

Instytut Podstawowych Problemów Techniki
Polskiej Akademii Nauk



Rozprawa doktorska

**Numeryczna rekonstrukcja pola prędkości
fali akustycznej na podstawie analizy
sygnałów ultradźwiękowych**

Piotr Karwat

Promotor: dr hab. Jurij Tasinkiewicz

Warszawa 2017

*Składam serdeczne podziękowania wszystkim,
bez których ta praca nie mogła by powstać.
W szczególności pragnę podziękować*

*dr. hab. Jurijowi Tasinkiewiczowi, promotorowi tej pracy,
za pomoc merytoryczną*

*prof. Jerzemu Litniewskiemu,
za motywację i cierpliwość*

*dr. Ziemowitowi Klimondzie oraz dr. Norbertowi Żółkowi,
za pomoc i życzliwą krytykę*

*koleżankom i kolegom z pracy,
za stworzenie milej atmosfery naukowej (i nie tylko)*

*moim rodzicom,
za wsparcie i zachętę*

*mojej żonie Magdalenie oraz córkom Wiktorii i Marcie,
za cierpliwość, wyrozumiałość i wsparcie w trudnych chwilach*

Abstract

Introduction

Ultrasonic imaging is a widely used tool for medical non-invasive diagnosis of soft tissues. Reconstruction of ultrasound images requires an information on the speed of sound distribution in a tissue being imaged. This information is not available in pulse-echo ultrasound scanners, thus the sound speed distribution is assumed to be uniform and equal 1540 m/s which corresponds to an average value of the sound speed in soft tissues. This simplification, however, leads to aberrations in the resulting images.

A technique, that could provide the missing sound speed information, would enable a more accurate reconstruction of the ultrasound images, free from the aberrations mentioned above. Moreover, the newly obtained data would be a valuable diagnostic information itself. If, in addition, the aforementioned sound speed reconstruction technique was able to work in real time, then it would make a great, positive impact on a diagnostic value of the ultrasonic imaging.

Latest sound speed reconstruction technique known as CUTE (Computed Ultrasound Tomography in Echo mode), depending on its version, either provides inaccurate results or is unable to operate in real-time. The algorithm Q-CUTE (Quick-CUTE) introduced in this work is computationally efficient, and still provides results of good quality.

Methodology

As in the case of the CUTE algorithm, the Q-CUTE utilizes complex LRI's (Low-Resolution Images) as an input signal. The LRI's are obtained with use of the CPWI (Compound Plane Wave Imaging) technique that involves a number of unfocused emissions at various angles. Pixelwise phase shifts between two different LRI's are a useful part of the input signal.

In this work, the LRI's used as the input signal were generated numerically, based on a given sound speed distribution. Results provided by the Q-CUTE were compared against those obtained with use of two versions of CUTE, namely CUTE-FD (with processing in Frequency Domain) and CUTE-SD (with processing in Spatial Domain). The comparative analysis included a qualitative assessment of selected sound speed images, as well as a quantitative analysis covering a wider range of sound speed distributions used to generate the LRI's.

Results and Conclusions

The sound speed images obtained with use of the Q-CUTE proved to be of much higher quality than those provided by the CUTE-FD, and comparable to the results of the CUTE-SD. Moreover, the computational complexity of the Q-CUTE is much lower than in case of any of the reference algorithms. This feature makes it possible to implement the Q-CUTE method for real-time operation at non-reduced pixel resolution of a typical LRI. This, in turn, paves the way to an efficient aberration correction in the B-mode imaging, as well as makes a foundation for a new modality in the ultrasonic imaging.

Spis treści

1	Wstęp.....	1
1.1	Prędkość dźwięku w tkankach	1
1.2	Prędkość w obrazowaniu ultradźwiękowym.....	3
1.3	Korekcja aberracji i obrazowanie prędkości – rys historyczny	4
1.4	Motywacja do opracowania nowej metody obrazowania prędkości	6
2	Teoria	7
2.1	Wprowadzenie.....	7
2.2	Odbiciowe metody obrazowania ultradźwiękowego	9
2.3	Rekonstrukcja obrazów ultradźwiękowych w metodzie CPWI	12
2.4	Sygnał wejściowy dla metod obrazowania prędkości	14
2.5	Opóźnienia na drogach nadawczych dla metody CPWI.....	15
2.6	Zagadnienie odwrotne	18
2.6.1	Metoda CUTE-SD	18
2.6.2	Metoda CUTE-FD	19
2.6.3	Metoda Q-CUTE	22
2.7	Regularyzacja.....	29
2.7.1	Regularyzacja dla metod CUTE-FD i CUTE-SD.....	29
2.7.2	Regularyzacja dla metody Q-CUTE	30
2.8	Obrazowanie prędkości w czasie rzeczywistym	35
2.8.1	Złożoność obliczeniowa.....	35
2.8.2	Częstotliwość odświeżania.....	38
3	Metodologia.....	41
3.1	Tor przetwarzania sygnałów	41
3.2	Rekonstrukcja rozkładów prędkości.....	44
3.2.1	Algorytm CUTE-SD.....	45

3.2.2	Algorytm CUTE-FD	47
3.2.3	Algorytm Q-CUTE	48
3.3	Ocena jakości obrazowania.....	51
3.4	Optymalizacja współczynników regularyzacji.....	53
4	Wyniki.....	61
4.1	Wyniki optymalizacji współczynników regularyzacji.....	61
4.2	Porównanie jakości obrazowania	65
4.2.1	Jednorodny rozkład prędkości	66
4.2.2	Rozkład prędkości zawierający wtrącenie warstwowe	68
4.2.3	Rozkład prędkości zawierający wtrącenie okrągłe	76
4.3	Dyskusja	83
5	Podsumowanie	87
6	Bibliografia.....	89
7	Załączniki	93
7.1	Wyprowadzenie wzoru na $\Delta\sigma_x$	93
7.2	Liczba iteracji w optymalizacji λ dla algorytmu CUTE-SD	94

1 Wstęp

Diagnostyka obrazowa jest jednym z podstawowych narzędzi współczesnego lekarza. Wachlarz dostępnych metod nieinwazyjnego obrazowania ciała człowieka obejmuje szereg technik takich jak obrazowanie rentgenowskie, nuklearne, czy rezonans magnetyczny. Na szczególną uwagę zasługują metody obrazowania ultradźwiękowego, które oferują coraz więcej modalności działających w czasie rzeczywistym. Oprócz standardowego obrazowania struktur tkankowych w tzw. trybie B-mode (ang. Brightness Mode), możliwe jest obrazowanie przepływu krwi w różnych trybach Dopplerowskich, oraz ocena twardości tkanek w trybie elastografii. To z kolei skutkuje szerokim polem zastosowań diagnostyki ultradźwiękowej. Należy także podkreślić, że w odróżnieniu od wykorzystujących promieniowanie jonizujące technik rentgenowskich i nuklearnych, metody ultradźwiękowe nie stanowią obciążenia dla zdrowia pacjentów. Co więcej, koszty funkcjonowania gabinetu diagnostyki ultradźwiękowej są relatywnie niskie. Powyższe cechy sprawiły, że metody obrazowania ultradźwiękowego są szeroko stosowane w diagnostyce medycznej.

Mimo szerokich możliwości oferowanych dzisiaj przez metody obrazowania ultradźwiękowego, ich potencjał wciąż nie jest w pełni wykorzystany. W ramach tej pracy przybliżona zostanie kwestia prędkości propagacji fali ultradźwiękowej w badanych tkankach. Ze względu na jej wartość diagnostyczną oraz znaczenie dla jakości klasycznego obrazowania ultradźwiękowego, uzasadnione jest poszukiwanie metod jej rekonstrukcji. Celem przyświecającym tej pracy było opracowanie metody rekonstrukcji w czasie rzeczywistym przestrzennego rozkładu prędkości dźwięku dla obrazowania w dominującym dziś trybie odbiciowym.

1.1 Prędkość dźwięku w tkankach

Według (Nowicki, 2003) prędkość dźwięku c w ludzkich tkankach zawiera się w przedziale od ok. 650 m/s w płucach do ok. 4000 m/s w kości czaszki. Jeśli ograniczymy się do litych tkanek miękkich, to zakres prędkości zawęzi się do przedziału od ok. 1450 m/s do ok. 1630 m/s odpowiednio w tkankach tłuszczowej i mięśniowej. Podobna zależność występuje w przypadku gęstości ρ : dla litych tkanek miękkich jest ona bliska 1 g/cm^3 podczas gdy dla płuc i kości czaszki kształtuje się na poziomie odpowiednio ok. 0.4 i 1.6 g/cm^3 .

Porównując przedstawione w Tabeli 1 wartości prędkości w litych tkankach miękkich podawane przez (Nowicki, 2003) i (Cobbold, 2007) można zauważyć pewne rozbieżności. Nie oznacza to, że jedne pomiary zostały wykonane dokładniej niż drugie. Okazuje się, że tkanki, nawet jeśli są tego samego rodzaju, mogą istotnie różnić się między sobą. Na prędkość dźwięku w tkance bezpośredni

wpływ ma m.in. zawartość kolagenu i tłuszczu. Ta z kolei zależy od takich czynników jak wiek, kondycja, tryb życia, sposób odżywiania, uwarunkowania genetyczne, itp.

Kolejnym źródłem wahań w prędkościach dźwięku w obrębie jednego rodzaju tkanki może być stan chorobowy. Struktura tkanki w obrębie np. guza nowotworowego jest inna niż w tkance zdrowej, co w wielu przypadkach implikuje różnice prędkości. Powiązanie zmiany prędkości ze stanem chorobowym niesie ze sobą nowe możliwości diagnostyczne. Zaznaczmy, że wyniki pomiarów przytoczone w (Nowicki, 2003) oraz w (Cobbold, 2007) w założeniu dotyczą jedynie tkanek zdrowych.

Istotne różnice prędkości mogą również być skutkiem zmian temperatury. Zgodnie z (Bilaniuk & Wong, 1993) prędkość dźwięku w czystej wodzie w temperaturze 20°C wynosi ok. 1482 m/s podczas gdy w temperaturze 37°C jest już w przybliżeniu równa 1524 m/s. Podobnych zmian można oczekiwać w odniesieniu do tkanek o dużym udziale wody. W istocie, wzrostowi temperatury w tkankach miękkich towarzyszy wzrost prędkości, co znajduje potwierdzenie w wynikach pomiarów przytoczonych w (Bamber & Hill, 1979). Wyjątkiem od tej reguły jest tkanka tłuszczowa i organy o znacznym jej udziale – tam prędkość maleje wraz ze wzrostem temperatury.

Tabela 1 Zestawienie prędkości propagacji fali ultradźwiękowej oraz gęstości dla wybranych rodzajów tkanek według różnych publikacji

Źródło	(Nowicki, 2003)		(Cobbold, 2007)		
	Prędkość c [m/s]	Gęstość ρ [g/cm ³]	Prędkość c [m/s]	Gęstość ρ [g/cm ³]	
Oko	Ciałko szkl.	1520	1.000	1528	1.010
	Soczewka	–	–	1645	1.070
	Rogówka	–	–	1586	1.076
Tkanka mięśniowa	Ogółem	1580 – 1630	1.070	1547	1.050
	Szkieletowa	–	–	1580	1.050
	Serca	–	–	1576	1.060
Krew	Ogółem	1570	1.060	1584	1.060
	Krwinki	–	–	1627	1.093
	Osocze	–	–	1543	1.027
Ściana naczyń	1570	1.060	–	–	
Skóra	1500	1.080	1615	1.090	
Tkanka tłuszczowa	1450	0.920	1478/1450/1465*	0.950/0.985*	
Gruzoł piersiowy	–	–	1510	1.020	
Wątroba	1560	1.060	1595	1.060	
Nerka	1550	1.040	1560	1.050	
Śledziona	–	–	1567	1.054	
Jądra	–	–	1595	1.044	
Rdzeń kręgowy	–	–	1542	1.038	
Mózg	1540 – 1560	1.030	1560	1.040	
Kość czaszki	4000	1.380 – 1.810	–	–	
Płuca	650 – 1180	0.300 – 0.500	–	–	
Woda	1490	1.000	–	–	
Powietrze	330	0.0012	–	–	

* autor przytacza kilka różnych źródeł

1.2 Prędkość w obrazowaniu ultradźwiękowym

Ograniczenie pola zastosowań obrazowania ultradźwiękowego

Z powodu dużych różnic w impedancji akustycznej (iloczynnie prędkości i gęstości) tkanek miękkich i kostnych oraz powietrza, fale ultradźwiękowe padające na granice pomiędzy tymi ośrodkami ulegają niemal całkowitemu odbiciu. Energia fali, która przedostanie się przez taką barierę, następnie zostanie rozproszona wstecznie i ponownie pokonując granicę ośrodków powróci do głowicy ultradźwiękowej, jest często niedetekowalna. Struktury tkankowe znajdujące się poniżej takich przeszkód są więc trudne lub niemożliwe do obrazowania metodą ultradźwiękową. W praktyce diagnostyki ultradźwiękowej są wprawdzie sytuacje, w których transmituje się falę przez struktury kostne pomimo związanych z tym problemów. Za przykład może posłużyć tzw. badanie TCD (ang. Transcranial Doppler) czyli przezczaszkowe dopplerowskie badanie przepływu w naczyniach mózgowych. Niemniej jednak metody obrazowania ultradźwiękowego są stosowane głównie w obszarach pozbawionych dużych różnic w impedancji akustycznej, tj. w tkankach miękkich. Badanie organów jamy brzusznej, piersi i tarczycy, detekcja i monitorowanie zmian nowotworowych ww. organów, diagnostyka płodu, echokardiografia (przezprzełykowa lub przezklatkowa – tutaj do transmisji wykorzystuje się przestrzenie międzyzębrowe), dopplerowskie badania przepływu krwi w diagnostyce żyłaków, tętniaków i miażdżycy – to tylko wybrane pola zastosowań technik obrazowania ultradźwiękowego.

Klasyczne obrazowanie ultradźwiękowe w trybie odbiciowym

W klasycznym ultradźwiękowym obrazowaniu tkanek miękkich w trybie odbiciowym rozkład prędkości dźwięku w badanym obszarze nie jest znany. Dla potrzeb rekonstrukcji obrazów przyjmuje się, że prędkość jest w całym obszarze obrazowania równa 1540 m/s, co odpowiada jej średniej wartości w tkankach miękkich. Założenie to jest źródłem aberracji – odpowiedź impulsowa systemu obrazującego, tzw. PSF (ang. Point Spread Function), ulega rozmyciu i w rezultacie zmniejsza się rozdzielczość, kontrast oraz stosunek sygnał-szum rekonstruowanych obrazów. Kolejną konsekwencją niewłaściwie dobranej prędkości dźwięku jest obecność geometrycznych zniekształceń w wyjściowych obrazach. W kontekście klasycznego obrazowania ultradźwiękowego zróżnicowanie tkanek pod kątem prędkości dźwięku jest więc czynnikiem wpływającym negatywnie na jakość diagnostyki.

Obrazowanie parametryczne w trybie odbiciowym

To, co w klasycznym obrazowaniu w trybie odbiciowym było czynnikiem negatywnym (np. nieznaną rozkład prędkości i tłumienia), w rzeczywistości niesie ze sobą istotne informacje diagnostyczne. Obrazowanie parametryczne jest próbą wydobycia tych informacji z sygnałów ultradźwiękowych. Metody rekonstrukcji przestrzennego rozkładu współczynnika tłumienia (Klimonda, Postema, Nowicki, & Litniewski, 2016) oraz prędkości dźwięku (Jaeger & Frenz, 2015) umożliwiają dostęp do nowego typu danych, do tej pory niedostępnych dla lekarzy-diagnostów.

Wszelkie próby obrazowania parametrycznego w trybie odbiciowym są niestety utrudnione ze względu na interferencyjny charakter sygnału odebranego – echa odbite od różnych struktur tkankowych nakładają się. Wprawdzie w wyniku rekonstrukcji stosunek sygnału właściwego do sygnałów interferujących ulega istotnej poprawie, jednak należy pamiętać, że sam proces rekonstrukcji jest obciążony aberracjami wynikającymi m.in. z nieznaności rozkładu prędkości dźwięku.

Obrazowanie zmian temperatury

Obrazowanie nie samej prędkości, lecz jej zmian w funkcji czasu jest łatwiejsze ze względu na znany sygnał referencyjny. Dzięki skorelowaniu prędkości z temperaturą, tego typu podejście może być stosowane w monitorowaniu przestrzennego rozkładu zmian temperatury w czasie, co było przedmiotem badań opisanych m.in. w (Miller, Bamber, & ter Haar, 2004), (Pernot, Tanter, Bercoff, Waters, & Fink, 2004), (Souchon, i inni, 2005) oraz (Karwat, Kujawska, Lewin, Secomski, Gambin, & Litniewski, 2016). Takie narzędzie jest szczególnie przydatne w terapii ultradźwiękowej, tzw. HIFU (ang. High Intensity Focused Ultrasound) do oceny prawidłowości położenia ogniska ultradźwiękowej wiązki grzejącej.

Transmisyjna tomografia ultradźwiękowa

Transmisyjna tomografia ultradźwiękowa, tzw. UTT (ang. Ultrasound Transmission Tomography) opisana między innymi w (Opielinski & Gudra, Three-dimensional reconstruction of biological objects' internal structure heterogeneity from the set of ultrasonic tomograms, 2004), (Opielinski & Gudra, Multi-parameter ultrasound transmission tomography of biological media, 2006) oraz (Opielinski, i inni, 2015), była pierwszą metodą pozwalającą na rekonstrukcję obrazów prędkości fali akustycznej. Co więcej, jakość obrazowania parametrycznego tą metodą jest wyższa, niż w przypadku rozwiązań dla trybu odbiciowego. Pomimo niewątpliwych zalet jest ona jednak mało rozpowszechniona ze względu na niewielkie pole jej zastosowań w diagnostyce medycznej, które ogranicza się do badań np. piersi, a w ogólności – organów z dookólnym dostępem, niezawierających tkanki kostnej.

W ramach UTT wykonuje się m.in. pomiar czasów przejścia ultradźwięków przez badaną tkankę w kolejnych projekcjach. Wyznaczenie odwrotnej transformaty Radona, tzn. przetworzenie tych danych do postaci przestrzennego rozkładu prędkości dźwięku odbywa się z wykorzystaniem algorytmu filtrowanej projekcji wstecznej. Na podobnej zasadzie z amplitud odebranych sygnałów otrzymywane są rozkłady współczynnika tłumienia.

1.3 Korekcja aberracji i obrazowanie prędkości – rys historyczny

Korekcja aberracji fazowych

Początkowo problem aberracji w obrazowaniu ultradźwiękowym był uproszczony poprzez założenie, że ich źródłem jest płytko położona warstwa wprowadzająca nieznane opóźnienia fazowe. W tym podejściu poszukiwanym rozwiązaniem był zestaw opóźnień korygujących, po jednym dla każdego elementu wieloelementowej głowicy ultradźwiękowej. Najprostsze rozwiązania wykorzystywały sygnał odbity od idealnego punktu lub powierzchni (Dorny, 1978). Użyteczność tego podejścia jest niewielka, gdyż takie reflektory są w praktyce niedostępne w obrębie badanych tkanek. W pracach (Flax & O'Donnell, 1988) oraz (O'Donnell & Flax, 1988) autorzy wykazują, że sygnały od idealnego reflektora nie są niezbędne do korekcji aberracji, która mogłaby być zastosowana w koherentnych systemach obrazujących z próbkowaną aperturą. Zastosowali oni swoją metodę korelacyjną do sygnałów ech od punktowych reflektorów oraz rozsianych rozpraszaczy. Dla tych drugich metoda działała dobrze w postaci iteracyjnej.

Kilka modyfikacji metody korelacyjnej zostało zaproponowanych w (Behar, 2002). Autor nazywa metodę przedstawioną w (Flax & O'Donnell, 1988) techniką „sąsiadujących elementów” i proponuje szereg modyfikacji – tzw. metod “elementu centralnego”, “grupy elementów zaczynając od pierwszego elementu” oraz “centralnej grupy elementów”. Opisane modyfikacje polegają na zmianach w obszarze odniesienia dla algorytmu korelacji wzajemnej.

Kolejnym podejściem do problemu korekcji aberracji fazowych była metoda przedstawiona w (Nock & Trahey, 1989). Autorzy zwracają uwagę, że aberracje zwiększają pozaszczytową odpowiedź PSF systemu obrazującego zmniejszając w ten sposób dynamikę wynikowych obrazów. Proponują oni metodę wykorzystującą jasność ziarna obrazów ultradźwiękowych jako parametr jakości ogniskowania. W metodzie tej opóźnienia fazowe są modyfikowane element po elemencie tak, aby zmaksymalizować średnią jasność ziaren obrazu w obszarze zainteresowania – tzw. ROI (ang. Region of Interest).

Korekcja średniej prędkości dźwięku

Z czasem rozwiązania problemu aberracji zaczęto poszukiwać nie w zestawie opóźnień fazowych, lecz w optymalnej wartości prędkości dźwięku użytej w procesie rekonstrukcji obrazów. W założeniu parametry opisujące jakość obrazowania powinny osiągać maksimum dla obrazów zrekonstruowanych z użyciem optymalnej wartości prędkości.

Technika opisana w (Napolitano, i inni, 2006) polega na wielokrotnej rekonstrukcji obrazu, za każdym razem z założoną inną prędkością dźwięku. Następnie wykonywana jest poprzeczna transformata Fouriera dla wybranego ROI w każdym ze zrekonstruowanych obrazów. Otrzymane widma są całkowane w pewnym paśmie częstotliwości. Prędkość dźwięku użyta do rekonstrukcji obrazu, który dał największą wartość energii w tym paśmie, jest uważana za optymalną dla wybranego ROI. Z kolei metoda opisana w (Yoon, Seo, Lee, Yoo, Song, & Chang, 2012) działa w podobny sposób ale zamiast analizy widma używa parametru wyrazistości krawędzi, który odpowiada średniemu gradientowi w obszarach zakwalifikowanych uprzednio jako krawędzie.

Rekonstrukcja lokalnych wartości prędkości dźwięku

Najnowsza metoda estymacji prędkości dźwięku została przedstawiona pod nazwą CUTE (ang. Computed Ultrasound Tomography in Echo Mode) w pracach (Jaeger, Held, Preisser, Peeters, Grunig, & Frenz, 2014) oraz (Jaeger & Frenz, 2015). Technika ta pozwala rekonstruować przestrzenny rozkład prędkości dźwięku umożliwiając zarówno korekcję aberracji w klasycznym obrazowaniu ultradźwiękowym jak i realizację nowej modalności obrazowania parametrycznego, do tej pory niedostępnej w trybie odbiciowym. Metoda CUTE wykorzystuje różnice fazy pomiędzy zrekonstruowanymi zespolonymi obrazami uzyskanymi za pomocą techniki obrazowania falą płaską, tzw. CPWI (ang. Compounded Plane Wave Imaging) opisaną m.in. w (Montaldo, Tanter, Bercoff, Benech, & Fink, 2009) oraz w (Bercoff, i inni, 2011). Różnice faz są wykorzystywane do obliczania odpowiadających im przesunięć czasowych. Znając macierz przekształcenia rozkładu prędkości lokalnej na przesunięcia czasowe, wystarczy jedynie odwrócić tę macierz aby obliczyć rozkład prędkości dźwięku. W pierwszym podejściu, które zostało zaprezentowane w (Jaeger, Held, Preisser, Peeters, Grunig, & Frenz, 2014), autorzy zaproponowali rozwiązanie problemu w dziedzinie częstotliwości przestrzennych – na potrzeby tej pracy nazwijmy tę metodę CUTE-FD (ang. Frequency Domain). Algorytm CUTE-FD jest obliczeniowo efektywny, jednak generuje wyniki obarczone błędami wynikającymi z niemożności uwzględnienia stref martwych w obrazowaniu metodą CPWI. Dlatego w (Jaeger & Frenz, 2015) autorzy zaproponowali rozwiązanie w dziedzinie przestrzennej – na potrzeby tej pracy nazwijmy tę metodę CUTE-SD (ang. Spatial Domain). Metoda CUTE-SD jest wolna od wspomnianych błędów. Wadą tej metody jest natomiast znacznie zwiększone skomplikowanie obliczeniowe, co ogranicza możliwość jej stosowania w pomiarach w czasie rzeczywistym.

