Prof. dr hab. inż. Jacek Chróścielewski
Katedra Mechaniki Budowli i Mostów
Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska
Politechnika Gdańska
ul. Narutowicza 11/12, 80-952 Gdańsk

tel.: (0-58) 347-22-03
e-mail: jchrost@pg.gda.pl
fax.: (0-58) 347-16-70

Gdańsk, dnia 25.09.2007r.

Opinia

o pracy doktorskiej mgr inż. PIOTRA SADŁOWSKIEGO pt. **Parametryzacje rotacji i algorytmy rozwiązywania równań dynamiki z rotacyjnymi stopniami swobody**

1. Podstawa opracowania

Podstawą opracowania opinii jest pismo Sekretarza Rady Naukowej Instytutu Podstawowych Problemów Techniki PAN w Warszawie doc. dra hab. KAZIMIERZA PIECHÓRA z dnia 21 czerwca 2007 r. i dołączona do niego rozprawa doktorska mgra inż. PIOTRA SADŁOWSKIEGO pt. „*Parametryzacje rotacji i algorytmy rozwiązywania równań dynamiki z rotacyjnymi stopniami swobody*" wykonana pod kierunkiem doc. dra hab. KRZYSZTOFA WIŚNIEWSKIEGO.

2. Dane o pracy

Praca zawiera 143 strony, 35 rysunków (w tym 68 wykresów), 477 numerowanych wzorów i kilkanaście nienumerowanych, 4 tabele oraz 40 pozycji bibliografii. Rozprawa obejmuje: spis treści, 6 numerowanych rozdziałów (w tym wstęp, podsumowanie i zestawienie cytowanej literatury) oraz dodatek. Dysertacja dotyczy badań teoretycznych i numerycznych silnie nieliniowych problemów związanych z opisem formalnie nieograniczonych przemieszczeń bryły sztywnej, w tym zagadnień parametryzacji i aproksymacji po czasie na grupie obrotów jako głównym celu pracy. Dysertacja napisana jest w języku polskim.

3. Omówienie zakresu rozdziałów i uwagi

Rozdział 1 (11 stron), „*Wstęp*", na tle przeglądu literatury nakreślono podjęte w pracy zagadnienie. Przedstawiono podstawowe koncepcje i trudności związane z teoretycznym opisem i algorytmizacją obliczeń związanych z występowaniem nieograniczonym obrotów w równaniach mechaniki, w szerszym kontekście nie tylko samego ciała sztywnego. Określono tu cele pracy, omówiono zawartość poszczególnych rozdziałów oraz przyjęty system oznaczeń. Notację omówiono na tle zestawienia podstawowych własności w pewnym sensie uogólnionego rachunku wektorowego.

Uwagi

W rozdz. 1.2 podano cel pracy, a warto było też sformułować tradycyjną dla dysertacji tezę. Mogłaby ona dotyczyć oceny przydatności lub nawet dyskwalifikacji pewnych parametryzacji grupy obrotów w kontekście zastosowań do algorytmów obliczeniowych z rotacyjnymi stopniami swobody, czego w istocie autor dokonał poprzez dowody oraz przykłady numeryczne.

Nie jest właściwe na wstępie, odwoływanie się do dyskusji i równań, które znajdują się kilkadziesiąt stron dalej (s5, g14; s7, g11).

Przytaczając pojęcia „*rozwiązanie dokładne, ścisłe*" (s6, d2 i dalej) należałoby podać w jakim sensie należy te pojęcia rozumieć.

