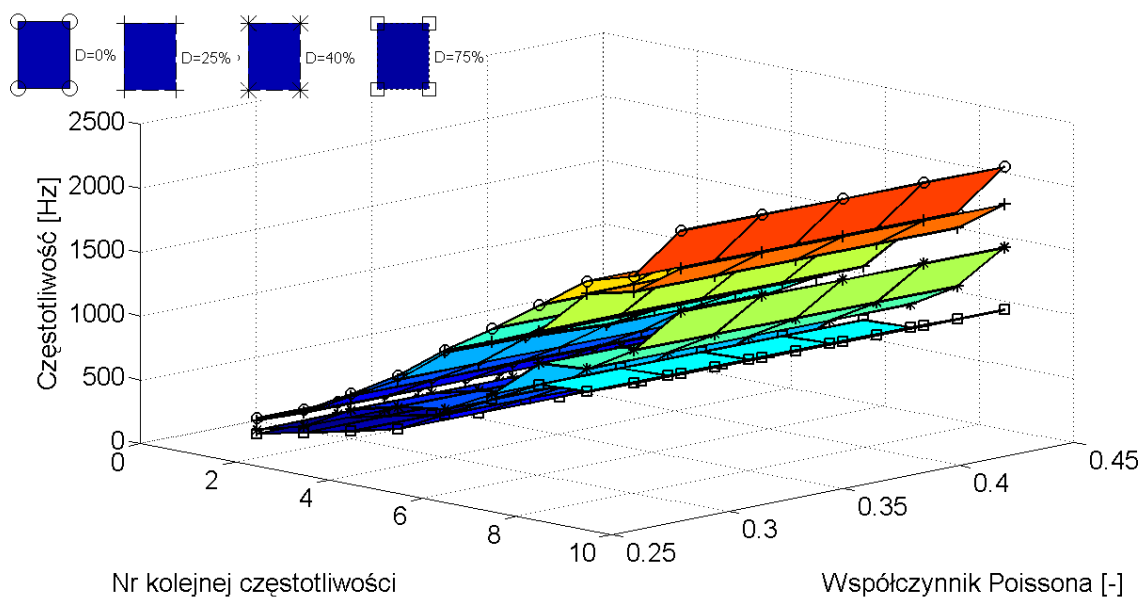
Szczegółowe wyniki dotyczące powyższej analizy przedstawione zostały w do-

8.3. Studium parametryczne wpływu wybranych parametrów na dynamikę układu anatomicznego

datku C.4.

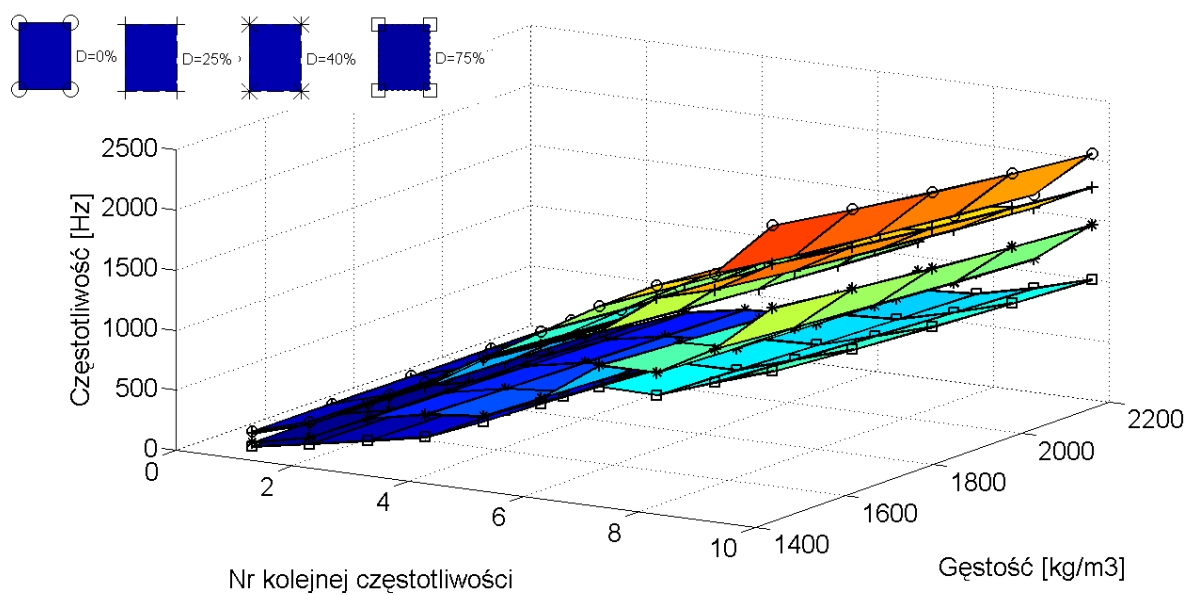


Rysunek 8.9: Wpływ parametru modułu Younga na zmianę częstotliwości drgań własnych, anatomiczny model numeryczny



Rysunek 8.10: Wpływ parametru współczynnika Poissona na zmianę częstotliwości drgań własnych, anatomiczny model numeryczny

8.3. Studium parametryczne wpływu wybranych parametrów na dynamikę układu anatomicznego



Rysunek 8.11: Wpływ parametru gęstości na zmianę częstotliwości drgań własnych, anatomiczny model numeryczny

Rozdział 9

Dyskusja wyników badań

Wyniki symulacji numerycznych dla układów zastępczych i anatomicznych uzyskano w oparciu o rozwiązanie zagadnienia własnego i symulację odpowiedzi dynamicznej układów na wymuszenie o określonej częstotliwości. Rozwiązanie zagadnienia własnego stanowiły zbiory częstotliwości i postaci drgań własnych. Odpowiedź dynamiczną obejmowały przebiegi amplitudowo-czasowe, które po zastosowaniu szybkiej transformaty Fouriera (FFT) dawały częstotliwości rezonansowe analizowanych w pracy układów. Szczególną uwagę zwrócono na wpływ utraty spójności na zmianę widma postaci drgań analizowanych układów. W przypadku badań eksperymentalnych przeprowadzonych dla układów zastępczych rozwiązanie stanowiły częstotliwości rezonansowe obliczone na podstawie analizy widmowej (FFT) przebiegów amplitudowo-czasowych sygnałów. W badaniach eksperymentalnych i numerycznych dotyczących układów zastępczych obserwacji podlegały wyłącznie zginające postaci drgań. W przypadku układów anatomicznych analizie poddano wszystkie częstotliwości drgań bez względu na kształt postaci.

W analizie wyników modeli numerycznych układów zastępczych APM oraz PM z zerowymi warunkami brzegowymi, bez wymuszenia (drgania swobodne) zakres branych pod uwagę częstotliwości wynosił od 0 Hz do 3500 Hz. Podyktowane to było zamiarem porównania wyników numerycznych z rezultatami badań eksperymentalnych. Uwzględniono następujące wartości parametru D : 0%, 25%, 75%. Dla układu APM bez uszkodzenia zidentyfikowane częstotliwości własne wynosiły: 553 Hz, 1378 Hz, 2282 Hz, 3182 Hz. Biorąc pod uwagę rolę uszkodzenia można zauważyć następujące zmiany dla kolejnych wartości parametru D (25% i 75%): pierwsza częstotliwość własna zmniejszyła się: o 6% i 55% (podano procentową zmianę w stosunku do wartości częstotliwości bez uszkodzenia lub poprzedzającego stanu uszkodzenia), druga częstotliwość zmniejszyła się o 44% i 52% , trzecia zmniejszyła się o 26% i 44% oraz czwarta zmniejszyła się o: 7% i 48%. Wyniki badań numerycznych tego układu zamieszczono w dodatku A.1.

W układzie PM bez uszkodzenia częstotliwości własne wynosiły odpowiednio: 155 Hz, 425 Hz, 808 Hz, 1231 Hz. Pierwsza częstotliwość zmniejszyła się o 0.6% i 2%, druga częstotliwość zmniejszyła się o 1% i 30%, trzecia częstotliwość zmniejsz-

szyla się o 4% i 44% oraz czwarta częstotliwość zmniejszyła się o 10% i 32%. W związku z faktem, iż postaci drgań układu APM były podobne do układu PM zdecydowano nie zamieszczać ich w dodatku.

Na podstawie opracowanych wyników badań eksperymentalnych dla identycznych wartości parametru D (0%, 25%, 75%), przy uwzględnieniu pobudzenia impulsowego stwierdzić można, że w układzie APM bez uszkodzenia częstotliwości rezonansowe drgań wynosiły odpowiednio: 531 Hz, 1250 Hz, 1884 Hz, 2900 Hz. W rozważanym układzie pierwsza częstotliwość zmniejszyła się o 18% i 66%, druga zmniejszyła się o 42% i 48%, trzecia zmniejszyła się o 13% i 50% oraz czwarta zmniejszyła się o 1.6% i 43%. Szczegółowe wyniki badań powyższego układu przedstawiono w dodatku B.1.

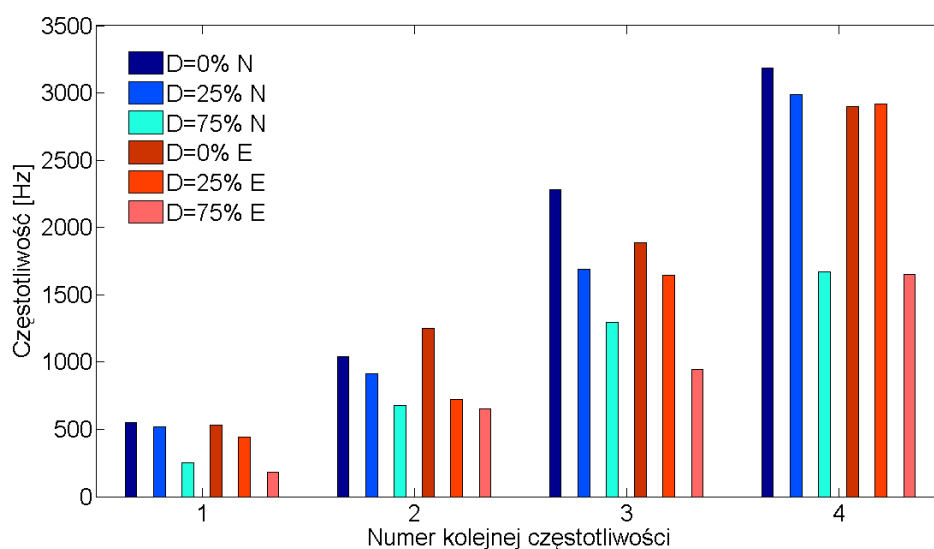
Rozważając układ PM bez uszkodzenia zidentyfikowano następujące częstotliwości rezonansowe: 160 Hz, 440 Hz, 837 Hz, 1238 Hz. W układzie PM zmiany kolejnych częstotliwości układały się następująco: pierwsza częstotliwość zmniejszyła się o 0.7% i 2%, druga częstotliwość zmniejszyła się o 0.3% i 36%, trzecia zmniejszyła się o 3% i 42% oraz czwarta zmniejszyła się o 7% i 30%. Szczegółowe wyniki zamieszczono w dodatku B.2.

Na rys. 9.1 oraz rys. 9.2 przedstawiono porównanie wyników analizy numerycznej i badań eksperymentalnych dla modeli APM i PM, z warunkami brzegowymi swobodnymi. Dla odróżnienia wyniki badań numerycznych oznaczono literą N , natomiast eksperymentalnych E . Porównanie wyników wskazuje na niższe wartości częstotliwości otrzymane w badaniach eksperymentalnych w większości analizowanych przypadków dla układu APM oraz wyższe dla układu PM. Różnice te wynosiły od 4% do 21%. Wśród przyczyn takich różnic mogło być oddziaływanie zawieszenia służącego do podwieszenia układów w badaniach eksperymentalnych.

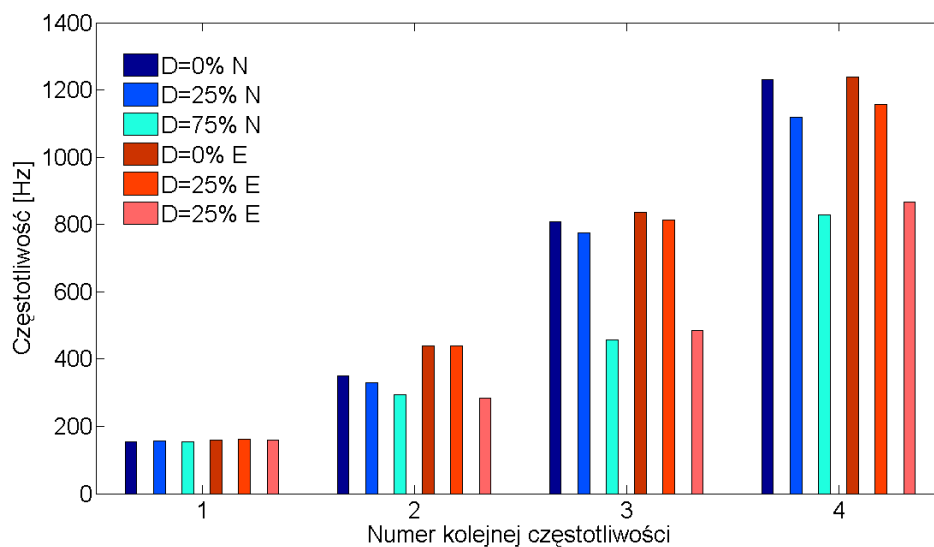
W analizie wyników modeli numerycznych układów zastępczych APM oraz PM z warunkami brzegowymi belki wspornikowej, bez wymuszenia (drgania swobodne) szczególną uwagę poświęcono obserwacji przedziału częstotliwości od 0 Hz do 1000 Hz. Było to spowodowane zamiarem odniesienia wyników badań symulacji numerycznych do rezultatów pochodzących z eksperymentu. Dla modelu APM i przypadku braku uszkodzenia wynosiły one odpowiednio: 102 Hz, 635 Hz. Biorąc pod uwagę rolę uszkodzenia w poszczególnych układach ($D=25\%$ i $D=75\%$) można zauważyć następującą ewolucję poszczególnych częstotliwości własnych. Dla modelu APM pierwsza częstotliwość własna zwiększyła się o 1% i zmniejszyła o 1%, druga częstotliwość zmniejszyła się o 10% i 58%. Szczegółowe wyniki dla tego układu zamieszczono w dodatku A.2.

Dla układu PM, bez uszkodzenia częstotliwości wynosiły odpowiednio: 24 Hz, 178 Hz, 508 Hz, 962 Hz. Pierwsza częstotliwość nie zmieniła się. Druga często-

9. Dyskusja wyników badań



Rysunek 9.1: Porównanie wyników numerycznych i eksperymentalnych dla modelu APM, swobodne warunki brzegowe



Rysunek 9.2: Porównanie wyników numerycznych i eksperymentalnych dla modelu PM, swobodne warunki brzegowe

tliwość zmniejszyła się o 1% i 3%, trzecia częstotliwość zmniejszyła się o 2% i 40% oraz czwarta częstotliwość również zmniejszyła się o 8% i 44%.

Podobnie jak poprzednia analiza, badania numeryczne drgań układów zastęp-

czych pod działaniem siły harmoniczej połączone zostały z warunkami brzegowymi belki wspornikowej. Przedział zastosowanych częstotliwości wynosił od 10 Hz do 1000 Hz i realizowany był z krokiem 10 Hz. Oznaczało to konieczność rejestracji stu przebiegów czasowych, a następnie wykonania szybkiej transformaty Fouriera. W celu ułatwienia procedury identyfikacji częstotliwości rezonansowych zdecydowano się na przedstawienie rezultatów w postaci wykresów 3D, na których zamieszczono widmo amplitudowe w funkcji częstotliwości pobudzenia i odpowiedzi. Z analizy rezultatów układu APM wynikały podobne rozkłady częstotliwości zarówno dla $D=0\%$ jak i dla kolejnych uszkodzeń $D=25\%$, $D=75\%$. W badaniach numerycznych układu PM widoczne były również podobne rozkłady częstotliwości w odniesieniu do wyników analizy drgań swobodnych bez uszkodzenia jak i z kolejnymi uszkodzeniami. Istotne różnice występowały w poziomach amplitud miejsca związanego z rejestracją sygnału w kolejnych postaciach drgań. W układzie APM dla $D=0\%$ stwierdzono występowanie dwóch częstotliwości rezonansowych. Mając na uwadze monitorowanie odspajania za pomocą obserwacji zmian w widmie istotną okazała się druga częstotliwość własna. Podkreślić należy, iż pierwsza częstotliwość, w tym przypadku, nie uległa zmianom w miarę wzrostu uszkodzenia. Analizując układ PM dla $D=0\%$ zidentyfikowano w analizowanym przedziale cztery częstotliwości rezonansowe. Jednakże tylko dwie z nich, trzecia i czwarta, wykazywały istotne zmiany w miarę wzrostu odspajania w układzie kości-implant. W tym modelu ewolucja czwartej postaci drgań polegała dodatkowo na znacznym spadku amplitudy przyspieszeń drgań przy przejściu od uszkodzenia $D=25\%$ do $D=75\%$. Wyniki badań numerycznych dla powyższych układów (APM, PM) zamieszczono w dodatkach A.3 oraz A.4.

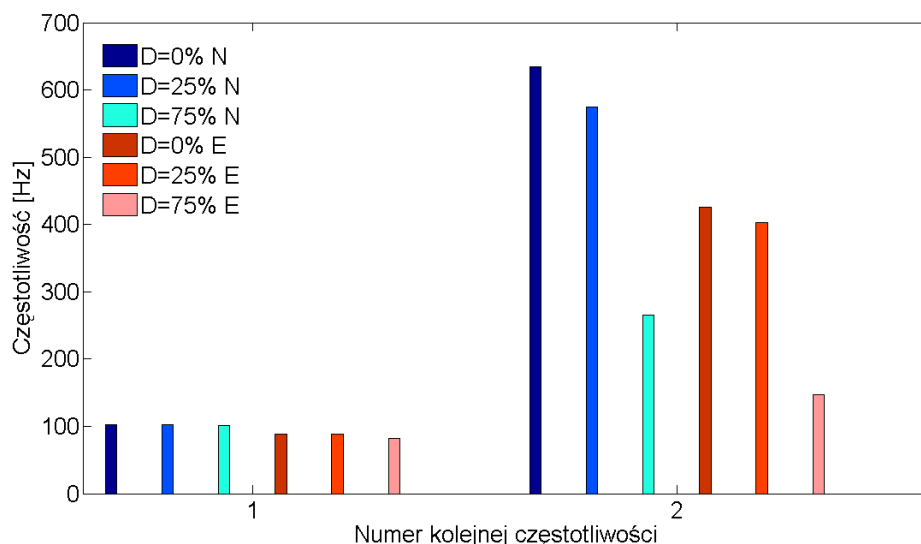
Z analizy wyników eksperymentalnych wynika, że w układzie APM bez uszkodzenia częstotliwości rezonansowe o postaciach zginających wynosiły odpowiednio: 89 Hz, 426 Hz. Obserwując zmiany częstotliwości wraz z rosnącym uszkodzeniem ($D=25\%$ i $D=75\%$) zauważono, iż pierwsza dla $D=25\%$ nie zmieniła się, a następnie zmniejszyła się o 8% oraz druga zmniejszyła się o 6% i 76%. Wyniki dotyczące analizy tego układu przedstawiono w dodatku B.3.

W układzie PM bez uszkodzenia częstotliwości wynosiły: 26 Hz, 150 Hz, 502 Hz, 990 Hz. Ich zmiany wraz z rosnącym uszkodzeniem prezentowały się następująco. Pierwsza częstotliwość zmniejszyła się o 8% i 4%, druga zmniejszyła się o 2% i 12%, trzecia również zmniejszyła się o 8% i 47% oraz czwarta zmniejszyła się o 7% i 53%. W dodatku B.4. zamieszczono szczegółowe wyniki tego układu.

Na rys. 9.3 oraz rys. 9.4 przedstawiono porównanie wyników analizy numerycznej i badań eksperymentalnych dla modeli APM i PM, z warunkami brzegowymi belki wspornikowej.

9. Dyskusja wyników badań

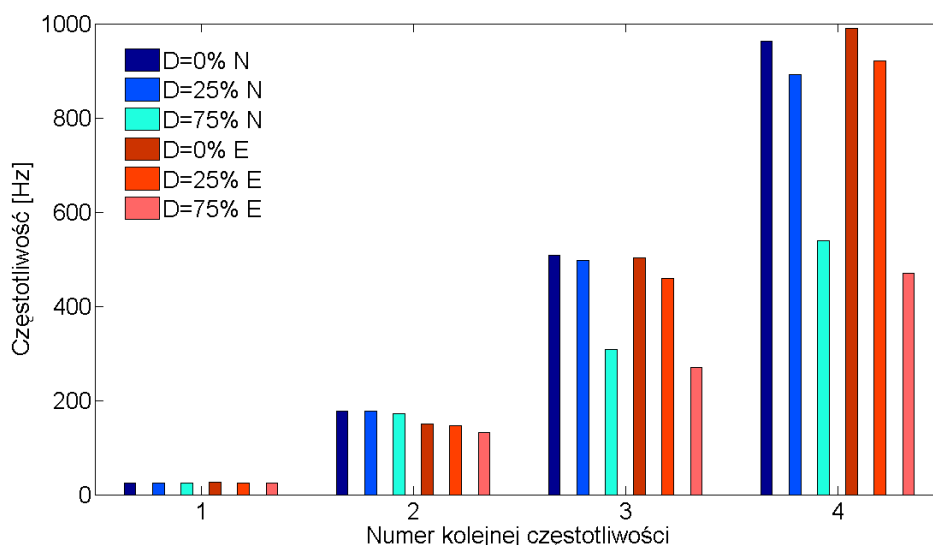
W rezultacie porównania częstotliwości drgań własnych uzyskanych na podstawie symulacji numerycznych i badań eksperymentalnych stwierdzić można, że niższe wartości obserwuje się dla eksperymentu. Różnice wynoszą od 13% dla pierwszych częstotliwości do 43 % dla kolejnych. Fakt ten mógł być spowodowany sprzężeniem masowym wzbudnicy i układu badanego oraz niezerową podatnością mocowania belki wspornikowej, co nie zostało uwzględnione w modelach numerycznych. Jednakże w wyniku przeprowadzonych testów zarówno numerycznych jak i eksperymentalnych obserwowano jakościowo podobny charakter zmian widma biorąc pod uwagę rolę odspajania implantu od kości. Wynika stąd, iż realizowalność takiego warunku brzegowego w praktyce klinicznej może okazać się niemożliwa, zwłaszcza w sytuacji kiedy konieczne byłoby unieruchomienie części kości udowej.



Rysunek 9.3: Porównanie wyników numerycznych i eksperymentalnych dla modelu APM, warunki brzegowe belki wspornikowej

Analizując postacie drgań wyznaczone numerycznie dla układów zastępczych APM oraz PM stwierdzić można ich jakościowe podobieństwo pomimo występowania różnych częstotliwości drgań. Kolejne postacie drgań modelu z parametrem $D=0\%$ zmieniają się podobnie jak w modelu analitycznym belki wspornikowej. Wprowadzenie uszkodzenia $D=25\%$ oraz $D=75\%$ prowadzi do ewolucji postaci w taki sposób, że w kolejnych modach dominuje ruch jednego z elementów zastępczego układu połączenia kość i implant.

Na podstawie analizy studium parametrycznego dotyczącego oszacowania wpły-



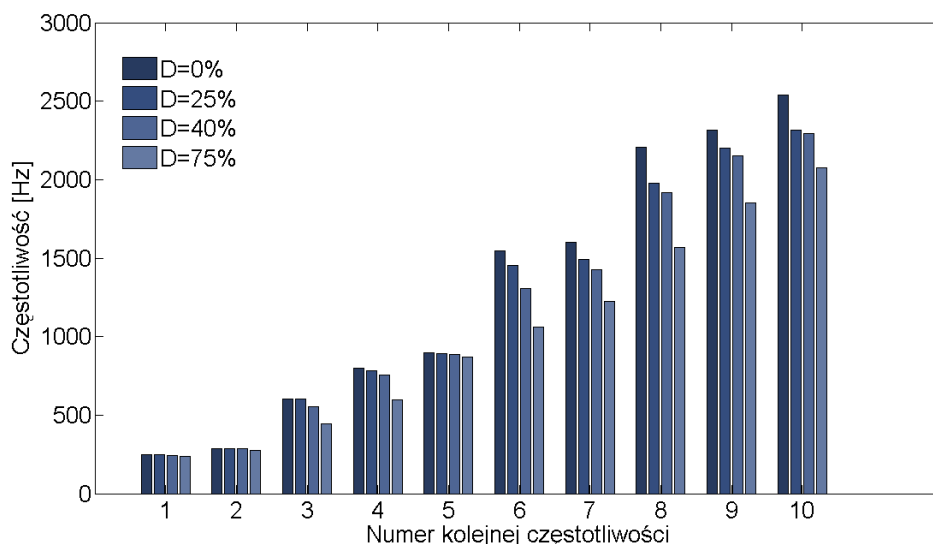
Rysunek 9.4: Porównanie wyników numerycznych i eksperymentalnych dla modelu PM, warunki brzegowe belki wspornikowej

wu zmiany wybranych parametrów takich jak moduł Younga, współczynnik Poissona i gęstość w obszarze elementu modelującego kość na zmianę dynamiki układów zastępczych APM oraz PM zauważyć można, iż w analizowanym przedziale odchyień wymienionych parametrów wartości częstotliwości własnych zmieniają się maksymalnie o 28% dla układu APM i o 27% dla układu PM. Zmiany te spowodowane są odchyleniami modułu Younga i gęstości. Stwierdzić można także, iż zarówno w układzie APM oraz PM wpływ odchylenia wymienionych parametrów maleje ze wzrostem uszkodzenia w układzie. Warto podkreślić, iż w analizowanych układach zastępczych wpływ zmian współczynnika Poissona na zmianę częstotliwości drgań własnych pozostawał niewielki.