1.4 Motywacja do opracowania nowej metody obrazowania prędkości

Opracowanie dokładnej i efektywnej obliczeniowo metody rekonstrukcji prędkości dźwięku w tkankach miękkich może przynieść wiele korzyści. Po pierwsze, znajomość prędkości jest potrzebna do poprawnej rekonstrukcji obrazów w aparatach ultradźwiękowych pracujących w trybie odbiciowym. Tego typu urządzenia są szeroko stosowane w diagnostyce medycznej z powodu ich nieinwazyjności, nieszkodliwości, uniwersalności, pracy w czasie rzeczywistym i relatywnie niskich kosztów. Istotna redukcja aberracji (rozmycie, pogorszenie rozdzielczości, kontrastu i stosunku sygnał-szum, zniekształcenia geometryczne) w tak rozpowszechnionej technice obrazowania z pewnością przeloży się na ogólny wzrost jakości procesów diagnostycznych. Ponadto, efektywna korekcja aberracji ma potencjał usprawnić działanie innych metod poprawy jakości obrazów takich jak ta opisana w (Camacho, Parrilla, & Fritsch, Phase coherence imaging, 2009) oraz (Camacho & Fritsch, Phase coherence imaging of grained materials, 2011), działająca w oparciu o koherencję rekonstruowanych danych. Po drugie, prędkość dźwięku odzwierciedla mechaniczne własności tkanek. W związku z tym, zrekonstruowane mapy prędkości dźwięku mogą dostarczyć dodatkowych informacji diagnostycznych, jakościowo podobnych do danych uzyskiwanych w elastografii – technice obrazowania sztywności tkanki. Należy jednak jeszcze raz podkreślić, że jedną z głównych zalet obrazowania ultradźwiękowego jest praca w czasie rzeczywistym, a zatem użyteczność ww. usprawnień jest uzależniona od tego, czy nie ograniczą one w istotnym stopniu tej własności. Złożoność obliczeniowa metody rekonstrukcji pola prędkości dźwięku jest więc kluczowa z punktu widzenia jej wdrożenia.

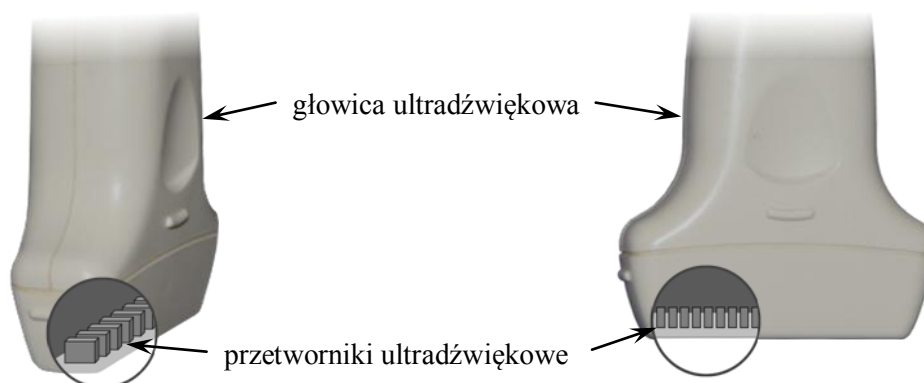
Na dzień dzisiejszy brak jest zadowalającego rozwiązania kwestii dokładnej i jednocześnie efektywnej obliczeniowo rekonstrukcji rozkładu prędkości dźwięku. Najnowsza metoda obrazowania prędkości – CUTE-SD, zapewnia wprawdzie wysoką jakość obrazowania prędkości, problemem jest jednak jej duża złożoność obliczeniowa, która praktycznie uniemożliwia pracę w czasie rzeczywistym. Większą efektywnością obliczeniową charakteryzuje się metoda CUTE-FD, która jednak generuje wyniki o znacznie niższej jakości.

2 Teoria

2.1 Wprowadzenie

Głowica ultradźwiękowa

W niniejszej pracy rozważany będzie przypadek wieloelementowej głowicy ultradźwiękowej o szyku liniowym. W tego typu głowicy elementy aktywne – przetworniki ultradźwiękowe są ułożone w szeregu wzdłuż linii prostej tak, jak zostało schematycznie ukazane na Rysunek 1.

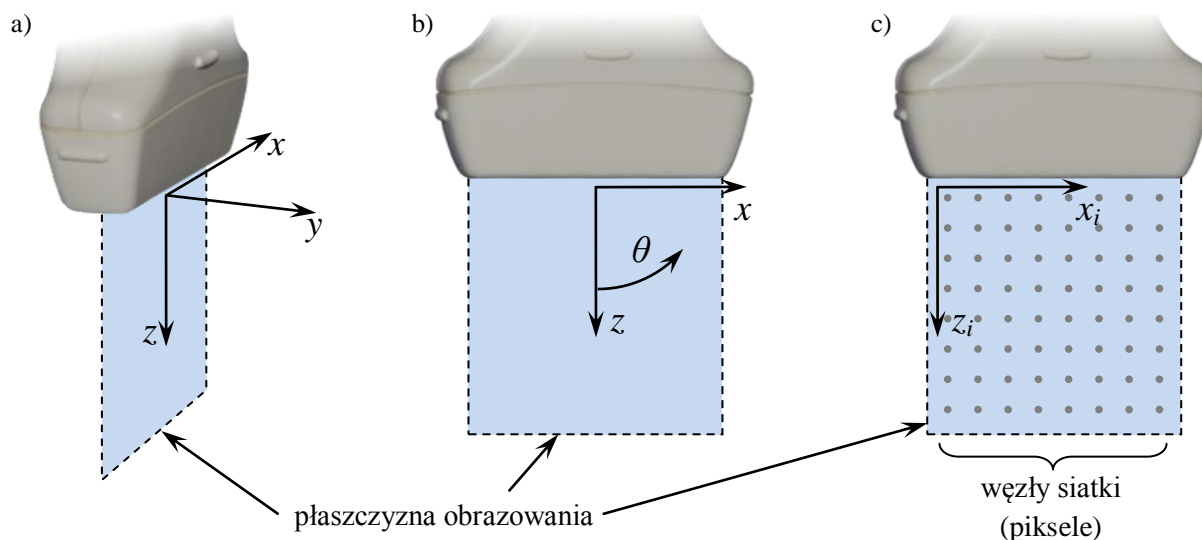


Rysunek 1 Schemat rozmieszczenia przetworników ultradźwiękowych w głowicy liniowej

Jako wzorzec głowicy ultradźwiękowej w symulacjach numerycznych zastosowano głowicę L14-5/38. Jest to liniowa głowica 128-elementowa o częstotliwości środkowej 7.2 MHz i szerokości pasma na poziomie -6 dB równej minimum 70%. Szerokość przetworników jest równa 0.2798 mm podczas gdy odstęp między sąsiednimi przetwornikami (tzw. *kerf*) wynosi 0.025 mm. Suma tych dwóch wielkości daje okres szyku (tzw. *pitch*) równy 0.3048 mm. Całkowita długość szyku liniowego jest zatem równa ok. 39 mm. Drugi z wymiarów aktywnej powierzchni przetworników – tzw. elewacja, jest równy 4 mm.

Układ współrzędnych

W niniejszej pracy posługiwać się będziemy kartezjańskim układem współrzędnych związanym z liniową głowicą ultradźwiękową (Rysunek 2a). Początek układu współrzędnych zlokalizowany będzie na środku roboczej powierzchni głowicy. Oś *OZ* będzie skierowana prostopadłe do roboczej powierzchni głowicy, podczas gdy oś *OX* zorientowana będzie równoległe do liniowego szyku przetworników. Osie *OX* oraz *OZ* wyznaczać będą płaszczyznę obrazowania *XOZ*.



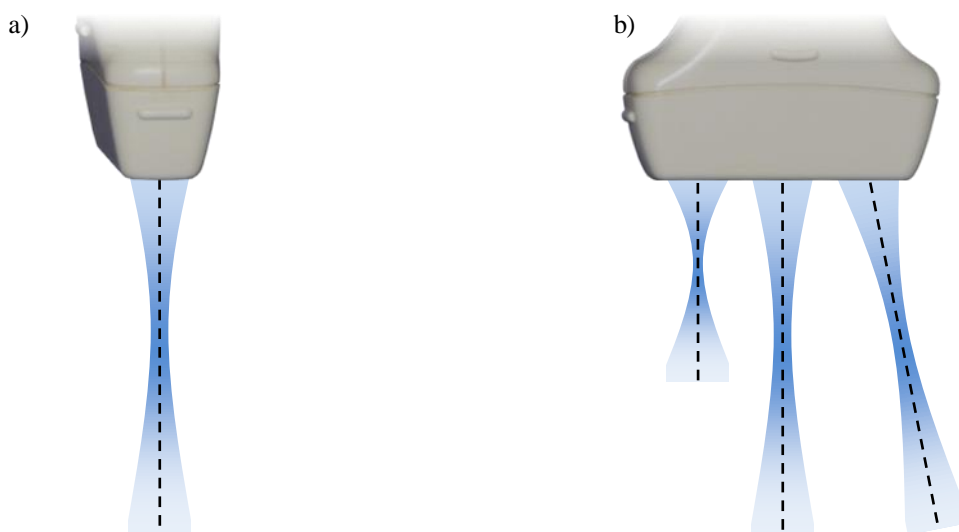
Rysunek 2 Orientacja osi układu współrzędnych względem liniowej głowicy ultradźwiękowej

Ostatnia z osi – OY , zorientowana prostopadłe do płaszczyzny obrazowania, reprezentuje kierunek, który w ramach zastosowanego uproszczenia zostanie pominięty. W dalszych rozważaniach, oprócz współrzędnych (z,x) , używać będziemy również kąta odchylenia wiązki ultradźwiękowej, który oznaczymy jako θ . Kąt ten zawarty jest pomiędzy kierunkiem wiązki ultradźwiękowej a osią OZ , przy czym dodatnie wartości θ odpowiadają wychyleniu wiązki ku dodatnim wartościom współrzędnej x (Rysunek 2b).

Współrzędne (z,x) mają charakter ciągły i wyrażone są w milimetrach. Dla potrzeb przetwarzania numerycznego należy jeszcze zdefiniować odpowiednie dla niego współrzędne (z_i,x_i) związane z węzłami siatki, na której próbkowany jest sygnał (Rysunek 2c). Współrzędne te wyrażone są numerem piksela wzdłuż osi OZ , oraz OX , licząc od lewego górnego narożnika obszaru obrazowania.

Rodzaje ogniskowania

W liniowych głowicach ultradźwiękowych występują dwa typy ogniskowania zilustrowane na Rysunek 3.



Rysunek 3 Ilustracja możliwości kształtowania wiązki ultradźwiękowej w głowicy liniowej: a) sterowanie wiązką w płaszczyźnie XZ, b) stałe ogniskowanie w płaszczyźnie YZ

Pierwszym z nich jest stałe ogniskowanie w płaszczyźnie YZ , zrealizowane za pomocą soczewki akustycznej. Ogniskowanie to wynika z faktu, że opisywana głowica jest przeznaczona do obrazowania 2D, a zatem powinna emitować i odbierać sygnały ultradźwiękowe do/z płaszczyzny obrazowania, tj. płaszczyzny XZ . Charakterystyka kierunkowa głowicy poza tą płaszczyzną powinna być możliwie bliska zeru. Zbliżony stan jest uzyskiwany właśnie poprzez zastosowanie opisanego ogniskowania, co zostało zobrazowane na Rysunek 3a.

Drugim rodzajem ogniskowania w tego typu głowicy jest ogniskowanie elektroniczne. Polega ono na pobudzaniu poszczególnych elementów głowicy z zastosowaniem szeregu opóźnień czasowych. Technika ta umożliwia zarówno manipulowanie wartością ogniskowej, jak również odchylenie wiązki w płaszczyźnie obrazowania, co schematycznie zostało przedstawione na Rysunek 3b.

2.2 Odbiciowe metody obrazowania ultradźwiękowego

Prezentacja skanów ultradźwiękowych w skali szarości, jaką znamy z gabinetów USG, nosi nazwę trybu B-mode (ang. Brightness Mode). Podkreślmy, że termin ten odnosi się jedynie do trybu prezentacji zrekonstruowanych ech ultradźwiękowych, a nie do samego sposobu ich uzyskania i rekonstrukcji. Techniki nadawczo-odbiorczych, oraz związanych z nimi algorytmów rekonstrukcji, jest co najmniej kilka.

Metoda rekonstrukcji linia po linii

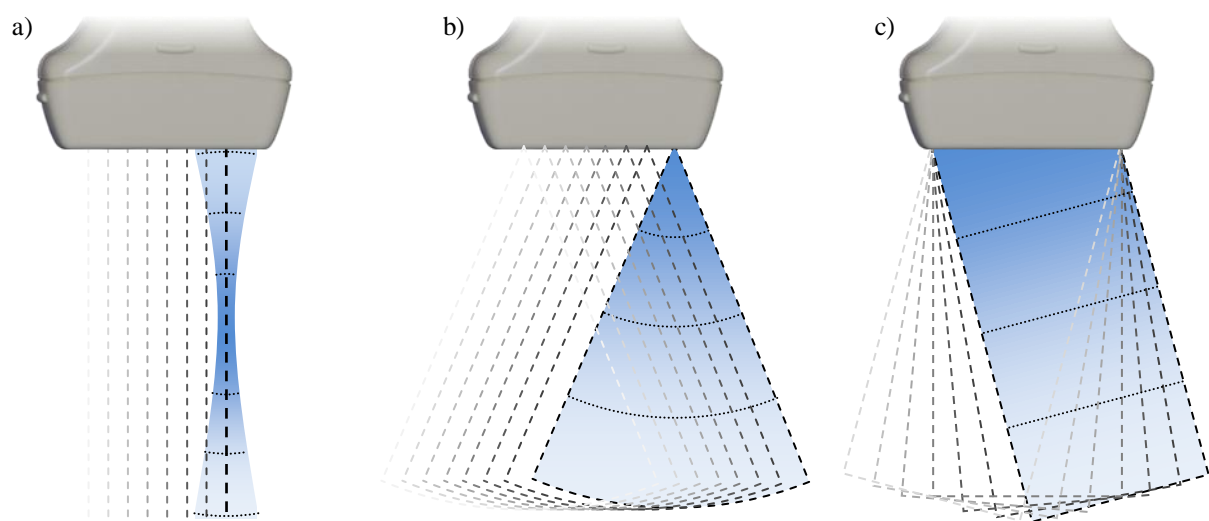
Najbardziej rozpowszechniona obecnie metoda obrazowania ultradźwiękowego polega na skanowaniu obrazowanego obszaru linia po linii – LBL (ang. Line-by-Line). W tej technice na jeden cykl nadawczo-odbiorczy przypada rekonstrukcja pojedynczej linii obrazowej. Rekonstrukcja całego obrazu wymaga wykonania sekwencji rekonstrukcji kolejnych linii obrazowych. W formowaniu wiązki nadawczej uczestniczy pewna grupa elementów głowicy ustawiona centralnie względem linii obrazowej rekonstruowanej w danym cyklu. Emitowana wiązka jest ogniskowana na zadanej głębokości poprzez odpowiedni dobór opóźnień sygnałów sterujących poszczególnymi elementami głowicy. Echa wstecznie rozproszone w nadźwiękowanym obszarze są rejestrowane przez elementy głowicy. Następnie wykonywana jest rekonstrukcja obrazu z wykorzystaniem algorytmu DAS (ang. Delay and Sum). Polega ona na tzw. dynamicznym ogniskowaniu, tj. obliczaniu amplitudy sygnału w każdym pikselu linii obrazowej poprzez sumowanie sygnałów zarejestrowanych przez elementy głowicy z uwzględnieniem odpowiednich dla danego piksela opóźnień. Te z kolei obliczane są jako czas potrzebny na propagację impulsu ultradźwiękowego z głowicy, wzdłuż linii obrazowej, do rozpatrywanego piksela i z powrotem najkrótszą drogą do rozpatrywanego elementu odbiorczego głowicy.

Metoda LBL jest prosta obliczeniowo – na pojedynczy cykl nadawczo-odbiorczy rekonstruowana jest pojedyncza linia obrazowa. Niewątpliwie słabym punktem metody LBL jest względnie długi czas potrzebny na rekonstrukcję całego obrazu, proporcjonalny do liczby linii obrazu. Przekłada się to na ograniczenie maksymalnej częstotliwości odświeżania obrazu, co w niektórych zastosowaniach jest istotną niedogodnością (obrazowanie serca, Color Doppler, etc.). Kolejną wadą metody LBL jest pogarszanie się jakości obrazowania wraz z odległością od ogniska wiązki nadawczej. W okolicach ogniska wiązka ultradźwiękowa jest najwęższa a zaburzenie osiąga najwyższe amplitudy. W rezultacie na tej właśnie głębokości osiągnane są najlepsze parametry obrazowania: rozdzielczość poprzeczna, kontrast oraz stosunek sygnał-szum – tzw. SNR (ang. Signal-to-Noise Ratio). Niestety, wraz z oddalaniem się od ogniska ww. parametry ulegają wyraźnemu pogorszeniu. Pewną metodą na obejście tego problemu jest stosowanie kilku ognisk nadawczych na różnych głębokościach. Wiąże się

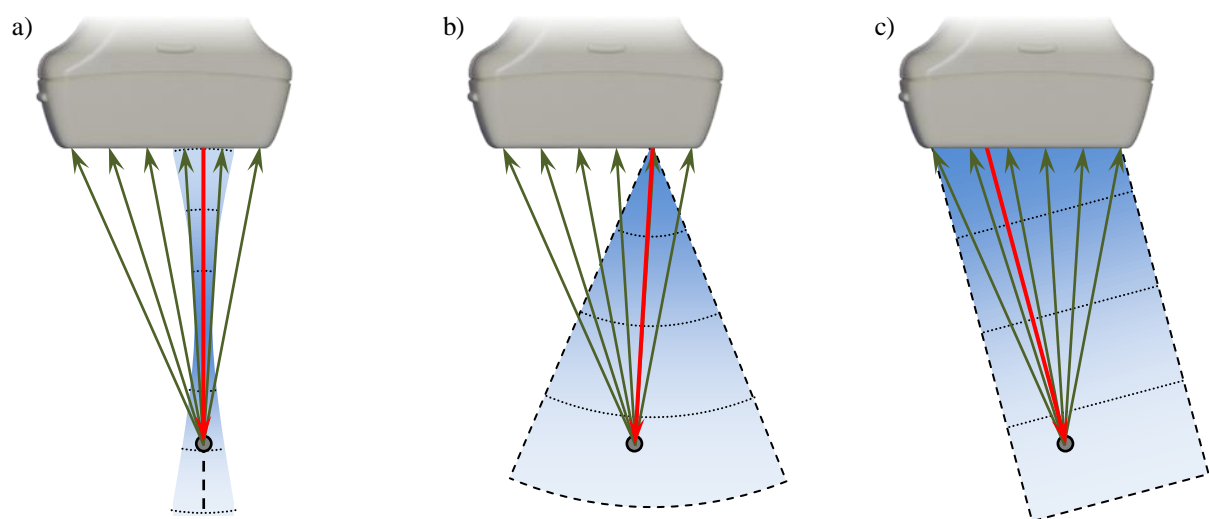
to jednak z koniecznością zwielokrotnienia liczby cykli nadawczo-odbiorczych przypadających na pojedynczy obraz, a zatem również z dalszym znaczącym ograniczeniem częstotliwości odświeżania obrazu.

Metody syntetycznej apertury

Alternatywą dla techniki LBL są metody syntetycznej apertury. Spośród szerokiego wachlarza tych metod dwie zasługują na szczególną uwagę w kontekście obrazowania ultradźwiękowego. Pierwszą z nich jest tzw. metoda STA (ang. Synthetic Transmit Aperture) opisana m.in. w (Jensen, Nikolov, Gammelmark, & Pedersen, 2006). Drugą jest wielokątowe obrazowanie falą płaską – tzw. CPWI (ang. Compounded Plane Wave Imaging), przedstawione m.in. w (Montaldo, Tanter, Bercoff, Benech, & Fink, 2009). Cechą wspólną tych metod jest emisja szerokich, niezogniskowanych wiązek ultradźwiękowych które jednorazowo obejmują znaczną część obrazowanego obszaru. W akwizycji powracających ech uczestniczą wszystkie elementy głowicy. Inaczej niż w metodzie LBL, zarejestrowane sygnały są ogniskowane dynamicznie nie wzdłuż pojedynczej linii obrazowej,



Rysunek 4 Schemat skanowania w metodach: a) LBL, b) STA oraz c) CPWI



Rysunek 5 Ilustracja prostoliniowych dróg propagacji fali ultradźwiękowej do/od wybranego piksela w obrazowaniu metodami: a) LBL, b) STA oraz c) CPWI. Drogi nadajnik-piksel oznaczono kolorem czerwonym, a piksel-odbiornik – zielonym

lecz w każdym punkcie obrazu objętym wiązką nadawczą. Obrazy zrekonstruowane dla pojedynczych emisji – tzw. LRI (ang. Low Resolution Image) są jednak słabej jakości ze względu na brak ogniskowania po stronie nadawczej. Dopiero złożenie pewnej liczby LRI uzyskanych w sekwencji skanującej pozwala uzyskać obraz o wysokiej rozdzielczości, tzw. HRI (ang. High Resolution Image). Dzieje się tak dlatego, że sumowanie LRI uzyskanych dla różnych orientacji wiązki ultradźwiękowej jest równoważne z ogniskowaniem dynamicznym po stronie nadawczej.

Różnice pomiędzy wspomnianymi metodami STA i CPWI polegają na kształcie emitowanych wiązek oraz na sposobie skanowania obrazowanego obszaru. W metodzie STA impuls ultradźwiękowy jest emitowany przez pojedynczy element głowicy. Wiązka ultradźwiękowa jest rozbieżna, pobudzenie rozchodzi się radialnie a czoło fali ma kształt kolisty (rozpatrując płaszczyznę obrazowania). Skanowanie polega na nadawaniu kolejnymi elementami głowicy w każdym kolejnym cyklu nadawczo-odbiorczym. Pewną modyfikacją metody STA, mającą na celu zwiększenie amplitudy sygnału, jest metoda MSTA (ang. Multi-element STA). W tym przypadku w nadawaniu uczestniczy pewna grupa elementów głowicy, która emituje wiązkę w zamierzeniu jak najbardziej przypominającą tę z metody jednoelementowej. W tym celu stosuje się rozogniskowanie wiązki nadawczej poprzez użycie odpowiednich opóźnień linii sterujących poszczególnymi elementami grupy nadawczej. W metodzie CPWI w nadawaniu uczestniczą wszystkie elementy głowicy. Opóźnienia sygnałów sterujących elementami głowicy są dobierane tak, aby czoło generowanej fali było płaskie i odchylone pod zadanym kątem. Skanowanie polega na powtarzaniu cykli nadawczo-odbiorczych dla pewnego zestawu kątów odchylenia wiązki nadawczej.

Z uwagi na fakt rekonstrukcji całego obrazu w każdym cyklu nadawczo-odbiorczym, techniki STA oraz CPWI wymagają znacznie większych mocy obliczeniowych niż obrazowanie LBL. Z tego powodu jeszcze do niedawna nie było możliwości ich implementacji w systemach czasu rzeczywistego. Kolejną wadą ww. metod obrazowania jest mniejszy *SNR* niż w obszarze ogniska dla obrazowania LBL. Problem ten jest szczególnie dokuczliwy w przypadku techniki STA, gdzie mamy do czynienia z małą energią początkową pobudzenia, co wynika z emisji pojedynczym elementem głowicy. Ponadto, następuje przyspieszony spadek gęstości energii pobudzenia wraz z jego drogą propagacji, co jest związane z rozbieżnością emitowanej wiązki. Problem niskiej energii początkowej pobudzenia jest częściowo rozwiązany poprzez zwiększenie apertury nadawczej z jednego elementu głowicy do pewnej ich grupy w technice MSTA. To jednak nie rozwiązuje zupełnie zagadnienia niskiego *SNR* w tej grupie metod. Problem ten występuje również w technice CPWI, chociaż w znacznie mniejszym nasileniu, co jest związane z emisją wszystkimi elementami głowicy oraz brakiem rozbieżności wiązki w płaszczyźnie obrazowania.