Nie zawsze przestrzegana jest konsekwencja w stosowaniu oznaczeń i symboli. Przykładowo, oznaczenie *SO*(3) grupy obrotów właściwych, Autor raz pisze używając liter prostych (s9, g5), a raz pochyłych (s16, g15). W rozdz. 1.5 Autor stwierdza (s12), że wektory będą pisane małymi pogrubionymi literami, a macierze i tensory wyższej walencji niż jeden, pogrubionymi dużymi, po czym już na następnej stronie łamie tę zasadę. Autor często nie rozróżnia i używa tych samych oznaczeń dla macierzy i tensorów (w notacji absolutnej). Mimo, że formalnie – wobec zachodzących izomorfizmów – nie jest to błąd, to jednak tego typu niekonsekwencja utrudnia śledzenie bardzo złożonych wyprowadzeń. Ponadto rozróżnianie zapisu obiektów jest istotne z punktu widzenia implementacji komputerowej. Formuły macierzowe można bezpośrednio kodować w programach, zaś zwarty zapis tensorowy, bezdyskusyjnie lepszy w przekształceniach, wymaga przed implementacją dodatkowego rozpisania w bazach, szczególnie w odniesieniu do tensorów wyższych walencji.

Ostatnie uwagi dotyczą całej pracy.

Rozdział 2 (44 strony), „*Opis i parametryzacje rotacji*", wprowadzono tu pojęcie tensora (macierzy) obrotu oraz omówiono pięć jego sposobów parametryzacji typu wewnętrznego. Następnie biorąc za punkt wyjścia tensorowe równanie różniczkowe generujące rotacje poprzez znany tensor prędkości kątowej, zapisane w reprezentacji przestrzennej, dokonano jego specjalizacji do lokalnie równoważnych postaci wyrażonych przez omówione parametryzacje. Sparametryzowane równania stanowią wersję obliczeniową, która umożliwiła implementację różnych algorytmów całkowania po czasie w postaci kodu programów komputerowych. Dalej Autor, na bazie tych postaci, przeprowadził ciekawą i oryginalną dyskusję własności tychże parametryzacji w kontekście stabilności rozważanych schematów całkowania po czasie, połączoną z badaniem spełnienia warunku ortogonalności odpowiednich operatorów. Wyniki teoretyczne wzbogacono rezultatami obliczeń i podsumowano we wnioskach cząstkowych na końcu rozdziału.

Uwagi

Rozdz. 2 stanowi w znacznej mierze oryginalne badania Autora. Rozdział stanowi autonomiczną części pracy. Dlatego można było w nim pokazać szerzej inne parametryzacje grupy obrotów, szczególnie typu zewnętrznego (wymagające bazy, np. kąty Eulera), dyskutując ich przydatność w kontekście celu pracy. Autor powinien uzasadnić, czemu zajmuje się tymi, a nie innymi parametryzacjami.

Należy zaznaczyć, że dobór parametryzacji grupy obrotów $SO(3) \rightarrow R^N$ nie jest trywialny. Bowiem przy dziewięciu wyrazach macierzy obrotów, wobec warunku ortogonalności, tylko trzy parametry mogą być niezależne. Jednak przyjęcie trzech współrzędnych nie rozwiązuje problemu w sensie globalnym. Sytuacja taka ma miejsce ponieważ każda reprezentacja *SO*(3) poniżej pięciu parametrów ma osobliwości w zakresie obrotów nieograniczonych (jest to wynik Heinza Hopfa z 1940r.). Właśnie w tym rozdziale należałoby fakt ten wyraźnie odnotować, a omawiając poszczególne parametryzacje wskazać punkty osobliwe i obszary ich niejednoznaczności.

W dyskusji metod rozwiązywania równania różniczkowego generującego obroty, brakuje albo informacji o algorytmach obliczeniowych zapewniających przyjmowanie przez wynikową macierz wartości w grupie obrotów, albo wyraźnego podania uwagi co do dyskwalifikacji tych metod, które tego warunku z założenia nie spełniają. Ma to miejsce w przypadku stosowania większej liczby parametrów niż trzy.

W praktyce obliczeniowej dużych układów nieliniowych z obrotowymi stopniami swobody, ze względu na ekonomikę i skuteczność, stosowane są przeważnie przyrostowe metody kontynuacyjne. Wówczas, problem parametryzacji obrotów pojawia się na dwóch poziomach: po pierwsze, na poziomie globalnym w akumulacji obrotów i do zapamiętania ich konfiguracji, gdzie należałoby ze względu na osobliwości stosować pięć i więcej parametrów; po drugie, na poziomie lokalnym w odniesieniu do przyrostów i wariacji niewiadomych występujących bezpośrednio w układzie równań – tu używa się jak najmniejszej liczby parametrów – a więc trzech. Z tego punktu widzenia bardzo ważne są badania dotyczące trzech parametrów.

