

Prof. dr hab. Andrzej Palczewski
Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki
Instytut Matematyki Stosowanej i Mechaniki
Uniwersytet Warszawski

Recenzja

rozprawy doktorskiej mgr Małgorzaty Zdanowicz
pt. "Analiza matematyczna równań modelujących plazmę w silniku jonowym"

Rozprawa doktorska pani Małgorzaty Zdanowicz dotyczy problemów związanych z analizą równań opisujących plazmę w reaktywnym silniku plazmowym. Silniki te są używane od kilkadziesiąt lat i służą do sterowania (pozycjonowania) satelitów. W pracy pani Zdanowicz rozważany jest tzw. model płynowy plazmy występującej w takim silniku. Praca ma charakter matematyczny i dotyczy poprawności matematycznej modelu silnika plazmowego. Mówiąc dokładniej, w pracy przedstawione są pewne uproszczenia ogólnego modelu prowadzące do modelu, który został nazwany układem standardowym, a następnie do układu zredukowanego. Układ ten jest kwasiliniowym układem hiperbolicznym, w którym współczynniki oraz prawe strony równań zależą w sposób funkcjonalny od rozwiązania. Zasadnicza część rozprawy to dowody twierdzeń o istnieniu i jednoznaczności dla kwasiliniowego układu równań hiperbolicznych z funkcjonalną zależnością współczynników od rozwiązania. Rozpatrywany problem, chociaż jego źródłem jest model silnika Halla, jest znacznie ogólniejszy.

Rozprawa złożona jest z 5 rozdziałów. Rozdział 1 to opis silnika Halla oraz jego modelu matematycznego oraz przedstawienie uproszczeń modelu, które prowadzą do kwasiliniowego układu równań hiperbolicznych. Rozdziały 2 i 3 przedstawiają kolejno zagadnienie Cauchy'ego dla układu hiperbolicznego liniowego i kwasiliniowego. Formalnie rozdziały te zawierają materiał z monografii B. L. Rozhdesstvenskiego i N. N. Yanenki "Systems of Quasilinear Equations and Their Applications to Gas Dynamics". Każdy jednak, kto zna tę monografię, zauważy, że autorka rozprawy znacznie rozszerzyła materiał uzupełniając go o kompletne dowody przedstawionych twierdzeń.

Zasadnicze wyniki rozprawy są zawarte w rozdziałach 4 i 5. Rozdział 4 dotyczy dowodu istnienia i jednoznaczności lokalnego w czasie rozwiązania zagadnienia Cauchy'ego dla kwasiliniowego układu w dwóch zmiennych niezależnych z funkcjonalną zależnością współczynników od rozwiązania. Metoda dowodu powtarza klasyczne podejście stosowane przy dowodzie istnienia rozwiązania dla układu kwasiliniowego. Najpierw dokonuje się przedłużenia układu, a następnie stosuje metodę kolejnych przybliżeń wykorzystując wcześniej wykazane istnienie rozwiązań dla układu liniowego. Ostatnim krokiem dowodu jest pokazanie, że z ciągu kolejnych przybliżeń można wybrać podciąg zbieżny niemal jednostajnie.

Powtarzając ten znany schemat autorka wykazała się umiejętnością odpowiedniego stosowania skomplikowanych przybliżeń i oszacowań. Jest to niewątpliwie dowód dobrego opanowania trudnej techniki stosowanej w teorii równań różniczkowych cząstkowych.

Rozdział 5 poświęcony jest rozwiązaniu problemu mieszanego (początkowo-brzegowego) dla kwasiliniowego układu w dwóch zmiennych niezależnych. W tym problemie nie tylko współczynniki zależą funkcjonalnie od rozwiązania, ale także w warunkach brzegowych występuje taka zależność. Dowód istnienia i jednoznaczności dla tego problemu jest bardzo skomplikowany. Autorka rozpatruje szereg pomocniczych problemów izolując poszczególne trudności. Na początku problem mieszany jest rozwiązywany dla jednego równania z ciągłymi współczynnikami, potem rozwiązanie to uogólniane jest na układ liniowy diagonalny, a następnie dowolny układ liniowy. Dopiero po udowodnieniu tych wyników pomocniczych, autorka przechodzi do dowodu istnienia rozwiązania zagadnienia mieszanego dla układu kwasiliniowego. Dowód przebiega według podobnego schematu jak dowód dla zagadnienia Cauchy'ego w rozdziale 4. Istotny jest tu nie sam schemat dowodu, ale otrzymanie rozwiązań potrzebnych zagadnień pomocniczych w dogodnej dla dowodu postaci.

Pracę czyta się trudno, co wynika z dużej ilości skomplikowanych oszacowań. Jednocześnie w pracy daje się zauważyć pewną niejednorodność redakcyjną. W części pracy stosowany jest styl wyraźnego zaznaczania początków dowodów (słowem "Dowód") i jego końca (kwadracikiem). W innych częściach pracy dowody biegną bez żadnego zaznaczania ich początku i końca. Za wyjątkowo niefortunny uważam też tytuł rozdziału 5. W rozdziale tym dowodzi się fundamentalnego dla całej pracy twierdzenia o istnieniu rozwiązania dla układu kwasiliniowego a tytuł brzmi "Zagadnienie mieszane dla układu liniowego ..."

Rezensowana rozprawa dowodzi dobrego przygotowania matematycznego autorki i znacznej wiedzy w zakresie układów równań hiperbolicznych. Autorka pokazała też, że potrafi wnieść do tej teorii nowe liczące się wyniki.

Reasumując uważam, że praca mgr Małgorzaty Zdanowicz spełnia wymogi Ustawy o stopniach i tytule naukowym i wnoszę o dopuszczenie autorki do dalszego toku przewodu doktorskiego.

Warszawa, 3 października 2007 r.