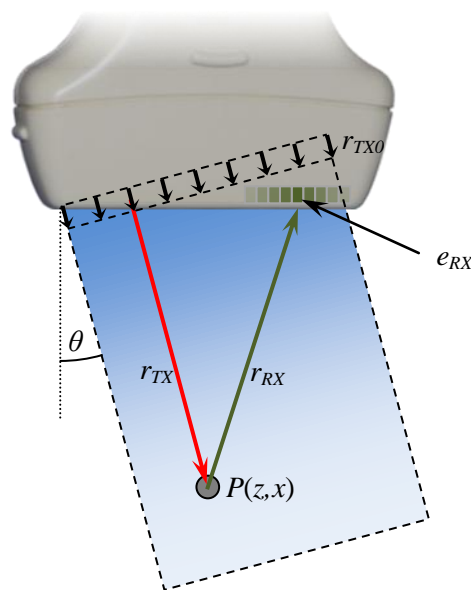
Wymienione wady metod STA i CPWI w pewnych zastosowaniach okazują się akceptowalne podczas gdy ich inne cechy otwierają drogę do nowej jakości obrazowania ultradźwiękowego. Niewątpliwą zaletą metod STA i CPWI jest wysoka rozdzielczość w całym zakresie głębokości obrazowania. Właściwość ta jest skutkiem dynamicznego ogniskowania zarówno w nadawaniu jak i w odbiorze. Dla porównania, w metodzie LBL w nadawaniu mamy do czynienia ze statycznym ogniskiem fizycznym, poza którym rozdzielczość obrazowania wyraźnie spada. Jednak najistotniejszą przewagą ww. technik nad obrazowaniem LBL jest wysoka częstotliwość generowania obrazów. W przypadku klasycznego obrazowania w trybie B-mode daje to możliwość dokładniejszej obserwacji szybko poruszających się struktur takich jak np. płatki zastawek serca. Otwierają się także nowe możliwości w obrazowaniu dopplerowskim w trybie Color, gdzie dzięki wysokiej częstotliwości akwizycji danych dostępne są dłuższe sygnały, co pozwala na efektywniejszą estymację częstotliwości dopplerowskiej (Bercoff, i inni, 2011). Prawdziwa rewolucja nastąpiła w elastografii – obrazowaniu twardości tkanki. Technika ta do niedawna wiązała się z koniecznością cyklicznego uciskania badanej tkanki głowicą

ultradźwiękową a twardość tkanki była określana metodą korelacyjną na podstawie lokalnych przemieszczeń obrazowanych struktur tkankowych. Obecnie rozpowszechnia się nowa metoda estymacji twardości, tzw. SSI (ang. Supersonic Shear Imaging) opisana w (Bercoff, Tanter, & Fink, 2004). Polega ona na wygenerowaniu w tkance fali ścinania poprzez tzw. push ultradźwiękowy, oraz obserwacji propagacji tej fali za pomocą techniki CPWI.

Metody estymacji lokalnej prędkości dźwięku w tkankach miękkich opisane w (Jaeger, Held, Preisser, Peeters, Grunig, & Frenz, 2014) oraz w (Jaeger & Frenz, 2015) również działają w oparciu o schemat CPWI. Należy przy tym uściślić, że teoretycznie możliwe byłoby opracowanie adekwatnej metody działającej dla obrazowania LBL z tzw. compoundingiem tzn. generowaniem zestawu obrazów dla różnych kątów odchylenia wiązki. W takim przypadku jednak powolność tej procedury mogłaby prowadzić do błędów wynikających z przemieszczania głowicy w trakcie względnie długich czasów akwizycji kolejnych obrazów. Z kolei zastosowanie metody STA wydaje się nieoptymalne z powodu *SNR* niższego niż w przypadku techniki CPWI. Z ww. przyczyn w niniejszej pracy, podobnie jak w publikacjach (Jaeger, Held, Preisser, Peeters, Grunig, & Frenz, 2014) oraz (Jaeger & Frenz, 2015), do potrzeb akwizycji danych zastosowano metodę CPWI.

2.3 Rekonstrukcja obrazów ultradźwiękowych w metodzie CPWI

Rozważania na temat obrazowania prędkości na podstawie zrekonstruowanych obrazów LRI wymagają zrozumienia algorytmu rekonstrukcji DAS. Polega on na sumowaniu zarejestrowanych sygnałów po uprzednim skorygowaniu opóźnień wynikających z przebytych dróg.



Rysunek 6 Ilustracja drogi propagacji pobudzenia ultradźwiękowego w metodzie CPWI przy emisji fali płaskiej pod wybranym kątem θ i odbiorze wybranym elementem e_{RX}

Przeanalizujemy obrazowanie metodą CPWI za pomocą głowicy liniowej, M -elementowej, w której przetworniki są opisane współrzędnymi $(z_{RX}=0, x_{RX}(m))$, gdzie $m=1..M$ oznacza numer przetwornika głowicy. Niech sekwencja CPWI składa się z N emisji pod kątami θ_n , gdzie $n=1..N$ oznacza numer emisji. Zdefiniujmy x_{TX} jako współrzędną x pierwszego aktywnego w nadawaniu elementu głowicy:

$$x_{TX}(n) = \begin{cases} x_{RX}(M) & \Leftrightarrow \theta_n \leq 0 \\ x_{RX}(1) & \Leftrightarrow \theta_n > 0 \end{cases} \quad (1)$$

Estymata opóźnienia t pomiędzy początkiem n -tej emisji fali płaskiej a akwizycją przez m -ty przetwornik echa rozproszonego w punkcie $P(z,x)$ będzie równa:

$$t(z, x, m, n) = \frac{1}{c_0} \left[\underbrace{(x - z \cdot \tan \theta_n - x_{TX}(n)) \sin \theta_n}_{r_{TX0}} + \underbrace{\frac{z}{\cos \theta_n}}_{r_{TX}} + \underbrace{\sqrt{z^2 + (x - x_{RX}(m))^2}}_{r_{RX}} \right] \quad (2)$$

gdzie r_{TX0} jest drogą, którą fragment czoła fali płaskiej mający dotrzeć do punktu P przemierza wirtualnie. Wyrazy r_{TX} i r_{RX} oznaczają z kolei fizyczne drogi: nadawczą (nadajnik – punkt P) oraz odbiorczą (punkt P – odbiornik). Opóźnienia t obliczane są przy założeniu stałej prędkości propagacji fali równej c_0 . Wyznaczone wartości opóźnień t są kompensowane w procesie rekonstrukcji obrazów LRI opisany równaniem:

$$\text{LRI}_n(z, x) = \frac{\sum_{m=1}^M \text{RF}_{m,n}(s = \frac{t-t_0}{f_s}) \cdot w_m^{RX}(z, x)}{\sum_{m=1}^M w_m^{RX}(z, x)} \quad (3)$$

gdzie LRI_n oznacza wynik rekonstrukcji dla n -tej emisji. $\text{RF}_{m,n}$ (ang. Radio Frequency) jest z kolei sygnałem ech wysokiej częstotliwości zarejestrowanym przez m -ty przetwornik przy n -tej emisji. Wyraz w_m^{RX} odpowiada za apodyzację w odbiorze – jest on wagą przypisaną sygnałowi odebranemu przez m -ty przetwornik przy rekonstrukcji sygnału w punkcie o współrzędnych (z,x) . Opóźnienia t są kompensowane poprzez wybór odpowiadających im próbek odebranego sygnału RF. Do obliczenia indeksu s odpowiedniej próbki sygnału RF, oprócz opóźnienia t potrzebne są jeszcze częstotliwość próbkowania f_s oraz opóźnienie akwizycji t_0 , czyli czas mierzony od początku emisji do akwizycji pierwszej próbki sygnału RF. W najprostszym przypadku s jest zaokrąglane do najbliższej wartości naturalnej. Można również interpolować sygnał RF w celu uzyskania próbki bardziej odpowiadającej rzeczywistej wartości s .

Tak obliczone obrazy LRI są danymi wejściowymi dla algorytmu rekonstrukcji rozkładu prędkości. Warto jednak uzupełnić powyższe informacje o to, jak otrzymuje się obraz HRI w metodach syntetycznej apertury. Podobnie jak w przypadku obliczania LRI, odbywa się to na drodze sumy ważonej:

$$\text{HRI}(z, x) = \frac{\sum_{n=1}^N \text{LRI}_n(z, x) \cdot w_n^{TX}(z, x)}{\sum_{n=1}^N w_n^{TX}(z, x)} \quad (4)$$

gdzie w_n^{TX} jest wagą danego piksela przy sumowaniu obrazów LRI_n uzyskanych dla poszczególnych kątów θ_n . W przypadku metody CPWI, w najprostszym podejściu w_n^{TX} będzie równe 1, gdy piksel znajduje się w obszarze objętym falą płaską, oraz 0 w wypadku przeciwnym.

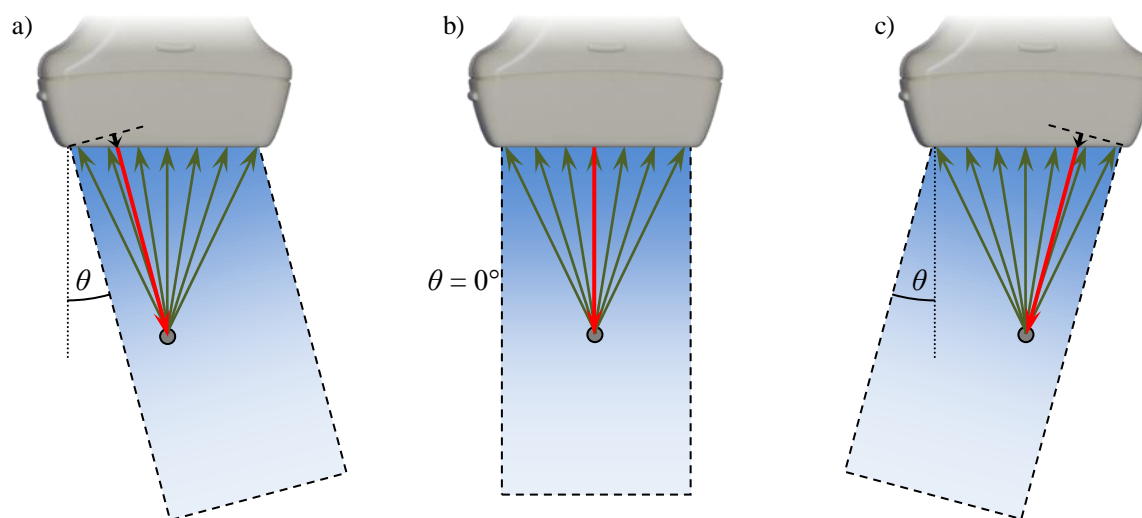
Aby otrzymać finalne obrazy, które znamy z ekranów ultrasonografów, należy jeszcze wykonać przetwarzanie końcowe. Składa się na nie detekcja obwiedni sygnałów zawartych w HRI, filtracja przestrzenna obwiedni oraz jej kompresja. Tak uzyskane obrazy są wyświetlane w skali szarości w trybie B-mode.

2.4 Sygnał wejściowy dla metod obrazowania prędkości

Wykorzystane w tej pracy podejście do obrazowania prędkości zostało zaczerpnięte z (Jaeger, Held, Preisser, Peeters, Grunig, & Frenz, 2014), i polega na "spojrzeniu" na badany obszar tkanki z dwóch różnych kierunków. Sygnał użyteczny stanowi różnica faz pomiędzy dwoma zespolonymi obrazami LRI uzyskanymi metodą CPWI dla różnych kątów emisji θ . Niech od tego miejsca LRI oznacza sygnał analityczny uzyskany np. na drodze transformacji Hilberta rzeczywistego LRI.

Zespolone obrazy LRI_n oraz LRI_{n+1} uzyskane przy emisjach pod kolejnymi kątami θ_n oraz θ_{n+1} nieznacznie się różnią zarówno pod względem amplitudy jak i fazy. O ile różnice amplitudowe mają w przypadku rekonstrukcji prędkości znaczenie drugoplanowe, to lokalne różnice fazowe są w dużej mierze skutkiem błędów w przyjętym w rekonstrukcji jednorodnym rozkładzie prędkości $c(z,x) = c_0$. Faza sygnału jest związana z jego czasowym (w przypadku RF) bądź przestrzennym (w przypadku LRI) położeniem. W pewnym uproszczeniu można przyjąć, że jeśli fazy dwóch LRI w danym pikselu są różne, to świadczy to o niewłaściwym skompensowaniu opóźnień w algorytmie rekonstrukcji DAS.

Różnice fazy pomiędzy poszczególnymi obrazami LRI nie wynikają jednak z błędów kalkulacji opóźnień na całej drodze propagacji pobudzenia. Posłużmy się Rysunek 7. Z perspektywy wybranego piksela, drogi odbiorcze r_{RX} są identyczne dla wszystkich emisji, a więc nie powinny być źródłem różnic pomiędzy poszczególnymi obrazami LRI. Zmieniają się za to drogi nadawcze r_{TX0} i r_{TX} , które zależą od kąta emisji fali płaskiej. Wirtualne drogi nadawcze r_{TX0} są jednak precyzyjnie kompensowane w procesie rekonstrukcji. Wynika z tego, że różnice fazowe pomiędzy obrazami LRI uzyskanymi dla różnych kątów θ są skutkiem błędów w estymacji czasu potrzebnego na propagację pobudzenia jedynie wzdłuż dróg r_{TX} . W związku z tym dalsze rozważania dotyczyć będą opóźnień właśnie na drogach nadawczych r_{TX} .



Rysunek 7 Ilustracja dróg nadawczych (kolor czerwony) i odbiorczych (kolor zielony) dla emisji fali płaskiej pod różnymi kątami θ . Dla dowolnie wybranego punktu w obrazowanym obszarze drogi odbiorcze są niezależne od kąta θ

2.5 Opóźnienia na drogach nadawczych dla metody CPWI

W ultradźwiękowym obrazowaniu metodą CPWI w kolejnych etapach sekwencji skanowania emitowane są niezogniskowane wiązki odchylane w płaszczyźnie obrazowania o zmienny kąt θ . Niech sekwencja skanowania składa się z N emisji, a kąt nadawczy θ dla n -tej emisji, gdzie $n = 1 \dots N-1$, oznaczmy jako θ_n . Analogiczne indeksowanie będzie używane również w stosunku do innych parametrów związanych z n -tą emisją. Przy założeniu prostoliniowego rozchodzenia się fal ultradźwiękowych, czas propagacji impulsu ultradźwiękowego do wybranego punktu $P(z,x)$ w obszarze obrazowania po emisji fali płaskiej pod kątem θ_n jest dany wzorem:

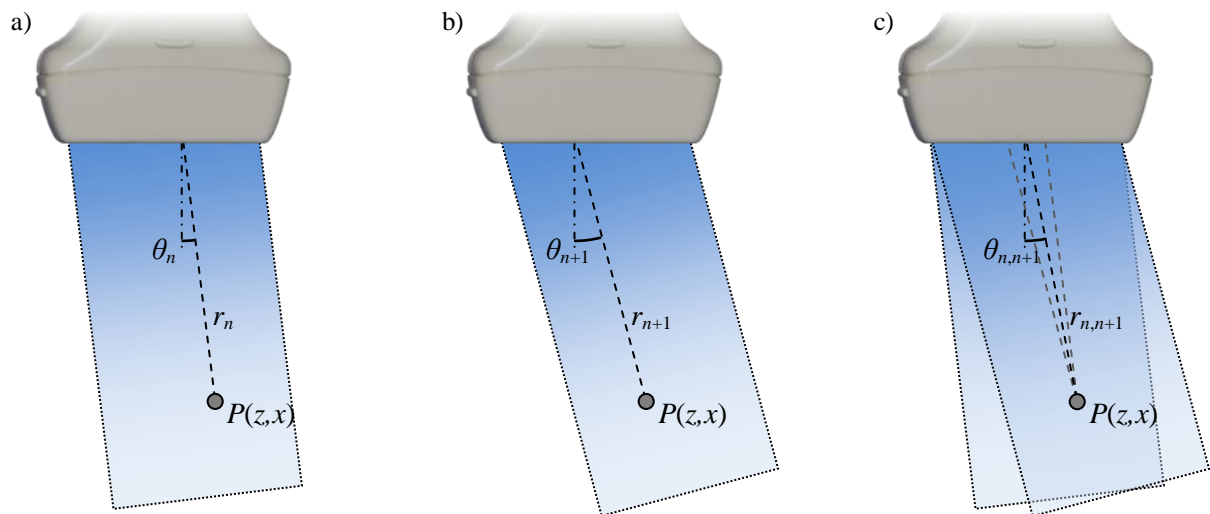
$$t_n(z,x) = \int_{r_n(z,x)} \frac{dr}{c(z',x')} \quad (5)$$

gdzie c oznacza rozkład prędkości propagacji dźwięku w obrazowanej płaszczyźnie. Droga całkowania w równaniu (5) zdefiniowana jest wzdłuż promienia (trajektorii) propagacji fali r_n opisanego następującym wzorem:

$$r_n(z,x) \equiv r(z,x,\theta_n) \equiv \{(z',x') : z' \in \langle 0, z \rangle, x' = x - (z - z') \tan \theta_n\} \quad (6)$$

W równaniu (5) współrzędne (z,x) dotyczą dowolnie wybranego punktu P w obszarze obrazowania. Współrzędne (z',x') są zdefiniowane we wzorze (6) i odpowiadają punktom na drodze całkowania r_n . Należy zwrócić uwagę że droga całkowania r_n jest zdefiniowana dla każdego punktu obrazowania o współrzędnych (z,x) i zależy od kąta sterowania θ_n . Ponadto, położenie na drodze r_n jest jednoznacznie opisane za pomocą współrzędnej z' (współrzędna x' jest zmienną zależną od z'). W dalszych rozważaniach wygodnie będzie posługiwać się powolnością σ będącą odwrotnością prędkości c :

$$\sigma(z,x) \equiv \frac{1}{c(z,x)} \quad (7)$$



Rysunek 8 Ilustracja dróg nadawczych dla wybranego punktu P w obszarze obrazowania dla emisji fali płaskiej pod różnymi kątami: a) droga r_n dla emisji pod kątem θ_n , b) droga r_{n+1} dla emisji pod kątem θ_{n+1} , oraz c) droga pomocnicza (pośrednia) $r_{n,n+1}$ dla kąta $\theta_{n,n+1}$ danego wzorem (15)

Zapiszmy powolność σ jako :

$$\sigma(z, x) \equiv \sigma_0 + \Delta\sigma(z, x) \quad (8)$$

gdzie σ_0 jest wartością nominalną powolności, odpowiadającą nominalnej prędkości c_0 przyjętej dla potrzeb rekonstrukcji obrazów LRI. Z kolei $\Delta\sigma(z, x)$ oznacza odchyłkę powolności σ od wartości σ_0 w punkcie (z, x) . Po uwzględnieniu powyższego, otrzymamy:

$$t_n(z, x) = \underbrace{\sigma_0 R_n(z, x)}_{T_n(z, x)} + \underbrace{\int_{r_n(z, x)} \Delta\sigma(z', x') dr}_{\tau_n(z, x)} \quad (9)$$

gdzie R_n jest długością drogi r_n , i odpowiada wyrazowi r_{TX} w równaniu (2). Wyraz T_n jest więc kompensowany w procesie rekonstrukcji obrazu LRI_n opisanej równaniem (3). Niekompensowane opóźnienie τ_n jest jedną z przyczyn powstawania błędów w obrazowaniu ultradźwiękowym, związanych z nieznaną rozkładu prędkości dźwięku. Jednocześnie jednak zmiany rozkładu τ_n przy zmianie kąta emisji θ_n pozwalają na rekonstrukcję rozkładu prędkości dźwięku. W związku z tym, w dalszych rozważaniach skupimy się na wyrazie τ_n . Dokonajmy w równaniu (9) transformacji zmiennych całkowania dla danego θ_n :

$$dr = \frac{dz'}{\cos\theta_n} \quad (10)$$

Wtedy wyraz τ_n z równania (9) zapiszemy następująco:

$$\tau_n(z, x) = \frac{1}{\cos\theta_n} \int_0^z \Delta\sigma(r_n) dz' \quad (11)$$

Analogicznie wyznaczamy opóźnienie τ_{n+1} dla emisji pod kątem θ_{n+1} :

$$\tau_{n+1}(z, x) = \frac{1}{\cos\theta_{n+1}} \int_0^z \Delta\sigma(r_{n+1}) dz' \quad (12)$$

Zdefiniujmy $\Delta\tau_{n,n+1}$ jako:

$$\Delta\tau_{n,n+1} = \tau_{n+1} - \tau_n \quad (13)$$

Po podstawieniu (11) i (12) do (13) otrzymamy:

$$\Delta\tau_{n,n+1}(z, x) = \frac{1}{\cos\theta_{n+1}} \int_0^z \Delta\sigma(r_{n+1}) dz' - \frac{1}{\cos\theta_n} \int_0^z \Delta\sigma(r_n) dz' \quad (14)$$

Równanie (14) opisuje model, na którym oparte zostały metody referencyjne: CUTE-FD oraz CUTE-SD. Metoda Q-CUTE (ang. Quick CUTE) będąca przedmiotem tej pracy bazuje na modyfikacji równania (14). Dla potrzeb dalszej analizy zdefiniujmy nową drogę całkowania wzdłuż odcinka $r_{n,n+1}$

jednakowo odległego w kierunku x od odcinków r_n i r_{n+1} . Kąt $\theta_{n,n+1}$ pomiędzy odcinkiem $r_{n,n+1}$ i normalną do powierzchni głowicy jest dany wzorem:

$$\theta_{n,n+1} = \arctan\left(\frac{\tan \theta_n + \tan \theta_{n+1}}{2}\right) \quad (15)$$

Ponadto, oznaczmy pochodną cząstkową funkcji $\Delta\sigma$ względem zmiennej x jako $\Delta\sigma_x$:

$$\Delta\sigma_x(z, x) \equiv \frac{\partial}{\partial x} \Delta\sigma(z, x) \quad (16)$$

Wartości funkcji $\Delta\sigma$ na drogach r_n i r_{n+1} przybliżmy liniowo wartościami $\Delta\sigma$ oraz $\Delta\sigma_x$ zdefiniowanymi na drodze $r_{n,n+1}$:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma(r_n) &\approx \Delta\sigma(r_{n,n+1}) + \Delta\sigma_x(r_{n,n+1})(z - z') \left(\frac{\tan \theta_{n+1} - \tan \theta_n}{2}\right) \\ \Delta\sigma(r_{n+1}) &\approx \Delta\sigma(r_{n,n+1}) - \Delta\sigma_x(r_{n,n+1})(z - z') \left(\frac{\tan \theta_{n+1} - \tan \theta_n}{2}\right) \end{aligned} \quad (17)$$

Po podstawieniu (17) do (14) i uporządkowaniu, otrzymamy:

$$\Delta\tau_{n,n+1}(z, x) = a_{n,n+1} \int_0^z \Delta\sigma(r_{n,n+1}) dz' + b_{n,n+1} \int_0^z (z' - z) \Delta\sigma_x(r_{n,n+1}) dz' \quad (18)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} a_{n,n+1} &= \left(\frac{1}{\cos \theta_{n+1}} - \frac{1}{\cos \theta_n}\right) \\ b_{n,n+1} &= \left(\frac{1}{\cos \theta_{n+1}} + \frac{1}{\cos \theta_n}\right) \left(\frac{\tan \theta_{n+1} - \tan \theta_n}{2}\right) \end{aligned} \quad (19)$$

Drugą z całek w równaniu (18) rozwiążmy przez części:

$$\begin{aligned} \int_0^z (z' - z) \Delta\sigma_x(r_{n,n+1}) dz' &= \underbrace{\left[(z' - z) \int \Delta\sigma_x(r_{n,n+1}) dz' \right]_{z'=0}^{z'=z}}_{0-0} - \int_0^z \left(\int \Delta\sigma_x(r_{n,n+1}) dz' \right) dz' \\ &= - \int_0^z \left(\int \Delta\sigma_x(r_{n,n+1}) dz' \right) dz' \end{aligned} \quad (20)$$

Pierwszy wyraz po prawej stronie równania (20) jest równy zero dla z' w granicach od 0 do z . Dla $z' = z$ zeruje się człon $(z' - z)$ podczas gdy dla $z' = 0$ zeruje się wartość całki ponieważ funkcja podcałkowa $\Delta\sigma_x$ może być niezerowa jedynie dla $z > 0$. Wynika to z faktu, że dla $z \leq 0$ mamy do czynienia z wirtualną propagacją fali ultradźwiękowej w modelowym ośrodku o powolności $\sigma = \sigma_0$. A zatem zarówno $\Delta\sigma$, jak i $\Delta\sigma_x$ są w tym obszarze równe zero. Po uwzględnieniu wyżej wymienionych okoliczności otrzymamy:

$$\Delta\tau_{n,n+1}(z,x) = a_{n,n+1} \int_0^z \Delta\sigma(r_{n,n+1}) dz' - b_{n,n+1} \int_0^z \left(\int \Delta\sigma_x(r_{n,n+1}) dz' \right) dz' \quad (21)$$

Powyższe równanie stanowi podstawę, na której oparta została metoda Q-CUTE będąca przedmiotem tej pracy.