Rozważane w rozdziale przykłady są zadaniami pseudopłaskimi, bowiem w obu przypadkach jedna ze składowych wektora obrotu pozostaje zawsze kolinearna z osią współrzędnych. Szkoda, że Autor dysponując przecież stworzoną przez siebie procedurą obliczania równania (2.88) przy pomocy szeregów, nie pokusił się na opracowanie bardziej „złośliwego" przykładu. Np. zadania, w którym wektor obrotu wykonywałby złożony ruch przestrzenny, a ścieżka rozwiązania przechodziła przez punkty osobliwe różnych parametryzacji. Tego typu przykład, z opisem autorskiego algorytmu obliczeniowego rozwiązania (2.88), którego niestety nie zamieszczono w pracy, mógłby po opublikowaniu stanowić świetny „*patch test*", nie tylko samych parametryzacji, ale także częściowo schematów całkowania w dziedzinie czasu.

Przed równaniem (2.65) (s25, d10) mylnie odwołano się do wzoru (2.46).

Na str. 35 (g12) błędnie zapisano nazwisko Cayley.

Przyjęta przez Autora definicja błędu względnego (2.184) jest wprawdzie spotykana w literaturze, jednak budzi wątpliwości, bowiem współczynnik normujący w mianowniku α_i może przyjmować formalnie wartości od zera do nieskończoności.

Na wykresach rysunków 2.3 – 2.5, pokazano zmienność w czasie składowych wektora obrotu ω, a nie samego wektora. Niektóre osie nie są opisane. W opisie osi poziomej rysunków 2.6 – 2.11 użyto oznaczenia h, zaś w tekście jest Δt.

Reasumując rozdz. 2 jest dobrą bazą do napisania interesującej publikacji poświęconej tematyce w nim poruszanej (do czego zachęcam Autora i Promotora).

Rozdział 3 (8 stron), „*Równania dynamiki dla ruchu obrotowego ciała sztywnego*", zawiera wyprowadzenie i zestawienie podstawowych zależności związanych z mechaniką bryły sztywnej. Zależności te są podstawą do dyskusji przedstawionej w dalszej części pracy.

Uwagi

Przyimek „*dla*" w tytule jest zbędny – uwaga ta dotyczy wielu miejsc w pracy.

Rozdział dotyczy opisu dynamiki ciała sztywnego, który to materiał, jak sam Autor stwierdził, jest zawarty w wielu podręcznikach mechaniki klasycznej. Jednak w pracy przedstawiono go w nowoczesnym zapisie tensorowym. Szkoda, że Autor poprzestał na wyprowadzeniu samych równań ruchu i nie pokazał rzadziej spotykanych w literaturze ich postaci zlinearyzowanych. Postaci zlinearyzowane są podstawą formułowania klasycznych algorytmów całkowania po czasie. Wprawdzie ten typ algorytmów nie był celem pracy, jednak zapis nawet samych równań, jest nośny informacyjnie poprzez występowanie nie tylko macierzy mas, ale także macierzy żyroskopowej i macierzy sztywności odśrodkowej (cyrkulacyjnej).

Ze wzorem (3.8) wprowadzono niepotrzebnie nowe oznaczenie dla wcześniej zdefiniowanej prędkości kątowej (2.86). Na rys. 3.1 do kompletu brakuje aktualnego wektora wodzącego punktu materialnego $\mathbf{x}(t)$.

Rozdział 4 (24 strony), „*Algorytmy rozwiązywania równań dynamiki ciała sztywnego*", omawia wybrane jednokrokowe schematy całkowania w dziedzinie czasu. Przedstawiono w nim zarówno wersje standardowe na przestrzeni liniowej stosowane do opisu ruchu translacyjnego środka masy, jak i nietrywialnie algorytmy wyspecjalizowane do opisu ruchu obrotowego operujące na grupie obrotów właściwych.