W analizie numerycznej rozwiązania zagadnienia własnego układu anatomicznego, z uwzględnieniem swobodnych warunków brzegowych, przeanalizowano zmiany pierwszych 10-ciu częstotliwości, które występują w zakresie 0 Hz - 2600 Hz. Rozważono następujące wartości parametru D: 0%, 25%, 40% oraz 75%. Dla układu bez uszkodzenia 10 pierwszych częstotliwości własnych przyjmowały wartość: 247 Hz, 287 Hz, 602 Hz, 798 Hz, 895 Hz, 1548 Hz, 1602 Hz, 2206 Hz, 2316 Hz, 2539 Hz. Istotnym zmianom spowodowanym odspajaniem implantu od kości podlegały częstotliwości o numerach 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, pozostałe zmieniły się nieznacznie. Zmiany te dla D=25%, D=40% i D=75% prezentowały się następująco: trzecia częstotliwość zmniejszyła się o 0.2%, 8% i 16%, czwarta częstotliwość zmniejszyła się o 3%, 5% i 15%, szósta częstotliwość zmniejszyła się o 6%, 16%

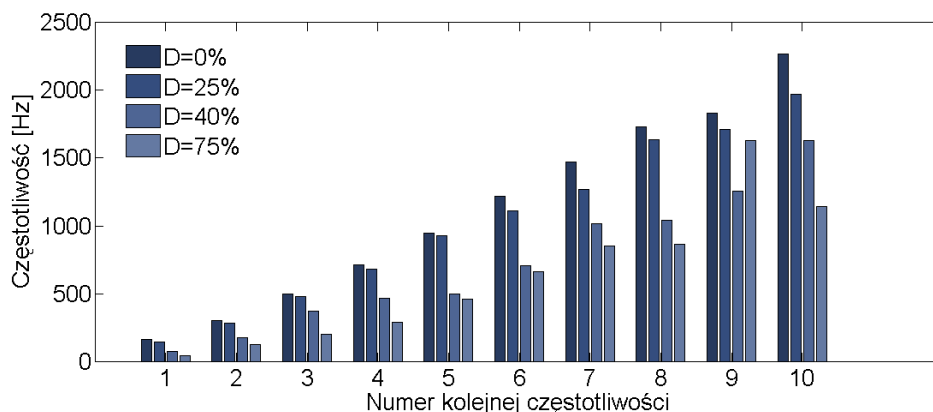
9. Dyskusja wyników badań

i 32%, siódma częstotliwość zmniejszyła się o 7%, 12%, 14%, ósma częstotliwość zmniejszała się o 11%, 13% i 29%, dziewiąta częstotliwość zmniejszyła się o 5%, 7% i 21% oraz dziesiąta częstotliwość zmniejszyła się o 9%, 10% i 19%. W dodatku C.1. zamieszczono szczegółowe wyniki analizy numerycznej. Na rys. 9.5 przedstawiono porównanie powyżej częstotliwości drgań własnych.



Rysunek 9.5: Wyniki badań numerycznych układu anatomicznego, swobodne warunki brzegowe

Podczas analizowania wyników rozwiązania zagadnienia własnego z uwzględnieniem warunków brzegowych przegubowych skoncentrowano się na obserwacji pierwszych 10-ciu częstotliwości w przedziale 0 Hz - 2400 Hz. Uwzględniono następujące wartości parametru D : 0%, 25%, 40%, 75%. Dla układu bez uszkodzenia częstotliwości własne wynosiły: 162 Hz, 302 Hz, 496 Hz, 711 Hz, 945 Hz, 1216 Hz, 1471 Hz, 1732 Hz, 1834 Hz, 2266 Hz. W układach z uszkodzeniami $D=25%$, $D=40%$ i $D=75%$ pierwsza częstotliwość zmniejszyła się o 12%, 66% i 74%, druga częstotliwość zmniejszyła się o 8%, 44% i 60%, trzecia częstotliwość zmniejszyła się o 4%, 25% i 60%, czwarta częstotliwość zmniejszyła się o 5%, 35%, 60%, piąta częstotliwość zmniejszyła się o 49%, 48% i 52%, szósta częstotliwość zmniejszyła się o 9%, 42% i 46%, siódma częstotliwość zmniejszyła się o 14%, 31% i 43%, ósma częstotliwość zmniejszała się o 6%, 40% i 51%, dziewiąta częstotliwość zmniejszyła się o 2%, 28% i 67% oraz dziesiąta częstotliwość zmniejszyła się o 14%, 28% i 50%. Na rys. 9.6 przedstawiono porównanie omawianych powyżej częstotliwości drgań własnych. Szczegółowe wyniki analizy numerycznej zamieszczono w dodatku C.2.



Rysunek 9.6: Wyniki badań numerycznych układu anatomicznego, warunki brzegowe przegubowe

Badania numeryczne drgań układu anatomicznego pod działaniem siły harmoniczej przeprowadzono wykorzystując warunki brzegowe przegubowe. Przedział rozważanych częstotliwości wynosił od 10 Hz do 1000 Hz i realizowany był z krokiem 10 Hz. Rezultaty przedstawiono w postaci wykresów 3D, na których zamieszczono widmo amplitudowe w funkcji częstotliwości pobudzenia i odpowiedzi. Na podstawie analizy uzyskanych wyników stwierdzono jakościowo podobne rozkłady częstotliwości zarówno dla $D=0\%$, $D=25\%$, $D=40\%$, $D=75\%$. Stwierdzono występowanie różnic w poziomach amplitud miejsca związanego z rejestracją sygnału w kolejnych postaciach drgań. Wyniki badań numerycznych powyższego układu zamieszczono w dodatku C.3.

Analizując zmianę dynamiki układu anatomicznego na podstawie studium parametrycznego zauważyć można iż maksymalne zmiany częstotliwości drgań własnych spowodowane odchyleniami rozważanych parametrów (moduł Younga, współczynnik Poissona, gęstość) nie przekraczały wartości 8.5%. Największy wpływ na zmianę dynamiki zaobserwowano w przypadku odchylenia wartości modułu Younga i gęstości, pomijalnie małe zaś w przypadku zmian współczynnika Poissona. Powyższe spostrzeżenia są zgodne z obserwacjami dla układów zastępczych APM i PM.

Porównując wyniki badań otrzymane w ramach realizacji niniejszej pracy z rezultatami zawartymi w piśmiennictwie naukowym można odnieść się do dwóch prac [41] i [93], biorąc pod uwagę podobieństwo warunków realizacji badań i metod badawczych.

Pierwsza z nich dotyczy oceny stabilności osadzenia implantu w kości udowej na podstawie technik drganiowych wykorzystując studium numeryczne i ekspe-

rymentalne. Zawiera ona wyniki częstotliwości rezonansowych zaimplantowanej kości typu Sawbone wyznaczone na podstawie eksperymentalnej analizy modalnej. Z porównania tych wyników z rezultatami otrzymanymi w trakcie realizacji niniejszej pracy dla układu anatomicznego wynika, iż różnice wyników wartości częstotliwości własnych i rezonansowych zaimplantowanej kości udowej o swobodnych warunkach brzegowych bez uszkodzenia wynoszą od 9% do 21% w odniesieniu do pierwszych siedmiu postaci. Zaistniałe różnice mogły być spowodowane: odmiennymi parametrami modelu mechanicznego, który został utworzony dla sztucznej kości Sawbone, a także zróżnicowaną geometrią samej kości udowej jak i osadzonego implantu. W pracy [41] zauważyć można obniżanie wartości kolejnych częstotliwości wraz z narastającym odspajaniem implantu od kości, jednakże forma przedstawienia rezultatów i niejednoznaczny opis stopnia uszkodzenia nie pozwalają na porównanie tej części wyników z rezultatami niniejszej pracy.

W pracy [93] uwzględniono w modelowaniu numerycznym tylko fragment kości oraz zastosowano warunki brzegowe belki wspornikowej. Fakt ten ogranicza zasadność bezpośredniego porównania otrzymanych rezultatów częstotliwości własnych z układem anatomicznym rozważanym w niniejszej pracy. Jednakże możliwe jest porównanie trendu zmian częstotliwości drgań własnych zaimplantowanej kości udowej wraz z narastającym odspajaniem. Pomimo innych warunków brzegowych, odmiennych parametrów materiałowych oraz zróżnicowanej geometrii stwierdzić można podobny charakter zmian wartości częstotliwości drgań własnych, które polegają na obniżaniu wartości kolejnych częstotliwości wraz z narastającym odspajaniem. Zauważono także fakt, iż wyższe częstotliwości są lepszymi deskryptorami opisującymi odspajanie implantu od kości.

Przeprowadzenie symulacji numerycznych, realizacja badań eksperymentalnych oraz analiza wyników umożliwiły sformułowanie istotnych wniosków w zakresie: porównania rezultatów badań numerycznych i eksperymentalnych układów zastępczych, wpływu utraty spójności kości i implantu na zmianę dynamiki układów zastępczych i anatomicznych oraz oceny wrażliwości modeli numerycznych połączeń na zmianę wybranych parametrów.

Na podstawie porównania wyników badań numerycznych oraz eksperymentalnych dla układów zastępczych stwierdzono:

- wysoką zgodność wyników symulacji numerycznych i badań eksperymentalnych w odniesieniu do wartości częstotliwości drgań własnych i rezonansowych postaci zginających,
- podobny charakter zmian widma wynikający z osłabienia połączenia,
- wyższą zgodność wyników w przypadku zastosowania swobodnych warunków brzegowych, niż dla warunków belki wspornikowej.

Analizując wpływ odspajania na zmianę dynamiki połączeń w układach zastępczych zauważono:

- obniżenie wartości częstotliwości drgań własnych i rezonansowych wraz ze wzrostem utraty spójności połączenia,
- małe zmiany częstotliwości odpowiadające pierwszym modom drgań, a większe odpowiadające kolejnym modom drgań.

W zakresie oceny wrażliwości układu zastępczego połączenia na zmianę właściwości elementu modelującego kość zaobserwowano:

- zmniejszanie wartości częstotliwości drgań własnych i rezonansowych wraz ze zwiększaniem gęstości,
- zwiększanie wartości częstotliwości drgań własnych i rezonansowych wraz ze zwiększaniem modułu Younga,

- pomijalnie małe zmiany wartości częstotliwości drgań własnych i rezonansowych wraz ze zmianami współczynnika Poissona.

Symulacje numeryczne układów anatomicznych pozwalają stwierdzić:

- występowanie modów o postaciach giętno-skrętnych, zarówno w zakresie swobodnych warunków brzegowych, jak i przegubowych,
- obniżanie wartości częstotliwości drgań własnych i rezonansowych wraz z narastającą utratą spójności połączenia,
- mniejsze zmiany częstotliwości odpowiadające pierwszym modom drgań i większe zmiany częstotliwości odpowiadające wyższym modom drgań.

Ocena wrażliwości modelu numerycznego połączenia anatomicznego w odniesieniu do zmian właściwości materiału modelującego materiał kostny pozwoliła na sformułowanie następujących wniosków:

- zwiększanie gęstości powoduje zmniejszanie wartości częstotliwości drgań własnych i rezonansowych,
- zwiększanie modułu Younga powoduje zwiększanie wartości częstotliwości drgań własnych i rezonansowych,
- zmiany współczynnika Poissona powodują pomijalnie małe zmiany wartości częstotliwości drgań własnych i rezonansowych,
- wpływ odchyłeń zmian wymienionych powyżej parametrów na dynamikę układu maleje ze wzrostem utraty spójności.

Badania rozkładów częstotliwości własnych i rezonansowych dowiodły, że bardzo istotną rolę odgrywają warunki brzegowe odpowiadające realizacji zamocowania układów. Zarówno w przypadku układów zastępczych, jak i układów anatomicznych na podstawie symulacji numerycznych stwierdzono, iż skrajne zmiany właściwości materiału modelującego materiał kostny w układzie zastępczym i anatomicznym zmieniają dynamikę układu w stopniu mniejszym niż utrata spójności opisana maksymalną wartością parametru D .

Przeprowadzenie symulacji numerycznych i badań eksperymentalnych pozwoliło sformułować wnioski w zakresie oceny przydatności zastosowania metod wibroakustycznych w procesie diagnozowania połączenia kość-implant, co stanowiło zasadniczy cel realizacji niniejszej rozprawy doktorskiej. Generalnie stwierdzono,

że metody drganiowe wykorzystujące liniowy model układu kość-implant mogą być rozważone jako narzędzie diagnostyczne do wykrywania utraty spójności układu kość-implant. Bazują one na obserwacji zmian w widmie drgań układów kość-implant, które polegają na tym, iż w układach z rosnącymi uszkodzeniami (odspojeniami implantu od kości narastającymi od strony krętarzowej kości) występują obniżenia częstotliwości własnych i rezonansowych. Metody te mogą okazać się skuteczne w praktyce klinicznej przy uwzględnieniu szeregu uwarunkowań do których należą:

- adekwatność zamodelowania warunków brzegowych w sposób umożliwiający ich kontrolę oraz realizowalność,
- konieczność indywidualnego (osobniczego) odnoszenia zmian w widmie uszkodzonych układów kość-implant do przypadków referencyjnych, zakładając w stanie referencyjnym pełne połączenie kość-implant i uwzględniając cechy indywidualne układów,
- spełnienie założeń liniowości geometrycznej i fizycznej układu, braku interakcji elementów odspajanych i dyssypacji,
- istniejące ograniczenia związane z trudnością wykrywania wczesnych stadiów odspajania implantu od kości, które charakteryzują się niewielką powierzchnią utraty kontaktu występującą pomiędzy elementami odspajanymi.

Stwierdzono również, iż teoretyczna analiza modalna może służyć jako pomocnicze narzędzie wspomagające proces diagnozowania stanu połączenia kość-implant w praktyce klinicznej.

Realizacja pracy pozwoliła także na określenie kierunków dalszych badań związanych z rozwijaniem metody drganiowej jako narzędzia diagnostycznego. W ramach tych badań warto rozważyć modyfikację modelu zaimplantowanej kości udowej o: zróżnicowanie struktur kości, w tym beleczkowej i korowej, uwzględnienie anizotropii, nieliniowości materiałów i tłumienia, interakcje porowej struktury tkanki kostnej z płynami ustrojowymi oraz oddziaływania mięśni, ścięgien oraz więzadeł. Dodatkowo studium mogłoby zostać rozszerzone o uwzględnienie kryteriów rozwoju uszkodzenia dotyczące zarówno materiału cementu kostnego jak i materiału tkanki kostnej. Drugi kierunek rozwoju tematyki badawczej mógłby objąć badania związane z identyfikacją rzeczywistych warunków brzegowych poprzez eksperymentalne badania *in situ* oraz określeniem najkorzystniejszego pod względem diagnostycznym miejsca pobudzenia, odbioru sygnału i zastosowania

bardziej zaawansowanych technik przetwarzania sygnału. Realizacja powyższych badań mogłaby przyczynić się do szerszego wdrożenia drganiowych metod diagnozowania stanu połączenia kości i implantu w praktyce klinicznej.

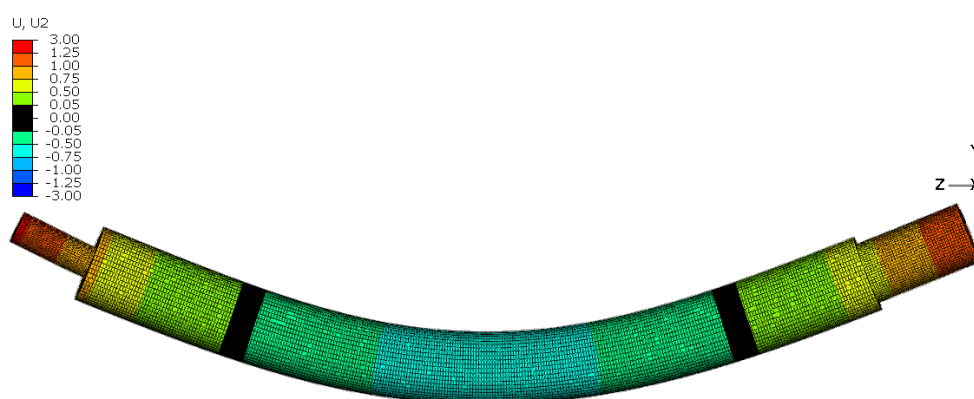
Biorąc pod uwagę perspektywę wykorzystania metod drganiowych w połączeniu z monitorowaniem za pomocą układu mikrosensorów zainstalowanych *in vivo* mogłyby zostać podjęte próby nad opracowaniem inteligentnej endoprotezy przekazującej informacje o stanie połączenia kości i implantu drogą bezprzewodową.

Dodatki

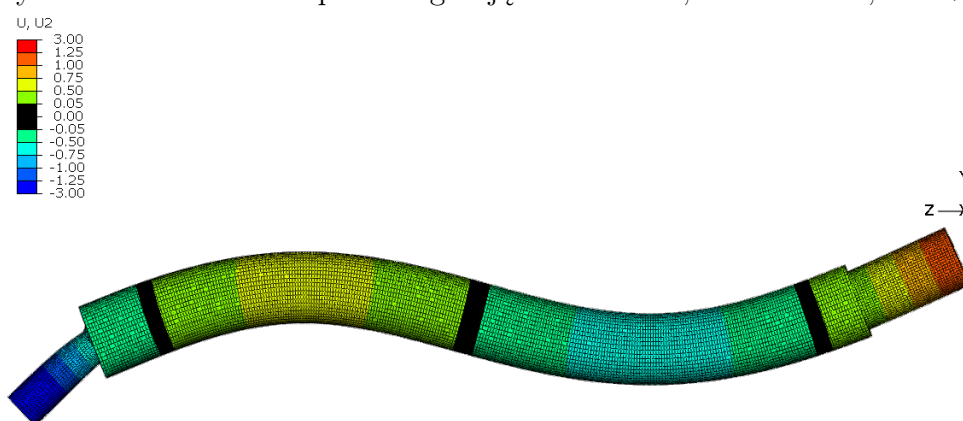
Dodatek A

Wyniki badań numerycznych układów zastępczych

A.1 Zagadnienie własne, układ APM, końce swobodne



Rysunek A.1: Pierwsza postać zginająca $f=553$ Hz, model APM, $D=0\%$

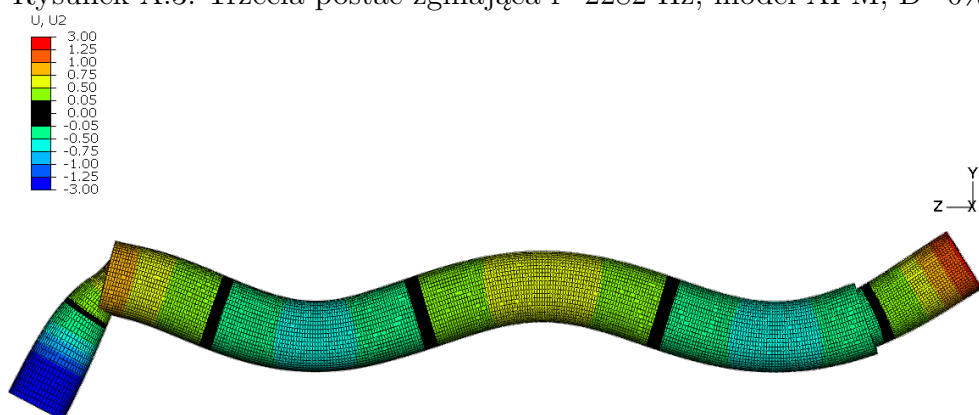


Rysunek A.2: Druga postać zginająca $f=1378$ Hz, model APM, $D=0\%$

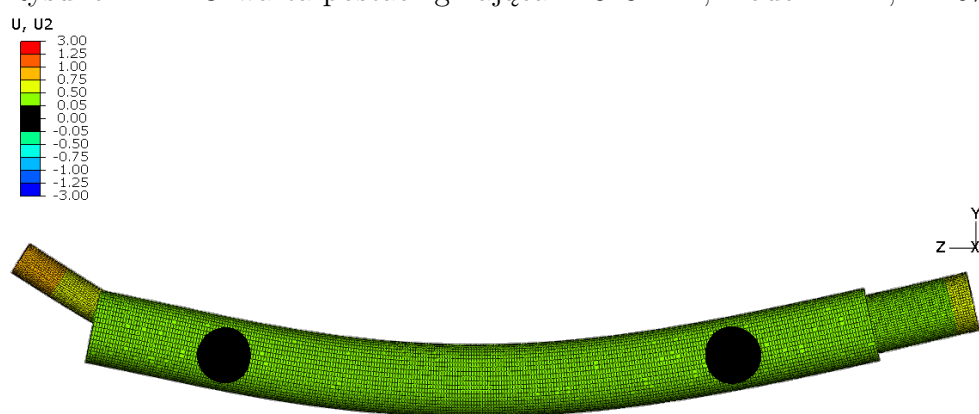
A.1. Zagadnienie własne, układ APM, końce swobodne



Rysunek A.3: Trzecia postać zginająca $f=2282$ Hz, model APM, $D=0\%$

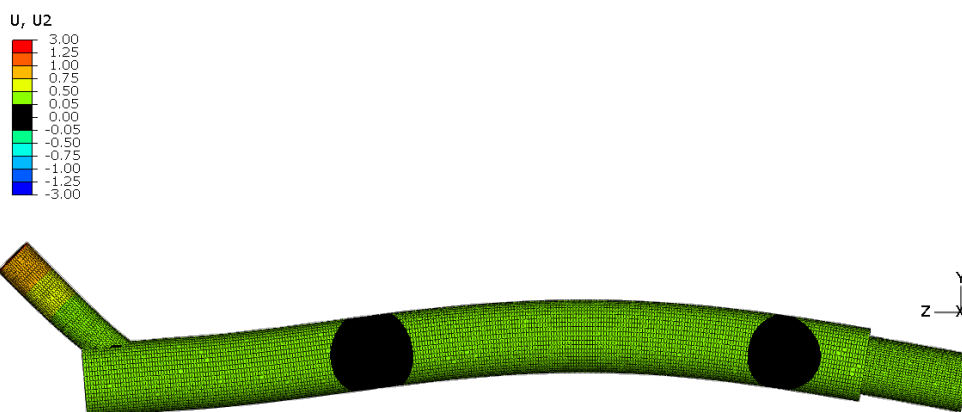


Rysunek A.4: Czwarta postać zginająca $f=3182$ Hz, model APM, $D=0\%$

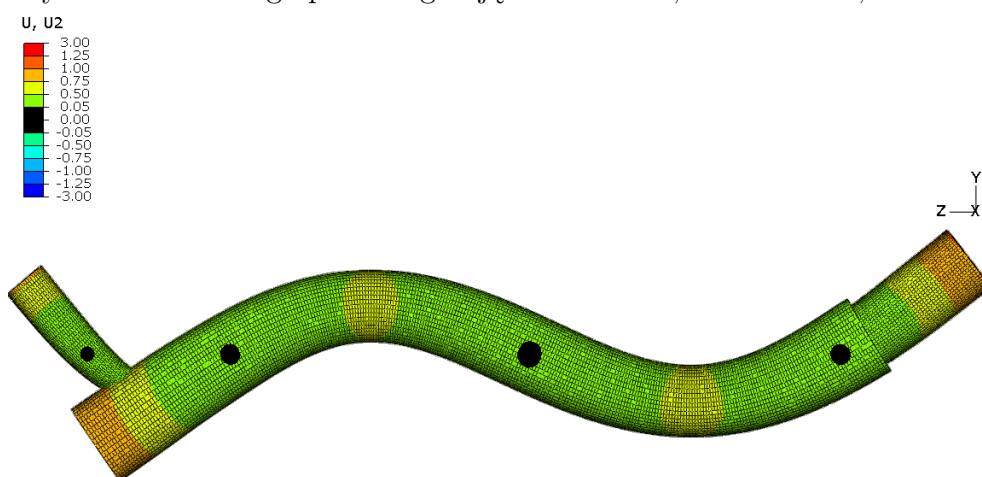


Rysunek A.5: Pierwsza postać zginająca $f=520$ Hz, model APM, $D=25\%$

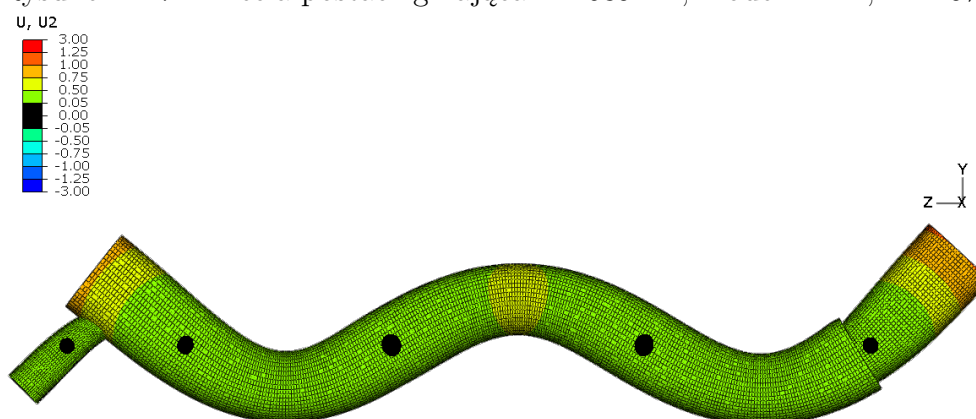
A.1. Zagadnienie własne, układ APM, końce swobodne