2.6 Zagadnienie odwrotne

W poprzednim rozdziale opisane zostało zagadnienie wprost, tj. sposób wyznaczania opóźnień $\Delta\tau_{n,n+1}$ na podstawie znanego przestrzennego rozkładu odchyłki powolności $\Delta\sigma$ dla pary emisji fali płaskiej pod kątami θ_n oraz θ_{n+1} . W praktyce pomiarów ultradźwiękowych nie znamy rozkładu $\Delta\sigma$, dysponujemy za to sygnałem $\Delta\tau_{n,n+1}$ (sposób jego pozyskania zostanie opisany w rozdziale 3.1). Na jego podstawie możemy rozwiązać zagadnienie odwrotne, tzn. odtworzyć rozkład $\Delta\sigma$, który finalnie jest przeliczany na rozkład prędkości c wg wynikającego z równań (7) i (8) wzoru:

$$c(z,x) \equiv \frac{1}{\sigma_0 + \Delta\sigma(z,x)} \quad (22)$$

Omówienie sposobów rozwiązywania zagadnienia odwrotnego zaczniemy od metod referencyjnych: CUTE-FD oraz CUTE-SD. Metody te zostały w szczególności opisane w publikacjach (Jaeger, Held, Preisser, Peeters, Grunig, & Frenz, 2014) oraz (Jaeger & Frenz, 2015). W ramach tej pracy w rozdziałach 2.6.1 oraz 2.6.2 przybliżony zostanie jedynie zarys ideowy ww. metod, a szczegóły dotyczące metodologii przetwarzania sygnałów będą nieco dokładniej opisane w rozdziałach 3.2.1 oraz 3.2.2. Jako pierwsza omówiona zostanie metoda CUTE-SD, ponieważ jest ona metodologicznie najprostsza. Następnie przedstawiona zostanie metoda CUTE-FD – ideowo podobna do CUTE-SD, z tą różnicą, że zagadnienie odwrotne jest w niej rozwiązywane w dziedzinie częstotliwości. Na końcu opisana zostanie metoda Q-CUTE (ang. Quick CUTE), będąca przedmiotem tej pracy.

2.6.1 Metoda CUTE-SD

Zastosowane w metodzie CUTE-SD podejście do zagadnienia odwrotnego polega na wykorzystaniu odwróconego operatora przekształcenia wprost w dziedzinie przestrzennej. Opisane równaniem (11) zagadnienie wprost dla pojedynczej emisji fali płaskiej pod kątem θ_n można zapisać następująco:

$$\tau_n = T_n \Delta\sigma \quad (23)$$

gdzie macierz przekształcenia T_n realizuje operację całkowania wzdłuż drogi r_n . Położenie niezerowych elementów macierzy T_n odpowiada więc lokalizacjom na drodze całkowania r_n , a wartości tych elementów reprezentują różniczki $dz' / \cos\theta_n$. W analogiczny sposób wyznaczyć można macierz przekształcenia T_{n+1} dla emisji pod kątem θ_{n+1} , realizującą całkowanie wzdłuż drogi r_{n+1} zawarte w równaniu (12). Zdefiniujmy następnie macierz $T_{n,n+1}$ taką, że:

$$T_{n,n+1} = T_{n+1} - T_n \quad (24)$$

Wtedy, opierając się na równaniu (13), zagadnienie wprost dla pary emisji fali płaskiej pod kątami θ_n oraz θ_{n+1} można zapisać następująco:

$$\Delta\tau_{n,n+1} = T_{n,n+1}\Delta\sigma \quad (25)$$

Powyższy zapis odpowiada równaniu (14). Zagadnienie odwrotne, czyli obliczenie odchyłek powolności $\Delta\sigma_{n,n+1}$ na podstawie znanych opóźnień czasowych $\Delta\tau_{n,n+1}$, sprowadza się do równania:

$$\Delta\sigma_{n,n+1} = T_{n,n+1}^{-1}\Delta\tau_{n,n+1} \quad (26)$$

Dysponując sygnałami $\Delta\tau_{n,n+1}$ dla $N-1$ par kątów nadawczych, zagadnienie odwrotne można zapisać w następującej postaci:

$$\Delta\sigma = T^{-1}\Delta\tau = \begin{bmatrix} T_{1,2} \\ T_{2,3} \\ \vdots \\ T_{N-1,N} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta\tau_{1,2} \\ \Delta\tau_{2,3} \\ \vdots \\ \Delta\tau_{N-1,N} \end{bmatrix} \quad (27)$$

Rekonstrukcja rozkładu przestrzennego $\Delta\sigma$ w metodzie CUTE-SD polega więc na wyznaczeniu macierzy przekształcenia T , odwróceniu jej i wykonaniu mnożenia macierzowego jak w równaniu (27). W praktyce rozwiązanie powyższego zagadnienia odwrotnego okazuje się źle uwarunkowanym problemem, co skutkuje wzmocnieniem zakłóceń zawartych w sygnale $\Delta\tau$, i w konsekwencji wysoką wariancją generowanych map prędkości. W związku z powyższym, konieczne jest zastosowanie regularyzacji. Szczegóły dotyczące techniki regularyzacji zastosowanej w algorytmie CUTE-SD zostaną przedstawione w rozdziale 2.7.1.

2.6.2 Metoda CUTE-FD

Metoda CUTE-FD jest ideowo zbliżona do CUTE-SD. W jej przypadku również wyznacza się macierz przekształcenia odwrotnego T^{-1} , która następnie jest wykorzystywana do obliczenia poszukiwanego rozkładu $\Delta\sigma$. W metodzie CUTE-FD odbywa się to jednak w dziedzinie częstotliwości. Zagadnienie wprost dla pojedynczej emisji pod kątem θ_n zapiszemy w tym przypadku następująco:

$$F[\tau_n] = T_n F[\Delta\sigma] \quad (28)$$

gdzie operator F oznacza dwuwymiarową transformację Fouriera, a T_n jest macierzą przekształcenia w dziedzinie częstotliwości. Zgodnie z wyprowadzeniem zamieszczonym w (Jaeger, Held, Preisser, Peeters, Grunig, & Frenz, 2014) wartości poszczególnych elementów macierzy T_n są dane wzorem:

$$T_n(z_i + Z(x_i - 1), z_i' + Z(x_i' - 1)) = \frac{1}{\Psi \cos \theta_n} x_{mg} \delta(k_x - k_x') \cdot \left[z_{mg} \delta(k_z - k_z') + \frac{e^{-\Psi' z_{mg}} - 1}{\Psi'} \right] \quad (29)$$

$$z_i, z_i' = 1 \dots Z$$

$$x_i, x_i' = 1 \dots X$$

gdzie z_i, z_i', x_i oraz x_i' są indeksami określającymi położenie danego elementu macierzy T_n zgodnie ze schematem przedstawionym na Rysunek 9. Z kolei wyrazy Z i X oraz z_{mg} i x_{mg} oznaczają rozmiary

obszaru obrazowania wyrażone odpowiednio w liczbie pikseli oraz w milimetrach. Występujące w równaniu (29) liczby falowe k_z , k_z' , k_x oraz k_x' są dane zależnościami:

$$\begin{aligned}
k_z &= 2\pi \frac{z_i - 1}{z_{mg}} \\
k_z' &= 2\pi \frac{z_i' - 1}{z_{mg}} \\
k_x &= 2\pi \frac{x_i - 1}{x_{mg}} \\
k_x' &= 2\pi \frac{x_i' - 1}{x_{mg}}
\end{aligned} \tag{30}$$

podczas gdy wyrazy Ψ oraz Ψ' oznaczają:

$$\begin{aligned}
\Psi &= i(k_x \tan \theta_n + k_z) \\
\Psi' &= i(k_x \tan \theta_n + k_z')
\end{aligned} \tag{31}$$

Analogicznie wyznaczane są wartości elementów macierzy T_{n+1} dla emisji pod kątem θ_{n+1} . Podobnie jak to zostało opisane równaniem (24) dla algorytmu CUTE-SD, różnicę macierzy T_n oraz T_{n+1} uzyskanych dla kątów emisji θ_n oraz θ_{n+1} oznaczmy jako $T_{n,n+1}$. Zagadnienie wprost dla pary emisji fali płaskiej pod kątami θ_n oraz θ_{n+1} można wtedy zapisać następująco:

$$F[\Delta\tau_{n,n+1}] = T_{n,n+1}F[\Delta\sigma] \tag{32}$$

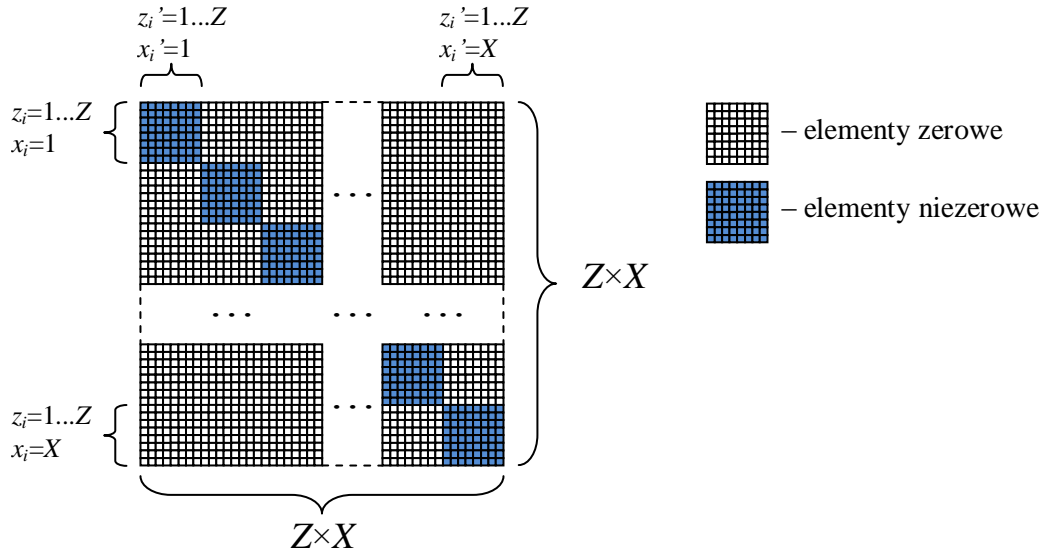
Zapis ten jest równoważny równaniu (14) obustronnie poddanemu dwuwymiarowej transformacji Fouriera. Zagadnienie odwrotne, czyli obliczenie odchylek powolności $\Delta\sigma_{n,n+1}$ na podstawie znanych opóźnień czasowych $\Delta\tau_{n,n+1}$, sprowadza się do równania:

$$\Delta\sigma_{n,n+1} = F^{-1}[T_{n,n+1}^{-1}F[\Delta\tau_{n,n+1}]] \tag{33}$$

Finalny rozkład $\Delta\sigma$ mógłby być obliczony na podobnej zasadzie, co w algorytmie CUTE-SD, przy składaniu macierzy analogicznie jak w równaniu (27). W pracy (Jaeger, Held, Preisser, Peeters, Grunig, & Frenz, 2014) autor proponuje jednak obliczanie $\Delta\sigma$ jako średniej z $\Delta\sigma_{n,n+1}$ dla $n = 1 \dots N-1$:

$$\Delta\sigma = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^{N-1} \Delta\sigma_{n,n+1} \tag{34}$$

Aby zrozumieć korzyści płynące z przetwarzania w dziedzinie częstotliwości w metodzie CUTE-FD, spójrzmy na strukturę macierzy $T_{n,n+1}$. Ze względu na występowanie we wzorze (29) wyrazu $\delta(k_x - k_x')$, macierze T_n oraz T_{n+1} , jak również ich różnica $T_{n,n+1}$, są rzadkie, a ich niezerowe elementy są rozmieszczone wg schematu przedstawionego na Rysunek 9.



Rysunek 9 Ilustracja położenia niezerowych elementów macierzy T_n , T_{n+1} , $T_{n,n+1}$ oraz $T_{n,n+1}^{-1}$

Macierz $T_{n,n+1}$ jest więc macierzą blokowo-diagonalną, co umożliwia zastosowanie pewnych usprawnień obliczeniowych. Po pierwsze, odwracanie tego typu macierzy może być przeprowadzone oddzielnie dla każdego jej niezerowego sektora, tj. dla każdej pary $x_i = x_i'$, co znacznie upraszcza proces. Co więcej, macierz odwrotna $T_{n,n+1}^{-1}$ ma taki sam, wysoce uporządkowany rozkład niezerowych elementów co macierz $T_{n,n+1}$. Rzadkość oraz wysoki stopień uporządkowania struktury macierzy $T_{n,n+1}^{-1}$ umożliwia efektywne zastosowanie metod macierzy rzadkich w mnożeniu macierzy w równaniu (33). Z pracy (Jaeger, Held, Preisser, Peeters, Grunig, & Frenz, 2014) wynika ponadto, że w odróżnieniu od metody CUTE-SD, macierze $T_{n,n+1}$ dla kolejnych par emisji mogą być odwracane osobno – wtedy wyniki $\Delta\sigma$ uzyskane dla zestawu par kątów są uśredniane. Jedynym dodatkowym kosztem obliczeniowym w metodzie CUTE-FD jest konieczność dwukrotnego wykonywania dwuwymiarowej transformacji Fouriera: prostej – na danych $\Delta\tau_{n,n+1}$, oraz odwrotnej – na wynikach mnożenia macierzy w równaniu (33). Koszt ten jest jednak znikomy w porównaniu z zyskiem wynikającym z możliwości wykorzystania metod macierzy rzadkich, co będzie pokazane w rozdziale 2.8 dotyczącym złożoności obliczeniowej poszczególnych metod.

Znacznie zredukowana złożoność obliczeniowa metody CUTE-FD wiąże się jednak z niemożnością uwzględnienia w dziedzinie częstotliwości stref martwych, nieobjętych oddziaływaniem odchylonej fali płaskiej. To z kolei prowadzi do powstania błędów obrazowania prędkości, co zostało wykazane w (Jaeger & Frenz, 2015). Autorzy tejże pracy jako sposób na ominięcie wspomnianego problemu zaproponowali rozwiązanie w dziedzinie przestrzennej – metodę CUTE-SD przybliżoną w rozdziale 2.6.1.

Reasumując, rekonstrukcja rozkładu przestrzennego $\Delta\sigma$ w metodzie CUTE-FD polega na obliczeniu dwuwymiarowej transformaty Fouriera sygnału $\Delta\tau_{n,n+1}$, wyznaczeniu i odwróceniu macierzy przekształcenia $T_{n,n+1}$, wykonaniu mnożenia macierzowego wg równania (33) (opcjonalnie – przy wykorzystaniu metod macierzy rzadkich), oraz obliczeniu odwrotnej dwuwymiarowej transformaty Fouriera otrzymanych wyników. Finalny rozkład odchyłek powolności $\Delta\sigma$ jest wyznaczany na drodze uśredniania wyników uzyskanych dla poszczególnych par kątów nadawczych.

Na końcu dodajmy, że podobnie jak w przypadku metody CUTE-SD, tak i w metodzie CUTE-FD przy odwracaniu macierzy konieczne jest zastosowanie regularyzacji. Szczegóły dotyczące techniki regularyzacji zastosowanej w algorytmie CUTE-FD zostaną przedstawione w rozdziale 2.7.1.

2.6.3 Metoda Q-CUTE

W metodach referencyjnych CUTE-FD oraz CUTE-SD rozwiązanie zagadnienia odwrotnego polegało na zastosowaniu odwróconego operatora przekształcenia wprost, wyznaczonego w oparciu o model fizyczny opisany równaniem (14). Prezentowana w tej pracy metoda Q-CUTE bazuje na przedstawionym w równaniu (21) zmodyfikowanym opisie zagadnienia wprost. Zagadnienie odwrotne można oczywiście rozwiązać analogicznie jak w przypadku metody CUTE-SD, tzn. wykorzystując odwróconą macierz przekształcenia wprost. Taka koncepcja wiązałaby się jednak z równie dużą złożonością obliczeniową, co w przypadku CUTE-SD. Dzięki ujednoczeniu dróg całkowania, tj. zastąpienia dróg r_n oraz r_{n+1} drogą $r_{n,n+1}$, możliwe staje się rozwiązanie zagadnienia odwrotnego efektywniejszymi obliczeniowo metodami. Przypomnijmy sobie równanie (21) i przeanalizujmy poszczególne jego części, które dla wygody oznaczymy jako A i B :

$$\Delta \tau_{n,n+1}(z, x) = \underbrace{a_{n,n+1} \int_0^z \Delta \sigma(r_{n,n+1}) dz'}_A - \underbrace{b_{n,n+1} \int_0^z \left(\int \Delta \sigma_x(r_{n,n+1}) dz' \right) dz'}_B \quad (35)$$

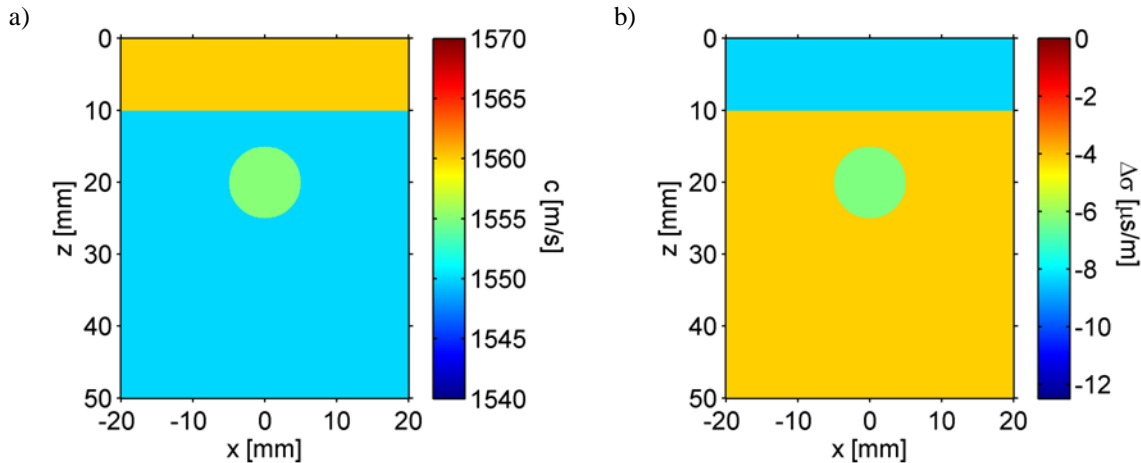
Wyraz A w powyższym równaniu jest odwracalną funkcją rozkładu $\Delta \sigma$, a zatem odpowiadający mu sygnał niesie informacje wystarczające do rekonstrukcji tegoż rozkładu. Niestety sygnał ten jest zmieszany z innym, związanym z wyrazem B równania (35), co uniemożliwia proste obliczenie rozkładu $\Delta \sigma$. Z kolei wyraz B , w odróżnieniu od A , zależy od $\Delta \sigma_x$, tj. horyzontalnego gradientu rozkładu $\Delta \sigma$. Wynika z tego, że związany z nim sygnał będzie równy zero w przypadku rozkładów $\Delta \sigma$ niezależnych od współrzędnej x , tzn. rozkładów $\Delta \sigma$ przestrzennie jednorodnych lub o horyzontalnie zorientowanej strukturze warstwowej. Z sygnału związanego z wyrazem B można potencjalnie odtworzyć kształt horyzontalnych profili rozkładu $\Delta \sigma$ poprzez wyznaczenie rozkładu $\Delta \sigma_x$ oraz jego całkowanie względem zmiennej x . Profile te byłyby jednak wyznaczone z dokładnością do stałej całkowania, a zatem uzyskane w ten sposób przybliżenie rozkładu $\Delta \sigma$ obarczone by było błędem zależnym od głębokości z . Poza tym wyznaczenie rozkładu $\Delta \sigma_x$ nie jest trywialne ze względu na obecność w równaniu (35) wyrazu A .

Aby lepiej zrozumieć naturę sygnałów związanych z wyrazami A i B równania (35) posłużmy się przykładowym rozkładem prędkości c , przedstawionym na Rysunek 10a. W proponowanym rozkładzie prędkości wyróżnić można następujące obszary:

- tło o prędkości $c_b = 1550$ m/s,
- wtrącenie warstwowe o prędkości $c_l = 1560$ m/s i grubości $d_l = 10$ mm,
- wtrącenie okrągłe o prędkości $c_c = 1555$ m/s i średnicy $\Phi_c = 10$ mm.

Taki rozkład ma w dużym uproszczeniu symulować typowe warunki ultradźwiękowego obrazowania tkanek miękkich, a w szczególności:

- różnice pomiędzy średnią prędkością w badanym obszarze a wartością nominalną c_0 (zazwyczaj równą $c_0 = 1540$ m/s),
- obecność warstwy aberrującej w bliskim sąsiedztwie głowicy ultradźwiękowej (skóra, podskórna tkanka tłuszczowa),
- obecność lokalnych niejednorodności rozkładu prędkości.



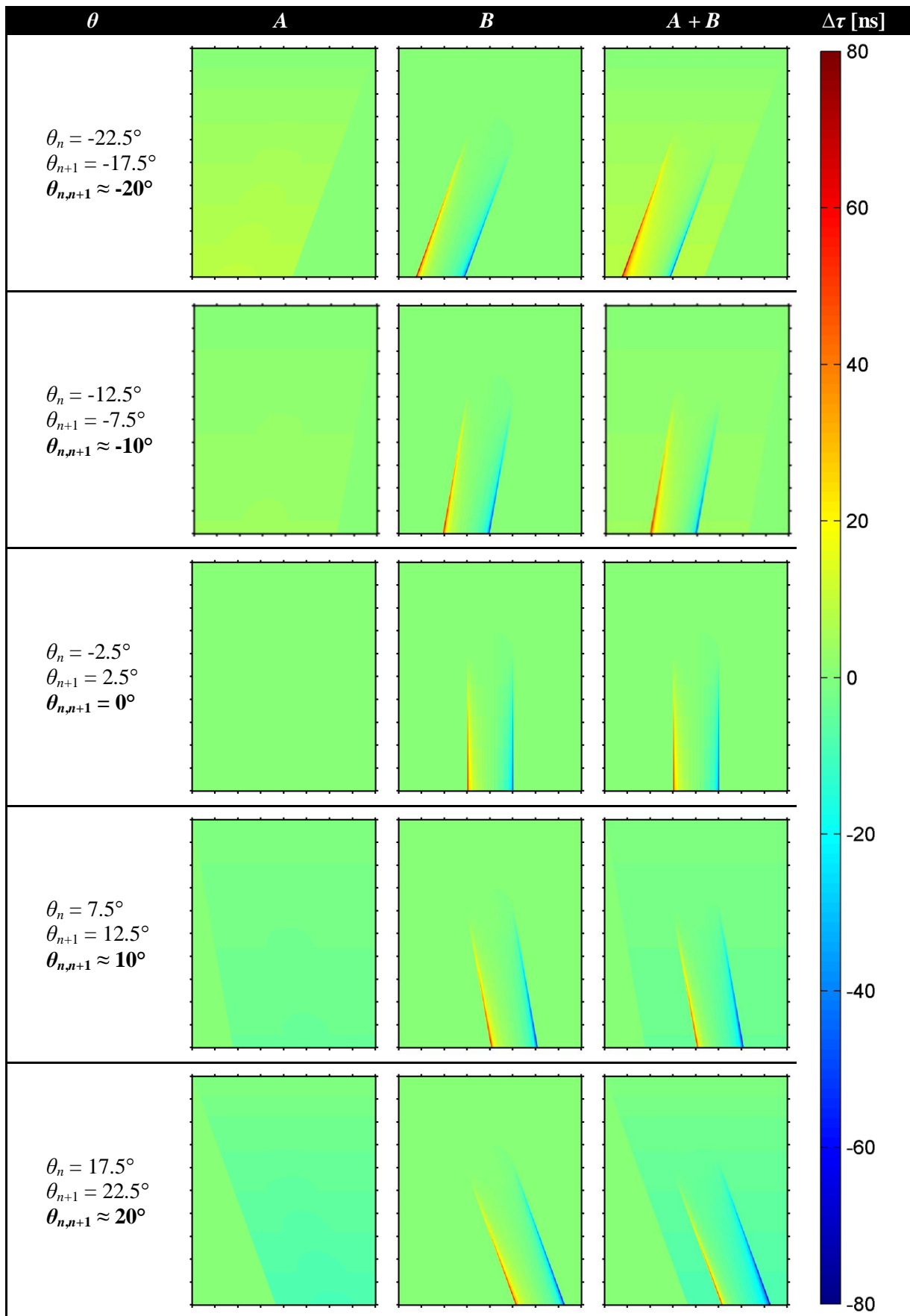
Rysunek 10 a) wybrany rozkład prędkości c , oraz b) wynikający z niego rozkład odchyłki powolności $\Delta\sigma$

Dla wartości prędkości nominalnej $c_0 = 1540$ m/s, rozkładowi prędkości c odpowiada obliczony wg równań (7) i (8) rozkład odchyłki powolności $\Delta\sigma$ przedstawiony na Rysunek 10b. Przeanalizujemy wynikające z niego wartości wyrazów A i B równania (35) przedstawione na Rysunek 11 dla kilku wybranych kątów $\theta_{n,n+1}$.

