Prof. dr hab. Zbigniew Peradzyński
Instytut Matematyki stosowanej I Mechaniki
Uniwersytet Warszawski, i
Instytut Podstawowych Problemów Techniki
Polskiej Akademii Nauk

Warszawa 19.10.2005

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr Vasyla Kovalchuka
pt.
„Nonlinear Models of Collective and Internal Degrees of Freedom in Mechanics and Field Theory. Symmetry Problems"

"

Praca doktorska mgr Vasyla Kovalchuka stanowi w istocie dość obszerną anglojęzyczną monografię (łącznie ze wstępem i spisem treści około 180 stron), poświeconą problemom badania modów kolektywnych w mechanice układów wielocząstkowych oraz w teoriach pola. Rozwijana przez autora teoria ma charakter geometryczny obejmuje zarówno aspekty klasyczne jak i kwantowe i jest kontynuacją prac prowadzonych w grupie prof. Sławianowskiego.
Pomimo tego, że rozprawa łączy ze sobą różne wątki a więc mechanikę analityczną układów o skończonej liczbie stopni swobody, mechanikę ośrodków ciągłych, klasyczną teorię pola i mechanikę kwantową to jednakże istnieje pewien wspólny mianownik, którym jest

a) od strony matematycznej -analiza występujących tam symetrii (a więc niezmienniczości) stanowiących tam unifikującą podstawę.
b) Od strony fizycznej, wymuszana przez praktykę, potrzeba zredukowania zagadnienia do skończonej i możliwie małej ilości stopni swobody. Z sytuacją taką spotykamy się np. w obliczeniach numerycznych stosując metodę Galerkina lub metodę momentów.

Punktem wyjścia autora jest ogólna analiza kolektywnych stopni swobody. Są to efektywne stopnie swobody (efektywne są oczywiście tylko wtedy, gdy ich liczba jest niewielka), które decydują w dobrym przybliżeniu o jakościowym charakterze zjawiska,a przy tym, w dobrym przybliżeniu, jako funkcje czasu spełniają zamknięty układ równań różniczkowych zwyczajnych. Możemy powiedzieć, że mamy wtedy skończenie wymiarowy model zjawiska. Procedura taka może być przeprowadzona na wiele sposobów, w sposób mniej lub bardziej mechaniczny. Pomocna okazuje się tu analiza symetrii problemu. Analiza symetrii równań i zasad wariacyjnych leżących u podstaw teorii pozwala na głębsze zrozumienie struktury tej teorii, ułatwia też znajdywanie rozwiązań, często w skończonej, analitycznej postaci. Bardzo ważny jest problem w pewnym sensie „odwrotny", kiedy przyjęte z góry postulaty symetrii ograniczają klasę możliwych, zgodnych z nimi (skończenie wymiarowych) modeli, często wręcz jednoznacznie określając taki model. Takim właśnie podejściem do grup symetrii w sposób systematyczny zajmuje się autor. Założone grupy symetrii wiążą się z reguły z geometrią przestrzeni fizycznej, a także, w przypadku teorii pola i teorii kontinuum z wewnętrznymi stopniami swobody, z geometrią tzw. przestrzeni wewnętrznych, w tym z geometrią opisującą mikrostrukturę układu.

Rozprawa składa się ze wstępu, czterech obszernych rozdziałów i dodatku, w którym omówione zostały ogólne podstawy teorio-grupowego opisu układów oraz podstawowe zasady standardowej procedury kwantowania..