Rysunek A.6: Druga postać zginająca $f=916$ Hz, model APM, $D=25\%$



Rysunek A.7: Trzecia postać zginająca $f=1689$ Hz, model APM, $D=25\%$

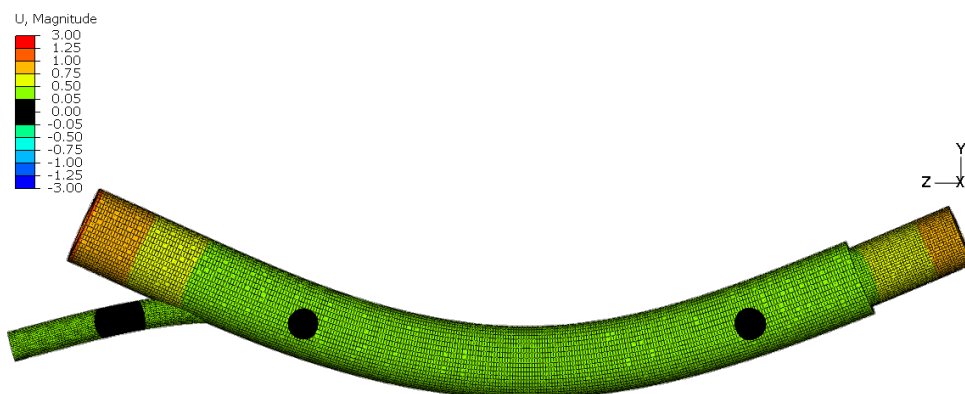


Rysunek A.8: Czwarta postać zginająca $f=2988$ Hz, model APM, $D=25\%$

A.1. Zagadnienie własne, układ APM, końce swobodne



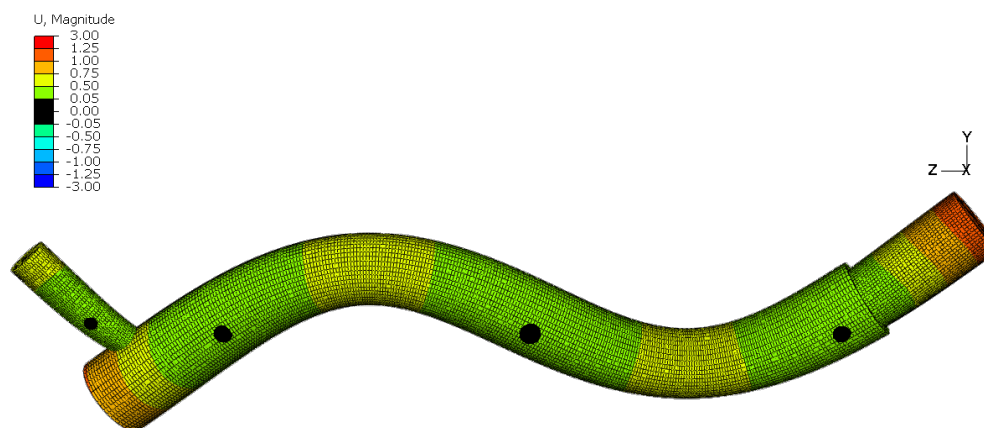
Rysunek A.9: Pierwsza postać zginająca $f=249$ Hz, model APM, $D=75\%$



Rysunek A.10: Druga postać zginająca $f=677$ Hz, model APM, $D=75\%$

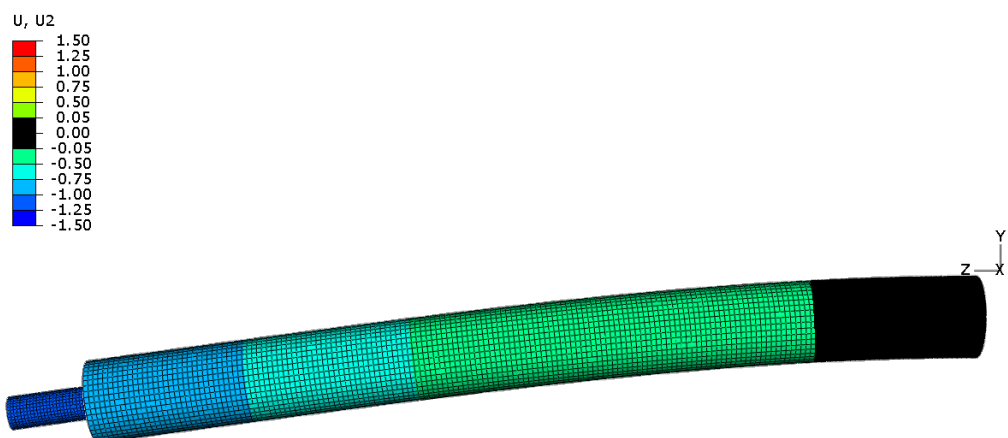


Rysunek A.11: Trzecia postać zginająca $f=1294$ Hz, model APM, $D=75\%$

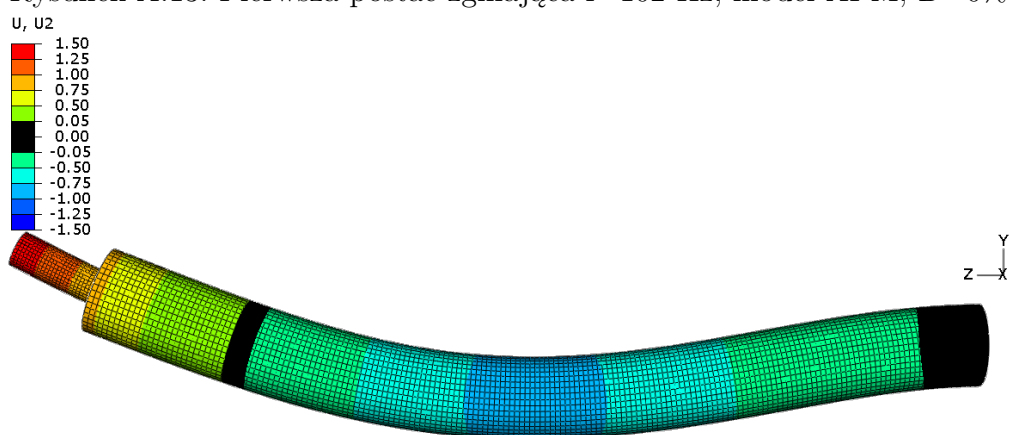


Rysunek A.12: Czwarta postać zginająca $f=1672$ Hz, model APM, $D=75\%$

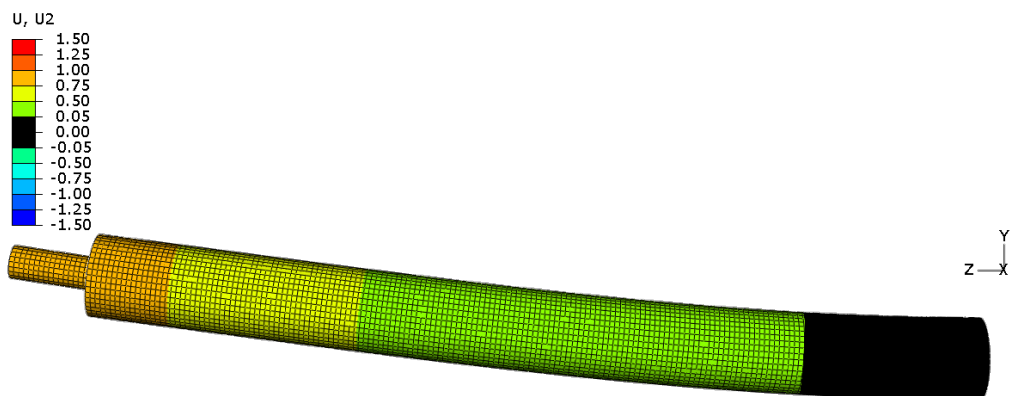
A.2 Zagadnienie własne, układ APM, jednostronne utwierdzenie



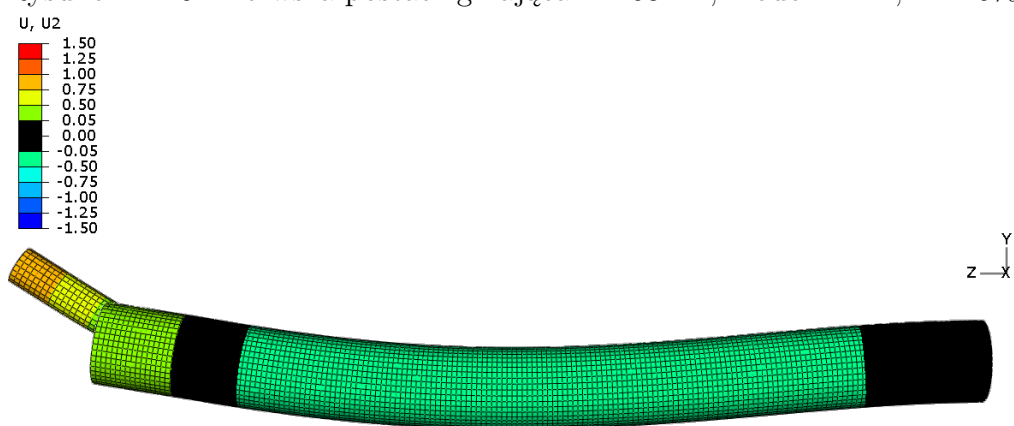
Rysunek A.13: Pierwsza postać zginająca $f=102$ Hz, model APM, $D=0\%$



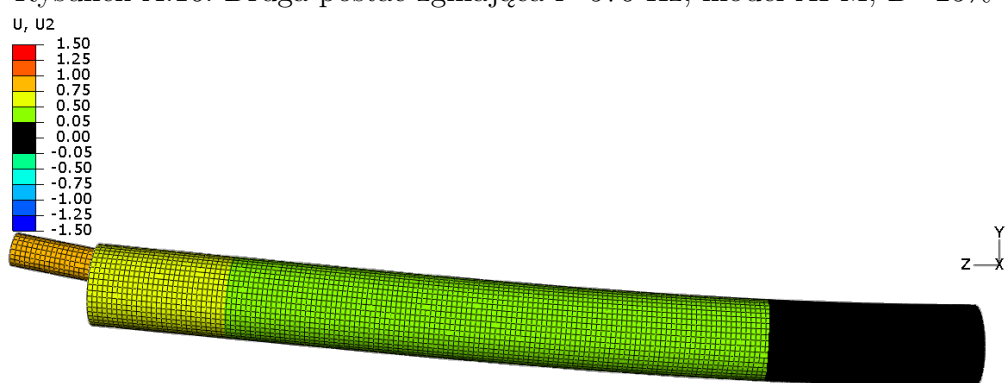
Rysunek A.14: Druga postać zginająca $f=635$ Hz, model APM, $D=0\%$



Rysunek A.15: Pierwsza postać zginająca $f=103$ Hz, model APM, $D=25\%$

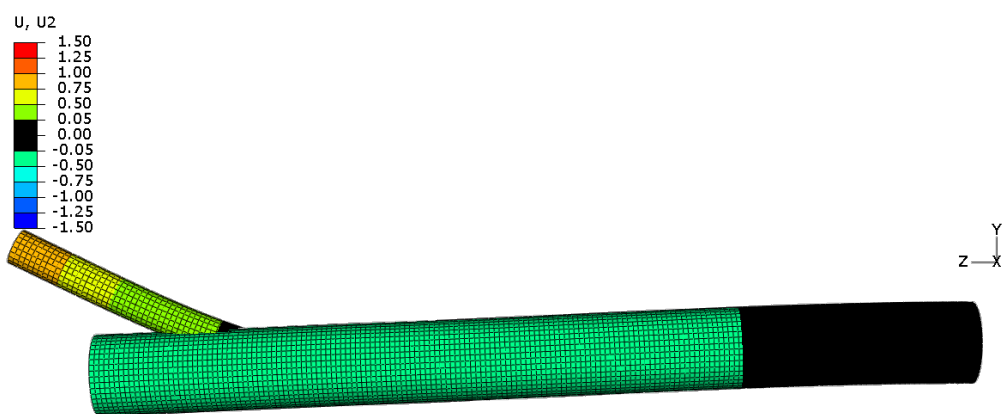


Rysunek A.16: Druga postać zginająca $f=576$ Hz, model APM, $D=25\%$

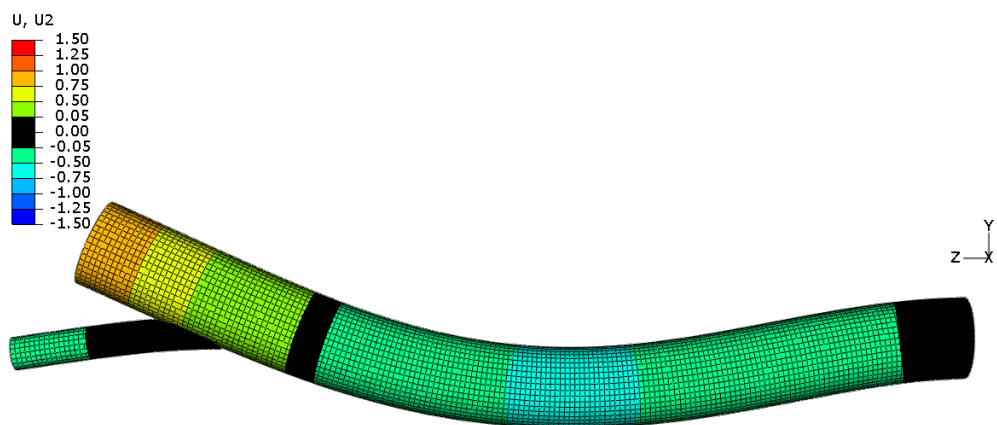


Rysunek A.17: Pierwsza postać zginająca $f=101$ Hz, model APM, $D=75\%$

A.2. Zagadnienie własne, układ APM, jednostronne utwierdzenie

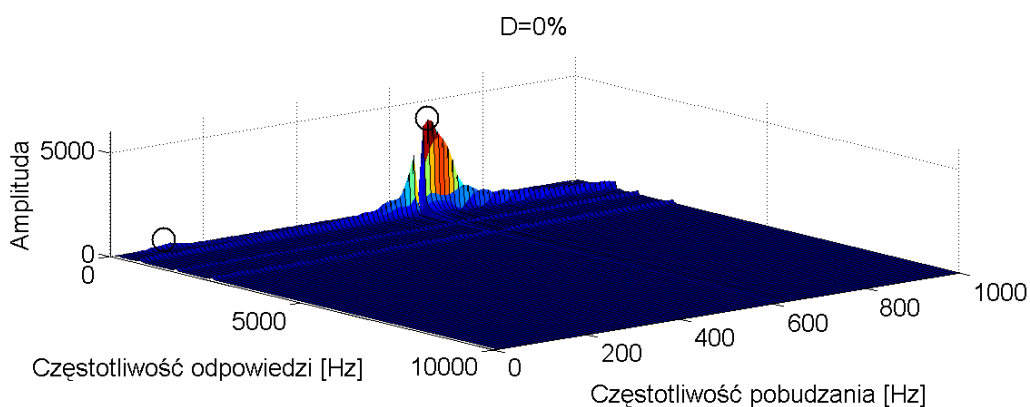


Rysunek A.18: Druga postać zginająca $f=266$ Hz, model APM, $D=75\%$

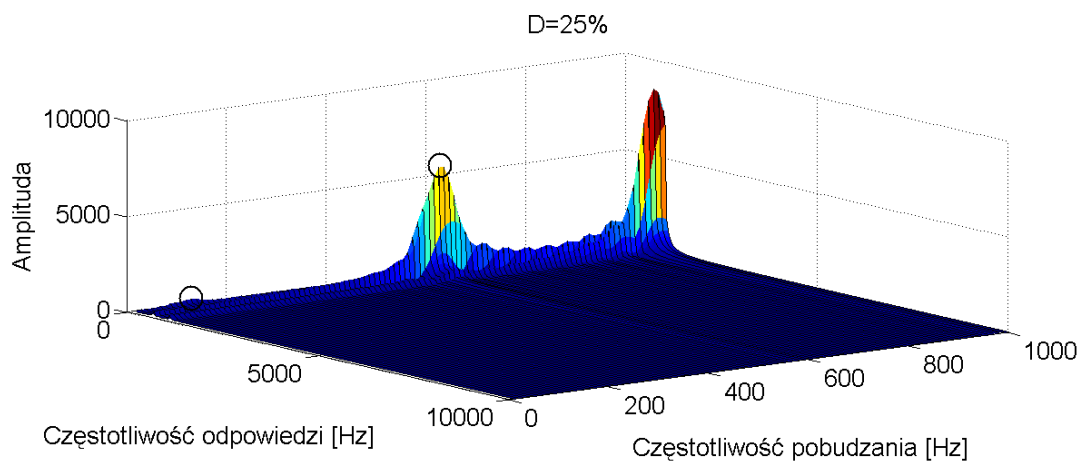


Rysunek A.19: Trzecia postać zginająca $f=791$ Hz, model APM, $D=75\%$

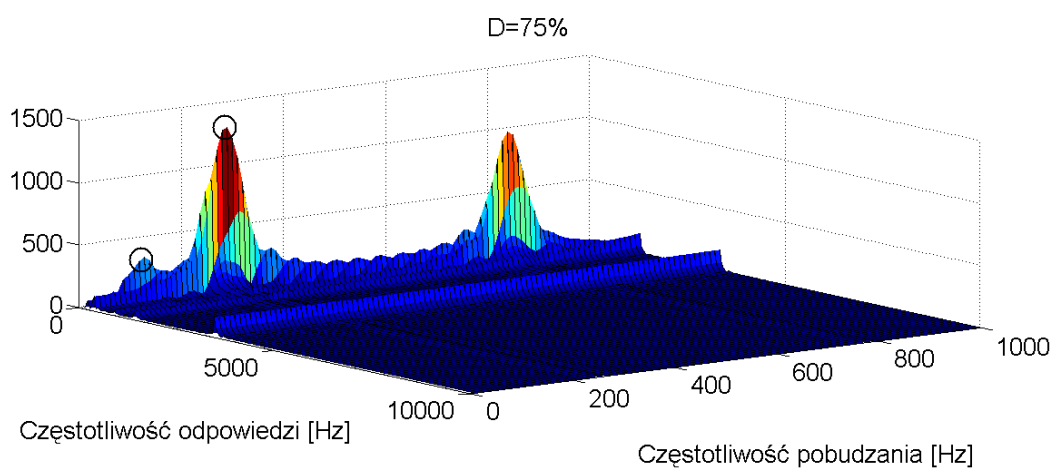
A.3 Odpowiedź dynamiczna, układ APM, jednostronne utwierdzenie



Rysunek A.20: Widmo amplitudowe sygnału drganiowego (amplitudy przyspieszeń) dla układu zastępczego w funkcji częstotliwości pobudzeń oraz częstotliwości odpowiedzi układu, model APM, $D=0\%$

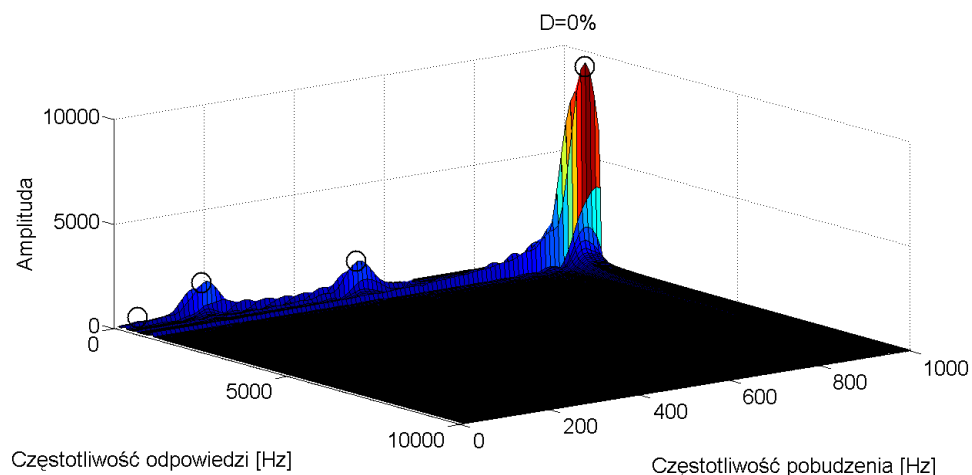


Rysunek A.21: Widmo amplitudowe sygnału drganiowego (amplitudy przyspieszeń) dla układu zastępczego w funkcji częstotliwości pobudzeń oraz częstotliwości odpowiedzi układu, model APM, $D=25\%$

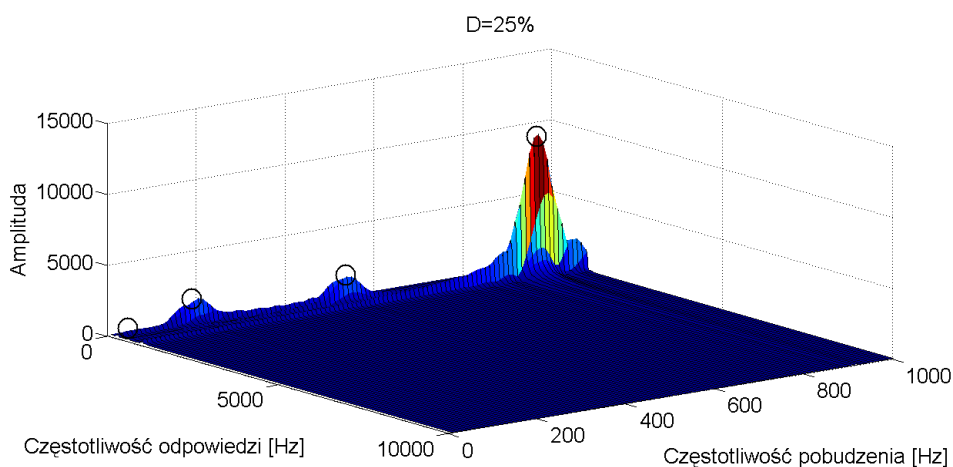


Rysunek A.22: Widmo amplitudowe sygnału drganiowego (amplitudy przyspieszeń) dla układu zastępczego w funkcji częstotliwości pobudzeń oraz częstotliwości odpowiedzi układu, model APM, $D=75\%$

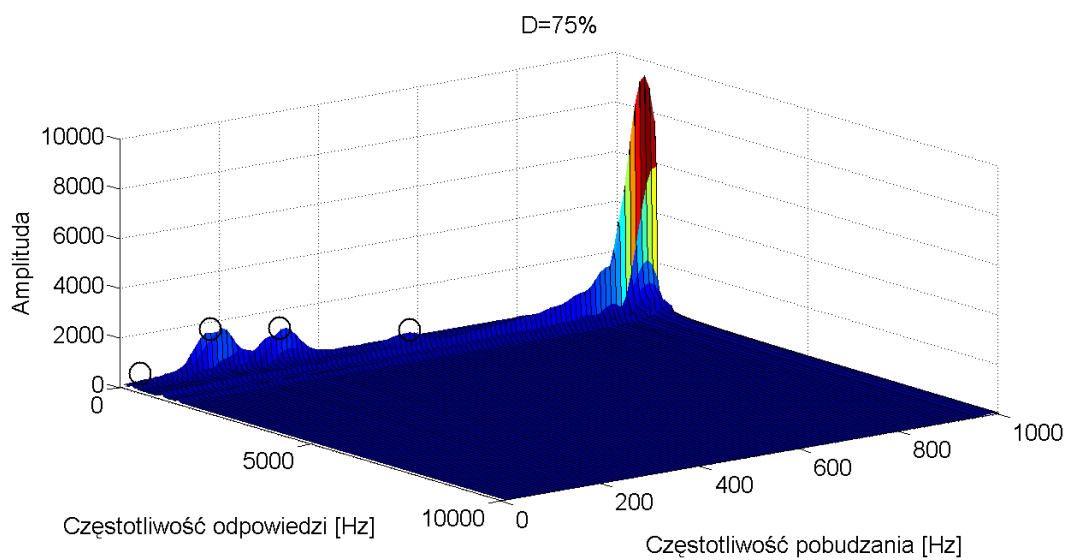
A.4 Odpowiedź dynamiczna, układ PM, jednostronne utwierdzenie



Rysunek A.23: Widmo amplitudowe sygnału drganiowego (amplitudy przyspieszeń) dla układu zastępczego w funkcji częstotliwości pobudzeń oraz częstotliwości odpowiedzi układu, układ PM, $D=0\%$

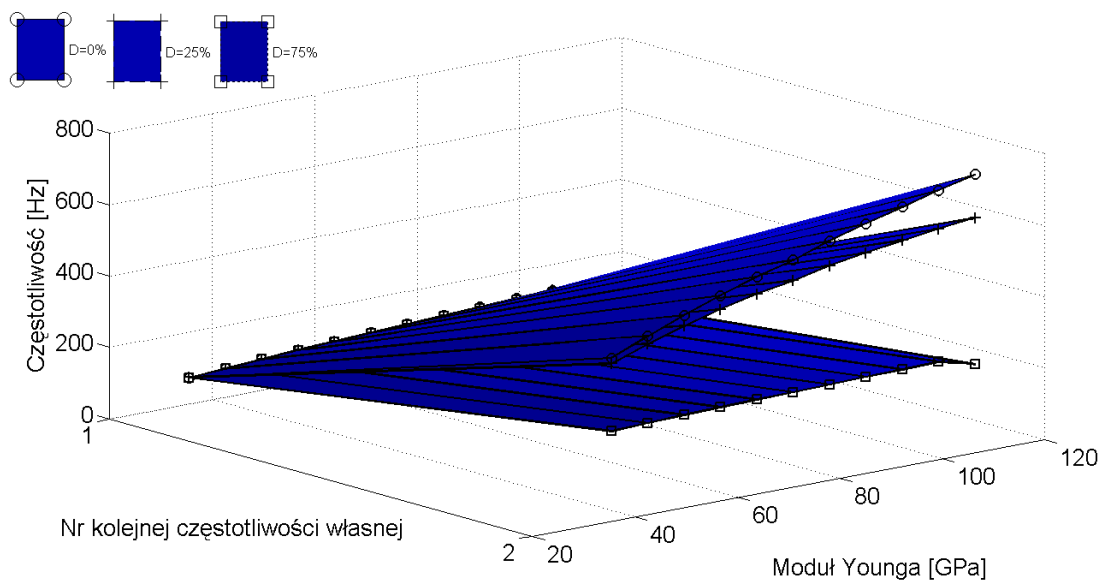


Rysunek A.24: Widmo amplitudowe sygnału drganiowego (amplitudy przyspieszeń) dla układu zastępczego w funkcji częstotliwości pobudzeń oraz częstotliwości odpowiedzi układu, układ PM, $D=25\%$