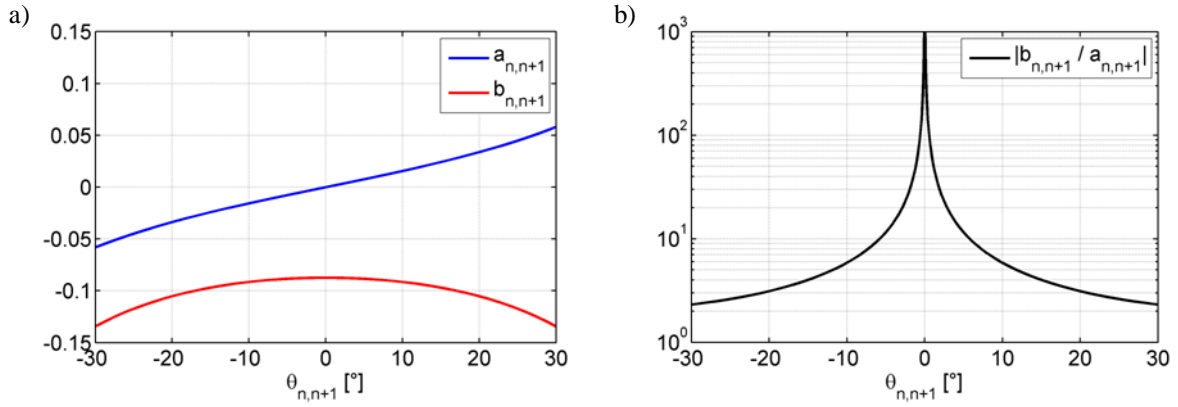
Obecność operatora całkowania w wyrazach A i B skutkuje akumulacyjnym charakterem odpowiadających im sygnałów. Ponadto, w przypadku wyrazu B sygnał zainicjowany lokalną niezerową wartością $\Delta\sigma_x$ na krawędzi wtrącenia okrągłego narasta dalej z głębokością. Dzieje się tak mimo tego, że poniżej wtrącenia źródło sygnału $-\Delta\sigma_x$ jest równe zero. Powodem takiego zachowania jest występująca w wyrazie B całka podwójna.

Kolejne spostrzeżenie dotyczy relacji amplitud sygnałów A i B . Mimo względnie słabego źródła sygnału B , ma on wyraźnie większą amplitudę niż sygnał A . Przypomnijmy, że na wartość wyrazu A w równaniu (35) wpływ mają wszystkie odchyłki prędkości od wartości c_0 , podczas gdy na wartość wyrazu B wpływają jedynie krawędzie wtrącenia okrągłego, poza którymi wartość horyzontalnego gradientu odchyłek powolności $\Delta\sigma_x$ jest równa zero. W zaproponowanym rozkładzie prędkości wtrąceniu okrągłemu przypisano niewielką kontrastowość – jedynie 5 m/s różnicy względem otaczającego go tła. Jest to więc niewiele w porównaniu z błędem prędkości dla tła i wtrącenia warstwowego, zawierającym się w przedziale $\Delta c = 10-20$ m/s. Mimo tego, to sygnał związany z wyrazem B w równaniu (35) jest amplitudowo przeważającym komponentem sygnału $\Delta\tau_{n,n+1}$.

Ostatnia, z punktu widzenia rozwiązania zagadnienia odwrotnego – najważniejsza uwaga dotyczy wpływu kąta $\theta_{n,n+1}$ na sygnały A i B . Nie chodzi tu bynajmniej o samo pochylenie rozkładów przestrzennych poszczególnych sygnałów, lecz o zmiany ich amplitud. W przypadku sygnału A amplituda jest tym większa, im bardziej kąt $\theta_{n,n+1}$ jest odległy od zera. Ponadto, znak sygnału A jest związany ze znakiem kąta $\theta_{n,n+1}$. Z kolei w przypadku sygnału B wpływ kąta $\theta_{n,n+1}$ na amplitudę nie jest tak wyraźny. Co więcej, znak kąta $\theta_{n,n+1}$ pozostaje bez wpływu na znak sygnału B . Przyczyn takiego zachowania sygnałów A i B należy upatrywać we współczynnikach $a_{n,n+1}$ i $b_{n,n+1}$, których wartości zależą od kąta $\theta_{n,n+1}$, co zostało przedstawione na Rysunek 12a.



Rysunek 11 Zestawienie sygnałów odpowiadających wyrazom A i B równania (35) uzyskanych dla wybranych wartości kątów $\theta_{n,n+1}$ i rozkładu prędkości jak na Rysunek 10a



Rysunek 12 Wpływ kąta $\theta_{n,n+1}$ na: a) wartości parametrów $a_{n,n+1}$ i $b_{n,n+1}$, oraz b) wartość bezwzględną ilorazu $b_{n,n+1}/a_{n,n+1}$. Różnica rzeczywistych kątów emisji θ_n i θ_{n+1} ma istotny wpływ na skalę amplitud parametrów $a_{n,n+1}$ i $b_{n,n+1}$ – w przedstawionym przypadku $\theta_{n+1} - \theta_n = 5^\circ$. Iloraz $b_{n,n+1}/a_{n,n+1}$ jest niezależny od różnicy $\theta_{n+1} - \theta_n$

Wykorzystajmy zgromadzone informacje do rozwiązania zagadnienia odwrotnego, tj. znalezienia rozkładu $\Delta\sigma$ spełniającego równanie (35). Poczynione spostrzeżenia sugerują, że w pewnych warunkach sygnał A jest znacznie mniejszy od sygnału B . Wynika to po części z podwójnego całkowania w wyrazie B , jak również z relacji $b_{n,n+1}$ do $a_{n,n+1}$ dla kątów $\theta_{n,n+1}$ bliskich zeru (Rysunek 12b). Oczywiście, aby powyższe było prawdą, musi istnieć źródło sygnału B – niezerowy rozkład $\Delta\sigma_x$, najlepiej o amplitudzie nieustępującej znacząco źródłu sygnału A – rozkładowi $\Delta\sigma$. Załóżmy więc, że warunek ten jest spełniony, jak również, że kąty $\theta_{n,n+1}$ są wystarczająco bliskie zeru, aby prawdą było, że: $b_{n,n+1} \gg a_{n,n+1}$. W konsekwencji mamy: $B \gg A$, a więc usprawiedliwione staje się tymczasowe pominięcie wyrazu A w równaniu (35). Wtedy z kolei możliwe staje się obliczenie rozkładu $\Delta\sigma_x$, a następnie rozkładu $\Delta\sigma$ z dokładnością do stałej całkowania, które to czynności określane będą jako pierwszy etap metody Q-CUTE. W etapie drugim obliczana będzie brakująca stała całkowania. W tym celu posłużymy się równaniem (35) w jego niezmięnionej formie, podstawiając do niego obliczone uprzednio rozkłady $\Delta\sigma_x$ oraz $\Delta\sigma$. Znając zatem koncepcję rozwiązania zagadnienia odwrotnego w metodzie Q-CUTE, przejdźmy do jej szczegółów.

Etap 1

W etapie pierwszym pomijamy wyraz A w równaniu (35), w wyniku czego otrzymujemy:

$$\Delta\tau_{n,n+1}(z, x) \approx -b_{n,n+1} \int_0^z \left(\int \Delta\sigma_x(r_{n,n+1}) dz' \right) dz' \quad (36)$$

Korzystając z własności pochodnej całki oznaczonej względem górnej granicy całkowania, wyprowadźmy z równania (36) wzór na przybliżenie $\Delta\sigma_x$ dla danego kąta $\theta_{n,n+1}$. Szczegóły wprowadzenia zostały przedstawione w załączniku 7.1. W rezultacie otrzymamy:

$$\Delta\sigma_x(z, x, \theta_{n,n+1}) \approx \frac{-1}{b_{n,n+1}} \left[\frac{d^2}{dz'^2} \Delta\tau_{n,n+1}(r_{n,n+1}) \right]_{z'=z} \quad (37)$$

Przy sekwencji obrazowania składającej się z N emisji pod kątami θ_n ($n = 1 \dots N$), dysponujemy zestawem $N-1$ niezależnych zestawów danych wejściowych $\Delta\tau_{n,n+1}$ dla kątów pośrednich $\theta_{n,n+1}$ ($n = 1 \dots N-1$). W konsekwencji mamy również $N-1$ rozkładów $\Delta\sigma_x$ opisanych równaniem (37). Rozkład średni obliczamy wg wzoru:

$$\overline{\Delta\sigma}_x(z, x) = \frac{\sum_{n=1}^{N-1} \Delta\sigma_x(z, x, \theta_{n,n+1}) w_{n,n+1}^l m_{n,n+1}}{\sum_{n=1}^{N-1} w_{n,n+1}^l m_{n,n+1}} \quad (38)$$

gdzie $w_{n,n+1}^l$ oraz $m_{n,n+1}$ oznaczają odpowiednio współczynnik wagowy oraz maskę dla kąta $\theta_{n,n+1}$. Indeks górny w oznaczeniu $w_{n,n+1}^l$ odnosi się do pierwszego etapu przetwarzania metodą Q-CUTE. Wprowadzenie współczynnika wagowego $w_{n,n+1}^l$ ma na celu ograniczenie wpływu błędów przybliżenia w równaniu (36) na rozkład $\overline{\Delta\sigma}_x$. Z założenia współczynnik wagowy $w_{n,n+1}^l$ powinien więc przyjmować mniejsze wartości dla kątów $\theta_{n,n+1}$ odleglejszych od zera, czyli tam, gdzie błąd przybliżenia jest potencjalnie większy. Z kolei celem zastosowania maski $m_{n,n+1}$ jest uniknięcie błędów związanych ze strefami martwymi w obrazowaniu metodą CPWI. Maskę $m_{n,n+1}$ przyjmuje wartość 1 dla obszarów objętych falą płaską zarówno przy nadaniu pod kątem θ_n jak i θ_{n+1} . Pozostałym obszarom przyporządkowana jest wartość 0.

Rozwiązując równanie (16) względem $\Delta\sigma$ otrzymamy:

$$\Delta\sigma(z, x) = \underbrace{\int_{-\infty}^x \overline{\Delta\sigma}_x(z, x'') dx''}_{\Delta\sigma'} + C(z) \quad (39)$$

Wyraz $\Delta\sigma'$ jest przybliżeniem poszukiwanego rozkładu $\Delta\sigma$ po różniczkowaniu i następnie całkowaniu w kierunku x . Do wyznaczenia rozkładu $\Delta\sigma$ brakuje zatem znajomości stałej całkowania C . W tym miejscu kończy się pierwszy etap przetwarzania w metodzie Q-CUTE.

Etap 2

W drugim etapie przetwarzania metodą Q-CUTE wyznaczona zostanie brakująca stała całkowania C z równania (39). Podstawmy $\Delta\sigma$ z równania (39) oraz $\overline{\Delta\sigma}_x$ z równania (38) do wzoru (35), tym razem nie stosując żadnych uproszczeń.

$$\Delta\tau_{n,n+1}(z, x) = a_{n,n+1} \int_0^z (\Delta\sigma'(r_{n,n+1}) + C_{n,n+1}(z')) dz' - b_{n,n+1} \int_0^z \left(\int_0^z \overline{\Delta\sigma}_x(r_{n,n+1}) dz' \right) dz' \quad (40)$$

W powyższym równaniu $C_{n,n+1}$ oznacza stałą całkowania estymowaną dla kąta $\theta_{n,n+1}$. W oparciu o własności pochodnej całki oznaczonej względem górnej granicy całkowania, po uporządkowaniu członów otrzymamy:

$$C_{n,n+1}(z, x) = \frac{1}{a_{n,n+1}} \left[\frac{d}{dz'} \Delta\tau_{n,n+1}(r_{n,n+1}) \right]_{z'=z} - \Delta\sigma'(z, x) + \frac{b_{n,n+1}}{a_{n,n+1}} \int_0^z \overline{\Delta\sigma}_x(r_{n,n+1}) dz' \quad (41)$$

Na tym etapie szacowana wartość stałej całkowania zależy zarówno od kąta $\theta_{n,n+1}$, jak również od współrzędnych z oraz x . Przebieg $C(z)$ obliczamy jako średnią z $C_{n,n+1}$ względem kątów $\theta_{n,n+1}$ oraz współrzędnych x . Odbywa się to wg wzoru:

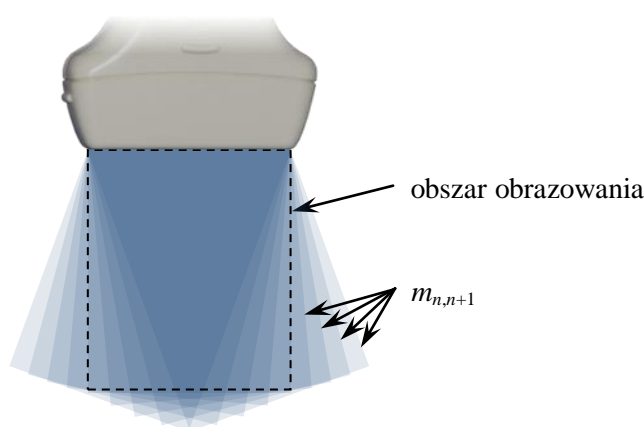
$$\bar{C}(z) = \frac{\sum_{n=1}^{N-1} \int_{-\infty}^{+\infty} C_{n,n+1} w_{n,n+1}^H m_{n,n+1} u \, dx}{\sum_{n=1}^{N-1} \int_{-\infty}^{+\infty} w_{n,n+1}^H m_{n,n+1} u \, dx} \quad (42)$$

gdzie $w_{n,n+1}^H$ oznacza współczynnik wagowy dla kąta $\theta_{n,n+1}$ w drugim etapie przetwarzania metodą Q-CUTE. Zmienna u jest z kolei wagą przypisaną poszczególnym współrzędnym w obszarze obrazowania. Ponadto, podobnie jak w równaniu (38), w powyższym wzorze występuje maska $m_{n,n+1}$ pozwalająca uwzględnić strefy martwe w obrazowaniu metodą CPWI.

Wprowadzenie współczynnika wagowego $w_{n,n+1}^H$ wynika z niejednakowej jakości $C_{n,n+1}$ dla poszczególnych kątów $\theta_{n,n+1}$. Dla kątów $\theta_{n,n+1}$ bliskich zeru wartości $a_{n,n+1}$ również są bliskie zeru, co świadczy o tym, że wpływ wyrazu A w równaniu (35) na dane $\Delta\tau_{n,n+1}$ jest w takich warunkach znikomy. Patrząc z perspektywy równania (41) przekłada się to na niską wartość stosunku sygnału użytecznego do szumu w danych $\Delta\tau_{n,n+1}$. Współczynnik wagowy $w_{n,n+1}^H$ w równaniu (42) powinien zatem przyjmować mniejsze wartości dla $\theta_{n,n+1}$ bliższych zeru.

Celem zastosowania we wzorze (42) współczynnika wagowego u jest z kolei uwzględnienie zmiennej wiarygodności oszacowanych wcześniej rozkładów $\overline{\Delta\sigma_x}$ oraz $\Delta\sigma'$ w zależności od położenia w obrazowanym obszarze. Dla zobrazowania zagadnienia posłużmy się Rysunek 13, który ilustruje nakładanie się masek $m_{n,n+1}$, co w danym położeniu (z,x) przekłada się na liczbę danych uśrednianych wg równania (38). Dla regionów położonych w okolicy osi pionowej obszaru obrazowania ($x=0$), przy obliczaniu $\overline{\Delta\sigma_x}$ wg wzoru (38) wykorzystana jest możliwie największa liczba par emisji na danej głębokości z . Podążając w kierunku bocznych krawędzi obszaru obrazowania liczba wykorzystanych par emisji spada. Skutkuje to nieco niższą jakością oszacowania rozkładów $\overline{\Delta\sigma_x}$ oraz $\Delta\sigma'$, a co za tym idzie, większymi błędami w estymacji $C_{n,n+1}(z,x)$ w bocznych strefach obszaru obrazowania. W związku z tym, strefom tym powinna być przypisana niższa wartość u niż obszarom położonym bardziej przyosiowo.

Po obliczeniu uśrednionej wartości stałej całkowania \bar{C} wg wzoru (42) należy uzyskany wynik podstawić do równania (39). Korekcja rozkładu $\Delta\sigma'$ o stałą całkowania \bar{C} kończy drugi – ostatni etap przetwarzania sygnału w metodzie Q-CUTE.



Rysunek 13 Ilustracja nakładania się masek $m_{n,n+1}$

Niespełnienie założenia: $B \gg A$

Przedstawiona metoda rozwiązania zagadnienia odwrotnego została zaprojektowana przy wykorzystaniu założenia, że $B \gg A$. Jeśli założenie to jest spełnione, można oczekiwać dobrych wyników przetwarzania tą metodą. Co się jednak stanie, jeśli powyższy warunek nie będzie spełniony? Aby odpowiedzieć na to pytanie, wyobraźmy sobie, że mamy do czynienia z horyzontalnie zorientowanym, warstwowym rozkładem prędkości. Niech poza wspomnianymi warstwami nie występują w nim żadne inne niejednorodności. W takim przypadku sygnał $\Delta\sigma_x$ w każdym punkcie obrazowanego obszaru będzie równy zero. W konsekwencji tego, wyraz B równania (35) również będzie równy zero. To z kolei oznacza, że warunek $B \gg A$ nie został spełniony.

Zastanówmy się, jakim rezultatem w tej sytuacji zakończy się pierwszy etap metody Q-CUTE, w którym założenie: $B \gg A$ było kluczowe. Sygnał wejściowy $\Delta\tau_{n,n+1}$ będzie wyrażony jedynie poprzez wyraz A w równaniu (35). Obliczony wg równania (37) rozkład $\Delta\sigma_x$ dla kąta $\theta_{n,n+1}$ będzie więc równy:

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_x(z, x, \theta_{n,n+1}) &= \frac{-1}{b_{n,n+1}} \left[\frac{d^2}{dz^2} \Delta\tau_{n,n+1}(r_{n,n+1}) \right]_{z'=z} \\ &= \frac{-a_{n,n+1}}{b_{n,n+1}} \left[\frac{d}{dz'} \Delta\sigma(r_{n,n+1}) \right]_{z'=z}\end{aligned}\quad (43)$$

Wynik ten jest oczywiście błędny, ponieważ oczekujemy, że $\Delta\sigma_x$ będzie równe zero. Przyjrzyjmy się jednak dalszej propagacji tego błędu. Dla rozpatrywanego przypadku horyzontalnie zorientowanego rozkładu warstwowego $\Delta\sigma$, wartość pochodnej na danej głębokości z nie zależy od współrzędnej x . Ponadto należy przypomnieć, że $a_{n,n+1}(\theta_{n,n+1})$ jest funkcją nieparzystą, podczas gdy $b_{n,n+1}(\theta_{n,n+1})$ – parzystą, a zatem ich iloraz jest funkcją nieparzystą. Z powyższych spostrzeżeń wynika, że w rozpatrywanym przypadku warstwowego rozkładu $\Delta\sigma$, rozkłady $\Delta\sigma_x$ obliczone dla kątów wzajemnie przeciwnych są związane zależnością:

$$\Delta\sigma_x(z, x, \theta_{n,n+1}) = -\Delta\sigma_x(z, x, -\theta_{n,n+1}) \quad (44)$$

W konsekwencji powyższego, sygnały te zniosą się w procesie uśredniania wartości $\Delta\sigma_x$ wg równania (38). Aby tak się stało, muszą być jeszcze spełnione dwa warunki. Po pierwsze, zestaw kątów nadawczych θ musi być symetryczny względem 0° . Po drugie, zależność $w'_{n,n+1}(\theta_{n,n+1})$ musi być funkcją parzystą. W rezultacie otrzymamy $\Delta\sigma_x = 0$, a więc propagacja błędu będzie w tym miejscu przerwana.

Opisany przypadek horyzontalnego rozkładu warstwowego jest oczywiście sytuacją skrajną. Spotykane w rzeczywistości rozkłady prędkości będą skutkowały lepszym lub gorszym spełnieniem założenia: $B \gg A$. Przedstawione rozumowanie pozwala jednak sądzić, że istotna część błędów związanych z niedostatecznym spełnieniem powyższego warunku znosi się w procesie uśredniania.

Podsumowanie

Reasumując, rekonstrukcja rozkładu $\Delta\sigma$ w metodzie Q-CUTE składa się z następujących kroków:

- Etap 1:
 - obliczenie rozkładu $\Delta\sigma_x$ dla każdego kąta $\theta_{n,n+1}$ wg równania (37),
 - uśrednienie rozkładu $\Delta\sigma_x$ względem kątów $\theta_{n,n+1}$ wg równania (38),

- obliczenie rozkładu $\Delta\sigma$ wg równania (39),
- Etap 2:
 - obliczenie $C_{n,n+1}$ dla każdego kąta $\theta_{n,n+1}$ wg równania (41),
 - uśrednienie $C_{n,n+1}$ względem kątów $\theta_{n,n+1}$ oraz współrzędnych x wg równania (42),
 - obliczenie rozkładu $\Delta\sigma$ wg równania (39).

Na końcu należy dodać, że ze względu na obecność operatorów pochodnej w równaniach (37) oraz (41), zastosowanie metody Q-CUTE w przedstawionym kształcie skutkowałoby wzmocnieniem zakłóceń i nieczytelnością wyników. Wobec tego, podobnie jak w metodach CUTE-FD oraz CUTE-SD, tak również dla metody Q-CUTE powinna zostać zaproponowana pewna forma regularyzacji. Ta została przedstawiona w rozdziale 2.7.2.