W **rozdziale pierwszym** autor omawia podstawowe pojęcia, które potem są używane w dalszych częściach pracy. Definiuje, więc pojecie kolektywnych stopni swobody (modów kolektywnych) oraz tzw. wewnętrznych stopni swobody dla układów wielocząstkowych bądź układów ciągłych. Wewnętrzne stopnie to te, dla których fizyczna rozciągłość układu (podukładu) nie jest istotna – np. obroty bryły sztywnej są równoważne obrotom punktu materialnego wyposażonego w moment bezwładności. Przypomina metodę Galerkinowskich rozwinięć oraz metody momentowe, i pokazuje, w jaki sposób i kiedy ich skończenie wymiarowe obcięcia (dyskretyzacje) mogą być interpretowane jako układy mechaniczne z holonomicznymi więzami.
Z reguły tego typu więzy mają coś wspólnego z geometrią przestrzeni fizycznej lub geometrią wewnętrznych zmiennych mikrostrukturalnych. Jest np. ciekawym faktem, że metoda współczynników wirialnych stosowana skutecznie w astrofizyce, geofizyce, ogólniej w dynamice dużych skupisk materii,opiera się na sprzężeniu techniki Galerkinowskiej z wyborem wielomianów afinicznych jako funkcji bazowych (modów) używanych do obliczania momentów.
Autor, unikając pewnych pomyłek popełnionych przez Eringena w jego teorii ośrodków mikromorficznych wyższego stopnia sformułował technikę opartą na wielomianach, w jakimś sensie nawiązującą do dawnych idei prof. Henryka Zorskiego. Przeprowadzona dyskusja pokazuje, że może być ona użyteczna zarówno w dyskusji kolektywnych zjawisk długofalowych w makroskopowych próbkach materii, jak i w opisie wewnętrznych stopni swobody ośrodków ze strukturą.
Szczególny nacisk został położony na przypadek rozwinięć wielomianowych pierwszego stopnia, użytych przez Eringena i jego szkołę do opisu mikrostruktury (jest to np. najprostszy model dla ciągłej granicy dynamiki kryształów molekularnych, gdy mamy do czynienia z agregatem dużych molekuł, dla których wiodącymi modami ruchu są translacje, obroty i deformacje jednorodne). Warto tu zauważyć, ze model ciała, którego przestrzeń konfiguracyjna jest przestrzenią grupową grupy afinicznej jest naturalnym uogólnieniem dynamiki bryły sztywnej. Jest to najprostszy model o skończenie-wymiarowej przestrzeni konfiguracyjnej, który zawiera zarówno obroty sztywne jak i deformacje.

W **rozdziale drugim** autor rozwija teorię układów mechanicznych związanych z grupą przekształceń afinicznych. Konstruuje modele matematyczne układów, dla których energia kinetyczna dana jest poprzez tensor metryczny na rozmaitości grupowej lewo lub prawo niezmienniczy (bądź tez lewo i prawo jednocześnie) względem przekształceń afinicznych. Są to tzw. modele ruchów geodezyjnych. Trajektoriami są tu geodezyjne. Niektóre z tych modeli opisują coś w rodzaju sprężystych wibracji pomimo tego, że na energię całkowitą składa się tylko energia kinetyczna. Oprócz modeli geodezyjnych rozważane są tu również modele wyposażone w energię potencjalną. Autor wyraża również układ równań Hamiltona dla modeli z grupą afiniczną poprzez nawiasy Poissona, oraz definiuje tzw. rozkład dwubiegunowy, istotny dla całkowalności równań ruchu zarówno klasycznych jak i ich kwantowych odpowiedników. Uogólnia też otrzymane rezultaty na przypadek geometrii rzutowej.

Rozdział trzeci zawiera obszerne wprowadzenie do teorii kwantowej. W szczególności autor omawia kwantową wersję teorii modów kolektywnych i modów wewnętrznych. Dokonuje Schroedingerowskiej kwantyzacji omawianych wcześniej równań klasycznych i pokazuje jak poprzez pewnego rodzaju procedurę algebraizacji można zredukować problem z n^2 stopniami swobody, tzn. problem rozwiązania równania Schroedingera z n^2 zmiennymi niezależnymi, do problemu z n stopniami swobody, którymi są inwarianty deformacji. Dyskutuje problem wieloznaczności funkcji falowej i wynikających stąd tzw. zasad superselekcji. Zauważa związki z teorią zupełnie całkowalnych jednowymiarowych sieci i przedstawieniem Laxa. Wskazuje na pewne możliwości zastosowania otrzymanych rezultatów w fizyce jądrowej (kroplowy model wieloskładnikowego jądra).