Uwagi

W ośrodkach z mikrostrukturą (obrotami) pojęcie przemieszczenia jest najczęściej rozumiane w sensie uogólnionym jako translacje i rotacje (przesunięcia i obroty) łącznie, dlatego należałoby rozróżniać te terminy.

We wstępie do rozdziału i w komentarzu przed wzorem (4.1) (także rozdz. 4.2, s77, g6) należałoby dodać „*na przykład*" przed „*przy pomocy MES*", bowiem MES nie jest jedyną metodą aproksymacji skończenie wymiarowej ośrodka ciągłego po przestrzeni, prowadzącej do przecież klasycznej postaci równania wyjściowego (4.1).

Mając na uwadze uogólnienia w dalszej pracy (zob. np. uwaga s79, d1) na rotacyjne stopnie swobody oraz obciążenia niezachowawcze, czy założenie o symetryczności macierzy **C** i **K** (s68, g4), jest konieczne i nie będzie za silne?

W kontekście rozwiązania nieliniowego równania (4.16), metoda iteracyjna jest tylko jednym ze składników niejawnego algorytmu całkowania w dziedzinie czasu i niekoniecznie musi to być metoda Newtona. Można zastosować choćby łatwiejszą do implementacji jednak mniej skuteczną procedurę iteracji prostej.

Czy w przykładzie 1 (s69, g13), jeśli mowa o współczynniku sprężystości, to czy nie powinien on wynosić k^2 z warunkiem $k > 0$, a nie samo k? Na wykresach rys. 4.1 Autor odwołuje się do rozwiązania dokładnego jednak nie podaje jego postaci. Stosowanie kryterium bezwzględnego na zbieżność procesu iteracyjnego w ogólnym przypadku sprawia trudności z doborem wartości ograniczenia ε. Jaką wartość ε przyjęto w przykładzie 1 i w pozostałych zadaniach analizowanych w pracy?

Użycie tego samego symbolu **f** do oznaczenia różnych wielkości w równaniach (4.16) i (4.24) dotyczących tego samego zagadnienia jest bardzo mylące.

Nie jest jasna uwaga o schemacie trójpoziomowym (s73, g4) – czy w istocie chodzi tu o metodę dwukrokową, czy tylko o zbadanie relacji między współczynnikami na podstawie dwóch kolejnych kroków rozwiązania?

Oznaczenie w (4.39) wektorów dużymi literami jest niekonsekwentne i mylące.

Gdzie jest zdefiniowana funkcja residuum, o której mowa na str. 78 (d9)?

Czy przed ostatnim składnikiem kluczowego dla pracy wzoru (4.46) znak plus jest poprawny (porównaj np. CARDONA I GERADIN 1988 [5], LUBOWIECKA 2001 [25])?

Wzory (4.47) – (4.50) są niepotrzebnym powtórzeniem wzorów (3.47) – (3.50).

Autor zbyt nieśmiało zrekapitulował swój wywód (s79, d15) stwierdzający, że bezpośrednie dodawanie obiektów (tu: wektorów), zapisanych w różnych bazach „*byłoby niemożliwe*", a jest to kardynalny błąd, trafiający się niestety nawet w artykułach z najlepszych czasopism o zasięgu światowym.

Równania (4.60) i (4.63) są równaniami skalarnymi, a więc także ich prawa strona powinna być skalarem. Stwierdzenie wyrażone wzorem (4.66) może być wykazane analitycznie, co Autor potwierdził na drodze numerycznej.

Z opisu podstawowego dla dysertacji algorytmu A3 (s87) wynika, że Autor za pracą SIMO I WONG 1991 [31], do parametryzacji konfiguracji (macierzy całkowitego obrotu) użył quaternionów (parametrów Eulera). Zwracam uwagę, że użycie czterech współrzędnych jako parametryzacji globalnej, w zakresie nieograniczonych obrotów, nie jest jednoznaczne i zawiera punkty osobliwe.

Reasumując: rozdział 4, podobnie jak rozdz. 2, zawiera ciekawe i oryginalne teoretyczne badania Autora, stanowiąc drugą zasadniczą część pracy. Autor w sposób konsekwentny i logiczny zrealizował cele postawione na początku rozdziału.