2.7 Regularyzacja

2.7.1 Regularyzacja dla metod CUTE-FD i CUTE-SD

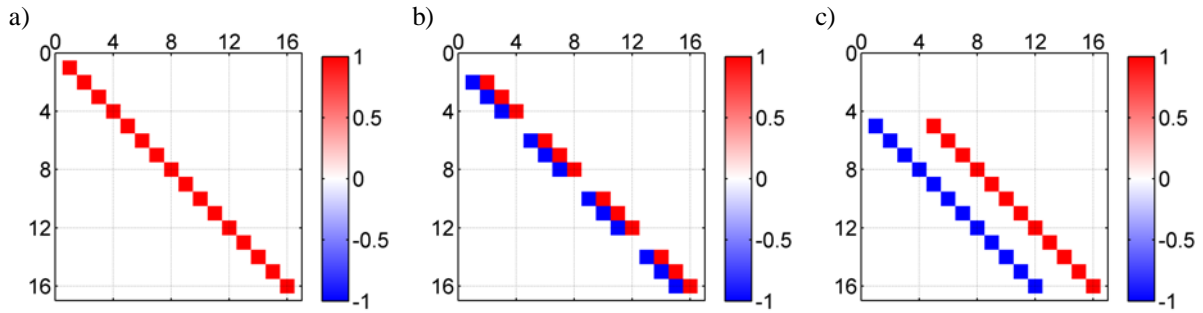
W pracach (Jaeger, Held, Preisser, Peeters, Grunig, & Frenz, 2014) oraz (Jaeger & Frenz, 2015) autor wskazuje na złe uwarunkowanie zagadnienia odwrotnego, co przy próbie dokładnego rozwiązania skutkowałoby m.in. wzmocnieniem szumów i powstaniem błędów uniemożliwiających poprawną interpretację obrazów prędkości. Jako rozwiązanie tego zagadnienia zaproponowana została regularyzacja metodą Tichonowa. W pracy (Jaeger & Frenz, 2015) macierz przekształcenia odwrotnego Π_{inv} jest obliczana według następującego równania:

$$\Pi_{inv} = (\Pi^T \Pi + \lambda_1 I + \lambda_2 D_z^T D_z + \lambda_3 D_x^T D_x)^{-1} \Pi^T \quad (45)$$

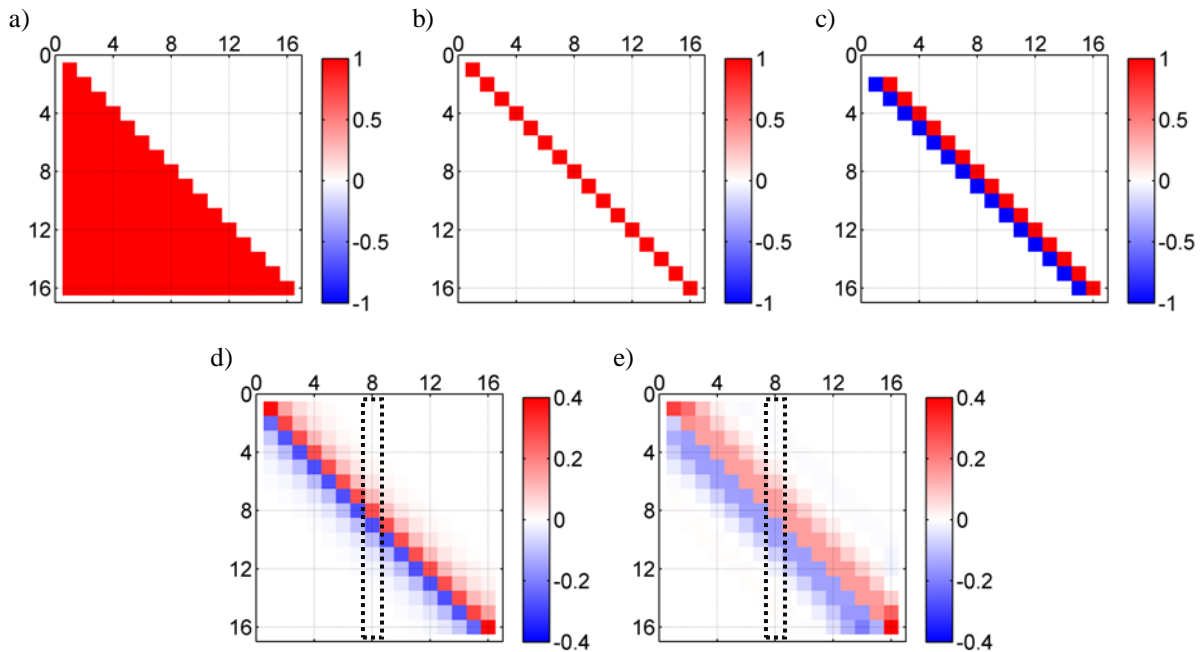
gdzie Π oznacza przekształcenie wprost, I , D_z , oraz D_x są członami regularyzującymi, a λ_1 , λ_2 i λ_3 ich odpowiednimi wagami – współczynnikami regularyzacji. I jest macierzą jednostkową i odpowiada za regularyzację rekonstruowanych średnio-kwadratowych odchyłek powolności. Z kolei D_z i D_x są operatorami pochodnej pierwszego rzędu w kierunkach z oraz x . Ich uwzględnienie skutkuje regularyzacją średnio-kwadratowego modułu gradientu. Strukturę macierzy I , D_z , oraz D_x dla danych w przykładowej rozdzielczości 4×4 przedstawia Rysunek 14.

W pracy (Jaeger & Frenz, 2015) dotyczącej algorytmu CUTE działającego w dziedzinie przestrzennej te dwa typy regularyzacji są stosowane rozdzielnie, tzn. jeśli $\lambda_1 \neq 0$, to $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$, oraz jeśli $\lambda_2 \neq 0$ lub $\lambda_3 \neq 0$, to $\lambda_1 = 0$. Autorzy w ww. publikacji wykazują, że regularyzacja z wykorzystaniem macierzy D_z oraz D_x ($\lambda_2 \neq 0$ i/lub $\lambda_3 \neq 0$) daje wyraźnie lepsze wyniki, niż regularyzacja przy pomocy macierzy I ($\lambda_1 \neq 0$). W związku z tym algorytm CUTE-SD zaimplementowany dla potrzeb tej pracy wykorzystywał w regularyzacji macierze D_z oraz D_x ($\lambda_2 \neq 0$ i/lub $\lambda_3 \neq 0$).

W przypadku algorytmu przedstawionego w (Jaeger, Held, Preisser, Peeters, Grunig, & Frenz, 2014), działającego w dziedzinie częstotliwości przestrzennych, ww. typom regularyzacji odpowiadają regularyzacja średnio-kwadratowego widma częstotliwości przestrzennych odchyłek powolności ($\lambda_1 \neq 0$) oraz regularyzacja gładkości przestrzennej ($\lambda_2 \neq 0$ i/lub $\lambda_3 \neq 0$). Zgodnie z (Jaeger & Frenz, 2015) drugi z wymienionych typów regularyzacji nie poprawia jakości obrazowania w stosunku do wyników uzyskanych przy zastosowaniu pierwszego z nich. Wobec tego algorytm CUTE-FD zaimplementowany dla potrzeb tej pracy wykorzystywał w regularyzacji macierz I ($\lambda_1 \neq 0$).



Rysunek 14 Przykłady zawartości macierzy występujących w równaniu (45) dla danych w rozdzielczości 4×4: a) macierz jednostkowa I , b) macierz operatora pochodnej w kierunku $z - D_z$, oraz c) macierz operatora pochodnej w kierunku $x - D_x$



Rysunek 15 Przykłady zawartości macierzy występujących w równaniu (46) dla wektora danych o długości 16 próbek: a) macierz operatora całkowania J , b) macierz jednostkowa I , c) macierz operatora pochodnej D , oraz macierze zregulowanych operatorów pochodnej d) D_{regI} i e) D_{regD} . Na rysunkach d) oraz e) linią przerywaną oznaczono wzorcowe kolumny dla opracowania przybliżenia zregulowanego operatora pochodnej

2.7.2 Regularyzacja dla metody Q-CUTE

Przedstawiony w tej pracy algorytm Q-CUTE w kształcie opisanym w rozdziale 2.6.3 również generuje zaszumione i nieczytelne obrazy prędkości. W tym wypadku jednak niemożliwe jest przeprowadzenie regularyzacji w sposób opisany w rozdziale 2.7.1, ponieważ w metodzie Q-CUTE nie występuje operacja odwracania macierzy przekształcenia wprost. Zagadnienie regularyzacji musiało być zatem zrealizowane inaczej.

Zakłócenia w generowanych mapach $\Delta\sigma$ wynikały z wrażliwości algorytmu Q-CUTE na szumy w sygnale wejściowym $\Delta\tau$. Problem wrażliwości był z kolei związany z występowaniem operatora różniczkowania w równaniach (37) oraz (41). W związku z tym w algorytmie Q-CUTE zagadnienie regularyzacji dotyczyło jedynie operatora różniczkowania. Zastosowanie wyrażonego macierzowo zregulowanego operatora pochodnej zwielałoby jednak złożoność obliczeniową algorytmu Q-CUTE. Aby tego uniknąć, ostatecznie wykorzystane będzie efektywne obliczeniowo przybliżenie zregulowanego operatora pochodnej.

Regularyzacja macierzy operatora pochodnej

Zgodnie z podstawowym twierdzeniem rachunku całkowego, operator różniczkowania jest odwrotnością operatora całkowania. Macierz operatora pochodnej D może być zatem wyznaczona jako odwrotność macierzy przekształcenia całkowego J . Zregularyzowana macierz operatora pochodnej D_{reg} obliczana więc była jako zregularyzowana metodą Tichonowa odwrotność macierzy J , co przedstawia równanie:

$$D_{reg} = (J^T J + \lambda_1 I + \lambda_2 D^T D)^{-1} J^T \quad (46)$$

Regularyzacja w tym przypadku polegała na tym samym, co we wzorze (45) z tą różnicą, że rozważane zagadnienie było jednowymiarowe, a zatem nie istniało rozróżnienie operatorów D w zależności od kierunku – macierz D była podobna do macierzy D_z (Rysunek 14). Oznaczmy macierz D_{reg} jako D_{regI} w przypadku regularyzacji z wykorzystaniem macierzy I ($\lambda_1 \neq 0, \lambda_2 = 0$), oraz D_{regD} dla regularyzacji z wykorzystaniem macierzy D ($\lambda_1 = 0, \lambda_2 \neq 0$). Przykładowa struktura macierzy występujących w równaniu (46) dla wektora danych o długości 16 próbek została przedstawiona na Rysunek 15.

Wzorce odpowiedzi impulsowej zregularyzowanego operatora pochodnej

Kolejne kolumny macierzy D_{regI} oraz D_{regD} (Rysunek 15d,e) stanowiły odpowiedzi impulsowe zregularyzowanego operatora pochodnej dla impulsów jednostkowych występujących w kolejnych próbkach sygnału wejściowego. Oznaczone na Rysunek 15d,e środkowe kolumny macierzy D_{regI} i D_{regD} zawierały centralnie położone odpowiedzi impulsowe, które zostały wybrane jako wzorce dla opracowania przybliżeń zregularyzowanego operatora różniczkowania. Oznaczmy zawartość wspomnianych wzorcowych kolumn macierzy D_{regI} oraz D_{regD} odpowiednio jako d_{regI} oraz d_{regD} . Rysunek 16 przedstawia wykresy d_{regI} oraz d_{regD} dla kilku wybranych wartości λ_1 i λ_2 .

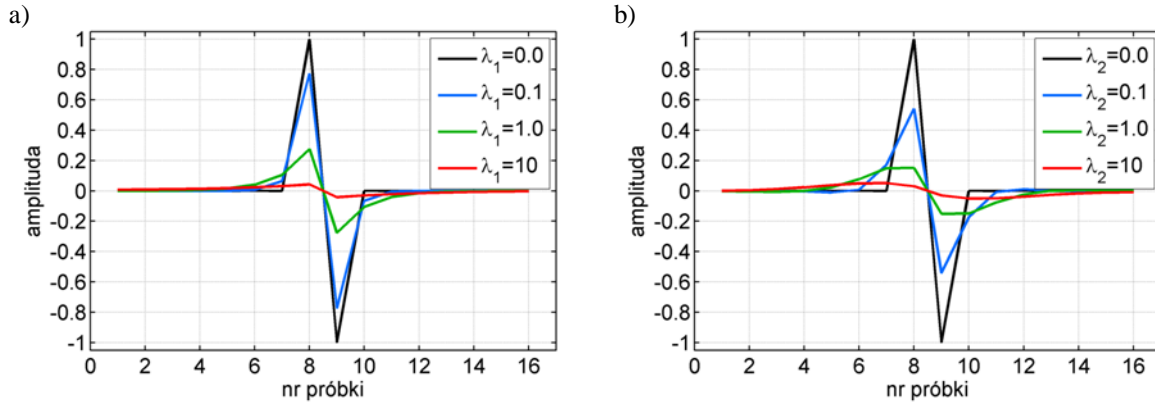
Przybliżenie zregularyzowanego operatora pochodnej

Przebiegi d_{regI} oraz d_{regD} są nieparzyste. Przybliżenie zregularyzowanego operatora różniczkowania mogło być więc zrealizowane za pomocą filtru, którego odpowiedź impulsowa pokrywa się z połową przebiegu wzorcowego. Zamodelowanie całości wzorcowej odpowiedzi impulsowej polegało na przeprowadzeniu filtracji równoległe w przeciwnych kierunkach i kombinacji wyników wg wzoru:

$$y_{out}(s) = \text{filt}_B(y_{in}(s)) - \text{filt}_F(y_{in}(s-1)) \quad (47)$$

gdzie y_{in} i y_{out} oznaczają sygnał wejściowy i wyjściowy a s jest numerem rozpatrywanej próbki. Z kolei filt_F oraz filt_B są operatorami filtracji działającymi odpowiednio w przód (ang. Forward) oraz wstecz (ang. Backward).

Wybór rodzaju filtracji był podyktowany dążeniem do możliwie najprostszymi obliczeniowo rozwiązań przy jednoczesnym zachowaniu wysokiej jakości odwzorowania przebiegów d_{regI} oraz d_{regD} . Zastosowanie filtrów o skończonej odpowiedzi impulsowej, tzw. filtrów FIR (ang. Finite Impulse Response) byłoby proste w realizacji – wektory współczynników filtru byłyby kopią wartości d_{regI} oraz d_{regD} . Takie rozwiązanie jest jednak znacznie bardziej wymagające obliczeniowo niż wykorzystanie filtrów o nieskończonej odpowiedzi impulsowej, tzw. filtrów IIR (ang. Infinite Impulse Response). W związku z tym w dalszych pracach stosowano filtry IIR.



Rysunek 16 Wzorcowe odpowiedzi impulsowe zregulowanego operatora pochodnej: a) d_{regI} , oraz b) d_{regD} dla wybranych wartości parametrów λ_1 oraz λ_2

Dobór rodzaju transmitancji filtru IIR był podyktowany typem odpowiedzi impulsowych zawartych w d_{regI} oraz d_{regD} . Obserwując kształt wzorca odpowiedzi impulsowej d_{regI} (Rysunek 16a) dostrzec można jego wykładniczy charakter. W związku z tym, naturalnym rozwiązaniem wydaje się przybliżenie operatora różniczkowania za pomocą członu inercyjnego pierwszego rzędu o transmitancji H_I :

$$H_I(z) = \frac{b}{1 - az^{-1}} \quad (48)$$

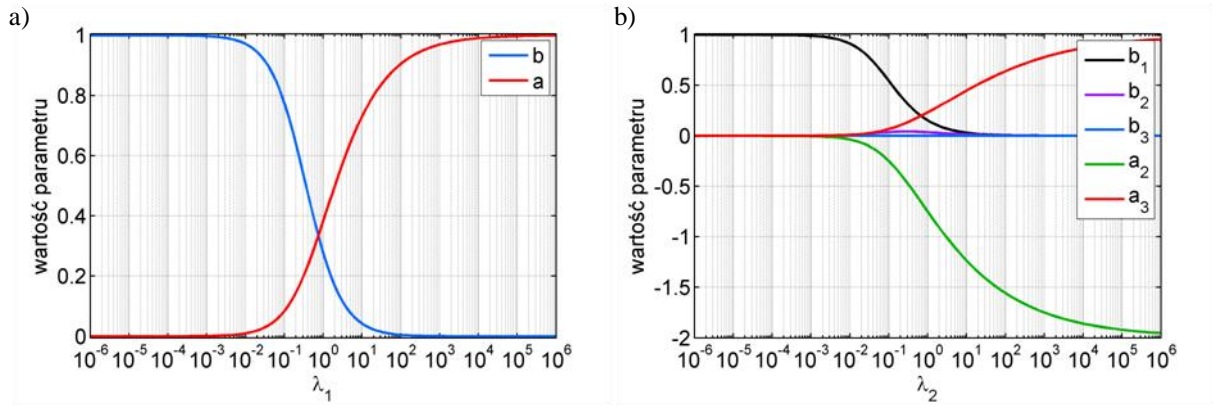
W powyższym równaniu, jak i w całym rozdziale 2.7.2, z nie jest współrzędną w przyjętym układzie kartezjańskim, lecz argumentem zespolonym. Pozostałe współczynniki: b i a oznaczają odpowiednio wzmacnienie oraz stałą czasową odpowiedzi impulsowej. Zamodelowanie wzorca odpowiedzi impulsowej d_{regD} wymagało nieco bardziej złożonego rozwiązania – posłużono się filtrem 2-go rzędu o transmitancji H_D :

$$H_D(z) = \frac{b_1 + b_2 z^{-1} + b_3 z^{-2}}{1 + a_2 z^{-1} + a_3 z^{-2}} \quad (49)$$

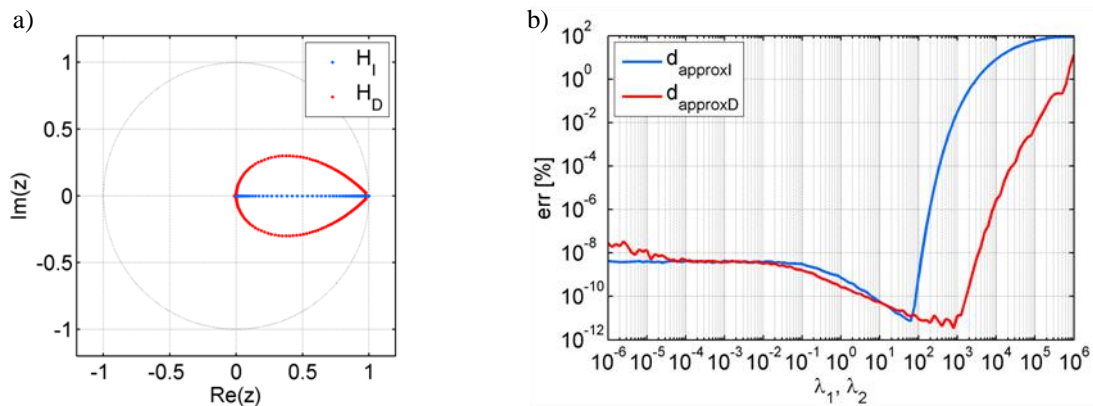
Wartości współczynników ww. filtrów w funkcji parametrów λ_1 i λ_2 zmieniających się w zakresie od $1e-6$ do $1e6$, zostały przedstawione na Rysunek 17. Współczynniki filtrów wyznaczone były na podstawie przebiegów wzorcowych d_{regI} oraz d_{regD} . Te z kolei wraz ze wzrostem wartości parametrów λ_1 i λ_2 były coraz bardziej rozmyte i w efekcie wolniej zbiegały do zera (Rysunek 16). Aby poprawnie wyznaczyć wartości współczynników filtrów dla dużych wartości λ_1 i λ_2 konieczne było uwzględnienie możliwie pełnej odpowiedzi impulsowej zregulowanego operatora pochodnej. W związku z tym, przy wyznaczaniu współczynników filtrów IIR posłużono się przebiegami d_{regI} oraz d_{regD} o długości zwiększonej do 512 próbek – wszystkie macierze w równaniu (46) miały rozmiar 512×512 .

Weryfikacja przybliżenia zregulowanego operatora pochodnej

Filtry IIR są układami zawierającymi sprzężenie zwrotne. Istnieje zatem ryzyko ich niestabilności, co powinno zostać zbadane. Stabilność filtrów IIR została zweryfikowana na podstawie położenia biegunów ich transmitancji na płaszczyźnie z . Położenie biegunów transmitancji wewnątrz okręgu jednostkowego gwarantuje stabilność filtrów. Warunek ten jest spełniony, co przedstawia Rysunek 18a.



Rysunek 17 Zależność wartości współczynników filtrów IIR opisanych transmitancją: a) H_I , oraz b) H_D od wartości parametrów odpowiednio: λ_1 oraz λ_2



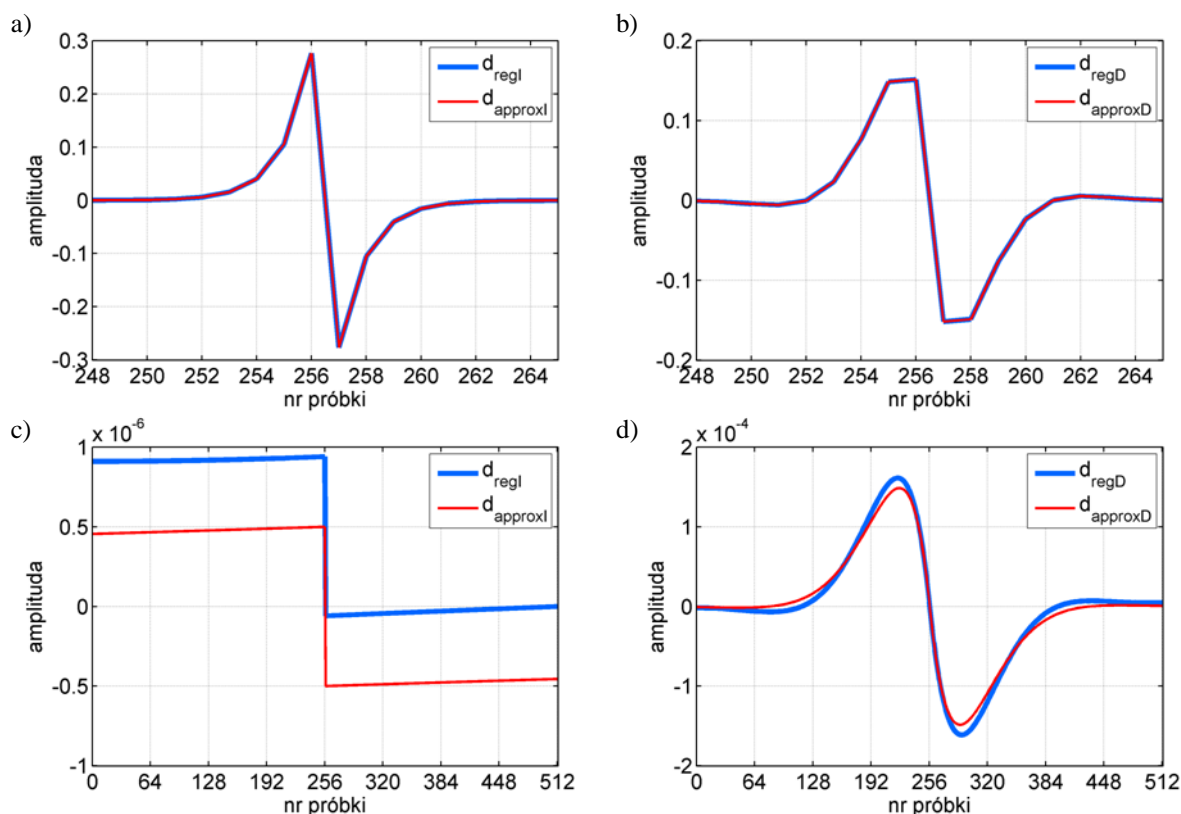
Rysunek 18 a) położenie biegunów transmitancji H_I i H_D na płaszczyźnie z dla szeregu różnych wartości parametrów λ_1 i λ_2 w zakresie od $1e-6$ do $1e6$, oraz b) zależność błędów przybliżenia operatora różniczkowania od wartości parametrów λ_1 lub λ_2

Kolejnym zagadnieniem wymagającym weryfikacji jest precyzja przybliżenia zregulowanego operatora pochodnej za pomocą zaproponowanych filtrów IIR. Oznaczmy przybliżenia wzorców odpowiedzi impulsowych d_{regI} oraz d_{regD} odpowiednio jako $d_{approxI}$ oraz $d_{approxD}$ (uogólniając, niech d_{approx} będzie przybliżeniem wzorca d_{reg}). Błąd przybliżenia zdefiniujemy wzorem:

$$err = \frac{\sum |d_{reg} - d_{approx}|}{\sum |d_{reg}|} \cdot 100\% \quad (50)$$

Tak zdefiniowany błąd jest więc procentowo wyrażonym ilorazem pola powierzchni pomiędzy przebiegami wzorcowym d_{reg} i przybliżonym d_{approx} do pola powierzchni pod modułem przebiegu wzorcowego d_{reg} .

