

Opinia
o rozprawie doktorskiej mgr. inż. Piotra Sadłowskiego
pt. "Parametryzacje rotacji i algorytmy rozwiązywania równań dynamiki
z rotacyjnymi stopniami swobody".

Praca obejmuje tematycznie jedno z najtrudniejszych zagadnień nieliniowej mechaniki - problem opisu skończonych obrotów ciał sztywnych. Ścisły opis matematyczny przejścia ciała do nowej konfiguracji jest szeroko opisywany w literaturze. Mimo tego już w statycznych i quasi-statycznych zastosowaniach komputerowych zwykle przyjmuje się liczne uproszczenia, ograniczające stosowanie algorytmów do umiarkowanie małych przemieszczeń i obrotów. Dopuszcza się błędy wynikające z ułomności opisu matematycznego i nazywa je błędami numerycznymi lub błędami przybliżeń. Są one trudne do zweryfikowania przez przeciętnego użytkownika i dlatego, przy braku nacisku na twórców oprogramowania, nie są eliminowane. Nie bez przyczyny jest tu skomplikowany matematycznie aparat opisu zjawiska. W zadaniach dynamiki z kolei dochodzą jeszcze dodatkowe dwa aspekty: opis dynamiczny zjawiska oraz akumulacja błędów każdego kroku obliczeniowego. Ten ostatni element decyduje o przydatności opisów zastosowanych w algorytmach.

Zjawiska ujęte w rozprawie mgr. Sadłowskiego dotyczą bardzo szerokiego zakresu zastosowań: od konstrukcji inżynierskich, takich jak konstrukcje powłokowe, lekkie przekrycia strukturami prętowymi, przez zastosowania mechatroniczne w konstrukcjach robotów przemysłowych, procesy wytwarzania, po znane z życia codziennego drobne elementy klawiatur komputerowych czy telefonów. Poprawny model i opis zjawiska, a następnie wnioski wynikające z symulacji komputerowej pozwalają w metodyczny sposób poprawić jakość i wydłużyć żywotność wielu produktów i konstrukcji.

W pracy postawiono następujący cel:

- 1) zbadanie sposobów parametryzacji grupy rotacji pod kątem ich zastosowania w algorytmach numerycznych,
- 2) zbadanie algorytmów numerycznych dynamiki w zadaniach z rotacyjnymi stopniami swobody.

Tezą pracy jest twierdzenie, że niektóre sposoby parametryzacji rotacji nie nadają się do zastosowań w dynamice, a inne, wskazane w pracy, charakteryzują się korzystnymi własnościami. Tezę tę udowodniono. Przedstawiono pewne twierdzenia matematyczne i udowodniono je.

Z uwagi na wspomniany wyżej stan wiedzy oraz ważność problemu, temat i zakres pracy sformułowano właściwie.

Opis pracy

Praca doktorska liczy 143 strony. Zawiera sześć rozdziałów, spis literatury liczący 40 pozycji, oraz pięć dodatków, w których zamieszczono wyprowadzenia matematyczne, twierdzenia i dowody.

We wstępie przedstawiono cel pracy, omówiono przytoczoną literaturę oraz zamieszczono wykorzystywane w pracy podstawowe własności algebry.

Rozdział drugi wybrane typy parametryzacji specjalnej grupy macierzy ortogonalnych $SO(3)$, służących do opisu rotacji. Opisano pięć typów parametryzacji i podano odwzorowania definiujące przy pomocy danych parametrów macierze rotacji oraz odwzorowania do nich odwrotne. Wprowadzono równanie generujące tensory rotacji na podstawie zadanego tensora prędkości kątowej.

Rozdział trzeci prezentuje opis dynamiki bryły sztywnej, z uwzględnieniem ruchu obrotowego w postaci nadającej się do opisu skończonych rotacji. Algorytmy obliczeniowe stosowane do obliczeń i testów zadań dynamiki w rozdziale czwartym pracy wykorzystują uzyskane tu równania.

Rozdział piąty zawiera przykłady obliczeń numerycznych. Przedstawiono przykład niestabilnej rotacji wokół osi o pośrednim momencie bezwładności. Wykazano wybiórcze zachowawcze własności algorytmów w odniesieniu do energii kinetycznej, momentu pędu i normy momentu pędu. W podsumowaniu pracy autor zwięźle opisuje uzyskane wyniki oraz wnioski.