Rozdział 5 (22 strony), „*Przykłady numeryczne z dynamiki ciała sztywnego*", zawiera dwa złożone z wielu zadań przykłady analizy ruchu obrotowego bryły sztywnej. Zadania te testują i ukazują możliwości sformułowanych w poprzednim rozdziale trzech algorytmów oznaczonych symbolami A1, A2 i A3. Pierwszy z przykładów dotyczy analizy złożonego ruchu przestrzennego bryły z nieustabilizowaną osią obrotu, drugi zaś badania zachowania się bąka szybkiego wirującego w polu grawitacyjnym. Rozdział kończą wnioski cząstkowe.

Uwagi

Analizy numeryczne obu przykładów są znane z literatury, jednak w pracy brakuje odwołania do odpowiednich pozycji bibliografii.

Określenie „*mała długość kroku*" (s92, g5) jest pojęciem względnym – nie podano bazy do jakiej je odniesiono. Na podstawie jakich przesłanek Autor dobrał długość kroku całkowania? Nawet jeśli chce się dyskutować wpływ długości kroku całkowania na rozwiązania tylko w ruchu swobodnym układów Hamiltonowskich, np. jak w zadaniu pierwszym po usunięciu obciążeń zewnętrznych, należy mieć na uwadze wpływ błędu obliczeń z fazy obciążania. Błąd związany z całkowaniem po czasie obciążeń zewnętrznych, szczególnie zależnych od przemieszczeń czy niezachowawczych, może być źródłem znacznych różnic w rozwiązaniach, także w fazie ruchu swobodnego.

Wymienione w pkt. 1 – 3 na str. 92 cechy rozważanych algorytmów są tylko potwierdzeniem własności wykazanych przez Autora wcześniej na drodze teoretycznej.

Lokalny ruch bąka, tak jak każdej bryły sztywnej, opisują trzy parametry, nie tylko precesja i nutacja, dotyczące orientacji osi obrotu (s101, g4), ale także obrót właściwy wokół tej osi. Te trzy wielkości: precesja, nutacja i obrót właściwy to kąty Eulera, które należą do grupy parametryzacji zewnętrznych macierzy obrotu nie omawianych w pracy.

W podsumowaniu rozdziału użyto sformułowania „*rozwiązanie dokładne*" w kontekście porównywania wyników – jakie rozwiązanie Autor ma na myśli?

Autor wyjątkowo oszczędnie opisuje wyniki, które są przecież ukoronowaniem całej jego pracy. Odwoływanie się do rysunków zestawczych, zawierających po kilkanaście wykresów, bez precyzyjnego komentarza utrudnia ich śledzenie.

Rozdział 6 „*Podsumowanie*" (2 strony) zawiera w sześciu punktach opis wyników, które doktorant uznał za własne oryginalne osiągnięcia. Brakuje tu określenia perspektyw i kierunków dalszych badań własnych Autora.

Dodatek A (35 stron) „*Wyprowadzenia, dowody, twierdzenia*", składa się z pięciu części, stanowiących uzupełnienie i poparcie dowodami wywodów z części zasadniczej dysertacji.

W tytule dodatku litera A, albo jest zbędna, bo sugeruje większą ich liczbę, a jest przecież tylko jeden, albo pięć części dodatku można by oznaczyć jako niezależne (jak jest w istocie) i opatrzyć kolejnymi literami.

Czy znak minus przed ostatnim składnikiem wzoru (A.39) i (A.59) jest poprawny, (porównaj wzór (2.85))? Konsekwencją wyprowadzeń są znaki przed ostatnim składnikiem w formułach końcowych (A.57) i (A.78). Wprawdzie taki sam znak jest w odpowiednich zależnościach ((33) i (40)) wzorcowej dla tych rozważań pracy CARDONA I GERADIN 1988 [5], jednak w przeciwieństwie do Doktoranta końcowe wzory ((38) i (45)) z pracy [5] mają odmienne niż w dysertacji znaki. Porównaj także odpowiednie formuły dla reprezentacji materialnej obrotów z prac SIMO I WONG 1991 [31] czy LUBOWIECKA 2001 [25]. Jakie znaki tych formuł występują w obliczeniowych programach autorskich?