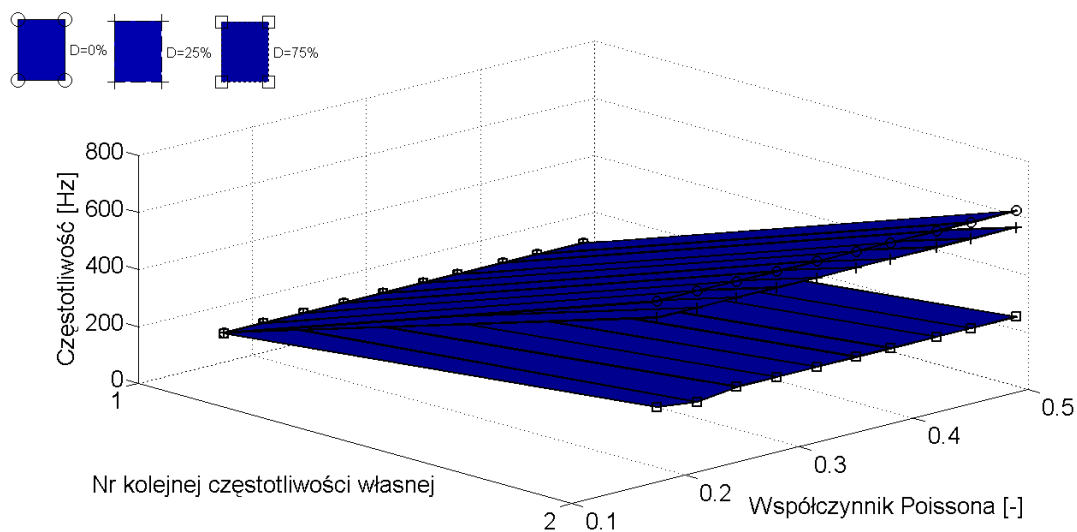
Rysunek A.25: Widmo amplitudowe sygnału drganiowego (amplitudy przyspieszeń) dla układu zastępczego w funkcji częstotliwości pobudzeń oraz częstotliwości odpowiedzi układu, układ PM, $D=75\%$

A.5 Studium parametryczne wpływu wybranych parametrów na zmianę rozwiązania zagadnienia własnego, układ APM

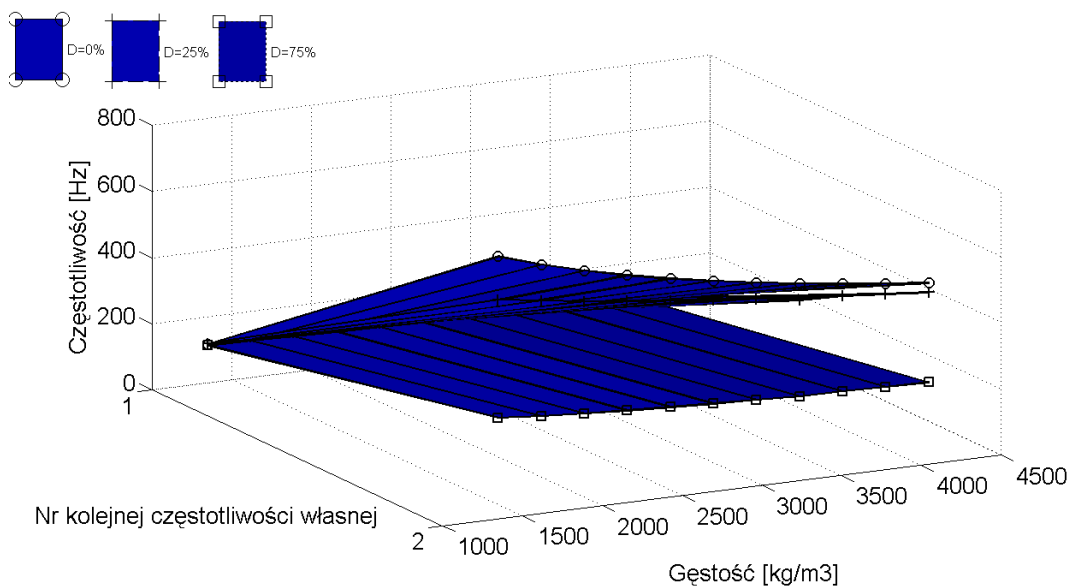


Rysunek A.26: Wpływ parametru modułu Younga na zmianę częstotliwości drgań własnych, model APM

A.5. Studium parametryczne wpływu wybranych parametrów na zmianę rozwiązania zagadnienia własnego, układ APM

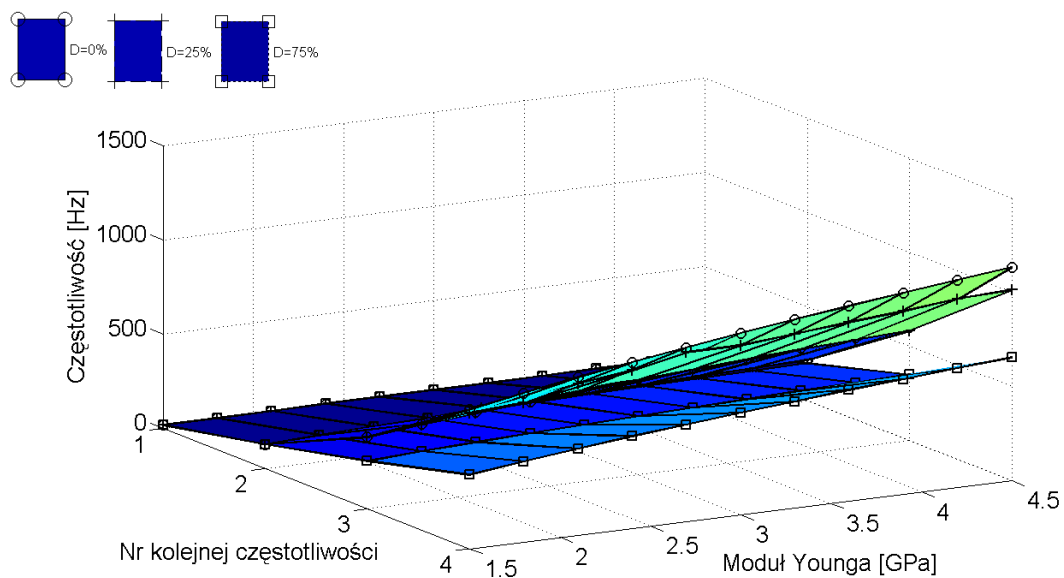


Rysunek A.27: Wpływ parametru współczynnika Poissona na zmianę częstotliwości drgań własnych, model APM



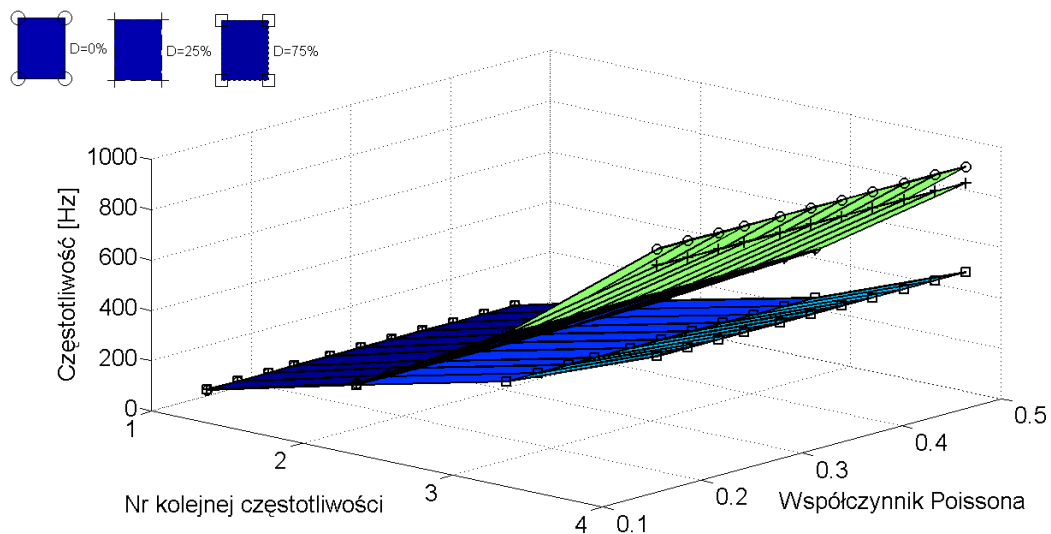
Rysunek A.28: Wpływ parametru gęstości na zmianę częstotliwości drgań własnych, model APM

A.6 Studium parametryczne wpływu wybranych parametrów na zmianę rozwiązania zagadnienia własnego, układ PM

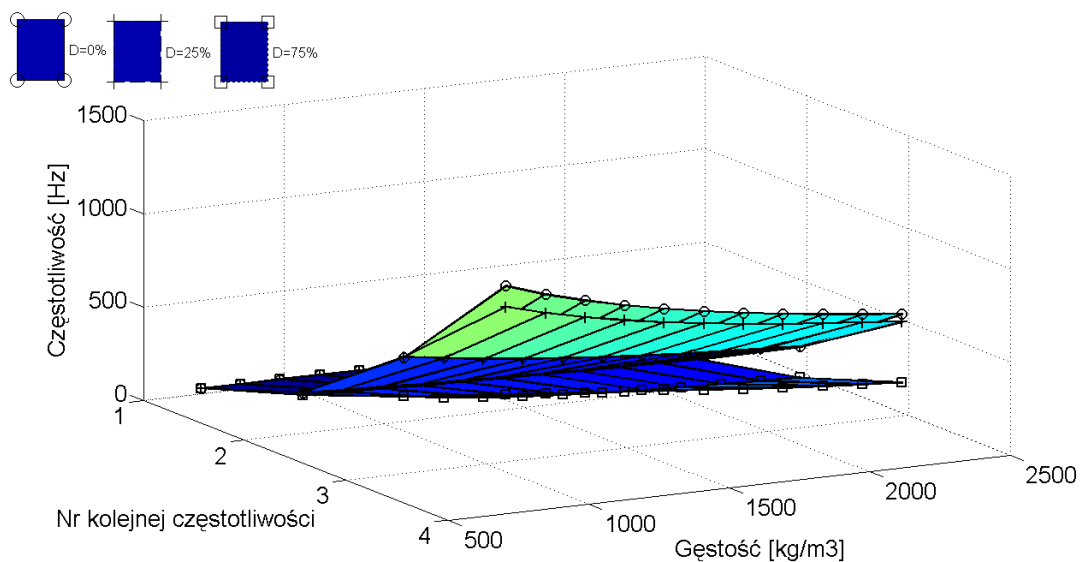


Rysunek A.29: Wpływ parametru modułu Younga na zmianę częstotliwości drgań własnych, model PM

A.6. Studium parametryczne wpływu wybranych parametrów na zmianę rozwiązania zagadnienia własnego, układ PM



Rysunek A.30: Wpływ parametru współczynnika Poissona na zmianę częstotliwości drgań własnych, model PM

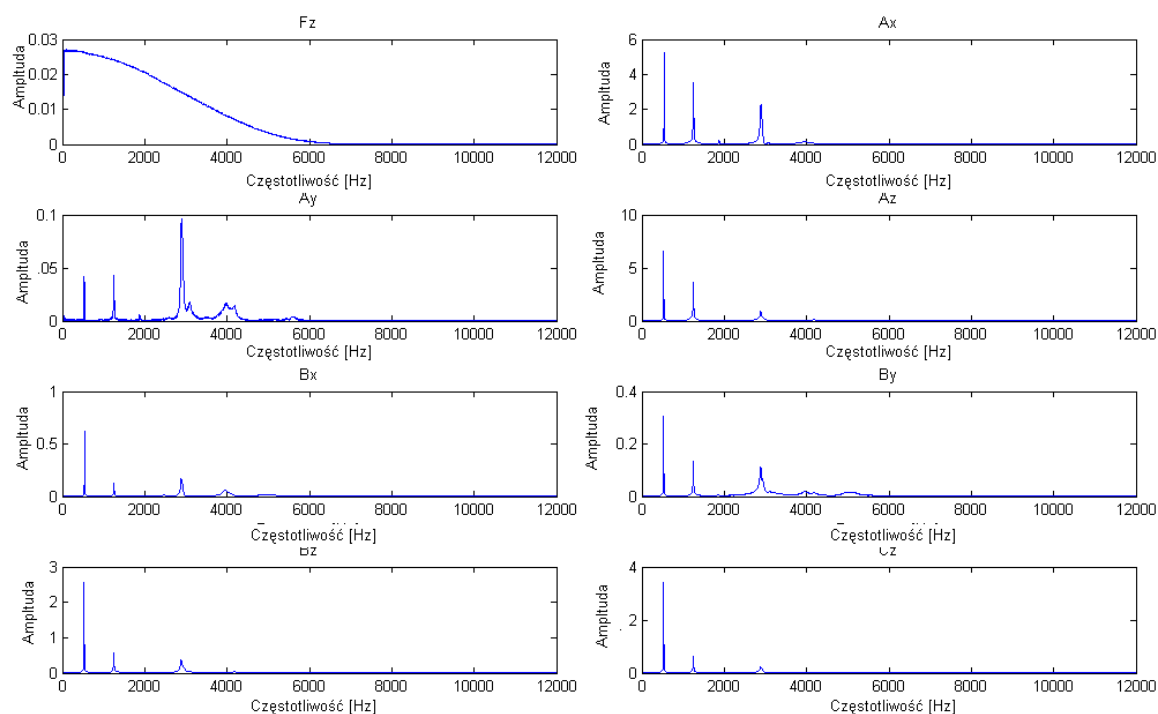


Rysunek A.31: Wpływ parametru gęstości na zmianę częstotliwości drgań własnych, model PM

Dodatek B

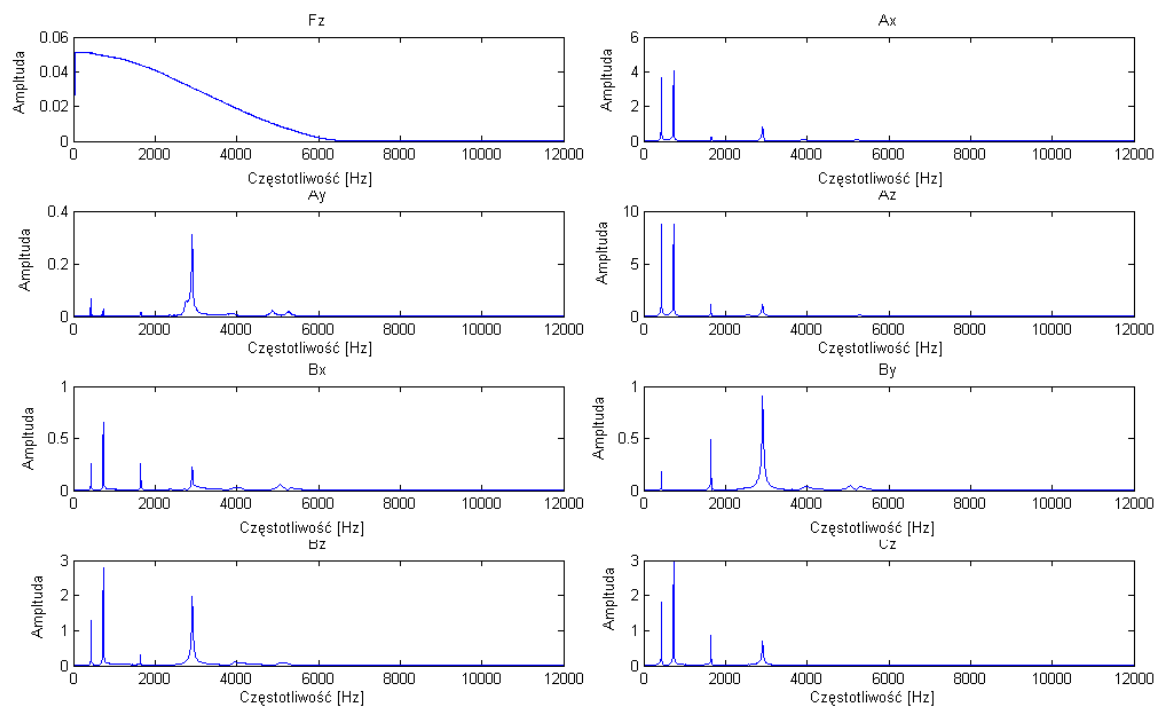
Wyniki badań eksperymentalnych układów zastępczych

B.1 Pobudzenie impulsowe, układ APM, końce swobodne

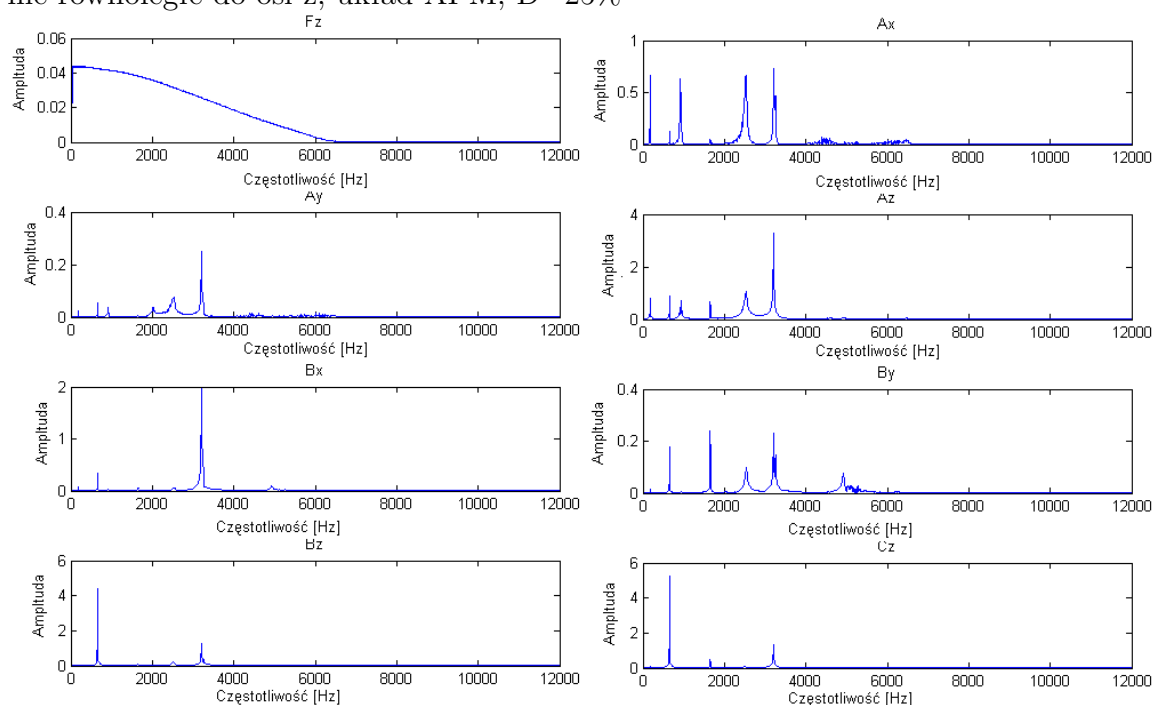


Rysunek B.1: Widmo amplitudowe sygnału z czujników pomiarowych, pobudzenie równoległe do osi z, układ APM, $D=0\%$

B.1. Pobudzenie impulsowe, układ APM, końce swobodne

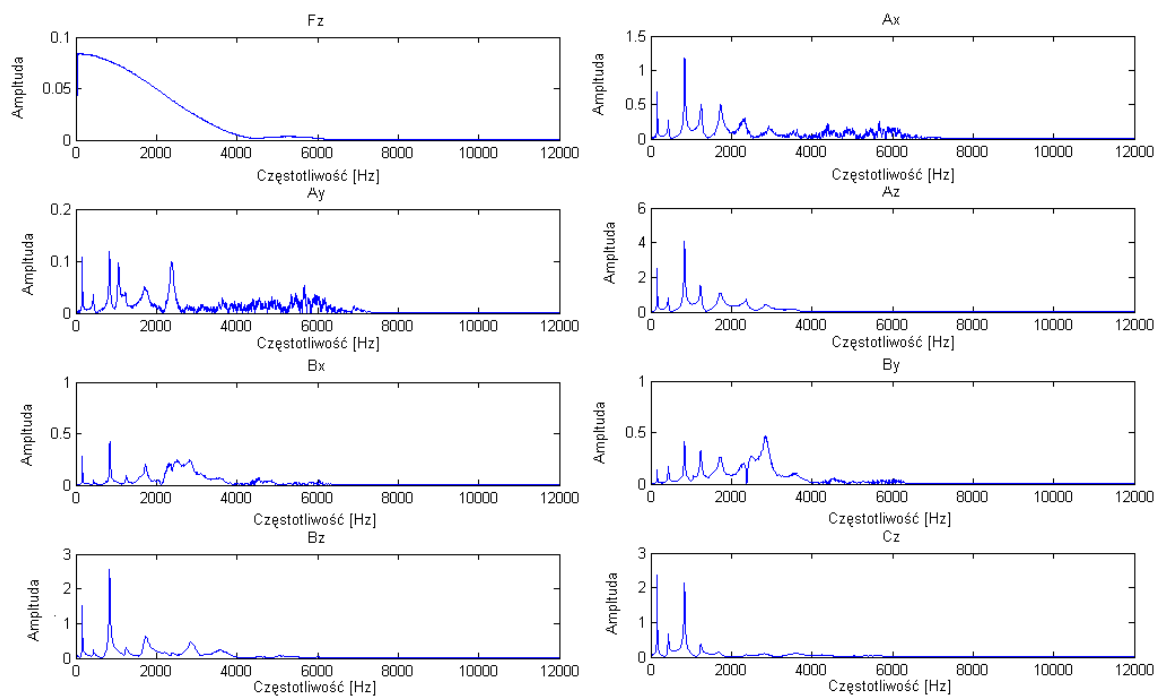


Rysunek B.2: Widmo amplitudowe sygnału z czujników pomiarowych, pobudzenie równoległe do osi z, układ APM, $D=25\%$



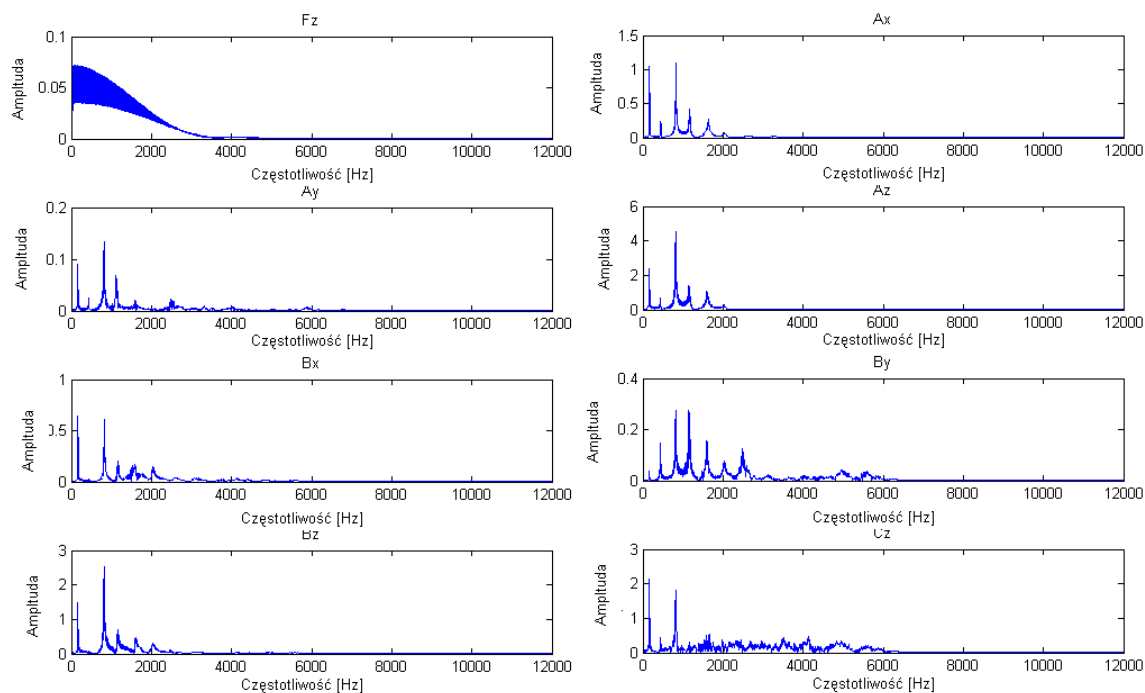
Rysunek B.3: Widmo amplitudowe sygnału z czujników pomiarowych, pobudzenie równoległe do osi Z, układ APM, $D=75\%$