Przedstawione na Rysunek 18b krzywe ukazują względnie stabilny i zanedbywalnie niski poziom błędów przybliżenia dla $\lambda_1 < 1e2$ oraz $\lambda_2 < 1e3$. Wysoką precyzję przybliżenia obrazują pokrywające się przebiegi wzorcowe d_{reg} oraz przybliżone d_{approx} przedstawione na Rysunek 19a,b. Dla wyższych wartości współczynników regularyzacji λ obserwowany jest jednak gwałtowny wzrost poziomów błędów. Dla przybliżenia $d_{approxD}$ w skrajnym przypadku ($\lambda_2 = 1e6$) błąd osiąga wartość ok. 13%. Biorąc pod uwagę, że ma to miejsce na skraju zakresu pomiarowego, gdzie nie spodziewano się już wystąpienia istotnych zmian w jakości obrazowania prędkości, taka wartość błędu jest akceptowalna.



Rysunek 19 Wzorcowe (d_{reg}) oraz przybliżone (d_{approx}) odpowiedzi impulsowe zregulowanego operatora pochodnej dla: a) $\lambda_1 = 1$ i $\lambda_2 = 0$, b) $\lambda_1 = 0$ i $\lambda_2 = 1$, c) $\lambda_1 = 1e6$ i $\lambda_2 = 0$, d) $\lambda_1 = 0$ i $\lambda_2 = 1e6$

W przypadku przybliżenia $d_{approx1}$ na skraju zakresu pomiarowego błąd wynosi ok. 94 %, co wydaje się być wartością dyskwalifikującą. Przeanalizujmy jednak przedstawione na Rysunek 19c przebiegi wzorca d_{reg1} oraz jego przybliżenia $d_{approx1}$ dla $\lambda_1 = 1e6$. Okazuje się, że błąd przybliżenia wynika głównie ze składowej stałej przebiegu wzorca d_{reg1} , która nie występuje w przybliżeniu $d_{approx1}$. Amplituda tej składowej staje się znacząca w przypadku zbyt dużych wartości λ_1 w stosunku do rozmiarów macierzy D_{reg1} . Ze wstępnych obliczeń wynika, że zwiększenie rozmiarów macierzy D_{reg1} prowadzi do zmniejszenia wartości składowej stałej przebiegu d_{reg1} . Można więc wnioskować, że składową stałą wzorca d_{reg1} należy rozpatrywać jako jego błąd, a pozbawiony składowej stałej przebieg przybliżenia $d_{approx1}$ jest bliższy oczekiwanemu. W tej sytuacji można zignorować znaczne wartości błędu przybliżenia d_{reg1} . Ponadto, wyniki przedstawione w dalszej części pracy będą świadczyć o tym, że istotny w rozpatrywanym zagadnieniu regularyzacji w metodzie Q-CUTE jest zakres wartości $\lambda < 1e3$. W zakresie tym błędy (nawet przy zignorowaniu faktu istnienia błędu wzorca d_{reg1} związanego ze składową stałą) nie przekraczają wartości 0,03 % – są więc zanedbywalne.

Konieczność indywidualnej optymalizacji wartości λ

Na końcu rozważań dotyczących regularyzacji w poszczególnych metodach obrazowania prędkości, należy podkreślić, że stopień regularyzacji wyrażony wartością parametrów λ ma kluczowe znaczenie dla jakości rekonstruowanych map prędkości. W celu przeprowadzenia możliwie obiektywnego porównania jakości obrazowania prędkości poszczególnymi metodami, niezbędne jest wskazanie wartości parametrów λ optymalnych dla każdej z metod. Problemowi temu poświęcone zostały rozdziały 3.4 oraz 4.1.

2.8 Obrazowanie prędkości w czasie rzeczywistym

W rozdziale 1.4, dotyczącym motywacji tej pracy, poruszony został problem niskiej efektywności obliczeniowej algorytmu CUTE-SD, konsekwencją której jest względnie długi czas rekonstrukcji pojedynczych obrazów prędkości. To z kolei przekłada się na niską częstotliwość generowania kolejnych ramek obrazu prędkości. Możliwości implementacji algorytmu CUTE-SD w ultradźwiękowych systemach czasu rzeczywistego są zatem ograniczone. Rozwiązaniem tego problemu jest przedstawiony w tej pracy algorytm Q-CUTE, który cechuje się wysoką efektywnością obliczeniową. W celu sformułowania precyzyjniejszej oceny możliwości implementacji poszczególnych algorytmów do pracy w czasie rzeczywistym, przeanalizujemy złożoności obliczeniowe każdego z nich.

2.8.1 Złożoność obliczeniowa

Złożoność obliczeniowa Ω poszczególnych algorytmów CUTE była wyrażona liczbą zmiennoprzecinkowych operacji typu pomnóż-i-dodaj, tzw. MAD (ang. Multiply-Add), koniecznych dla wykonania pojedynczej rekonstrukcji obrazu prędkości. Była ona funkcją rozdzielczości pikselowej $Z \times X$ danych, na których operował dany algorytm. Liczba $N-1$ par obrazów LRI wykorzystanych w procesie rekonstrukcji prędkości w oczywisty sposób również wpływa na złożoność obliczeniową algorytmów, jednak dla każdego z nich jest to zależność liniowa. Dla uproszczenia przyjmijmy więc, że złożoność Ω dotyczy rekonstrukcji obrazu prędkości na podstawie pojedynczej pary obrazów LRI.

Preprocessing

Ocenę złożoności obliczeniowej zaczniemy od wspólnego dla wszystkich algorytmów CUTE preprocessingu polegającego na konwersji pary obrazów LRI do postaci obrazu $\Delta\tau$. Jego złożoność obliczeniowa Ω_{PRE} była opisana następującą zależnością:

$$\Omega_{\text{PRE}}(Z, X) = ZX \left(\underbrace{4+3+5}_{\text{detekcja } \Delta\varphi} + 2 \cdot \underbrace{(4+5)}_{\text{filtracja}} + \underbrace{1}_{\text{konwersja}} \right) = 31ZX \quad (51)$$

W powyższym wzorze wydzielone są trzy człony opisujące złożoność obliczeniową: detekcji różnicy faz $\Delta\varphi$, jej filtracji oraz konwersji do postaci $\Delta\tau$. Detekcja $\Delta\varphi$ wiązała się z obliczeniem argumentu wyniku mnożenia zespolonego. Iloczyn zespolony w praktyce oznacza cztery operacje mnożenia. Z kolei argument liczby zespolonej jest obliczany za pomocą dwu-połówkowej funkcji arctan, która zgodnie z (Lyons, 2004) może być zrealizowana kosztem trzech mnożeń oraz jednego dzielenia. W zależności od implementacji, operacja dzielenia może być wykonywana z różną efektywnością. Opierając się na (NVIDIA, 2009) przyjmijmy, że pod względem złożoności obliczeniowej, dzielenie odpowiada pięciu operacjom MAD.

Przy szacowaniu złożoności obliczeniowej kolejnego członu, tj. dwuwymiarowej filtracji wygładzającej, przyjęto, że filtracja dwuwymiarowa została zrealizowana za pomocą dwóch filtrów jednowymiarowych operujących we wzajemnie prostopadłych kierunkach – wertykalnym i horyzontalnym. W założeniu zastosowano efektywne obliczeniowo filtry IIR 2-go rzędu. Na każdą próbkę sygnału wyjściowego wykonują one cztery mnożenia oraz jedno dzielenie odpowiadające kolejnym pięciu mnożeniom. Należy zaznaczyć, że w obliczeniach przeprowadzonych w ramach tej pracy stosowano filtry o skończonej odpowiedzi impulsowej, tzw. filtry FIR (ang. Finite Impulse Response). Dla uzyskania charakterystyki amplitudowej porównywalnej z prostym filtrem IIR

wymagają one znacznie wyższych rzędów, co przekłada się na większą złożoność obliczeniową. Filtry FIR są jednak prostsze w projektowaniu, co było powodem ich zastosowania w pracach badawczych. W realiach aplikacyjnych ważniejsza będzie jednak efektywność obliczeniowa – stąd decyzja o uwzględnieniu filtrów IIR w rozważaniach dotyczących złożoności obliczeniowej.

Ostatni etap preprocessingu – konwersja przesunięcia fazy $\Delta\varphi$ na przesunięcia czasowe $\Delta\tau$ – charakteryzuje się znikomą złożonością obliczeniową związaną z mnożeniem przez stałą $1/2\pi f$. Należy jednak pamiętać, że na tym etapie prac konwersja zakłada stałą wartość częstotliwości f . W rzeczywistości częstotliwość średnia sygnału zmienia się m.in. na skutek tłumienia. W przyszłych pracach z dużym prawdopodobieństwem etap konwersji zostanie rozbudowany, co przełoży się na wzrost związanej z nim złożoności obliczeniowej.

Algorytmy CUTE

Chronologicznie pierwszy z rozważanych algorytmów rekonstrukcji prędkości – CUTE-FD – polegał na rozwiązaniu zagadnienia odwrotnego w dziedzinie częstotliwości przestrzennych. Dane wejściowe $\Delta\tau$ były więc wstępnie poddane dwuwymiarowej szybkiej transformacji Fouriera – FFT (ang. Fast Fourier Transform). Następnie wykonywane było mnożenie przez macierz przekształcenia odwrotnego T_{inv} , która była rzadka i wysoce uporządkowana, co ukazuje Rysunek 9. Na końcu wynik mnożenia był transformowany z powrotem do dziedziny przestrzennej. Na sumę operacji wykonywanych w ramach algorytmu CUTE-FD składały się więc dwie dwuwymiarowe FFT oraz mnożenie przez macierz rzadką, co w efekcie daje następującą złożoność obliczeniową $\Omega_{CUTE-FD}$:

$$\Omega_{CUTE-FD}(Z, X) = 2 \cdot 2 \cdot \underbrace{ZX \log_2 ZX}_{2D FFT} + Z^2 X \quad (52)$$

Rozwiązanie w dziedzinie przestrzennej zastosowane w algorytmie CUTE-SD nie wymagało stosowania FFT, jednak macierz przekształcenia odwrotnego T_{inv} nie mogła być uznana za rzadką. W związku z tym złożoność obliczeniowa $\Omega_{CUTE-SD}$ jest opisana następującą zależnością:

$$\Omega_{CUTE-SD}(Z, X) = Z^2 X^2 \quad (53)$$

Zaproponowana w niniejszej pracy metoda Q-CUTE nie wymaga mnożenia przez znacznych rozmiarów macierz przekształcenia odwrotnego. Jej złożoność obliczeniowa Ω_{Q-CUTE} jest dana wzorem:

$$\Omega_{Q-CUTE}(Z, X) = \begin{cases} 54 \cdot ZX & \text{dla } \lambda_1 \neq 0, \lambda_2 = 0 \\ 72 \cdot ZX & \text{dla } \lambda_1 = 0, \lambda_2 \neq 0 \end{cases} \quad (54)$$

Typ zastosowanej regularyzacji tj. wykorzystanie macierzy I ($\lambda_1 \neq 0, \lambda_2 = 0$) lub D ($\lambda_1 = 0, \lambda_2 \neq 0$), implikuje sposób implementacji przybliżenia zregularyzowanego operatora pochodnej. To z kolei przekłada się na nieco różne złożoności obliczeniowe. Współczynniki liczbowe w powyższym równaniu odpowiadają liczbom operacji MAD w przeliczeniu na pojedynczy piksel danych wyjściowych. Sposób obliczenia tych wartości ilustruje Tabela 2.

Największy udział w złożoności obliczeniowej algorytmu Q-CUTE ma operacja przybliżonej zregularyzowanej pochodnej. Dla filtru o transmitancji H_I opisanej równaniem (48), na jedną próbkę sygnału przypada jedno mnożenie oraz jedno dzielenie odpowiadające kolejnym pięciu mnożeniom.

Zgodnie z równaniem (47) filtracja jest wykonywana dwukrotnie, a więc w efekcie otrzymujemy nie 6, lecz 12 operacji MAD w przeliczeniu na próbkę sygnału. Zastosowanie filtru o transmitancji H_D opisanej równaniem (49), wiąże się z czterema mnożeniami oraz dzieleniem na każdą próbkę sygnału. W efekcie przybliżenie operatora zregulowanej pochodnej pod względem obliczeniowym odpowiada 18 operacjom MAD. Pozostałe operacje wchodzące w skład algorytmu Q-CUTE mają znacznie mniejszą złożoność obliczeniową. Koszt jednowymiarowej interpolacji liniowej jest równy dwóm operacjom MAD w przeliczeniu na próbkę sygnału. Z kolei całkowanie oraz sumowanie wazone wymagają jednej operacji MAD na próbkę.

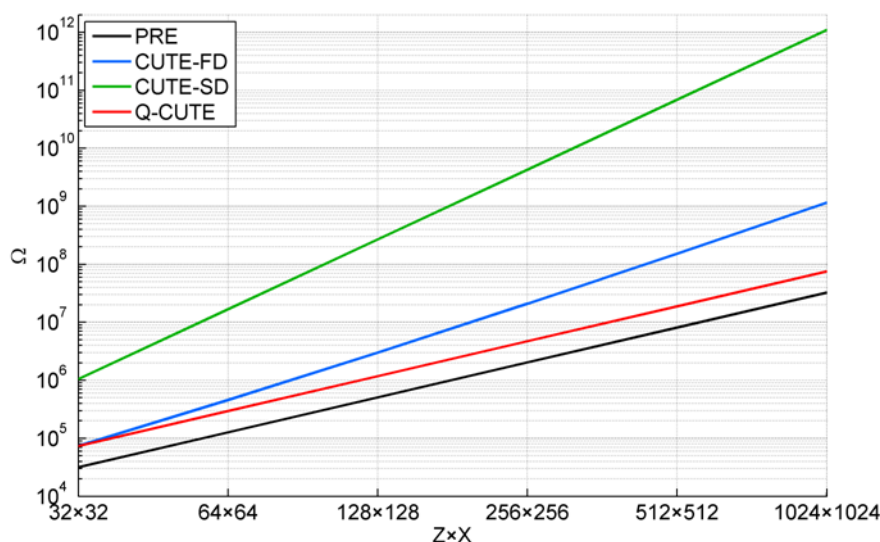
Liczba wywołań funkcji realizujących poszczególne operacje w ramach algorytmu Q-CUTE jest oparta o schemat implementacyjny przedstawiony na Rysunek 27 w rozdziale 3.2.3. Blok odpowiedzialny za reorganizację danych występuje tam pięciokrotnie. Operacja pochodnej jest wykonywana w dwóch blokach, przy czym jeden z nich realizuje pochodną drugiego rzędu, co razem daje trzy operacje pochodnej rzędu pierwszego. Blok całkowania występuje w schemacie dwukrotnie. Ostatnia kategoria ujęta w Tabeli 2, tj. sumowanie wazone, występuje w schemacie implementacyjnym sześciokrotnie: dwukrotnie w postaci bloków uśredniania, oraz cztery razy jako bloki skalowania w połączeniu z sumatorami.

Tabela 2 Koszt obliczeniowy poszczególnych funkcji składających się na algorytm Q-CUTE, wyrażony w liczbie operacji MAD w przeliczeniu na pojedynczy piksel danych wyjściowych

Opis funkcji	Koszt wykonania funkcji	Liczba wywołań	Łączny koszt obliczeniowy
Interpolacja (Reorganizacja ^{**})	2	5	10
Pochodna (H_I / H_D) [*]	12 / 18	3	36 / 54
Całka	1	2	2
Sumowanie wazone (Uśrednianie ^{**})	1	6	6
SUMA	–	–	54 / 72

* przybliżenie zregulowanej pochodnej z wykorzystaniem filtrów IIR o transmitancjach H_I lub H_D

** Nazwa bloku w schemacie na Rysunek 27



Rysunek 20 Złożoność obliczeniowa Ω poszczególnych algorytmów CUTE z wydzielonym preprocessingiem (PRE). Wykres dla algorytmu Q-CUTE dotyczy jego bardziej złożonej obliczeniowo wersji, tj. tej o złożoności 72ZX

Podsumowanie

Złożoność obliczeniowa Ω_{Q-CUTE} należy do klasy $O(ZX)$, zależy więc liniowo od liczby pikseli rekonstruowanych obrazów prędkości. Stanowi to istotną przewagę w wydajności obliczeniowej nad algorytmami CUTE-FD oraz CUTE-SD, których złożoności obliczeniowe $\Omega_{CUTE-FD}$ oraz $\Omega_{CUTE-SD}$ należą do wyższych klas, odpowiednio: $O(Z^2X)$ oraz $O(Z^2X^2)$. Złożoności obliczeniowe Ω poszczególnych algorytmów CUTE z wydzielonym preprocessingiem (PRE) zobrazowane zostały na Rysunek 20.

2.8.2 Częstotliwość odświeżania

Bez nadania kontekstu, same wartości złożoności obliczeniowej Ω są trudne do interpretacji. W przypadku algorytmów CUTE, kontekstem tym jest ich implementacja w ultradźwiękowych systemach obrazujących, pracujących z rygiorem czasu rzeczywistego. Aby określić, czy dany algorytm nadaje się do wykorzystania w systemie czasu rzeczywistego, należy odnieść jego złożoność obliczeniową Ω do mocy obliczeniowych współczesnych układów elektronicznych.

Wydajność układów obliczeniowych

Kwestia działania danego algorytmu w czasie rzeczywistym powinna być rozpatrywana w co najmniej dwóch wariantach: dla systemów stacjonarnych oraz urządzeń mobilnych. W pierwszym przypadku najistotniejsza jest wydajność obliczeniowa. Pobór mocy jest zagadnieniem drugoplanowym ponieważ zasilanie oraz odprowadzanie ciepła w zastosowaniach stacjonarnych nie stanowią większego problemu. Sytuacja jest zgoła odmienna w przypadku urządzeń przenośnych, które z reguły są przeznaczone do pracy na zasilaniu bateryjnym. Ponadto, zwykle charakteryzują się one zwartą budową, co ogranicza możliwości odprowadzania nadmiaru ciepła. Z tych powodów w zastosowaniach mobilnych wykorzystuje się rozwiązania będące kompromisem pomiędzy wydajnością obliczeniową a poborem mocy. Mimo znacznie słabszych możliwości obliczeniowych, urządzenia mobilne mają jednak istotny udział w rynku medycznych systemów ultradźwiękowych.

Dla potrzeb weryfikacji możliwości pracy poszczególnych algorytmów rekonstrukcji prędkości w czasie rzeczywistym, wybrane zostały dwa wysoko-wydajne układy obliczeniowe – po jednym dla zastosowań stacjonarnych i mobilnych. Grupę urządzeń stacjonarnych reprezentował układ GPU (ang. Graphics Processing Unit) NVIDIA TITAN X PASCAL będący w chwili obecnej wiodącym rozwiązaniem pod względem wydajności obliczeniowej. Z kolei dla grupy urządzeń przenośnych wybrany został zaawansowany procesor mobilny NVIDIA TEGRA X1 zawierający kompletny system elektroniczny, tzw. SoC (ang. System on Chip).

Ocena możliwości pracy poszczególnych algorytmów w czasie rzeczywistym została przeprowadzona przy założeniu, że algorytmy te operować będą na danych w pojedynczej precyzji, tzn. w formacie 32-bitowym. Wtedy teoretyczna moc obliczeniowa CP (ang. Computing Power) wybranych układów przedstawia się następująco:

- NVIDIA TITAN X PASCAL: $CP = 11$ TFLOPS,
- NVIDIA TEGRA X1: $CP = 512$ GFLOPS (wydajność zintegrowanego GPU),

gdzie TFLOPS i GFLOPS (ang. Tera/Giga Floating Point Operations Per Second) oznaczają odpowiednio 10^{12} i 10^9 operacji zmiennoprzecinkowych na sekundę. Należy w tym miejscu zaznaczyć, że powyższe wartości CP wynikają z mnożenia liczby rdzeni obliczeniowych przez częstotliwość zegara. Wynik dodatkowo mnożony jest przez 2, co wynika z indywidualnego potraktowania operacji mnożenia i dodawania ujętych w funkcji MAD. W praktycznych

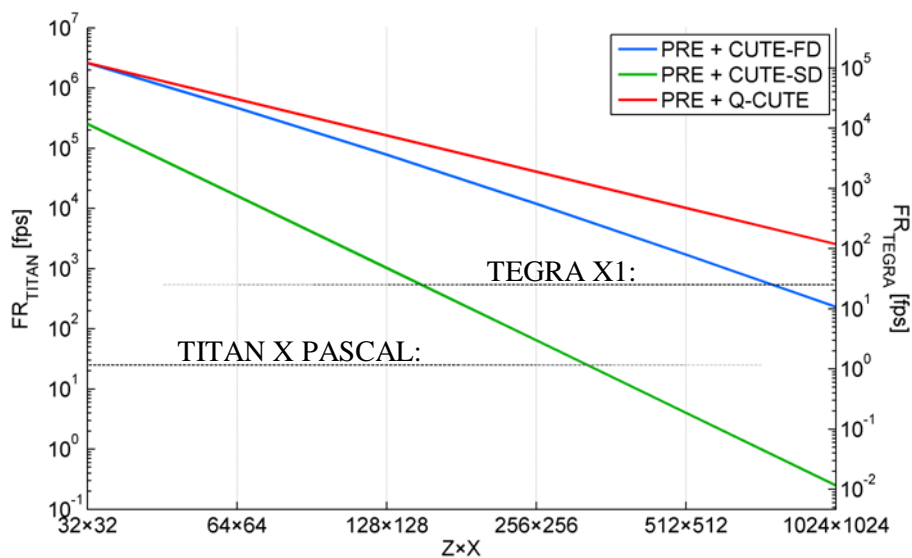
zastosowaniach moc obliczeniowa procesorów nie osiąga wartości CP ze względu na dodatkowe uwarunkowania takie jak sposób wykorzystania dostępnych zasobów pamięci, przepustowość pamięci, etc.

Szacowane wartości frame rate

Znając złożoność obliczeniową Ω poszczególnych algorytmów CUTE oraz teoretyczną moc obliczeniową CP wybranych procesorów, można szacować częstotliwość FR (ang. Frame Rate), z jaką generowane będą kolejne obrazy prędkości. Częstotliwość ta wyrażana jest w klatkach na sekundę, tzw. fps (ang. Frames Per Second), i szacowana jest wg wzoru:

$$FR = \frac{CP}{2\Omega(N-1)} \quad (55)$$

Współczynnik 2 w mianowniku powyższego równania ma na celu zredukowanie wartości teoretycznej mocy obliczeniowej CP do postaci, w której wyrażać będzie ona liczbę operacji MAD na sekundę. Z kolei wyraz $(N-1)$ oznaczający liczbę par obrazów LRI, związany jest ze zwielokrotnianiem danych wejściowych algorytmu CUTE przypadających na pojedynczy wyjściowy obraz prędkości. Przyjmijmy, że w celu uzyskania wysokiej jakości obrazowania, rekonstrukcja pojedynczego obrazu prędkości będzie wymagała $N=21$ obrazów LRI. Uzyskane w rezultacie wartości FR zostały przedstawione w formie wykresu na Rysunek 21. Na wykresie tym liniami przerywanymi oznaczono częstotliwość $FR = 25$ fps. Przyjmijmy że wartość ta w przybliżeniu odpowiada progowi obrazowania w czasie rzeczywistym – wyświetlanie obrazu z FR istotnie poniżej 25 fps może być niekomfortowe dla obserwatora. W zależności od zastosowania, próg czasu rzeczywistego może oczywiście ulegać zmianom, tak jak np. w obrazowaniu szybko poruszających się struktur serca.