4. Ocena rozprawy

Przedmiotem rozprawy mgra inż. **PIOTRA SADŁOWSKIEGO** jest rozwój i badanie algorytmów przeznaczonych do rozwiązania silnie nieliniowych problemów dynamiki ciała sztywnego w zakresie nieograniczonych obrotów. Jednym z założeń leżących u podstaw konstrukcji tego typu algorytmów jest potrzeba kontrolowania własności zachowawczych układów Hamiltonowskich w długich przedziałach czasu obliczanych ze znacznym krokiem całkowania tam, gdzie podejście standardowe jest zawodne.

Tematycznie dysertacja wpisuje się w ogólną problematykę badań nad stabilnością i dokładnością schematów całkowania w dziedzinie czasu. W przypadku liniowych układów dynamicznych głównym tematem jest rząd ich dokładności, ponieważ kryterium stabilności jest tu stosunkowo łatwe do spełnienia. Inaczej jest w przypadku układów nieliniowych, tutaj głównym problemem jest zapewnienie stabilności, ponieważ algorytmy bezwarunkowo stabilne w zagadnieniach liniowych często tracą tę własność w zadaniach nieliniowych. W nieliniowej dynamice układów Hamiltonowskich, za warunek konieczny stabilności rozwiązań powszechnie przyjmowane jest kryterium zachowania całkowitej energii na kroku czasowym, co też czyni Autor. Trudności związane z konstrukcją algorytmów wyspecjalizowanych do opisu ruchu obrotowego związane są nie tylko z faktem silnej nieliniowości równań ale także ze złożonością przestrzeni konfiguracyjnej. Tutaj przestrzeń konfiguracyjna poprzez występowanie grupy obrotów w jej definicji nie posiada struktury przestrzeni liniowej, stąd standardowe osiągnięcia analizy nie znajdują tu bezpośredniego zastosowania.

Należy uznać, że w pracy osiągnięto pewne oryginalne wyniki, po części stanowią je:

- jawne postaci równania generującego rotacje dla niektórych parametryzacji grupy obrotów,
- wykazanie, że równanie generujące rotacje w parametryzacji kanonicznej jest rozwiązaniem ścisłym dla metod punktu środkowego i zmodyfikowanej metody trapezów,
- pełne wyprowadzenia operatorów stycznych dla algorytmów dynamiki ciała sztywnego,
- opracowanie oprogramowania i własne rozwiązania przykładów dokumentujących dociekania teoretyczne dotyczące zachowywania całkowitej energii i momentu pędu.

Ponadto opracowane dla ciała sztywnego algorytmy po pewnych rozszerzeniach mogą znaleźć zastosowane do bardziej złożonych struktur takie jak pręty i powłoki.

Stronę warsztatową pracy cechuje poprawność sformułowań, konsekwencja wyprowadzeń, właściwie odniesienie się do literatury oraz dobry poziom edytorski.

5. Podsumowanie i wnioski końcowe

Przedstawiona do recenzji rozprawa realizuje postawione w niej cele naukowe i świadczy o umiejętności formułowania i rozwiązywania, przez jej Autora mgr. inż. **PIOTRA SADŁOWSKIEGO**, silnie nieliniowych od strony geometrycznej problemów dynamiki ciała sztywnego w zakresie nieograniczonych obrotów. Autor wykazał się zawansowaną wiedzą teoretyczną oraz znajomością metod komputerowych rozwiązywania nieliniowych zagadnień towarzyszących nietrywialnemu opisowi obrotów w mechanice.

Reasumując stwierdzam, że opiniowana rozprawa spełnia wymagania stawiane pracom doktorskim przez Ustawę „*O stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki*" (Dz. U. Nr 65, poz. 595, z 14 marca 2003r.) i dlatego stawiam wniosek o dopuszczenie mgr. inż. **PIOTRA SADŁOWSKIEGO** do publicznej obrony pracy.

Jacek Chróścielewski