B.2 Pobudzenie impulsowe, układ PM, końce swobodne

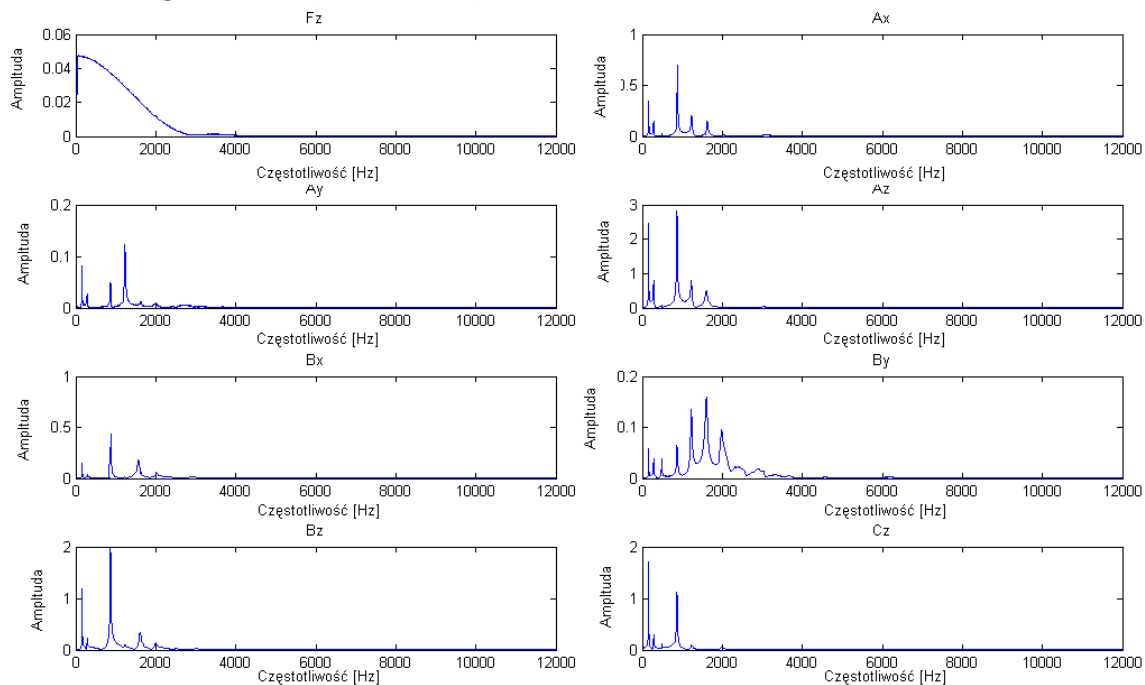


Rysunek B.4: Widmo amplitudowe sygnału z czujników pomiarowych, pobudzenie równoległe do osi z, układ PM, $D=0\%$

B.2. Pobudzenie impulsowe, układ PM, końce swobodne

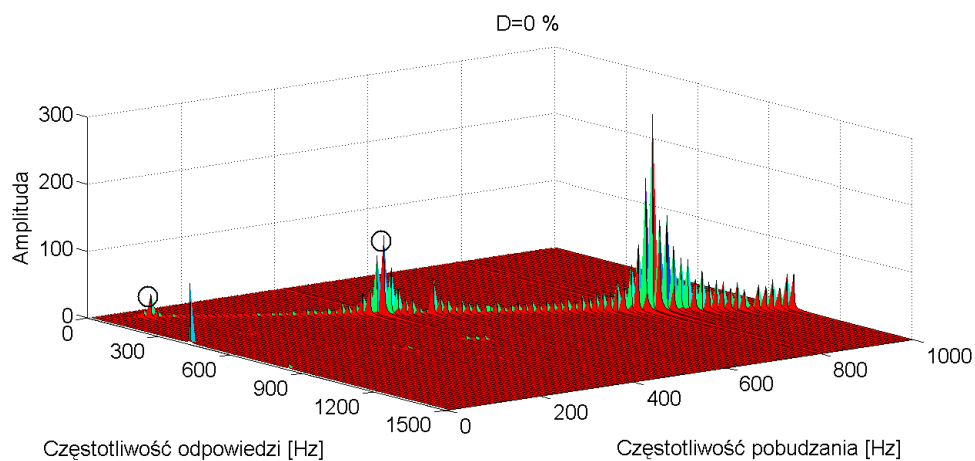


Rysunek B.5: Widmo amplitudowe sygnału z czujników pomiarowych, pobudzenie równoległe do osi z, układ PM, $D=25\%$

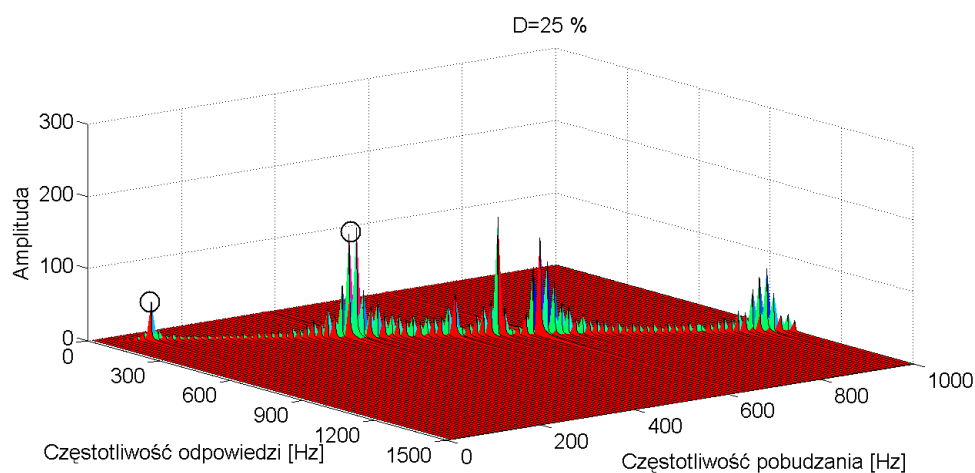


Rysunek B.6: Widmo amplitudowe sygnału z czujników pomiarowych, pobudzenie równoległe do osi z, układ PM, $D=75\%$

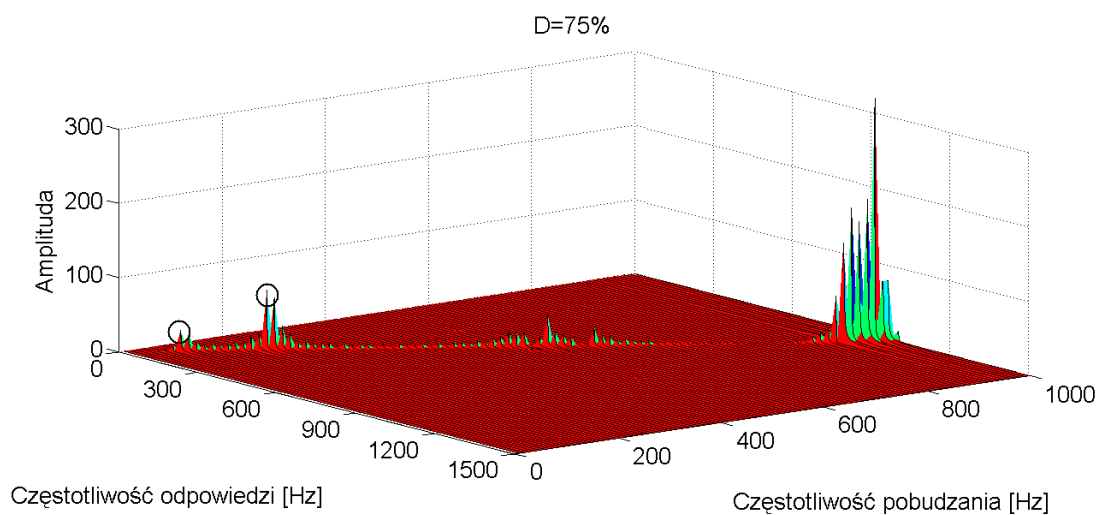
B.3 Pobudzenie harmoniczne, układ APM, jednostronne utwierdzenie



Rysunek B.7: Widmo amplitudowe sygnału drganiowego (amplitudy przyspieszeń) dla układu zastępczego w funkcji częstotliwości pobudzeń oraz częstotliwości odpowiedzi układu, układ APM, $D=0\%$

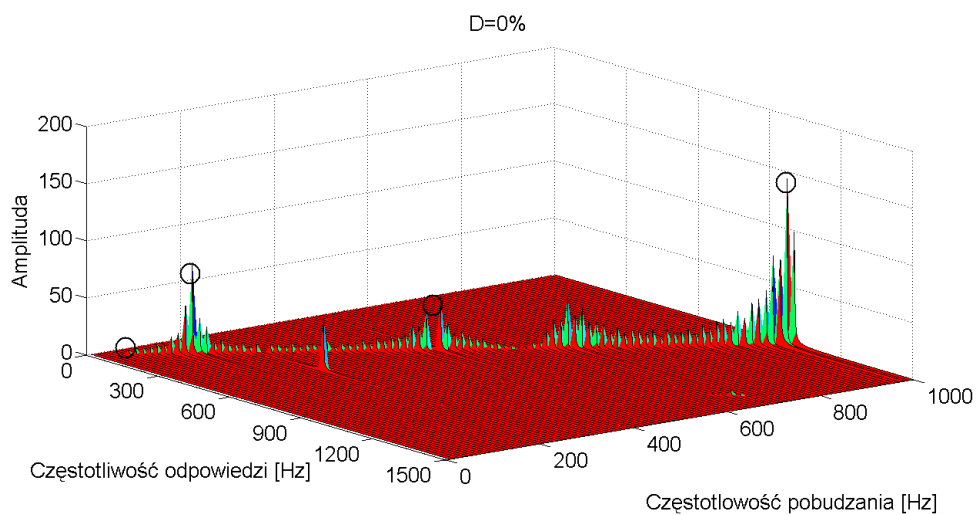


Rysunek B.8: Widmo amplitudowe sygnału drganiowego (amplitudy przyspieszeń) dla układu zastępczego w funkcji częstotliwości pobudzeń oraz częstotliwości odpowiedzi układu, układ APM, $D=25\%$

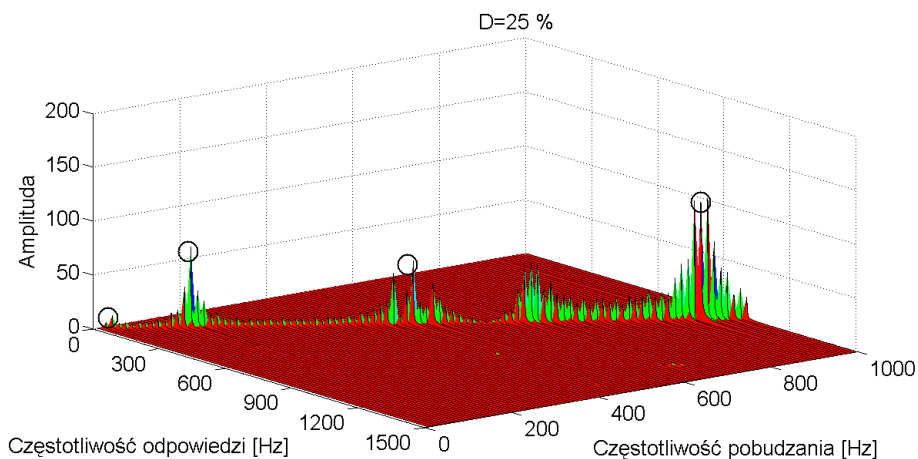


Rysunek B.9: Widmo amplitudowe sygnału drganiowego (amplitudy przyspieszeń) dla układu zastępczego w funkcji częstotliwości pobudzeń oraz częstotliwości odpowiedzi układu, układ APM, $D=75\%$

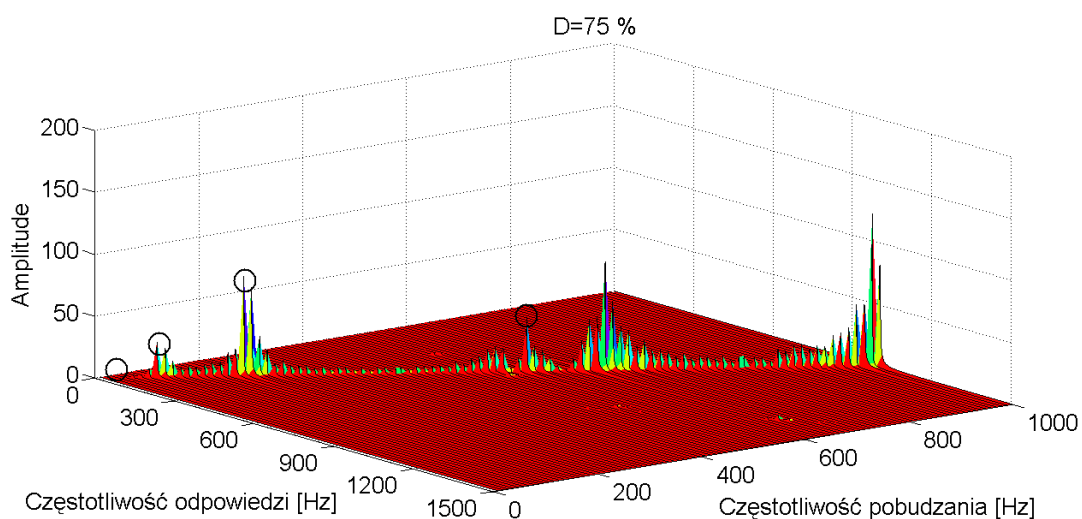
B.4 Pobudzenie harmoniczne, układ PM, jednostronne utwierdzenie



Rysunek B.10: Widmo sygnału drganiowego (amplitudy przyspieszeń) dla układu zastępczego w funkcji częstotliwości pobudzeń oraz częstotliwości odpowiedzi układu, układ PM, $D=0\%$



Rysunek B.11: Widmo amplitudowe sygnału drganiowego (amplitudy przyspieszeń) dla układu zastępczego w funkcji częstotliwości pobudzeń oraz częstotliwości odpowiedzi układu, układ PM, $D=25\%$



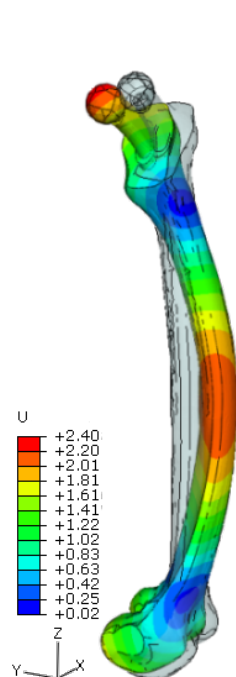
Rysunek B.12: Widmo amplitudowe sygnału drganiowego (amplitudy przyspieszeń) dla układu zastępczego w funkcji częstotliwości pobudzeń oraz częstotliwości odpowiedzi układu, układ PM, $D=75\%$

Dodatek C

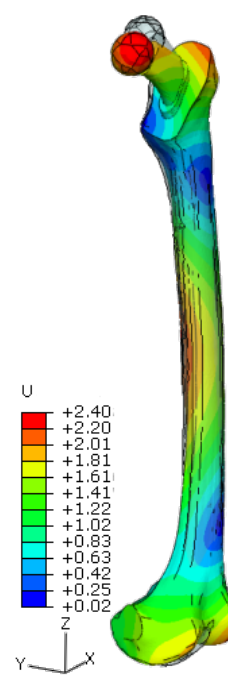
Wyniki badań numerycznych układu anatomicznego

C.1 Zagadnienie własne, układ anatomiczny, końce swobodne

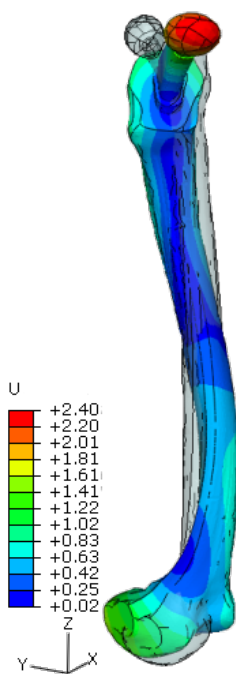
C.1. Zagadnienie własne, układ anatomiczny, końce swobodne



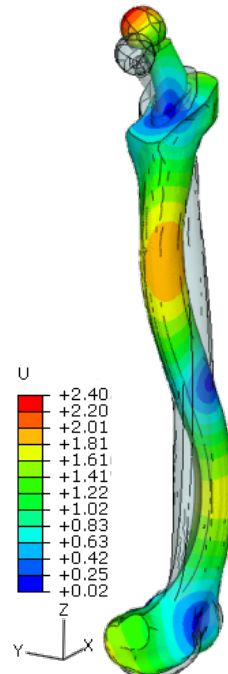
Rysunek C.1: Pierwsza postać
 $f=247$ Hz, $D=0\%$



Rysunek C.2: Druga postać
 $f=287$ Hz, $D=0\%$

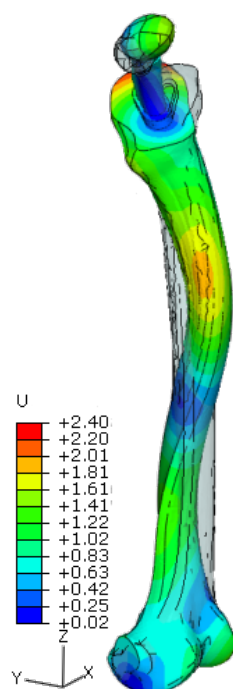


Rysunek C.3: Trzecia postać
 $f=602$ Hz, $D=0\%$

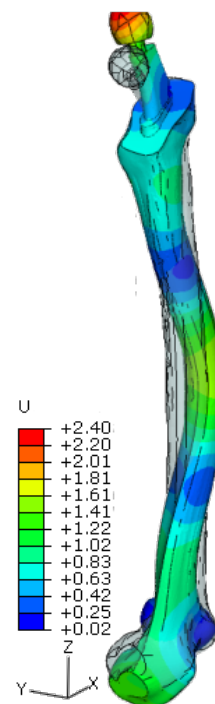


Rysunek C.4: Czwarta postać
 $f=798$ Hz, $D=0\%$

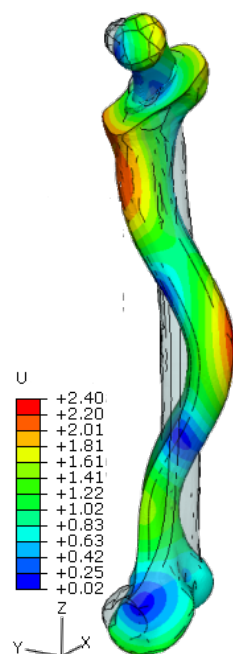
C.1. Zagadnienie własne, układ anatomiczny, końce swobodne



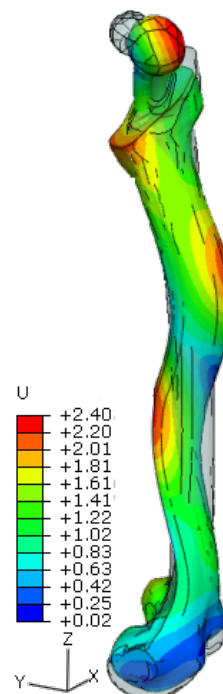
Rysunek C.5: Piąta postać
 $f=895$ Hz, $D=0\%$



Rysunek C.6: Szósta postać
 $f=1548$ Hz, $D=0\%$

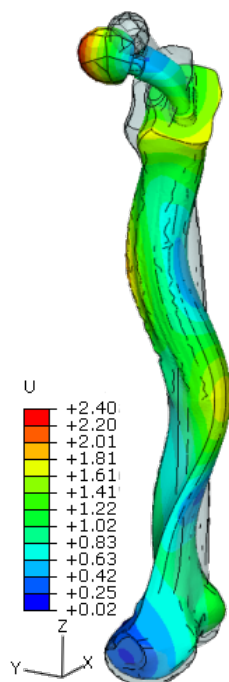


Rysunek C.7: Siódma postać
 $f=1602$ Hz, $D=0\%$

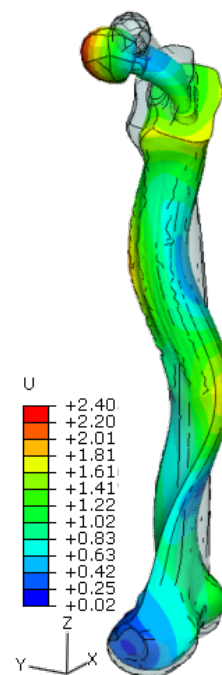


Rysunek C.8: Ósma postać
 $f=2206$ Hz, $D=0\%$

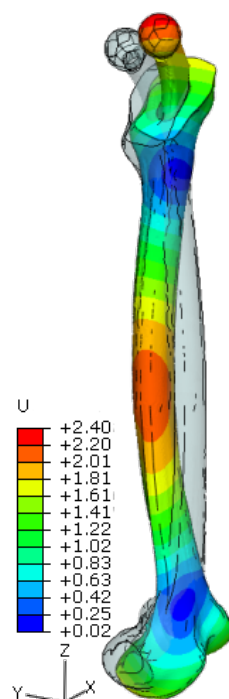
C.1. Zagadnienie własne, układ anatomiczny, końce swobodne



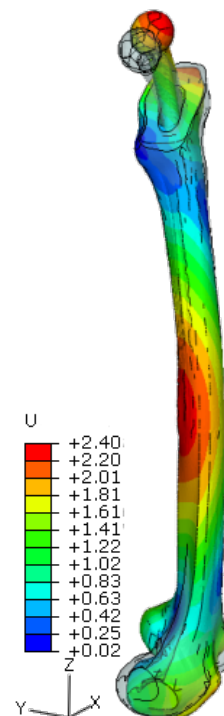
Rysunek C.9: Dziewiąta postać
 $f=2316$ Hz, $D=0\%$



Rysunek C.10: Dziesiąta postać
 $f=2539$ Hz, $D=0\%$

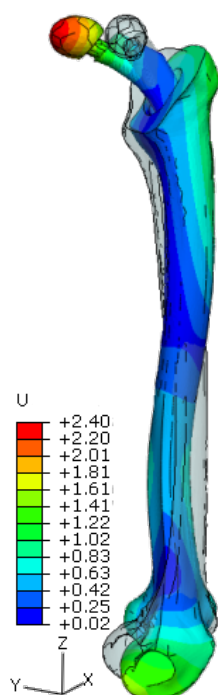


Rysunek C.11: Pierwsza postać
 $f=246$ Hz, $D=25\%$

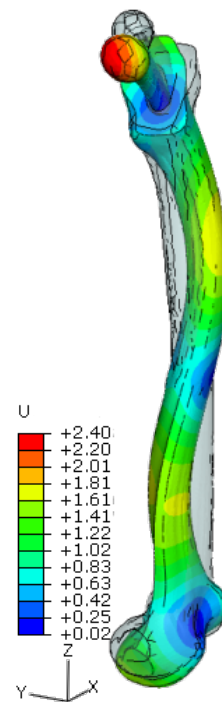


Rysunek C.12: Druga postać
 $f=286$ Hz, $D=25\%$

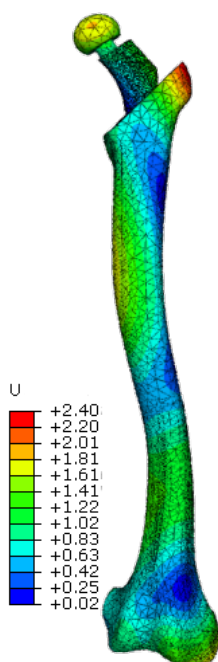
C.1. Zagadnienie własne, układ anatomiczny, końce swobodne



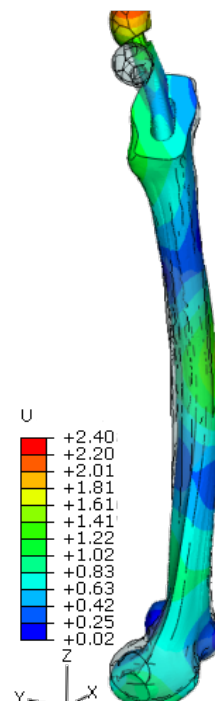
Rysunek C.13: Trzecia postać
 $f=601$ Hz, $D=25\%$



Rysunek C.14: Czwarta postać
 $f=781$ Hz, $D=25\%$

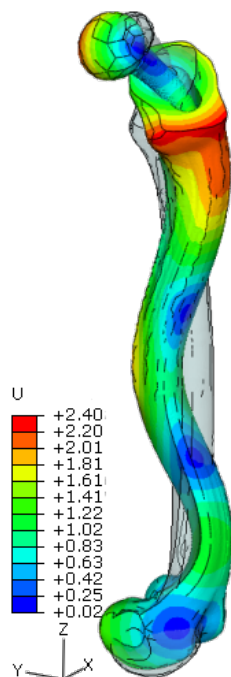


Rysunek C.15: Piąta postać
 $f=890$ Hz, $D=25\%$

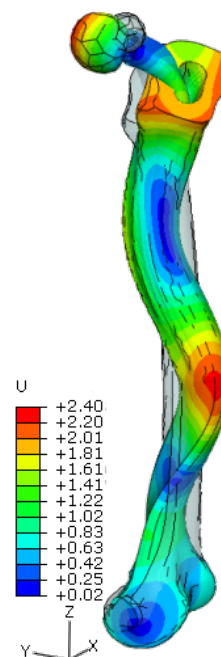


Rysunek C.16: Szósta postać
 $f=1454$ Hz, $D=25\%$

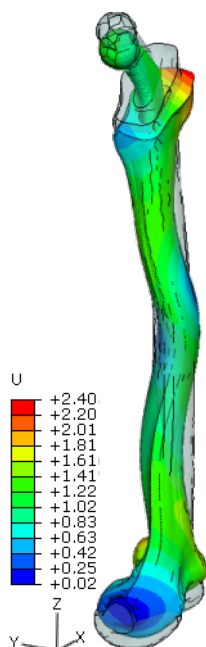
C.1. Zagadnienie własne, układ anatomiczny, końce swobodne