Pracę napisano starannie. Przedstawiony materiał jest usystematyzowany. Zamieszczone w dodatkach wyprowadzenia i dowody niektórych twierdzeń stanowią bezsprzecznie liczący się wkład naukowy w dziedzinie metod komputerowych dynamiki.

Uwagi szczegółowe

1. Jedno z podstawowych zagadnień rozprawy dotyczy całkowania równań różniczkowych ruchu, w przypadku zmiennych współczynników. Znane z literatury metody całkowania tych równań odnoszą się do równań o stałych współczynnikach. Równowaga sił równania ruchu ustalana jest w określonej chwili i na tej podstawie budowany jest schemat obliczeniowy. W takim przypadku możemy oszacować dokładność oraz określić analitycznie kryteria stabilności metody. W równaniach nieliniowych lub równaniach liniowych o zmiennych współczynnikach zarówno dokładność jak i stabilność szacuje się przy założeniu stałych wartości współczynników w przedziale czasowym, a więc w przypadku zlinearyzowanym. Takie podejście wydaje się zawodne w zastosowaniu do problemów przedstawionych w rozprawie. To też jest źródłem niektórych błędów pokazywanych w pracy (np. na rys. 4.5).

Istnieje metoda czasoprzestrzennej aproksymacji równań różniczkowych. Pozwala ona na opis równania ruchu w sposób ciągły w warstwie czasu. Zmieniające się w przedziale czasu przemieszczenia, prędkości i przyspieszenia uwzględniane są w sposób całkowity, wraz z odpowiednim wpływem nieliniowości. Wynikowe formuły, będące całkami w czasie i przestrzeni, dają dokładniejsze wyniki. Metoda ta przede wszystkim pozwala na poprawne matematycznie sformułowanie schematów krokowych w przypadku zadań o zmiennych współczynnikach. W niektórych zagadnieniach jest jedyną metodą pozwalającą uzyskać wyniki numeryczne. Należałoby w bieżących lub przyszłych pracach wziąć pod uwagę sformułowania czasoprzestrzenne.

2. Z opisu kończącego punkt 1 na str. 44 wynika, że w metodzie punktu środkowego warunek stabilności (2.171) nie jest spełniony przy żadnej wartości kroku czasowego h . Metoda punktu środkowego jest w istocie przykładem rodziny wyższego rzędu metod, zwanych metodami Rungego-Kutty (R-K) i odpowiada metodzie R-K drugiego rzędu. Chociaż przy małych wartościach kroku h prędkość rozbiegania się rozwiązania równania różniczkowego ruchu jest stosunkowo niska, jak można uzasadnić wykorzystanie metody niestabilnej w pracy? Autor powinien rozważyć wybór metody zupełnie innego typu, jak np. metoda Parka-Hausnera. Czy ta metoda w ogóle mogłaby być skutecznie zastosowana? Może należałoby uwzględnić wspomnianą wcześniej metodę czasoprzestrzennej aproksymacji.

