dr hab. inż. Piotr Kowalczyk
Zakład Metod Komputerowych
IPPT PAN

Warszawa, dn. 29 września 2008 r.

RECENZJA

rozprawy doktorskiej mgra Jakuba Lengiewicza pt.
„Analiza wrażliwości dla zagadnień kontaktowych z tarciem"

Tematem recenzowanej rozprawy jest sformułowanie matematyczne i implementacja numeryczna analizy wrażliwości parametrycznej w obliczeniowych zagadnieniach mechaniki ciał odkształcalnych z kontaktowymi warunkami brzegowymi. Jest to bardzo ważny problem z punktu widzenia praktycznych zastosowań. Analiza wrażliwości jest cennym narzędziem w zastosowaniach m. in. do optymalizacji konstrukcji, rozwiązywania problemów identyfikacji, czy studiów parametrycznych. Tymczasem wyprowadzenie równań analizy wrażliwości dla tak złożonego nieliniowego zagadnienia jak kontakt jest trudnym i ambitnym zadaniem badawczym. Dlatego podjęcie tego zadania przez Doktoranta uważam za słuszne i celowe.

Praca składa się z ośmiu rozdziałów. We wstępnym rozdziale 1 Autor przedstawia motywację podjęcia tematu wraz z licznymi odwołaniami do literatury przedmiotu, oraz cel i zakres pracy. W rozdziale 2 przypomniane są podstawowe równania mechaniki ciał odkształcalnych z kontaktowymi warunkami brzegowymi z tarciem Coulomba, uwzględniające nieliniowości natury geometrycznej. Równania te przedstawione są w postaci różniczkowej, a także, po zastosowaniu regularyzacji warunków kontaktowych metodą rozszerzonych mnożników Lagrange'a, w postaci równań wariacyjnych, bardziej przydatnych do zastosowań obliczeniowych.

Rozdział 3 zawiera sformułowanie analizowanego zagadnienia w postaci dyskretnej, z zastosowaniem formalizmu metody elementów skończonych. Szczególną uwagę Autor poświęca kwestii dyskretyzacji powierzchni kontaktowych i jej konsekwencji dla istnienia i zbieżności rozwiązania. Przedstawia metody numerycznego wygładzania powierzchni, w tym własną oryginalna metodę parametryzacji płatami Béziera w oparciu o układ 9 sąsiadujących węzłów.

Główną część pracy, stanowiącą oryginalne osiągnięcie Autora, stanowią Rozdziały 4–6. W rozdziale 4 Autor formułuje zagadnienie analizy wrażliwości parametrycznej dla klasy problemów omówionej w poprzednich rozdziałach. Przedstawia wady i zalety podejścia perturbacyjnego i analitycznego oraz wyprowadza równania i algorytmy numeryczne służące do zastosowania tego ostatniego. Wykorzystuje tu formalizm metody bezpośredniego różniczkowania (DDM), właściwej dla zagadnień zależnych od ścieżki całkowania po czasie.

Rozdziały 5 i 6 poświęcone są implementacji numerycznej przedstawionych przez Autora sformułowań matematycznych. W rozdziale 5 przedstawia on szczegóły przebudowy i wzbogacenia środowiska programowania AceFEM, służącego do numerycznej analizy zagadnień mechaniki metodą elementów skończonych przy pomocy procedur numerycznych zapisanych w sposób symboliczny, o składniki niezbędne do analizy kontaktu i wrażliwości. W rozdziale 6 przedstawione zostały szczegółowe algorytmy działania elementów kontaktowych, w szczególności dla procedur wykrywania kontaktu, budowy macierzy sztywności oraz wektorów prawych stron dla zagadnienia podstawowego i wrażliwości.

W rozdziale 7 Autor podaje przykłady obliczeń numerycznych, wszechstronnie obrazujących możliwości wyprowadzonych sformułowań i utworzonego oprogramowania. Rozdział 8 zawiera podsumowanie wyników i wnioski na temat obszarów ich zastosowań oraz propozycji kierunków dalszych badań. Całość wieńczy wykaz bibliografii, zawierający 85 dobrze dobranych pozycji.

Rozprawa napisana jest w sposób przejrzysty. Materiał jest spójny i stanowi logiczną całość. Praca przedstawia oryginalne sformułowanie zagadnienia mechaniki zorientowane na zastosowania obliczeniowe i ma duże walory naukowe. Tematyka ma istotne znaczenie praktyczne, ponieważ kontaktowe warunki brzegowe występują w większości nieliniowych problemów inżynierskich, zaś analiza wrażliwości dla takich przypadków nie była dotąd przedmiotem badań, a tym bardziej implementacji numerycznych. Pod względem poziomu naukowego rozprawa niewątpliwie zasługuje na wysoką ocenę.

W treści rozprawy można jednak doszukać się pewnych nieścisłości i niekonsekwencji. Wymienię tu najważniejsze z nich:

1. Na s. 31 w ostatnim akapicie Autor robi uwagę, że wyprowadzone powyżej wzory na całkowanie przestrzenne określonych wyrażeń po objętości elementu skończonego nie dotyczą elementów zawierających np. sformułowania *enhanced strain*, *selective reduced integration*, itp. Powstaje pytanie, czym istotnym różnią się te bardziej zaawansowane sformułowania od przedstawionego w rozprawie, w kontekście ogólnej budowy i postaci równań (nie chodzi mi tu o szczegóły wzorów, ale o naturę ogólnych zależności). Może się bowiem u czytelnika nasunąć w tym miejscu podejrzenie, że przedstawiona dalej metodyka wyprowadzania równań wrażliwości nie obejmuje tych bardziej zaawansowanych sformułowań elementów skończonych, a przecież Autor używa takich elementów w przykładach numerycznych (np. Rozdz. 7.5)

2. Na s. 36_{17-15} Autor wprowadza nieco ograniczające ogólność rozważań założenie, że powierzchnia ciała *master* jest zdyskretyzowana wyłącznie elementami czworobocznymi. Z dalszych rozważań, a w szczególności ze wzoru na pole elementu kontaktowego A_0 podanego w ramce 6.2a, okazuje się, że to samo założenie poczynił on także dla powierzchni *slave*, o czym nie wspomina.