W Rozdziale czwartym autor koncentruje się na zastosowaniach idei symetrii afinicznych oraz konforemnych w teorii pola. Badając modele oparte na grupie pseudounitarnej SU(2,2), która jest grupą nakrywającą dla grupy konforemnej i poczynając od porównania ogólnie relatywistycznej teorii równania Diraca z pewnym jej uogólnieniem zrobionym przez prof. Sławianowskiego, dochodzi do tzw. równania Kleina–Gordona–Diraca, którego lewa strona jest kombinacją operatora falowego i operatora Diraca. Nie jest to wbrew pozorom zagadnienie odległe od „tradycyjnej" mechaniki. Pozostaje ono w związku z problemami fizycznymi opisywanymi przez „parametr porządku" typu „bispinorowego". Jako przykład można tu wskazać na zagadnienia nadprzewodnictwa i nadciekłości, gdzie mamy do czynienia z makroskopowymi aspektami zjawisk kwantowych, właśnie z kolektywnym parametrem porządku o formalnej strukturze klasycznego pola falowego opisującego jednocześnie pewne makroskopowe, kolektywne, aspekty zjawisk kwantowych.
Następnie autor znajduje rozwiązania wyżej wspomnianego równania w postaci superpozycji dwu fal harmonicznych o różnych masach oraz reguły mnożenia dla bispinorów Diraca o różnych masach. Rozważa też rozmaite przypadki graniczne, gdy masy stają się równe, bądź też, gdy jedna z nich staje się równa zero. Analizuje też przypadek, gdy w równaniu Kleina-Gordona-Diraca dominujący jest człon związany z równaniem Kleina Gordona i zauważa formalne podobieństwo do przypadku ruchu cząstki w zewnętrznym polu sił. W rozdziale tym przy użyciu formalizmu lagranżowskiego wyprowadzone zostało również wyrażenie na postać tensora energii pędu oraz wyrażenie na tzw. cztero-prąd, co pozwoliło z kolei na sformułowanie równań kanonicznych będących punktem wyjścia do procedury kwantowania równań pola, jakimi są równania Kleina-Gordona - Diraca. Podaje też związki pomiędzy funkcją falową, funkcją Greena oraz warunkami początkowymi.

Można, więc powiedzieć, że rozprawa jest w dużej mierze udaną próbą **opracowania** zarówno ogólnego schematu teoretycznego, jak i pewnych metod rachunkowych dotyczących kwantowania zagadnień pojawiających się w nanoskali, np. w teorii fullerenów itp., gdzie zachodzi jednocześnie konieczność używania pojęć klasycznych, jak i kwantowych. Jest to bardzo aktualne w perspektywie aktualnie lansowanych programów badania struktury ośrodków w skali od struktury atomowej, molekularnej i supramolekularnej, aż do własności materiałowych i inżynierii materiałowej. Obecne doświadczenia z pojedyńczymi mikroobiektami, jak „zamrożone" atomy i molekuły, a także odpowiednie problemy w skali materii skondensowanej czynią tego rodzaju badania bardzo aktualnymi i w związku z tym, kierunek przyjęty w pracach V.Kovalchuka wydaje się być perspektywiczny zarówno na poziomie czystej teorii, jak i zastosowań.

Podsumowując

Praca doktorska pana mgr Vasyla Kovalchuka zawiera szereg nietrywialnych i oryginalnych rezultatów, których sformułowanie wymaga dużej wiedzy z zakresu współczesnej geometrii różniczkowej, teorii pola, teorii grup, ogólnej teorii względności i mechaniki kwantowej. Uzyskane prze Mgr Kovalchuka wyniki zostały opublikowane. Jest autorem bądź współautorem 8 prac, (z czego 6 w czasopismach z listy filadelfijskiej). Gdyby pozostały dorobek naukowy autora był większy to wyniki zawarte w pracy doktorskiej mogłyby z powodzeniem, zarówno pod względem poziomu jak i rozległości, stanowić podstawę do ubiegania się o habilitację. W moim przekonaniu przedłożona do recenzji rozprawa znacznie przekracza wymagania stawiane pracom doktorskim przez Ustawę o Stopniach i Tytule Naukowym i zasługuje na wyróżnienie. W związku z powyższym wnoszę o dopuszczenie jej do publicznej obrony.