3. W przykładzie drugim na str. 71 brakuje informacji, jak uzyskano rozwiązanie dokładne. Obliczenia wykonane programem *Mathematica* wykonywane są zwykle numerycznie. W takim przypadku oszacowanie dokładności własnych obliczeń jest utrudnione. Miarodajne byłoby odniesienie do rozwiązania ścisłego, choć zdajemy sobie sprawę z poważnych trudności z jego uzyskaniem.
4. Z praktycznego punktu widzenia istotne jest oszacowanie kosztu numerycznego poszczególnych algorytmów opracowanych i analizowanych w pracy. Poza oceną czasu obliczeń daje to pewną informację o wielkości błędów zaokrągleń. Czy można poszeregować orientacyjnie pod tym względem opracowane metody?
5. Właściwym opisem Rys. 4.5 byłyby „błąd energii całkowitej”, zamiast „energia całkowita układu”.
6. W Dodatku A4 zamieszczono wyprowadzenia wzorów opisujących operatory T i $T-1$ parametryzacji kanonicznej. Zagadnienie to figuruje w pracy [8], o czym doktorant wspomina w podsumowaniu. Czym kierował się tu autor, poza celem zachowania porządku w pracy?
7. W algorytmach $A1$ i $A2$ w punkcie 3 wektor rotacji Θ wyznaczany jest na podstawie prędkości kątowych \mathbf{W}_n i przyspieszeń kątowych \mathbf{A}_n i \mathbf{A}_{n+1} , a nie na podstawie odpowiednich pochodnych rotacji. Jak jest uzasadnienie wykorzystania tych wielkości? Czy w związku z tym można wykazać, podobnie jak w przypadku klasycznych zastosowań wybranej metody całkowania, stabilność metody i jej zbieżność?
8. Ważnym wynikiem rozprawy są przykłady numeryczne, obrazujące błędy obliczeń, wnoszone przez algorytmy. Jako wartość odniesienia przyjęto wyniki obliczeń uzyskane przy małym kroku całkowania. Niestety, ta część pracy potraktowana jest w części opisowej zbyt lakonicznie. Czytelnik zmuszony jest do samodzielnego porównywania wykresów oraz umieszczania na nich myślowo charakteru rozwiązań dokładnych.
9. W przypadku rozprawy doktorskiej dotyczącej algorytmów obliczeń i symulacji numerycznych wskazane jest zamieszczenie wydruków przykładowych programów komputerowych. Podnosi to przydatność pracy i umożliwia innym ewentualne jej kontynuowanie.

Uwagi porządkowe

- Brak jest podpisów osi na rys. 2.3, 2.4, 2.5.
- Na str. 69 parametrem γ oznaczone dwie różne wielkości.
- Na str. 69 siła w sprężynie oscylatora wynosi kx , nie kx^2 .
- Należy zwrócić uwagę na odmienne znaczenie czasowników pochodzących od „mieć” i „posiadać”.
- Przyimek "dla" jest nagminnie stosowany niezgodnie z zasadami pisowni, w zastępstwie dopełniacza; np. zamiast "algorytmy równań ruchu" lub „algorytmy rozwiązywania równań ruchu” autor pisze „algorytmy dla równań dla ruchu” (str. 79). Tego typu błąd językowy wielokrotnie pojawia się w pracy i utrudnia lekturę.
- „Chwila” odnosi się wyłącznie do czasu; w związku z tym „chwila czasu” nie jest poprawnym określeniem.

Elementy oryginalne

W pracy uzyskano realne wyniki naukowe oraz aplikacyjne. W szczególności wyprowadzone w pracy równania generujące tensory rotacji przekształcono do postaci wyrażonej przez parametry rotacyjne. Podano jawne wyprowadzenia końcowych postaci tych równań w przypadku parametrów Eulera i Cayleya.

Udowodniono, że równanie generujące rotacje przy parametryzacji kanonicznej jest rozwiązywane dokładnie metodą punktu środkowego i zmodyfikowanej metody trapezów. Rezultat ten zobrazowano numerycznie.

Opracowano algorytmy całkowania równań różniczkowych metodami jednokrokowymi. W szczególności sformułowano w ich przypadku w jawnej postaci operatory styczne. Umożliwia to bezpośrednio wykorzystanie wyników pracy przy budowie symulacyjnych programów komputerowych.

Na podstawie wyników testów numerycznych dokonano oceny jakości sformułowanych algorytmów. Ważnym wnioskiem szeregującym metody obliczeniowe są informacje o zachowywaniu bądź nie, pewnych wielkości fizycznych, np. energii czy momentu pędu, a zwłaszcza kierunku wektora momentu pędu.

Uwagi krytyczne mają w zasadzie zadanie porządkujące i nie obniżają wartości merytorycznej pracy. Rozprawa doktorska mgr. inż. Piotra Sadłowskiego pt. *Parametryzacje rotacji i algorytmy rozwiązywania równań dynamiki z rotacyjnymi stopniami swobody* spełnia wymagania stawiane przez Ustawę o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki, z dn. 14 marca 2003 r. (Dz. U. Nr 65, poz. 595) i może być dopuszczona do publicznej obrony.

Czesław Bączek