3. Na początku rozdziału 4, gdzie Autor wprowadza pojęcie pochodnej rozwiązania względem parametrów projektowych ϕ_i, brakuje komentarza na temat kwestii istnienia takiej pochodnej. A może ona nie istnieć, m. in. jeżeli parametry projektowe mają naturę dyskretną, a także — i to dotyczy zwłaszcza zagadnienia kontaktowego — jeżeli zależność rozwiązania od tych parametrów nie jest gładka i pochodna ta w określonych punktach i chwilach czasowych jest nieciągła. Powstaje pytanie, jaki wynik dadzą obliczenia programem Autora w takiej sytuacji?

4. Istnieje w pracy pewien konflikt oznaczeń, który, w powiązaniu z przeskokami myślowymi Autora utrudnia zrozumienie wyprowadzenia sformułowania analizy wrażliwości w rozdziale 4. Wcześniej, w rozdziale 3, przez $\mathbf{u}$ oznaczono wektor przemieszczeń węzłowych modelu dyskretnego, który wraz z wektorem mnożników Lagrange'a $\boldsymbol{\lambda}$ stanowi wektor niewiadomych współczynników w sformułowaniu zagadnienia mechaniki z warunkiem kontaktowym. W rozdziale 4.3 to samo oznaczenie $\mathbf{u}$ odnosi się, jak się domyślam, do całego wektora niewiadomych współczynników, czyli zawierającego mnożniki $\boldsymbol{\lambda}$. Ponadto, macierz sztywności $\mathbf{K}$, zdefiniowana jako macierz współczynników po

lewej stronie równania (4.8), nie odpowiada macierzy zdefiniowanej w rozdziale 3 (na poziomie elementu kontaktowego, s. 30 na dole), a w każdym razie związek między obiema definicjami tej macierzy nie jest oczywisty. W rozprawie brakuje mi ramki, analogicznej do ramki 4.3.1, w której algorytm obliczeń problemu podstawowego, czyli problemu mechaniki z warunkiem kontaktowym, byłby przedstawiony z wykorzystaniem oznaczeń i wzorów wyprowadzonych w rozdziale 3.2. Wobec braku takiego przedstawienia trudno przekonać się, że równania wrażliwości wyprowadzone w rozdziale 4 wynikają rzeczywiście ze zróżniczkowania wzorów na zagadnienie mechaniki z warunkiem kontaktowym, wyprowadzonych w rozdziale 3.

5. Na s. 28, w równaniach (3.1)–(3.2), występuje wielkość Ω_0^h, która nie została objaśniona. Przydałby się komentarz, dlaczego ten obszar różni się od obszaru Ω^0 występującego we wzorach (2.10)–(2.11).

6. W ramkach 5.2a i 6.3a pierwsze 2 człony po prawej stronie powinny mieć znak „minus", por. równania (4.2) i (4.8). Z kolei w ramce 6.2c równanie 3 (na miarę długości poślizgu $\Delta\bar{\xi}^{\alpha}$) jest niezgodne z równaniem (6.2) i prawdopodobnie błędne, bo jest to produkt dwóch wektorów z definicji ortogonalnych i tak wyliczona miara powinna być tożsamościowo równa zeru.

7. W przykładach numerycznych w rozdziałach 7.1 i 7.3 Autor zamieścił kolorowe mapy wrażliwości przemieszczeń na wybrane parametry zadania. Szkoda że nie podał podobnych map samych pól przemieszczeń, bez nich bowiem mapy wrażliwości niewiele mówią. W tabeli 7.3.1 podano wyniki błędu obliczeń wrażliwości dla wybranych węzłów, jednak nie sposób się zorientować o które konkretnie węzły chodzi, ponieważ nie opisano ich na rysunku.

8. Na s. 7_{21-18} Autor cytuje liczne prace zawierające sformułowanie wrażliwości w postaci kontynualnej, w tym książkę Kleibera i in. (1997), oraz tylko jedną pracę Michalerisa i in. (1994) poświęconą sformułowaniu dyskretnemu. Dziwi tak mała liczba tych ostatnich, bo jest ich znacznie więcej, a w szczególności właśnie wspomniana książka Kleibera jest poświęcona w przeważającej części sformułowaniom dyskretnym analizy wrażliwości. Wspomniana przy tej okazji praca Choi i Kim (2005) nie znalazła się niestety w wykazie bibliografii.

Język rozprawy jest poprawny; poza nielicznymi literówkami nie dostrzegłem błędów. Można jedynie zarzucić Autorowi nadużywanie przecinków w konstrukcjach językowych typu np. „w przypadku, stosowanego w niniejszej pracy, sformułowania izoparametrycznego..." (s. 29_4).

Podsumowując stwierdzam, że wymienione wyżej uwagi krytyczne nie umniejszają mojej pozytywnej oceny rozprawy. Autor wykazał dobre przygotowanie merytoryczne i dużą dojrzałość badawczą w podejściu do tematu. Uważam, że przedłożona przez niego rozprawa spełnia wymogi ustawy o stopniach naukowych i wnioskuję o dopuszczenie Autora do publicznej obrony jej tez.