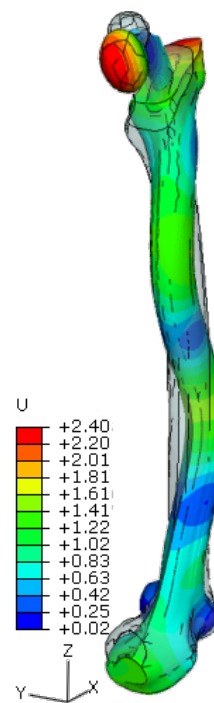
Rysunek C.17: Siódma postać
 $f=1490$ Hz, $D=25\%$



Rysunek C.18: Ósma postać
 $f=1978$ Hz, $D=25\%$

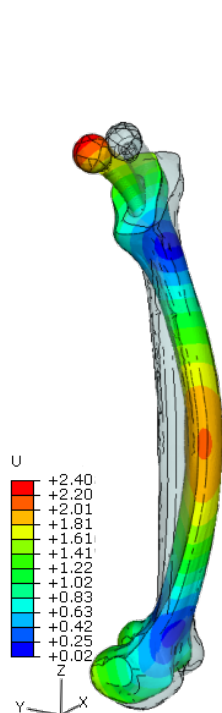


Rysunek C.19: Dziewiąta postać
 $f=2200$ Hz, $D=25\%$

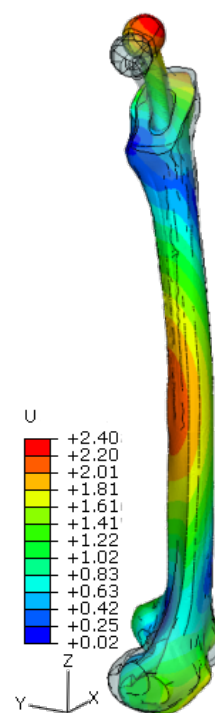


Rysunek C.20: Dziesiąta postać
 $f=2315$ Hz, $D=25\%$

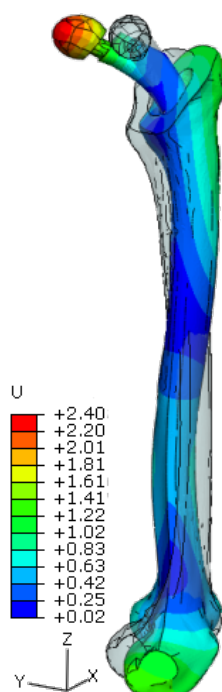
C.1. Zagadnienie własne, układ anatomiczny, końce swobodne



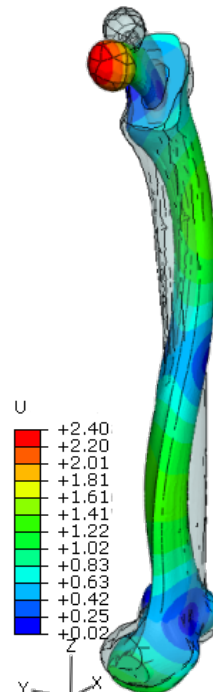
Rysunek C.21: Pierwsza postać
 $f=245$ Hz, $D=40\%$



Rysunek C.22: Druga postać
 $f=285$ Hz, $D=40\%$

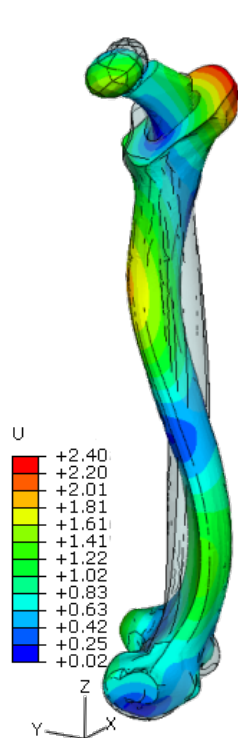


Rysunek C.23: Trzecia postać
 $f=554$ Hz, $D=40\%$

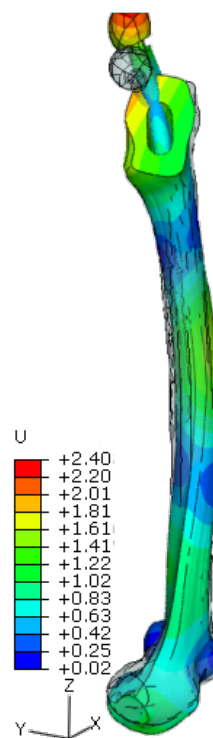


Rysunek C.24: Czwarta postać
 $f=756$ Hz, $D=40\%$

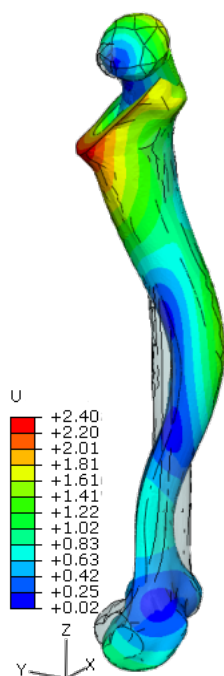
C.1. Zagadnienie własne, układ anatomiczny, końce swobodne



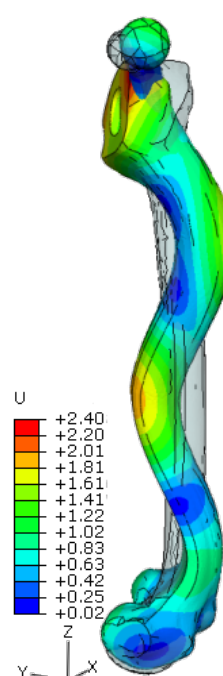
Rysunek C.25: Piąta postać
 $f=887$ Hz, $D=40\%$



Rysunek C.26: Szósta postać
 $f=1308$ Hz, $D=40\%$

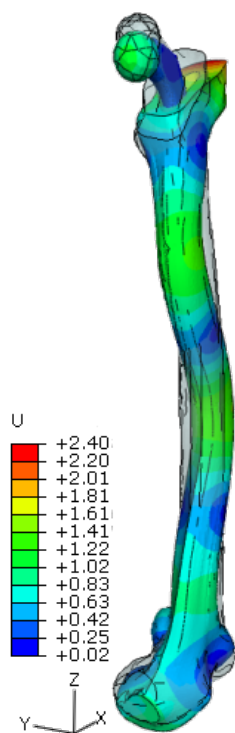


Rysunek C.27: Siódma postać
 $f=1425$ Hz, $D=40\%$

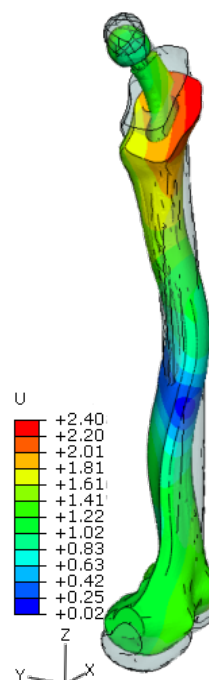


Rysunek C.28: Ósma postać
 $f=1918$ Hz, $D=40\%$

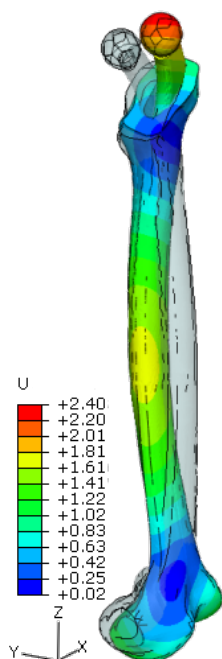
C.1. Zagadnienie własne, układ anatomiczny, końce swobodne



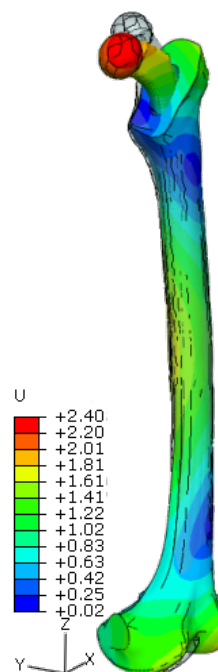
Rysunek C.29: Dziewiąta postać
 $f=2153$ Hz, $D=40\%$



Rysunek C.30: Dziesiąta postać
 $f=2294$ Hz, $D=40\%$

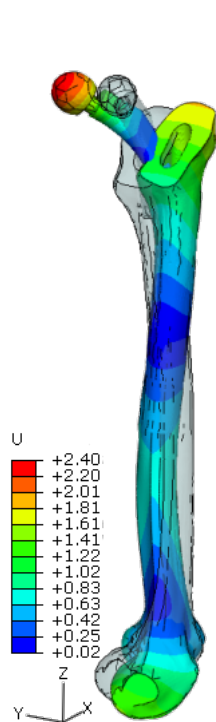


Rysunek C.31: Pierwsza postać
 $f=235$ Hz, $D=75\%$

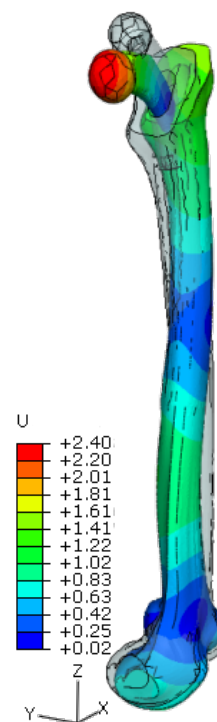


Rysunek C.32: Druga postać
 $f=277$ Hz, $D=75\%$

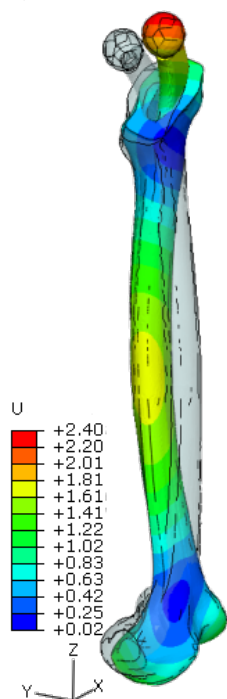
C.1. Zagadnienie własne, układ anatomiczny, końce swobodne



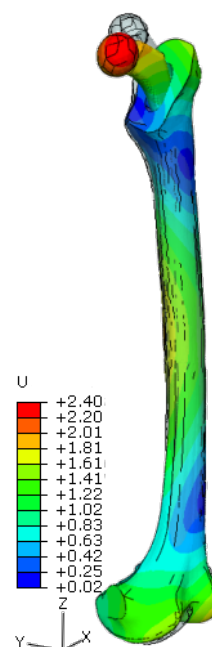
Rysunek C.33: Trzecia postać
 $f=446$ Hz, $D=75\%$



Rysunek C.34: Czwarta postać
 $f=598$ Hz, $D=75\%$

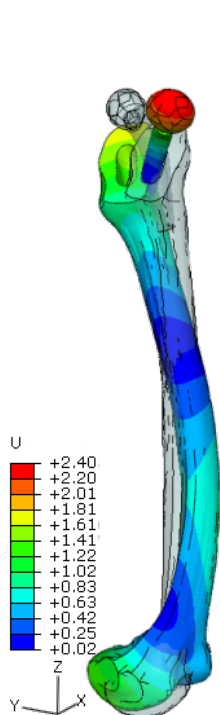


Rysunek C.35: Piąta postać
 $f=872$ Hz, $D=75\%$

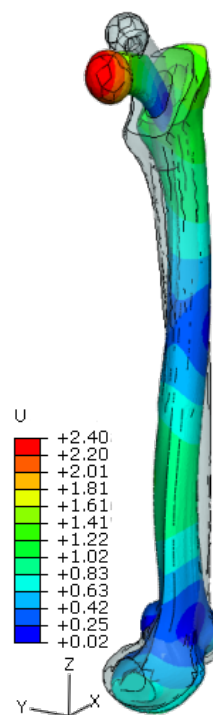


Rysunek C.36: Szósta postać
 $f=1062$ Hz, $D=75\%$

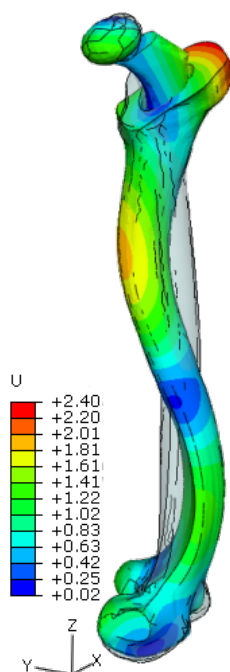
C.1. Zagadnienie własne, układ anatomiczny, końce swobodne



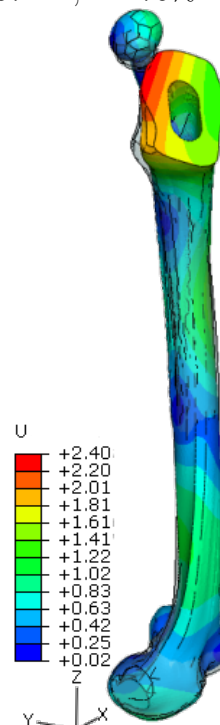
Rysunek C.37: Siódma postać
 $f=1226$ Hz, $D=75\%$



Rysunek C.38: Ósma postać
 $f=1567$ Hz, $D=75\%$



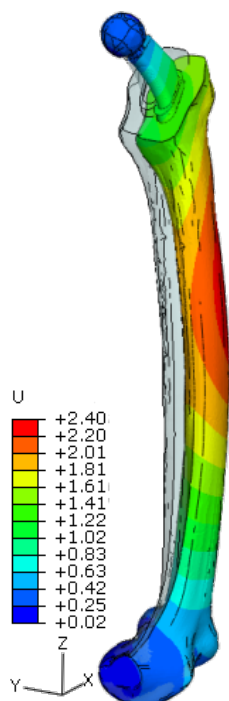
Rysunek C.39: Dziewiąta postać
 $f=1852$ Hz, $D=75\%$



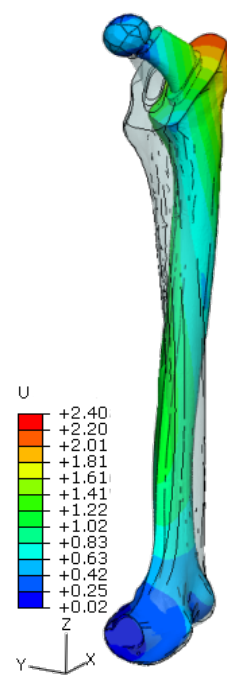
Rysunek C.40: Dziesiąta postać
 $f=2076$ Hz, $D=75\%$

C.2 Zagadnienie własne, układ anatomiczny, końce przegubowe

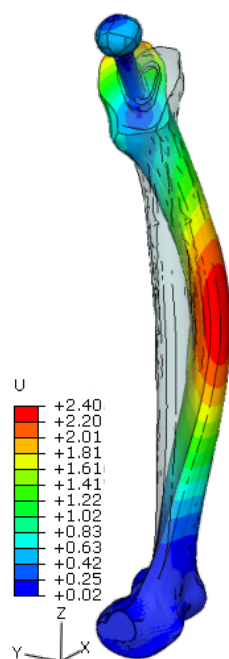
C.2. Zagadnienie własne, układ anatomiczny, końce przegubowe



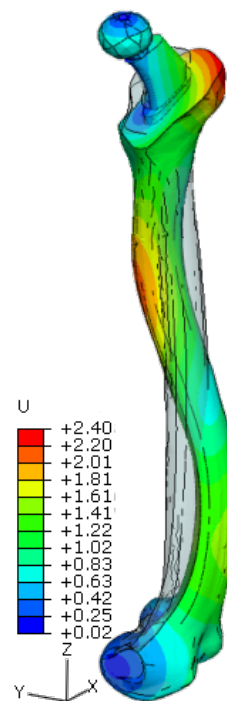
Rysunek C.41: Pierwsza postać
 $f=162$ Hz, $D=0\%$



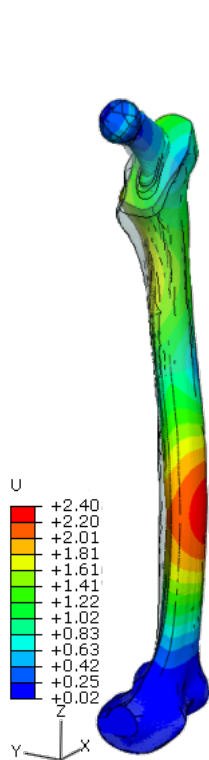
Rysunek C.42: Druga postać
 $f=302$ Hz, $D=0\%$



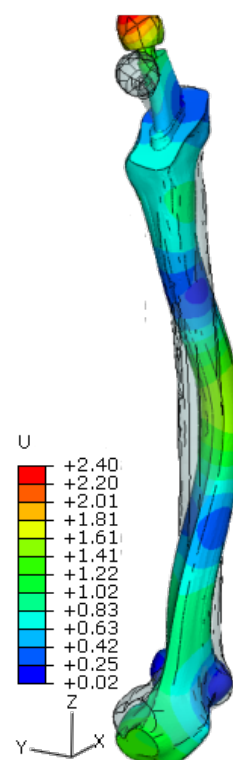
Rysunek C.43: Trzecia postać
 $f=496$ Hz, $D=0\%$



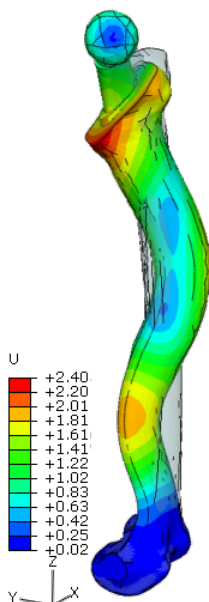
Rysunek C.44: Czwarta postać
 $f=711$ Hz, $D=0\%$



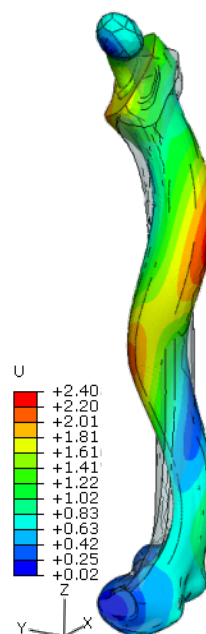
Rysunek C.45: Piąta postać
 $f=945$ Hz, $D=0\%$



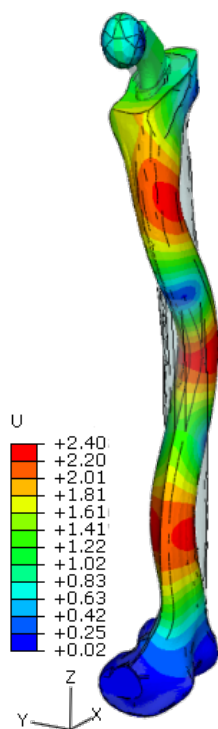
Rysunek C.46: Szósta postać
 $f=1216$ Hz, $D=0\%$



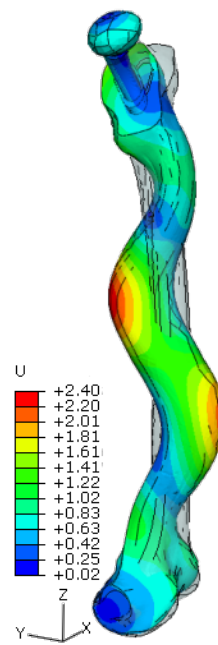
Rysunek C.47: Siódma postać
 $f=1471$ Hz, $D=0\%$



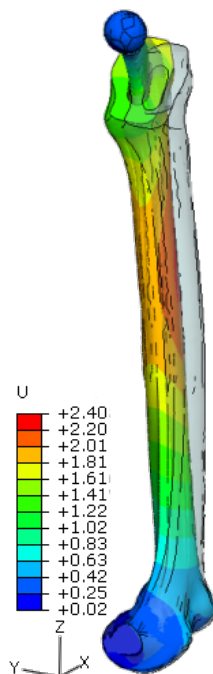
Rysunek C.48: Ósma postać
 $f=1732$ Hz, $D=0\%$



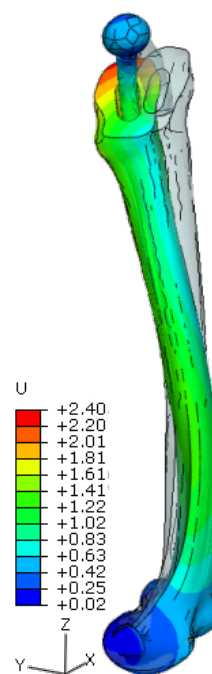
Rysunek C.49: Dziewiąta postać
 $f=1834$ Hz, $D=0\%$



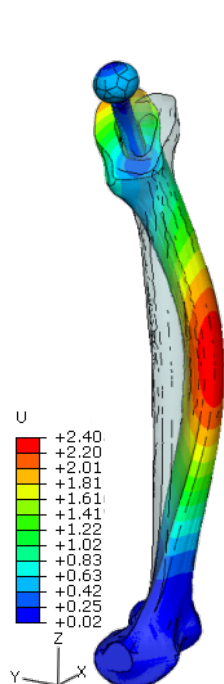
Rysunek C.50: Dziesiąta postać
 $f=2266$ Hz, $D=0\%$



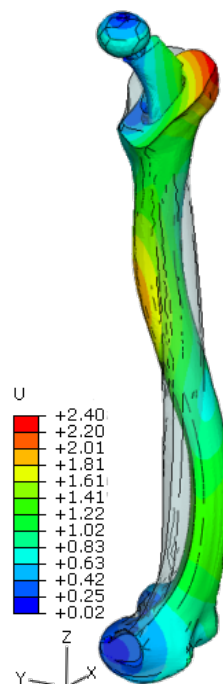
Rysunek C.51: Pierwsza postać
 $f=144$ Hz, $D=25\%$



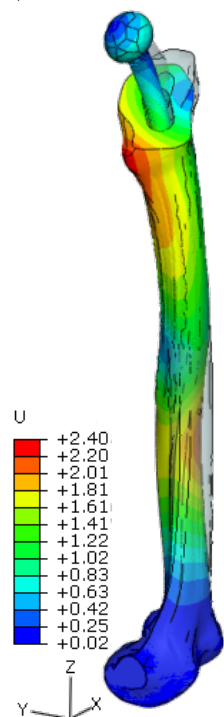
Rysunek C.52: Druga postać
 $f=279$ Hz, $D=25\%$



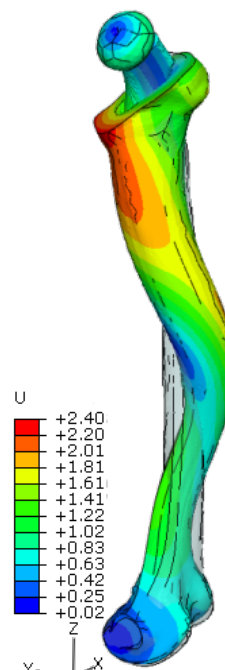
Rysunek C.53: Trzecia postać
 $f=478$ Hz, $D=25\%$



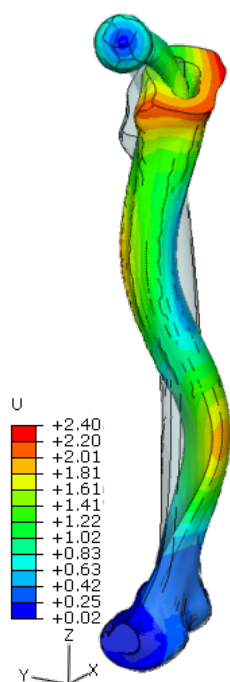
Rysunek C.54: Czwarta postać
 $f=679$ Hz, $D=25\%$



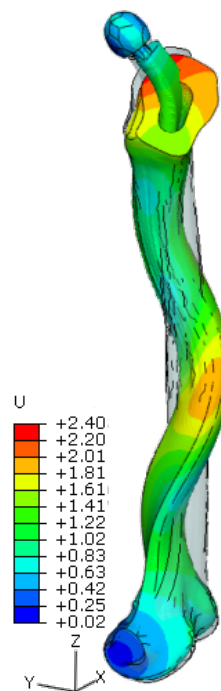
Rysunek C.55: Piąta postać
 $f=925$ Hz, $D=25\%$



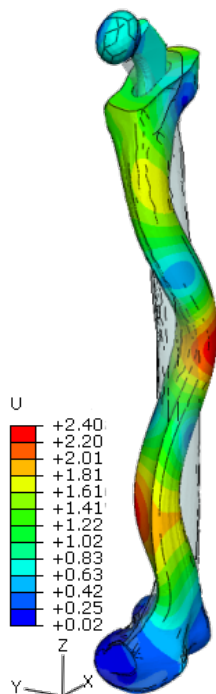
Rysunek C.56: Szósta postać
 $f=1113$ Hz, $D=25\%$



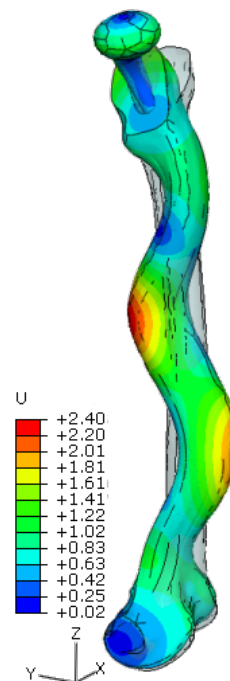
Rysunek C.57: Siódma postać
 $f=1270$ Hz, $D=25\%$



Rysunek C.58: Ósma postać
 $f=1633$ Hz, $D=25\%$

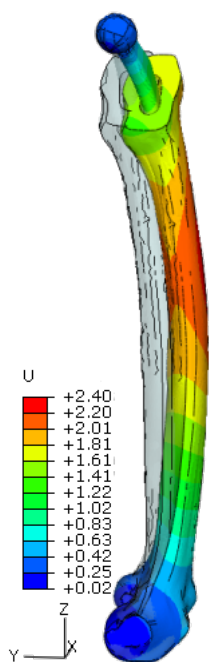


Rysunek C.59: Dziewiąta postać
 $f=1714$ Hz, $D=25\%$

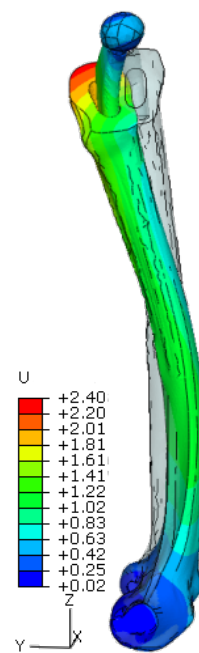


Rysunek C.60: Dziesiąta postać
 $f=1969$ Hz, $D=25\%$

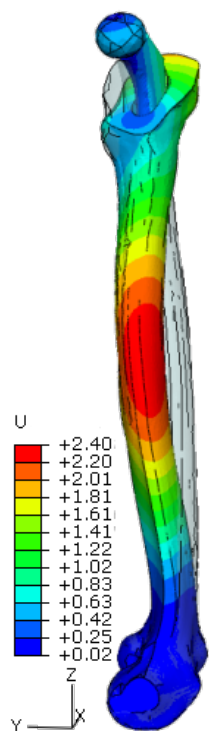
C.2. Zagadnienie własne, układ anatomiczny, końce przegubowe



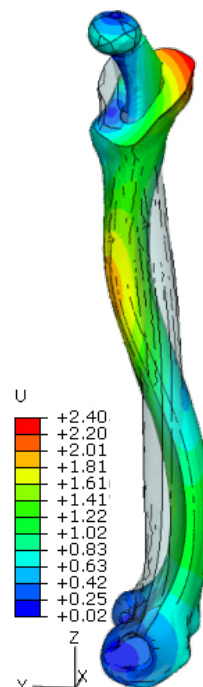
Rysunek C.61: Pierwsza postać
 $f=72$ Hz, $D=40\%$



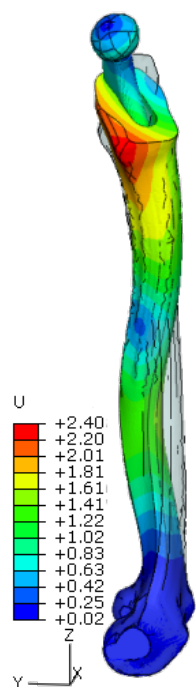
Rysunek C.62: Druga postać
 $f=171$ Hz, $D=40\%$



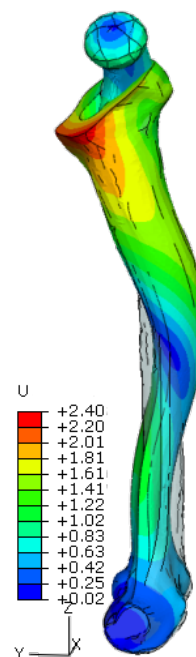
Rysunek C.63: Trzecia postać
 $f=371$ Hz, $D=40\%$



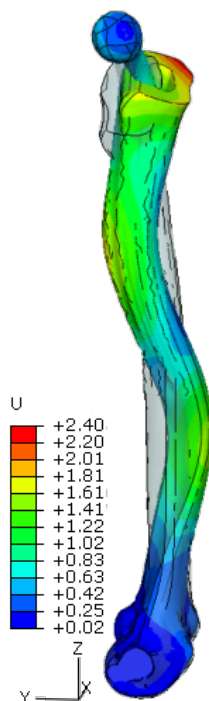
Rysunek C.64: Czwarta postać
 $f=464$ Hz, $D=40\%$



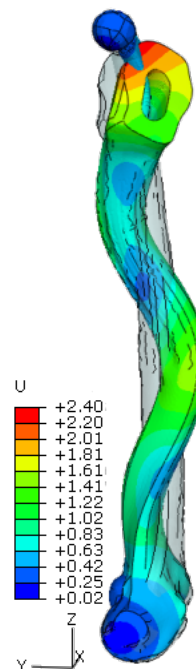
Rysunek C.65: Piąta postać
 $f=498$ Hz, $D=40\%$



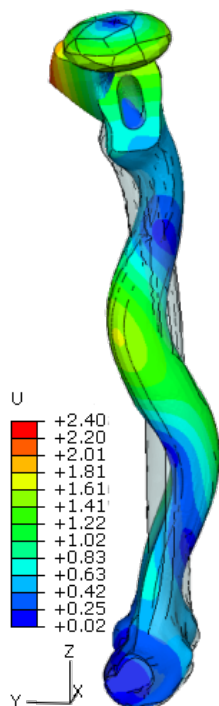
Rysunek C.66: Szósta postać
 $f=706$ Hz, $D=40\%$



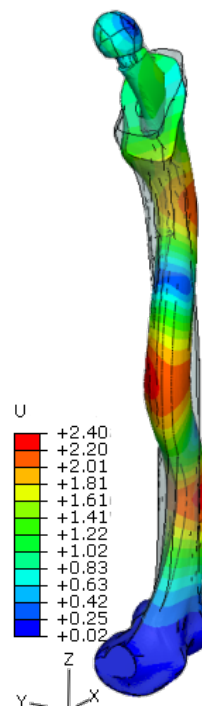
Rysunek C.67: Siódma postać
 $f=1015$ Hz, $D=40\%$



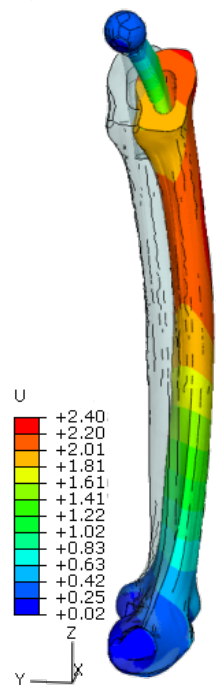
Rysunek C.68: Ósma postać
 $f=1044$ Hz, $D=40\%$



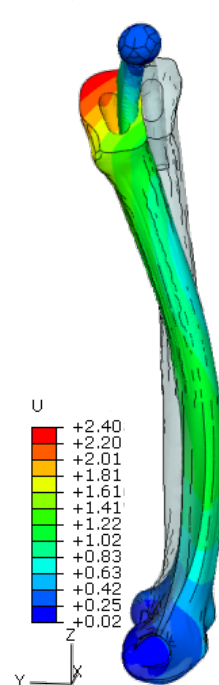
Rysunek C.69: Dziewiąta postać
 $f=1258$ Hz, $D=40\%$



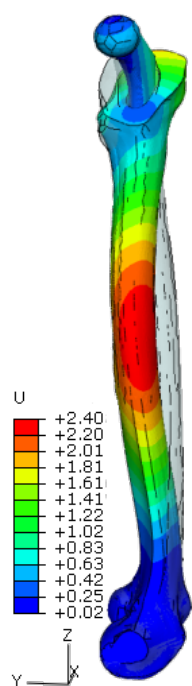
Rysunek C.70: Dziesiąta postać
 $f=1632$ Hz, $D=40\%$



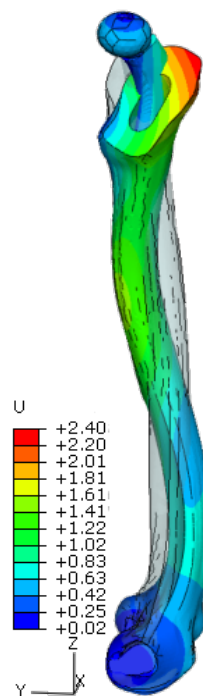
Rysunek C.71: Pierwsza postać
 $f=42$ Hz, $D=75\%$



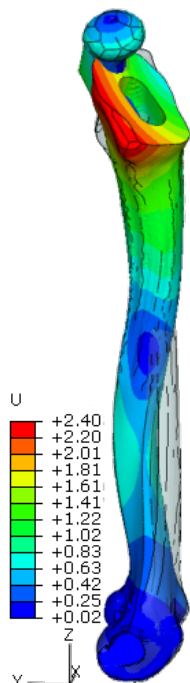
Rysunek C.72: Druga postać
 $f=121$ Hz, $D=75\%$



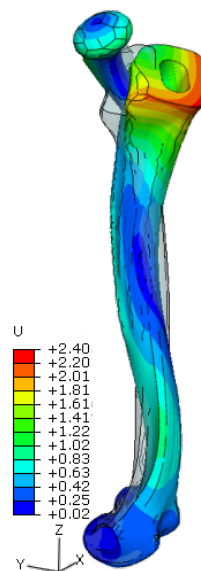
Rysunek C.73: Trzecia postać
 $f=200$ Hz, $D=75\%$



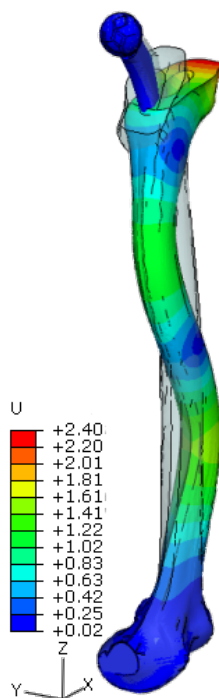
Rysunek C.74: Czwarta postać
 $f=290$ Hz, $D=75\%$



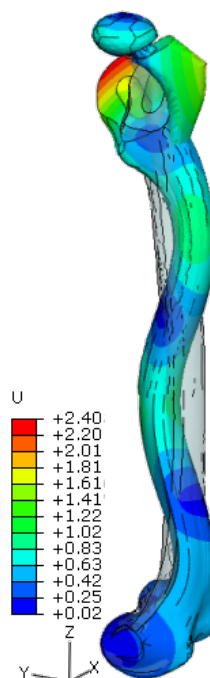
Rysunek C.75: Piąta postać
 $f=459$ Hz, $D=75\%$



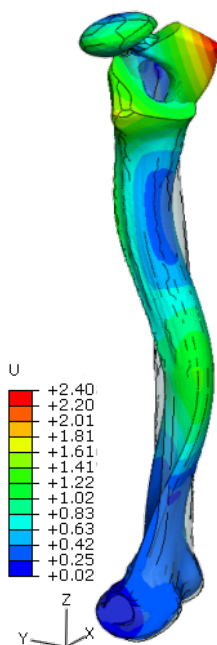
Rysunek C.76: Szósta postać
 $f=664$ Hz, $D=75\%$



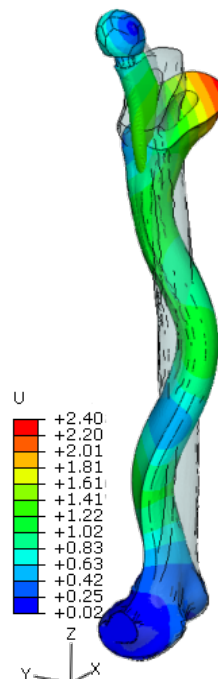
Rysunek C.77: Siódma postać
 $f=850$ Hz, $D=75\%$



Rysunek C.78: Ósma postać
 $f=865$ Hz, $D=75\%$

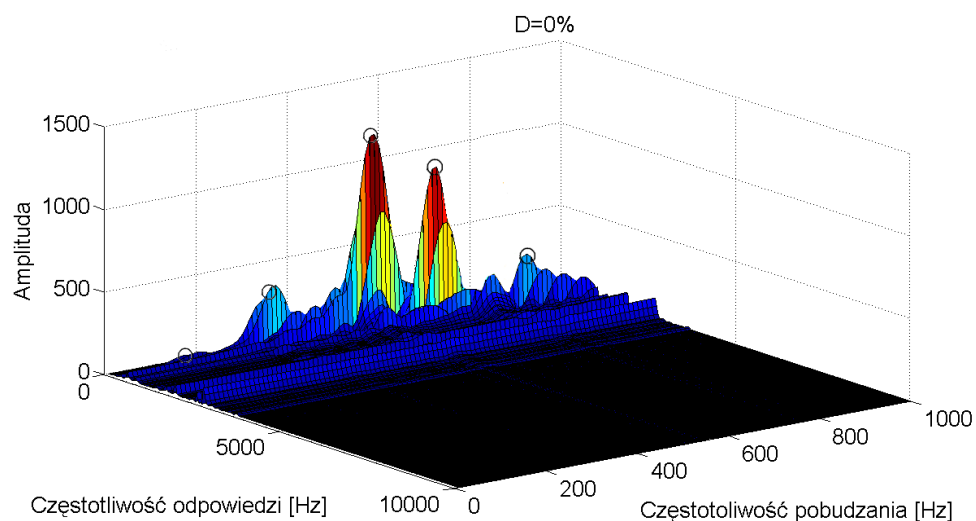


Rysunek C.79: Dziewiąta postać
 $f=1032$ Hz, $D=75\%$

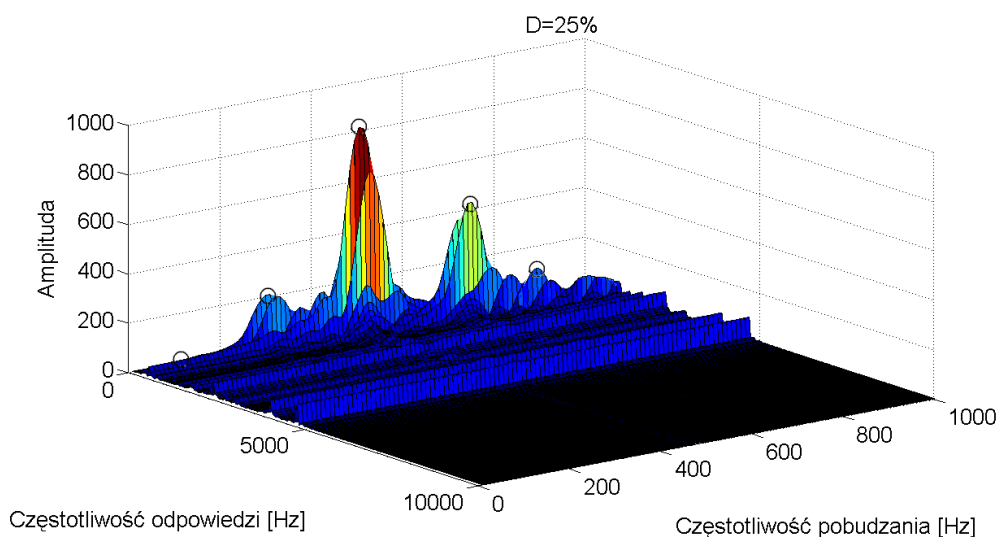


Rysunek C.80: Dziesiąta postać
 $f=1145$ Hz, $D=75\%$

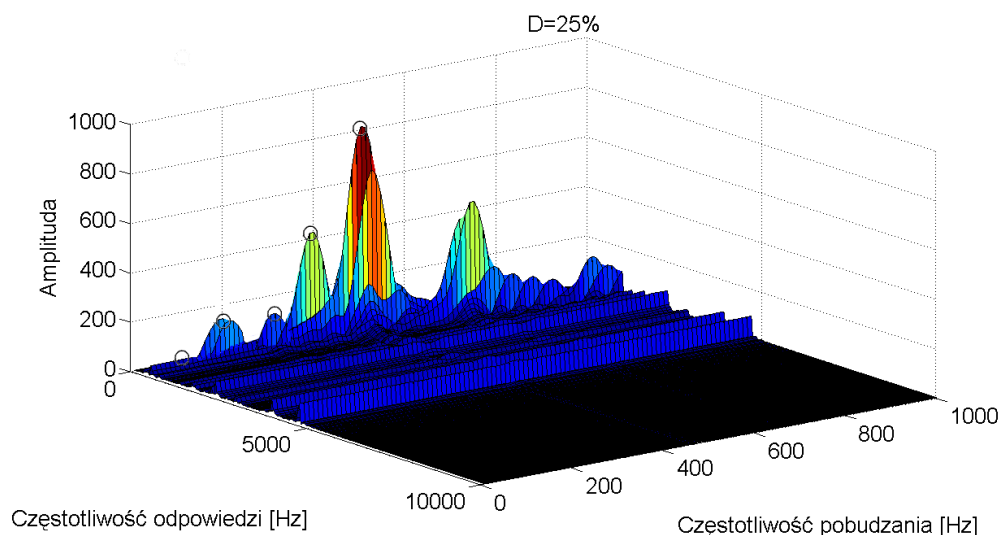
C.3 Odpowiedź dynamiczna, układ anatomiczny, końce przegubowe



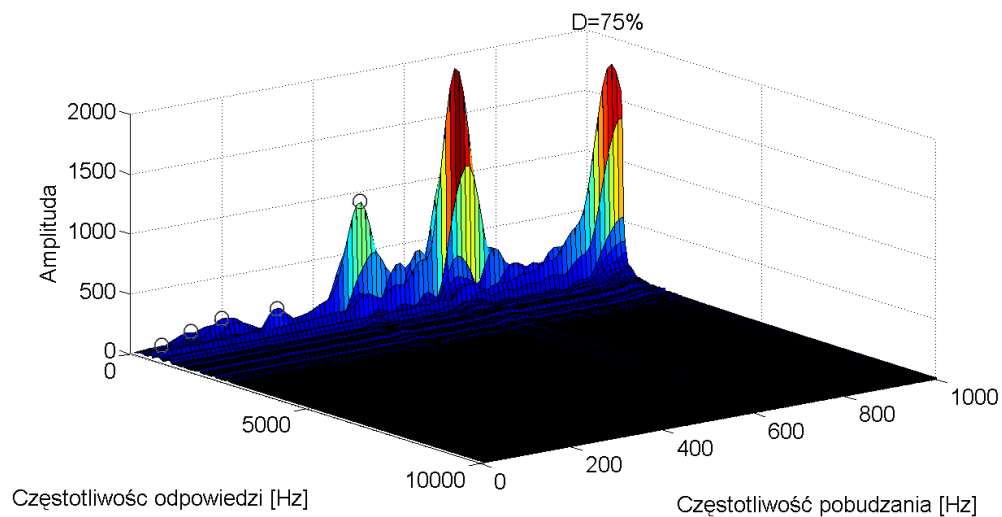
Rysunek C.81: Widmo amplitudowe sygnału drganiowego (amplitudy przyspieszeń) dla układu anatomicznego w funkcji częstotliwości pobudzeń oraz częstotliwości odpowiedzi układu, $D=0\%$



Rysunek C.82: Widmo amplitudowe sygnału drganiowego (amplitudy przyspieszeń) dla układu anatomicznego w funkcji częstotliwości pobudzeń oraz częstotliwości odpowiedzi układu, $D=25\%$

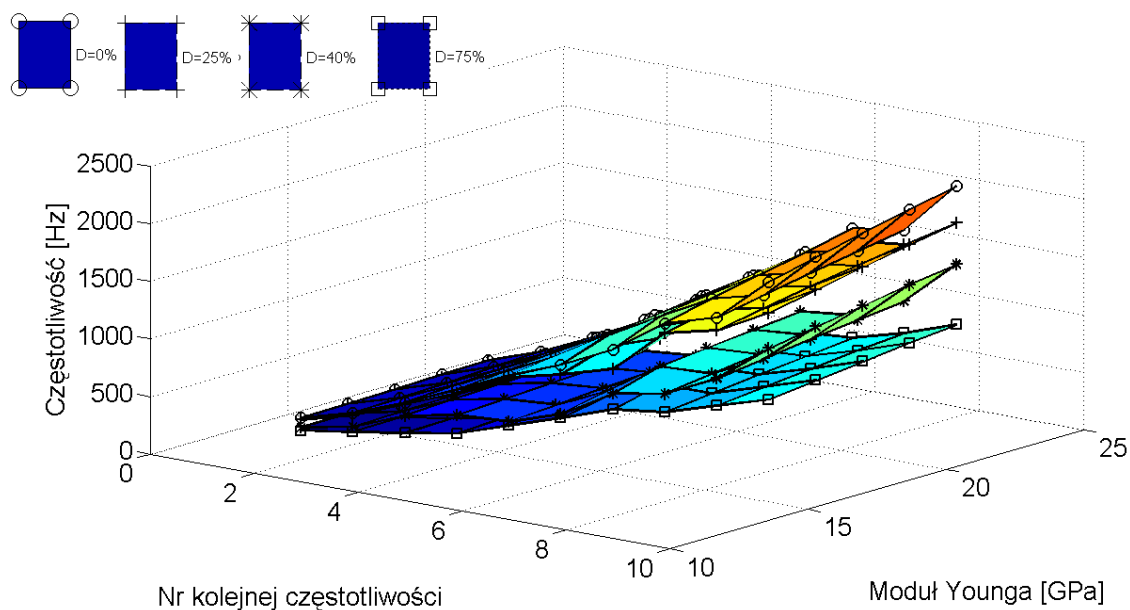


Rysunek C.83: Widmo amplitudowe sygnału drganiowego (amplitudy przyspieszeń) dla układu anatomicznego w funkcji częstotliwości pobudzeń oraz częstotliwości odpowiedzi układu, $D=40\%$



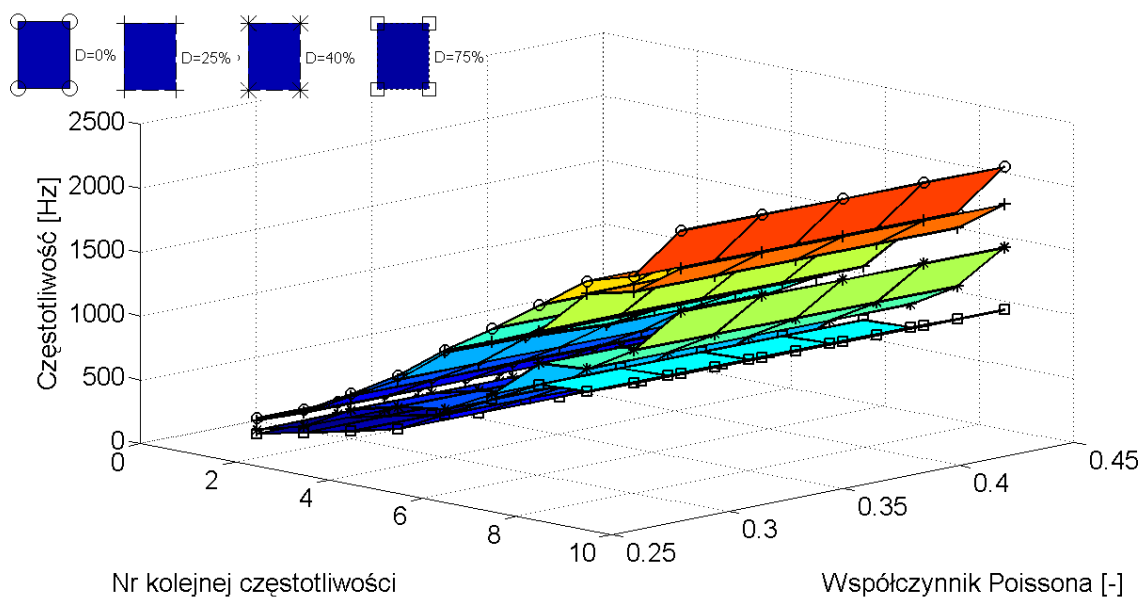
Rysunek C.84: Widmo amplitudowe sygnału drganiowego (amplitudy przyspieszeń) dla układu anatomicznego w funkcji częstotliwości pobudzeń oraz częstotliwości odpowiedzi układu, $D=75\%$

C.4 Studium parametryczne wpływu wybranych parametrów na zmianę rozwiązania zagadnienia własnego, układ anatomiczny

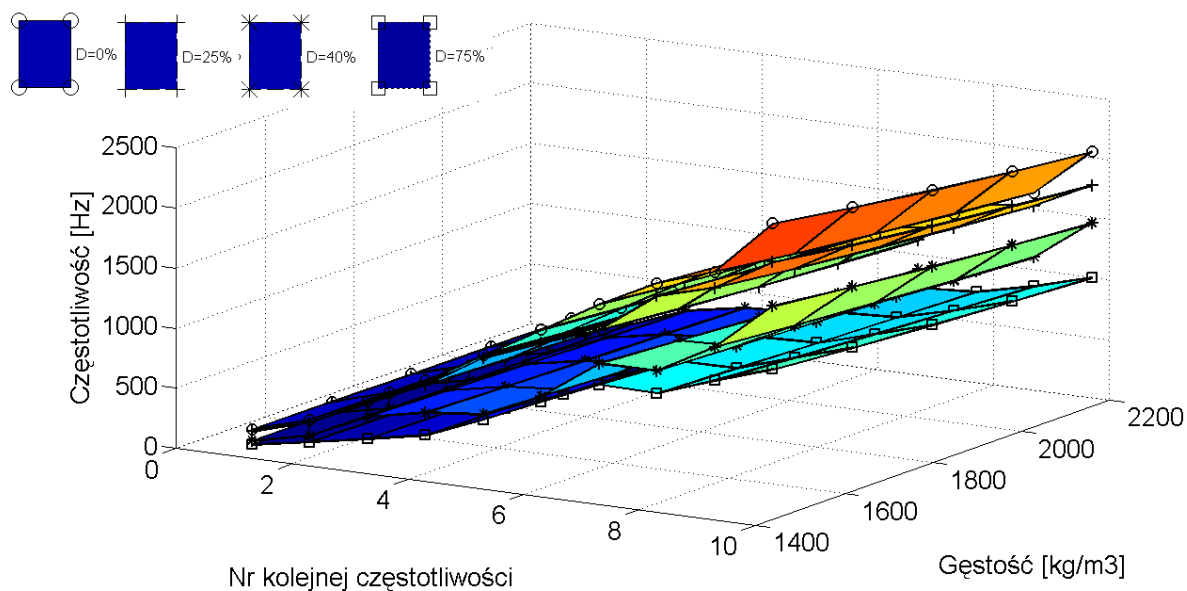


Rysunek C.85: Wpływ parametru modułu Younga na zmianę częstotliwości drgań własnych, układ anatomiczny

C.4. Studium parametryczne wpływu wybranych parametrów na zmianę rozwiązania zagadnienia własnego, układ anatomiczny



Rysunek C.86: Wpływ parametru współczynnika Poissona na zmianę częstotliwości drgań własnych, układ anatomiczny



Rysunek C.87: Wpływ parametru gęstości na zmianę częstotliwości drgań własnych, układ anatomiczny

Bibliografia

- [1] ABAQUS. Abaqus manuals. *Inc. Providence*, 2005.
- [2] R. D. Altman. Radiological assessment of progression of osteoarthritis. *Arthritis Rheumatology*, 1(1):1213–1243, 1987.
- [3] R. D. Altman. Atlas of individual radiographic features in osteoarthritis. *Osteoarthritis Cartilage*, 1(3):3–6, 1995.
- [4] Y. Y. An and R. A. Draughn. *Testing of bone and the bone-implant interface*. CRC Press, 2000.
- [5] A. Balin and J. Toborek, editors. *Wpływ cech materiałowych i konstrukcyjnych komponentów sztucznego stawu biodrowego na jego biofunkcjonalność*, 212, Częstochowa Kokotek, 1995. Materiały konferencyjne Nowe materiały i technologie dla medycyny.
- [6] M. Basista. *Micromechanical and lattice modelling of brittle damage*. PAS IFTR, Warszawa, 2001.
- [7] K. J. Bathe. *Finite Element Procedures*. Prentice-Hall, Inc, Upper Saddle River, New Jersey, The United States of America, 1996.
- [8] G. H. C. Bauer, L. Lindberg, and Y. Naversten. 85sr radionuclide scintimetry in infected total hip arthroplasty. *Acta. Orthop. Scand.*, 44:439–450, 1973.
- [9] R. Będziński. *Biomechanika Inżynierska*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław Poland, 1997.
- [10] R. Będziński, K. Kędzior, J. Kiwerski, A. Morecki, K. Skalski, A. Wall, and A. Wit. *Biomechanika i inżynieria rehabilitacyjna, Tom 5*. Akademicka Oficyna Wydawnicza Exit, 2005.

BIBLIOGRAFIA

- [11] M. Borejko. Niektóre uwagi o technice i metodach badania narządu ruchu. *Rehabilitacja*, 1(3):3–6, 1993.
- [12] D. Broek. *Elementary engineering fracture mechanics*. Martinus Nijhoff Publisher, Dordrecht-Boston-Lancaster, 1987.
- [13] P. Buchler, D. P. Pioletti, and L. R. Rakotomanana. Biphasic constitutive laws for biological interface evolution. *Biomechanical Modelling in Mechanobiology*, 1:239–249, 2000.
- [14] M. U. Cameron and Macknab I. Observation of osteoarthritis of the hip joint. *Clinical Orthopaedics*, 1(3):108–139, 1975.
- [15] R. J. Campeu, M. F. Hall, and A. Miale. Strontium 87msr bone scanning for the evaluation of total hip replacement. *Journal of Bone and Joint Surgery*, 58:79–83, 1976.
- [16] P. Cawley, B. Pavlacovic, D. N. Alleyne, R. George, T. Back, and N. Meeredith, editors. *The design of a vibration transducer to monitor the integrity of dental implants*, 212, 1998. Proceedings of Institute of Mechanical Engineering.
- [17] L. Chaodi, C. Granger, D. Schutte, and Latour R Biggers S., Kennedy J. Failure analysis of composite femoral components for hip arthroplasty. *Journal of Rehabilitation Research and Development*, 30(2):131–146, 2003.
- [18] J. Charnley. Fracture of femoral prosthesis in total hip replacement. *Clinical Orthopedics and Related Research*, 344:69–80, 1997.
- [19] B. Couteau, M. C. Hobatho, R. Darmana, J. Bringola, and J. Arlaud. Finite element modelling of the vibrational behaviour of the human femur using ct-based individualized geometrical and material properties. *Journal of Biomechanics*, 31:383–386, 1998.
- [20] S. C. Cowin. *Bone Mechanics Handbook*. CRC Press, Washington, D.C., 2001.
- [21] S. C. Cowin and D. H. Hegedus. Bone remodeling: Theory of adaptive elasticity. *Journal of Elasticity*, 6:113–326, 1976.
- [22] H. Creutzig. 85sr radionuclide scintimetry in infected total hip arthroplasty. *Acta Orthop. Scand.*, 44:439–450, 1973.
- [23] B. Daniel. *Atlas anatomii radiologicznej człowieka*. Wydawnictwo Lekarskie PZWL, 1996.
- [24] L. G. Danielsson. Incidence of osteoarthritis of the hip. *Clinical Orthopaedics*, 1:99–111, 1966.

BIBLIOGRAFIA

- [25] I. Denayer, S. V. N. Jaecques, F. Burny, R. Puers, A. Borgwardt, and G. Perre van der. Measurement of implant stability and osseointegration: non-linearities and resonance frequencies. In P. J. Prendergast, T. C. Lee, and A. J. Carr, editors, *Proceedings of the 12th Conference of European Society of Biomechanics*, page 151, Dublin, Ireland, 2000.
- [26] N. Driesen. Detection of hip prosthesis loosening in a model system by vibration analysis. M.sc. thesis, Technical University in Eindhoven, Eindhoven, Holland, 2001.
- [27] R. A. Duthie, J. Bruce, and J. D. Hutchinson. Changing proximal femoral geometry in north east scotland: an osteometric study. *Journal of Bone and Joint Surgery*, 316:1498, 1998.
- [28] B. G. Evans. Early complications and their management. In J. J. Callaghan, J. J. Rosenberg, and H. E. Rubash, editors, *The adult hip, vol. II*, pages 1149–1161. Lippincott-Raven, Philadelphia, 1998.
- [29] R. Feith, T. Slooff, and I. Kazem. Strontium 87msr bone scanning for the evaluation of total hip replacement. *Journal of Bone and Joint Surgery*, 58:79–83, 1976.
- [30] Z. Fortuna, B. Macukow, and J. Wąsowski. *Metody numeryczne*. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2005.
- [31] J. M. Geiman, L. C. Jones, and R. E. Coleman. Radiography, radionuclide imaging and radiography in the evaluation of total hip and knee replacement. *Journal of Nuclear Medicine*, 128:677–682, 1978.
- [32] M. I. Gelman, R. E. Coleman, and P. M. Sevens. Radiography, radionuclide imaging and arthrography in the evaluation of total hip and knee replacement. *Radiology*, 128:677–682, 1978.
- [33] A. P. Georgiou and Cunningham J. L. Accurate diagnosis of hip prosthesis loosening using a vibrational technique. *Clinical Biomechanics*, 4(16):315–323, 2001.
- [34] A. Glema, T. Łodygowski, and P. Perzyna. Interaction of deformation waves and localization phenomena in inelastic solids. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 183:123 – 140, 2000.
- [35] H. S. Hedia. Parametric optimization of materials for acetabular cup. *Bio-Medical Materials and Engineering*, 11:79–88, 2001.
- [36] H. S. Hedia. Stiffness optimization of cement and stem materials in total hip replacement. *Bio-Medical Materials and Engineering*, 10:1–10, 2001.

BIBLIOGRAFIA

- [37] H. S. Hedia. Free vibration of composite re-bars in reinforced structures. *Journal of Sound and Vibration*, 287:1013–1026, 2005.
- [38] T. J. R. Hughes. *The finite element method*. Dover, 2000.
- [39] J. L. Humar. *Dynamics of Structures*. Balkema, Swets and Zeitlinger B.V., Lisse, The Netherlands, 2001.
- [40] C. R. Jacobs and S. Poncet. Large scale finite element modeling of trabecular bone tissue. *Bioengineering Conference ASME*, pages 5–16, 2001.
- [41] S. V. N. Jaecques, L. Havermans, B. G. Daenen, and G. Perre van der. Analysis of the fixation quality of cementless hip prostheses using a vibrational technique. In P. Sas and M. DeMunck, editors, *Proceedings of ISMA2004 International Conference on Noise and Vibration Engineering*, pages 443–456, Koninklijke Vlaamse Academie van België voor Wetenschappen en Kunsten, Brussels, Belgium, September 20 - 22 2004. ISBN 90-73802-82-2.
- [42] A. John and P. Orantek. The numerical modeling of acetabulum reconstruction of human pelvic bone. *Book of Abstracts International Conference on Numerical Methods in Continuum Mechanics*, pages 39–40, 2005. Zilina.
- [43] A. John and P. Orantek, editors. *The numerical modelling of human pelvic bone after THA*, 1, 2005. Proceedings of the II International Conference on Computational Bioengineering, ICCB, IST Press.
- [44] W. W. John, H. King, H. Abdaila, J. Jones, and G. Carter. Effect of age on bone density and bone turnover in men. *An International Journal of Obstetrics and Gynaecology*, 103(7):716–718, 2001.
- [45] K. Jorring. Osteoarthritis of the hip. epidemiology and clinical role. *Acta Orthopaedica Scandinavia*, 2:523–574, 1980.
- [46] F. Katiamanis and D. D. Raftopoulos. Determination of mechanical properties of human femoral cortical bone by hopkinson bar stress technique. *Journal of Biomechanics*, 23:1173–1184, 1991.
- [47] J. D. Keener and J. J. Callaghan. Twenty-five-year results after charnley total arthroplasty in patients less then fifty years old. *Journal of Bone and Joint Surgery*, 85(6):1066–1072, 2003.
- [48] G. M. Kendall, S. C. Darby, and S. Harries, S. U. Rae. A frequency survey of radiological examination carried out in national health service hospitals in united kingdom for diagnostic purposes. *NRPB Report*, 104, 1980.

BIBLIOGRAFIA

- [49] W. Kąkol, T. Łodygowski, M. B Ogurkowska, and M. Wierszycki. The support of medical diagnosis or rehabilitation of the human vertebra by numerical simulation. *Acta of Bioengineering and Biomechanics*, 5(1):235–241, 2003.
- [50] W. Kąkol, T. Łodygowski, M. B Ogurkowska, and M. Wierszycki. The support of medical diagnosis or rehabilitation of the human vertebra by numerical simulation. *Acta of Bioengineering and Biomechanics*, 5(1):235–241, 2003.
- [51] W. Kąkol, T. Łodygowski, M. B Ogurkowska, and M. Wierszycki. Three-dimensional nonlinear finite element model of human lumbar spine segment, acta of bioengineering and biomechanics. *Acta of Bioengineering and Biomechanics*, 7(2):29–37, 2005.
- [52] W. Kąkol, T. Łodygowski, and M. Wierszycki. Numerical analysis of dental implant fatigue. *Acta of Bioengineering and Biomechanics*, 4(1):795–796, 2003.
- [53] M. Kleiber. *Komputerowe metody mechaniki ciał stałych*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1995.
- [54] P. Kowalczyk and J. J. Telega. Numerical approach to shape sensitivity analysis of femoral implants. *Acta of Bioengineering and Biomechanics*, 1:47 – 51, 1999.
- [55] D. Krajcinovic. *Damage mechanics*. Elsevier, Amsterdam, 1996.
- [56] T. Kucharski. *Pomiary drgań*. WNT, Warszawa, 2002.
- [57] K. D. Kuehn, W. Ege, and U. Gopp. Acrylic bone cements: Mechanical and physical properties. *Journal of Biomechanics*, 12:134–140, 2005.
- [58] M. Lanocca, E. Varini, A. Capello, L. Cristofolini, and E. Bialoblocka. Intra-operative evaluation of cementless hip implant stability: A prototype device based on vibration analysis. *Medical Engineering Physics*, 29:886—894, 2001.
- [59] T. Lekszycki. *Wybrane zagadnienia w biomechanice kości*. IPPT PAN, Wrocław, 2007.
- [60] P. L. S. Li, N. B. Jones, and P. G Gregg. Vibratoin analysis in the detection of hip prosthetic loosening. *Medical Engineering Physics*, 18(7):596–600, 1996.
- [61] P. L. S. Li, N. B. Jones, and P. G Gregg. Intra-operative evaluation of cementless hip implant stability: A prototype device based on vibration analysis. *Medical Engineering Physics*, 29:886–894, 2001.
- [62] K. W. Lieberman, M. H. Huo, R. Schneider, E. A. Salvati, and S. Rodi. Evaluation of painful hip arthroplasties. are technetium bone scans necessary? *Journal of Bone and Joint Surgery*, 1(75):475–478, 1993.

BIBLIOGRAFIA

- [63] U. Lindén. Mechanical properties of bone cement. importance of the mixing technique. *Clinical Orthopedics and Related Research*, 272:274–274, 1991.
- [64] H. Lippert. *Anatomia*, volume 1. Wydawnictwo Medyczne Urban Partner, Wrocław, 1998.
- [65] H. Lippert. *Anatomia*, volume 2. Wydawnictwo Medyczne Urban Partner, Wrocław, 1998.
- [66] G. Lowet, van R. Audekercke, and G. Perre van der. Ultrasound velocity measurement in long bones: measurement method and simulation of ultrasound wave propagation. *Journal of Biomechanics*, 29(10):1255–1262, 1996.
- [67] P. Luksanasombool, W. A. J. Higgs, M. Ignat, R. J. M. D. Higgs, and S. Swain. Comparison of failure characteristics of a range of cancellous bone–bone cement composites. *Bone*, 2:93–101, 2001.
- [68] D. P. McIerney and I. D. Hyde. Technetium 99tcm pyrophosphate scanning in the assessment of the painful hip prosthesis. *Clinical Radiology*, 29:513–517, 1978.
- [69] N. Meredith, F. Shagaldi, D. Alleyne, L. Sennerby, and P. Cawley. The application of resonancefrequency measurements to study the stability of titanium implants during healing in the rabbit tibia. *Clinical Oral Implant Research*, 8(3):234–243, 1997.
- [70] K. Milanowska and W. Dega. *Rehabilitacja medyczna*. Wydawnictwo Lekarskie PZWL, Warszawa, 1998.
- [71] C. G. Mohler and D. K. Collis. Early complications and their management. In J. J. Callaghan, J. J. Rosenberg, and H. E. Rubash, editors, *The adult hip, vol. II*, pages 1145–1147. Lippincott-Raven, Philadelphia, 1998.
- [72] J. Najjar and B. Nowak. Numerical simulation of chosen parameters on tensile stresses in bone cement layer in total hip arthroplasty. *Zeszyty Naukowe ATR, MECHANIKA*, 54, 2006.
- [73] Y. Nakatsuchi, A. Tsuchikane, and A. Nomura. The vibrational mode of the tibia and assessment of bone union in experimental fracture healing using the impulse response method. *Medical Engineering Physics*, 18(7):575–583, 1996.
- [74] A. Neimitz. *Mechanika pękania*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Wrocław Poland, 2001.
- [75] R. Niżankowski. Porównanie opłacalności wybranych rodzajów endoprotez w całkowitej pierwotnej alloplastyce stawu biodrowego i kolanowego. *Raport, Centrum Monitorowania Jakości w Ochronie Zdrowia*, 2002.

BIBLIOGRAFIA

- [76] B. Nowak and M. Kaczmarek. Modelowanie dynamiki zastępczego układu kość-implant dla potrzeb diagnostyki medycznej. *Diagnostyka*, 1(45), 2008.
- [77] D. A. O’Niell and W. H. Harris. Failed total hip replacement assessment by plain radiographs, arthrograms and aspiration of the hip joint. *Journal of Bone and Joint Surgery*, 1(66):540–546, 1984.
- [78] J. F. Orr, N. J. Dunne, and J. C. Quinn. Shrinkage stresses in bone cement. *Biomaterials*, 17:2933–2940, 2001.
- [79] J. Osiecki and S. Ziomba. *Podstawy pomiaru drgań mechanicznych*. PWN, Warszawa, 1968.
- [80] M. Papadrakakis. *Parallel solution methods in computational mechanics*. John Wiley and Sons Ltd, Chichester West Sussex England, 1997.
- [81] L. C. Pastrav, S. V. N. Jaecques, M. Mulier, and G. Perre van der. Determination of total hip replacement stem insertion endpoint and stability assesment by vibration analysis: first experriences with per-operative measurements. In P. Sas and M. DeMunck, editors, *Proceedings of ISMA2006 International Conference on Noise and Vibration Engineering*, pages 889–909, Koninklijke Vlaamse Academie van België voor Wetenschappen en Kunsten, Brussels, Belgium, September 20 - 22 2006. ISBN 90-73802-82-2.
- [82] V. Pattijn, van C. Lierde, van der G. Peere, van der J. Sloten, S. V. N. Jaecques, E. De Smet, L. Muraru, and I. Naert. Resonance frequency analysis of implants in the guinea pig model: Influence of boundary conditions and orientation of the transducer. *Medical Engineering and Phisics*, 29:182–190, 2007.
- [83] V. Pattijn, van C. Lierde, G. van der Peere, and van der J. Sloten. The resonance frequencies and mode shapes of dental implants: Rigid body behaviorur versus bending behaviour, a numerical approach. *Journal of Biomechanics*, 39(5):939–947, 2006.
- [84] J. P. Paul. Development of standards for orthopedic implants. *Journal of Engineering in Medicine*, 211:119–126, 1997. Proceedings Of The Institution Of Mechanical Engineers.
- [85] G. Peere van der. *In vivo assessment of bone mechanical properties by vibration and ultrasonic wave propagation*, pages 99–159. CRC Press, 1984.
- [86] G. Peere van der and G. Lowet. Vibration, sonic and ultrasonic wave propagation analysis for the detection of osteoporosis. *Journal of rheumatology*, 13(1):45–53, 1994.

BIBLIOGRAFIA

- [87] G. Peere van der and G. Lowet. In vivo assessment of bone mechanical properties by vibration and ultrasonic wave propagation analysis. *Bone*, 18(1):29–35, 1996.
- [88] G. Peere van der, G. Lowet, and X. Dayuan. Study of the vibrational behaviour of a healing tibia using finite element modeling. *Journal of Biomechanics*, 29(8):1003–1010, 1996.
- [89] J. G. Peyron and R. D. Altman. *The epidemiology of osteoarthritis*, pages 1023–1056. Saunders, Philadelphia, 1993.
- [90] W. C. Phillips and S. V. Kattapuram. Prosthetic hip replacements: plain films and arthrography for component loosening. *American Journal of Radiography*, 1(138):677–682, 1982.
- [91] H. G. Potter, L. H. Foo, B. Nestor, and T. Hubel, D. Wiesel. What is the role of magnetic resonance imaging in the evaluation of total hip arthroplasty. *HSS Journal*, 1(1):89–93, 1996.
- [92] D. A. Puleo and A. Nanci. Understanding and controlling of the bone implant interface. *Biomaterials*, 20:2311–2321, 1999.
- [93] G. Qi, W. P. Mouchon, and T. E. Tan. How much can a vibrational diagnostic tool reveal in total hip arthroplasty loosening. *Clinical Biomechanics*, 18:444–458, 2003.
- [94] J. Rojek and J. J. Telega. Contact problem with friction, adhesion and wear in orthopaedic biomechanics. part 1 - general developments. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 39(3):655–677, 2001.
- [95] J. Rojek and J. J. Telega. Contact problem with friction, adhesion and wear in orthopaedic biomechanics. part 2 - numerical implementation and application to implanted knee joints. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 39(3):679–706, 2001.
- [96] A. D. Rosenstein, G. F. McCoy, C. J. Bulstrode, McLardy-Smith P. D., J. L. Cunningham, and A.R. Turner-Smith. The differentiation of loose and secure femoral implants in total hip replacement using a vibrational technique: an anatomical and pilot clinical study. *Journal of Engineering in Medicine*, 203(2):77–81, 1989.
- [97] S. K. Senapati and S. Pal. Uhmwpe-alumina ceramic composite, an improved prosthesis material for an artificial cemented hip. *Trends in Biomaterials and Artificial Organs*, 16:5–7, 2002.
- [98] F. Shao, W. Xu, A. Crocombe, and D. Ewins. Natural frequency analysis of osteointegration for trans-femoral implant. *Annals of Biomedical Engineering*, 35(5):817–824, 2007.

BIBLIOGRAFIA

- [99] J. J. Skrzypek and A. Garnczarski. *Modeling of material damage and failure of structures*. Springer, Berlin-Heidelberg, 1999.
- [100] J. Sobotta. *Anatomia*, volume 1. Wydawnictwo Medyczne Urban Partner, Wrocław, 1998.
- [101] J. Sobotta. *Anatomia*, volume 2. Wydawnictwo Medyczne Urban Partner, Wrocław, 1998.
- [102] S. Sobieszczyk, W. Wojnicz, and B. Nowak. Fem approach to estimate the behaviour of biocomposite metal-surface coating systems. *Advances In Material Science*, 6(2), 2006.
- [103] M. Stanczyk and J. J. Telega. The analysis of the pmma bone cemented polymerisation process within the hip prosthesis fixation - a new approach. *Acta of Bioengineering and Biomechanics*, 5(1):458–463, 2003.
- [104] A. Starowicz, M. Szwarczyk, M. Wilk, and B. Franczuk. Ocena jakości życia u pacjentów po operacji wszczepienia endoprotezy stawu biodrowego. *Fizjoterapia Polska*, 5(3):313–322, 2005.
- [105] W. Sylwanowicz. *Anatomia człowieka*. PZWL, Warszawa, 1970.
- [106] A. Tatarinov, N. Sarvazyan, and A. Sarvazyan. Use of multiple acoustic wave modes for assessment of long bones, model study. *Ultrasonic*, 43:672–680, 2005.
- [107] W. R. Taylor, E. Roland, E. Ploeg, D. Hertig, R. Klabunde, M. D. Warner, M. C. Hobatho, L. Ratokomanana, and S. E. Clift. Determination of orthotropic bone elastic constants using fea and modal analysis. *Journal of Biomechanics*, 35:767–773, 2002.
- [108] D. Tejszerska and E. Świtoński. *Biomechanika inżynierska*. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2004.
- [109] J. J. Telega and R. Wojnar. Piezoelectric effects in biological tissues. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 40(3):723 – 759, 2002.
- [110] S. H. Teoh. Fatigue of biomaterials: a review. *International Journal of Fatigue*, 22:825–837, 2000.
- [111] B. Żółtowski. *Podstawy diagnostyki maszyn*. Wydawnictwo Uczelniane Akademii Techniczno-Rolniczej, Bydgoszcz, 1996.
- [112] B. Żółtowski. *Badania dynamiki maszyn*. Wydawnictwo MARKAR, Bydgoszcz, Białe Błota, 2002.

BIBLIOGRAFIA

- [113] T. Uhl. *Komputerowo wspomagana identyfikacja modeli konstrukcji mechanicznych*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1997.
- [114] P. Vanderbroucke and H. A. Valkenbrug. Epidemiology of osteoarthritis: Zoetermeer study. comparison of radiological osteoarthritis in Dutch population with 10 other populations. *Annales Rheumatology Disease*, 4:271–289, 1989.
- [115] H. Vintz. Change in the mechanical properties of human compact bone tissue upon aging. *Mechanics of Composite Materials*, 4(1):568–571, 1975.
- [116] A. Wall and S. Dragan. Niektóre aspekty kliniczne i biomechaniczne alloplastki bezcementowej stawu biodrowego. *Prace naukowe IKiEM Politechniki Wrocławskiej*, 94, 1994.
- [117] P. E. Weiss, J. C. Mall, P. B. Hoffer, W. R. Murrari, J. J. Rodrigo, and H. K. Genant. 99tc-methylene diphosphonate imaging in the evaluation of total hip prosthesis. *Journal of Nuclear Medicine*, 133:727–730, 1979.
- [118] M. Wierszycki, W. Kąkol, and T. Łodygowski. Numerical complexity of selected biomechanical problems. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 44(4):797–818, 2006.
- [119] E. D. Williams, R. J. Tregonning, and P. J. Hurley. 99tcm-diphosphonate scanning as an aid to diagnosis of infection in total hip replacements. *British Journal of Radiology*, 50:562–566, 1977.
- [120] J. M. Wishart, A. O. Need, M. Horowitz, H. A. Morris, and B. E. C. Nordin. Effect of age on bone density and bone turnover in men. *Clinical Endocrinology*, 42(2):141–146, 1975.
- [121] J. Świątkowski, E. Jarkiewicz-Kochman, E. Pacholec, G. Benke, M. Gołębiowski, S. Błażewicz, A. Wojciechowski, and J. Goździk. Image interference in the computed tomography and the nuclear magnetic resonance examinations. *Inżynieria Biomateriałów*, 47:65–66, 2005.
- [122] H. Yuehwei and D. Draughn. *Mechanical Testing of Bone and Bone-Implant Interface*. CRC Press, 1996.
- [123] Y. Zhang, A. W. Putnam, A. D. Heiner, J. J. Callaghan, and T. D. Brown. Reliability of detecting prosthesis/cement interface radiolucencies in total hip arthroplasty. *Journal of Orthopaedic Research*, 1(20):683–687, 2002.
- [124] O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor. *The Finite Element Method*, volume 1. Butterworth, Oxford, England, 2001.

BIBLIOGRAFIA

- [125] O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor. *The Finite Element Method*, volume 2. Butterworth, Oxford, England, 2001.
- [126] K. W. Zilkens, A. Wicke, J. Zilkens, and U. Bull. Nuclear imaging in loosening of hip endoprosthesis. *Z. Orthop. Ihre Grenzgeb.*, 1(135):39–43, 1998.