Rysunek 21 Częstotliwość rekonstrukcji FR na wybranych układach obliczeniowych, dla danych wejściowych w postaci $N=21$ obrazów LRI. Wykres dla algorytmu Q-CUTE dotyczy jego bardziej złożonej obliczeniowo wersji, tj. tej o złożoności $72ZX$

Przy zachowaniu rygoru czasu rzeczywistego zdefiniowanego warunkiem: $FR \geq 25$ fps, maksymalna rozdzielczość obrazów prędkości rekonstruowanych za pomocą algorytmu CUTE-SD zaimplementowanego na układzie NVIDIA TITAN X PASCAL jest równa 324×324 . Z kolei

implementacja tego algorytmu na dedykowanym do zastosowań mobilnych układzie NVIDIA TEGRA X1 pozwala uzyskać w czasie rzeczywistym obrazy w rozdzielczości 150×150 . Wartości te wydają się zadowalające, jednak należy pamiętać, że zostały one oszacowane z wykorzystaniem teoretycznej mocy obliczeniowej CP , która w praktyce jest nieosiągalna. Rzeczywiste wartości FR będą więc niższe niż to zostało przedstawione na Rysunek 21. Ponadto, należy mieć na uwadze to, że oprócz rozważanych algorytmów CUTE, układ obliczeniowy realizuje jednocześnie szereg innych funkcji, takich jak chociażby rekonstrukcja obrazów LRI. Moc obliczeniowa jest więc dzielona pomiędzy poszczególne procesy. W tej sytuacji duża złożoność obliczeniowa algorytmu CUTE-SD może wymusić znaczące ograniczenie rozdzielczości obrazowania prędkości.

W przypadku algorytmów CUTE-FD oraz Q-CUTE, nawet przy wykorzystaniu układu NVIDIA TEGRA X1 możliwe staje się obrazowanie prędkości w czasie rzeczywistym w rozdzielczościach wyższych niż 512×512 . Szacowane wartości FR są wtedy równe: 79 fps dla CUTE-FD oraz 470 fps dla Q-CUTE. Nadwyżka częstotliwości odświeżania obrazu jest więc znacząca i pozwala przypuszczać, że oba algorytmy będą w stanie pracować na układzie NVIDIA TEGRA X1 w czasie rzeczywistym przy rozdzielczości 512×512 .

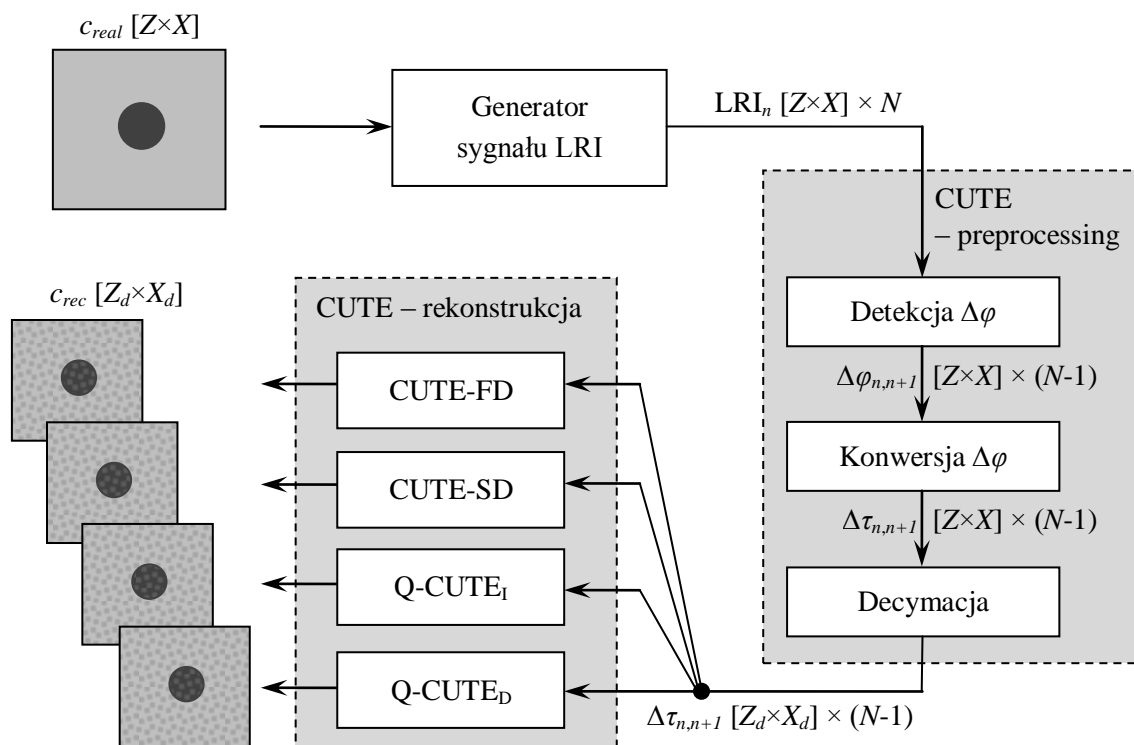
W przypadku algorytmu Q-CUTE nadwyżka FD jest na tyle duża, że można rozważać pewne jego modyfikacje, mające na celu zwiększenie jakości obrazowania prędkości kosztem zwiększenia złożoności obliczeniowej. Jedną z nich może być zastosowanie algorytmu w formie iteracyjnej, z każdym krokiem generującej rozkłady prędkości coraz bliższe rzeczywistemu. Wysoka wydajność obliczeniowa algorytmu Q-CUTE umożliwia również jego implementację w obrazowaniu trójwymiarowym z zachowaniem rygoru czasu rzeczywistego. Poza dodaniem trzeciego wymiaru, taka implementacja wiązałaby się z zastosowaniem nie jedno- lecz dwuwymiarowej interpolacji, co zwiększyłoby koszt obliczeniowy algorytmu o 10 operacji MAD na piksel. Uwzględniając powyższe, na drodze skalowania można szacować, że dla układu NVIDIA TEGRA X1 i rozdzielczości $256 \times 256 \times 32$ maksymalna teoretyczna wartość FR wynosić będzie 52 fps, co wciąż daje znaczny zapas z punktu widzenia obrazowania w czasie rzeczywistym. Z kolei przy wykorzystaniu układu NVIDIA TITAN X PASCAL możliwe staje się obrazowanie prędkości z rozdzielczością $512 \times 512 \times 128$ i maksymalną teoretyczną wartością FR bliską 70 fps.

3 Metodologia

Wykonane prace miały charakter symulacyjny i były w całości przeprowadzone w środowisku MATLAB[®]. Opisany w tej pracy algorytm Q-CUTE był porównywany pod względem generowanych wyników z algorytmami referencyjnymi CUTE-FD oraz CUTE-SD. Wcześniej jednak, aby umożliwić możliwie obiektywną ocenę porównawczą, dla każdego z wymienionych algorytmów przeprowadzono optymalizację współczynników regularyzacji λ .

3.1 Tor przetwarzania sygnałów

Zarówno w procesie optymalizacji wartości λ , jak również w finalnej ocenie jakości obrazowania prędkości poszczególnymi metodami, posługiwano się ujednoczonym torem przetwarzania sygnałów, przedstawionym na Rysunek 22.



Rysunek 22 Schemat, wg którego otrzymywane były wyniki rekonstrukcji pola prędkości na podstawie jej arbitralnie zadanego rozkładu

Na wejście toru przetwarzania sygnału podawana jest zadana mapa prędkości c_{real} . Na jej podstawie generowany jest zestaw N zespolonych sygnałów LRI_n dla obrazowania metodą CPWI pod kątami θ_n , gdzie $n = 1 \dots N$. Dane LRI_n są następnie poddawane preprocessingowi charakterystycznemu dla metod CUTE. Na wstępie estymowane są lokalne różnice faz $\Delta\varphi_{n,n+1}$ obrazów LRI_n oraz LRI_{n+1} uzyskanych dla kątów θ_n i θ_{n+1} , gdzie $n = 1 \dots N-1$. Następnie są one przeliczane na przesunięcia czasowe $\Delta\tau_{n,n+1}$. Preprocessing metod CUTE kończy się decymacją danych $\Delta\tau_{n,n+1}$. Te w kolejnym kroku są przetwarzane za pomocą algorytmu Q-CUTE oraz algorytmów referencyjnych: CUTE-FD oraz CUTE-SD, czego wynikiem są zrekonstruowane mapy prędkości c_{rec} .

Należy w tym miejscu powtórnie zaznaczyć, że w przypadku algorytmów referencyjnych optymalne typy regularyzacji zostały wybrane na podstawie publikacji (Jaeger & Frenz, 2015): dla CUTE-FD była to regularyzacja z wykorzystaniem macierzy I , podczas gdy dla CUTE-SD – z wykorzystaniem macierzy D_z oraz D_x . W przypadku algorytmu Q-CUTE nie dysponowano żadnymi przesłankami na temat tego, który rodzaj regularyzacji jest korzystniejszy. W związku z tym wzięte pod uwagę były oba podejścia do kwestii regularyzacji opisane w rozdziale 2.7.2. Algorytmy Q-CUTE wykorzystujące przybliżenia operatora różniczkowania opisane transmitancjami H_I oraz H_D oznaczmy odpowiednio jako Q-CUTE_I oraz Q-CUTE_D.

Obszar obrazowania

Obszar, dla którego wykonywane były symulacje, był prostokątny, o szerokości $x_{mg} = 40$ mm (od -20 mm do +20 mm) i głębokości $z_{mg} = 50$ mm (od 0 mm do +50 mm). Zadane rozkłady prędkości c_{real} , dane wejściowe LRI_n oraz dane w obrębie preprocessingu: $\Delta\tau_{n,n+1}$ oraz $\Delta\sigma_{n,n+1}$, były określone na siatce prostokątnej, w której odstęp między sąsiednimi pikselami wynosił: w pionie $\delta z = 0.1$ mm oraz w poziomie $\delta x = 0.1$ mm. Rozdzielczość pikselowa siatki obrazu była równa $Z \times X = 501 \times 401$. W wyniku kończącej preprocessing decymacji, algorytmy CUTE pracowały na danych zredukowanych do rozdzielczości pikselowej $Z_d \times X_d = 51 \times 41$, co zostanie uzasadnione w opisie bloku decymacji.

Zadane rozkłady prędkości c_{real}

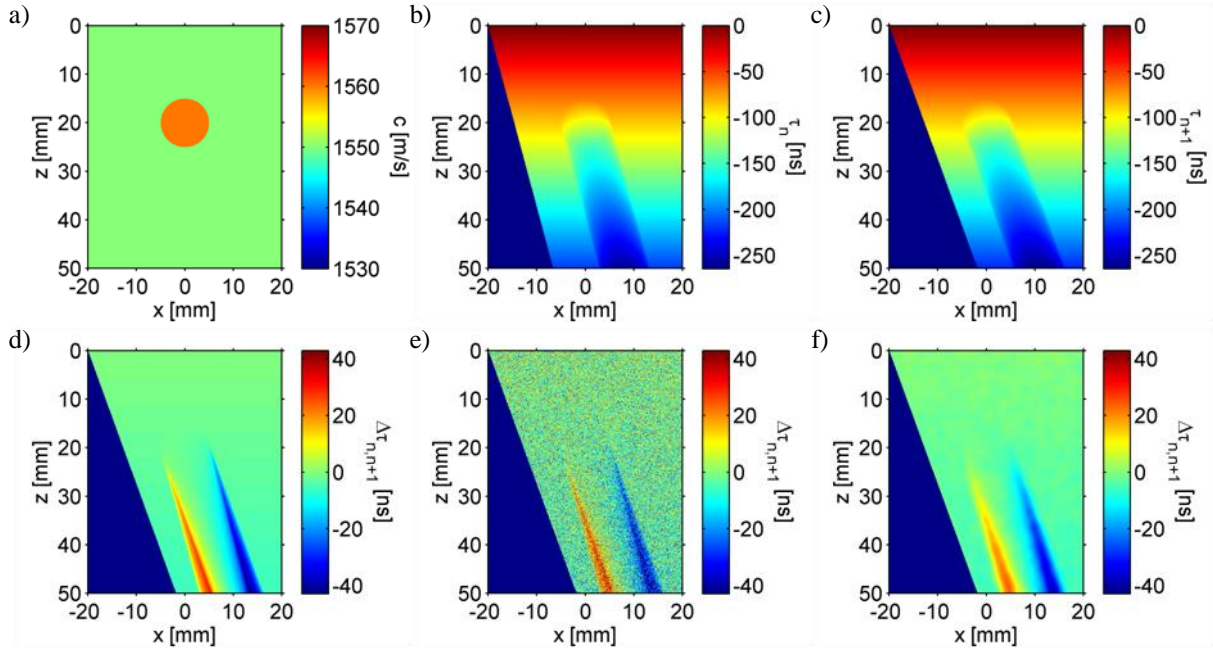
Przestrzenne rozkłady prędkości c_{real} wykorzystywane w tej pracy ograniczały się do trzech podstawowych rodzajów:

- rozkłady jednorodny, o wartości prędkości c_b (ang. Background),
- rozkłady o jednorodnym tle o wartości c_b , zawierające horyzontalnie zorientowane wtrącenie warstwowe położone na głębokości $z_l = 20$ mm, o grubości d_l oraz prędkości c_l (ang. Layer),
- rozkłady o jednorodnym tle o wartości c_b , zawierające wtrącenie okrągłe położone w osi obrazu ($x_l = 0$ mm) na głębokości $z_l = 20$ mm, o średnicy Φ_c oraz prędkości c_c (ang. Circle).

Generowanie danych LRI

Danymi wejściowymi dla algorytmów CUTE były zestawy zespolonych obrazów LRI_n odpowiadające schematowi CPWI dla kątów emisji θ_n rosnących w zakresie od -20° do $+20^\circ$ z krokiem równym 5° , co dawało w sumie $N = 9$ obrazów. Dane te były uzyskiwane metodą symulacyjną, co umożliwiło zadanie dowolnego, wybranego arbitralnie rozkładu prędkości c_{real} . Użyteczny sygnał fazy φ_n dla kąta θ_n był dany zależnością:

$$\begin{aligned} \varphi_1(z_i, x_i) &= 0 \\ \varphi_{n+1}(z_i, x_i) &= \varphi_n(z_i, x_i) + 2\pi f \Delta\tau_{n,n+1}(z_i, x_i) \quad n = 1 \dots N-1 \end{aligned} \quad (56)$$



Rysunek 23 a) przykładowy rozkład zadanej prędkości dźwięku c_{real} , oraz odpowiadające mu rozkłady: b) opóźnień τ_n dla kąta $\theta_n = 15^\circ$, c) opóźnień τ_{n+1} dla kąta $\theta_{n+1} = 20^\circ$, oraz różnic opóźnień $\Delta\tau_{n,n+1}$: d) w formie niezakłóconej, e) w formie zakłóconej, wynikającej z dodania do obrazu LRI szumu o amplitudzie $\xi = 0.4$, f) w formie uzyskanej na drodze detekcji i konwersji sygnału $\Delta\varphi$

gdzie f oznacza częstotliwość fali ultradźwiękowej, która w opisanych symulacjach była równa $f = 7$ MHz. Z kolei $\Delta\tau_{n,n+1}$ jest przesunięciem czasowym obliczonym wg równania (14) przy podstawieniu odchyłek powolności $\Delta\sigma$ odpowiadających zestawieniu zadanego rozkładu prędkości c_{real} i nominalnej wartości prędkości równej $c_0 = 1540$ m/s. Przykładowy rozkład prędkości c_{real} oraz odpowiadający mu rozkład $\Delta\tau_{n,n+1}$ dla wybranego kąta $\theta_{n,n+1}$ zostały przedstawione na Rysunek 23a,d. Ostatecznie, sygnał LRI_n był obliczany wg wzoru:

$$LRI_n(z_i, x_i) = \exp(i\varphi_n(z_i, x_i)) + \xi \text{rand}(z_i, x_i) \quad n = 1 \dots N \quad (57)$$

gdzie funkcja rand generuje losowe liczby zespolone o składowych rzeczywistej i urojonej określonych rozkładem normalnym o odchyleniu standardowym równym 1. Parametr ξ odpowiada za regulowanie poziomu szumu w sygnale wejściowym. Jeśli poziom ten będzie równy $\xi = 0$, to otrzymany sygnał LRI będzie miał stałą amplitudę, a jego faza będzie idealnie zgodna z założonym modelem teoretycznym. Dodawanie zespolonego szumu o arbitralnej amplitudzie ξ zakłóca zarówno amplitudę jak i fazę sygnału LRI. Ten sposób symulacji nie uwzględnia interferencyjnego charakteru rzeczywistych sygnałów LRI i wynikających z niego trudności dla estymacji prędkości dźwięku. Parametr ξ umożliwia jednak regulację warunków pracy algorytmów CUTE od idealnych do zbliżonych do rzeczywistych.

Detekcja $\Delta\varphi$

Podobnie jak w (Jaeger & Frenz, 2015), przesunięcia fazowe $\Delta\varphi_{n,n+1}$ pomiędzy odpowiadającymi sobie pikselami obrazów LRI_n i LRI_{n+1} otrzymanych dla kątów θ_n i θ_{n+1} były obliczane wg wzoru:

$$\Delta\varphi_{n,n+1}(z_i, x_i) = \arg\left[\text{filt}_{LP}\left(LRI_{n+1}(z_i, x_i) \bullet LRI_n^*(z_i, x_i)\right)\right] \quad (58)$$

gdzie symbole \bullet i $*$ oznaczają odpowiednio mnożenie po współrzędnych (iloczyn Hadamarda) oraz sprzężenie zespolone. Z kolei operator filt_{LP} realizuje dwuwymiarową filtrację dolnoprzepustową (wygładzającą). W niniejszej pracy operator filt_{LP} oznaczał splot sygnału z funkcją okna filtru, a zatem realizował filtrację o skończonej odpowiedzi impulsowej (FIR). Okno filtru było kwadratem o boku 4 mm i wartościach określonych rozkładem normalnym o szerokości 6-iu (± 3) odchyłeń standardowych równych $\sigma_{LP} = 0.67$ mm.

Wynikiem iloczynu w równaniu (58) jest funkcja zespolona o fazie równej różnicy faz obrazów LRI_n i LRI_{n+1} oraz amplitudzie będącej iloczynem modułów $|LRI_n|$ i $|LRI_{n+1}|$. Z punktu widzenia interesującego nas argumentu przefiltrowanego iloczynu kolejnych LRI, wspomniana amplituda pełni rolę wagi przy filtracji sygnału fazy. Tak zrealizowana filtracja pozwala znacząco ograniczyć wpływ lokalnych skoków fazy wynikających z interferencyjnego charakteru sygnałów LRI uzyskanych na drodze rzeczywistych pomiarów.

Konwersja $\Delta\varphi$

W kolejnym bloku preprocessingu metod CUTE wykonywana jest konwersja przesunięć fazowych $\Delta\varphi_{n,n+1}$ do postaci przesunięć czasowych $\Delta\tau_{n,n+1}$. Opisane jest to następującą zależnością:

$$\Delta\tau_{n,n+1} = \frac{\Delta\varphi_{n,n+1}}{2\pi f} \quad (59)$$

gdzie częstotliwość f odebranych ech ultradźwiękowych jest stała i równa 7 MHz. W rzeczywistych warunkach częstotliwość sygnału zmienia się m.in. na skutek tłumienia zależnego od częstotliwości propagującej fali. Niemniej jednak w opisywanych pracach symulacyjnych czynniki mogące wpływać na częstotliwość sygnału odebranego – charakterystyka częstotliwościowa głowicy ultradźwiękowej, tłumienie badanego ośrodka, zjawiska nieliniowe, etc. – zostały zaniedbane.

Decymacja

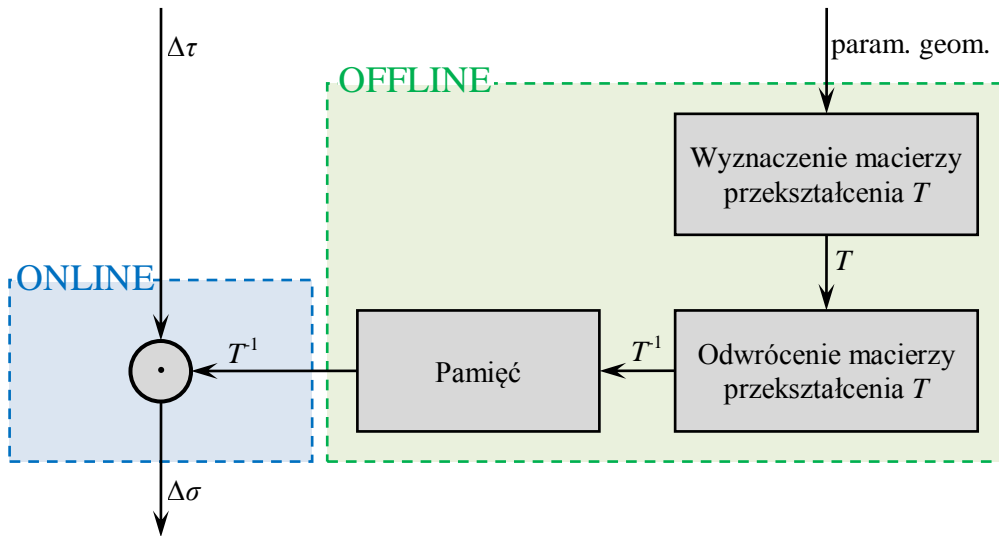
Na ostatnim etapie preprocessingu dane $\Delta\tau_{n,n+1}$ były decymowane. Operacja ta wynikała z występującego w metodzie CUTE-SD odwracania macierzy T o rozmiarach $ZX \times ZX$. Odwrócenie macierzy tych rozmiarów samo w sobie jest złożone obliczeniowo, a w ramach optymalizacji współczynników regularyzacji λ musiało by być wykonywane wielokrotnie (indywidualnie dla każdej rozpatrywanej wartości λ). Decymacja była więc narzędziem umożliwiającym wykonanie ww. optymalizacji dla algorytmu CUTE-SD w akceptowalnym horyzoncie czasowym. W przypadku pozostałych algorytmów (CUTE-FD oraz Q-CUTE) duża rozdzielczość pikselowa nie była takim problemem jak w przypadku CUTE-SD. Niemniej jednak, dla zachowania jednakowych warunków oceny wyników poszczególnych algorytmów, każdy z nich operował na zredukowanych danych. Po decymacji przez 10 odstępów pomiędzy sąsiednimi pikselami wynosiły $\delta z_d = 1$ mm oraz $\delta x_d = 1$ mm, a rozdzielczość pikselowa była równa $Z_d \times X_d = 51 \times 41$.

3.2 Rekonstrukcja rozkładów prędkości

Sygnałem wejściowym dla każdego z rozpatrywanych algorytmów rekonstrukcji prędkości były zestawy opóźnień czasowych $\Delta\tau_{n,n+1}$. Przetwarzanie tych sygnałów w ramach każdego z algorytmów prowadziło do uzyskania estymat rozkładu odchyłek powolności $\Delta\sigma$. Ostatnim krokiem, który był wspólny dla wszystkich algorytmów, było przeliczenie wartości $\Delta\sigma$ na prędkość c_{rec} wg wzoru (22). Na kolejnych stronach pracy omówione zostanie przetwarzanie sygnałów w ramach poszczególnych algorytmów od etapu opóźnień czasowych $\Delta\tau_{n,n+1}$ do etapu odchyłek powolności $\Delta\sigma$.

3.2.1 Algorytm CUTE-SD

Omówienie algorytmów CUTE zaczniemy od CUTE-SD, ponieważ jest on metodologicznie najprostszy. Zagadnienie odwrotne, czyli obliczenie odchyłek powolności $\Delta\sigma$ na podstawie znanych opóźnień czasowych $\Delta\tau$, zostało wcześniej opisane równaniem (27). W podejściu implementacyjnym zagadnienie to można podzielić na dwie części. Pierwsza polega na wyznaczeniu macierzy przekształcenia odwrotnego T^{-1} . Dla ustalonych wartości parametrów geometrycznych oraz współczynników regularyzacji, macierz T^{-1} jest niezmienna. Raz obliczona w trybie *offline* może być więc przechowywana w pamięci do dalszego wykorzystania w obliczeniach. Druga część zagadnienia odwrotnego, odbywająca się w czasie rzeczywistym (w trybie *online*), jest zwykłym mnożeniem macierzy wg wzoru (27). Schemat blokowy implementacji metody CUTE-SD został przedstawiony na Rysunek 24.



Rysunek 24 Schemat implementacyjny algorytmu CUTE-SD

Omówienie schematu blokowego zaczniemy od części *offline*. Macierz przekształcenia T jest obliczana na podstawie parametrów geometrycznych takich jak: rozdzielczość pikselowa $Z \times X$, odstępów między pikselami w pionie – δz , i w poziomie – δx , oraz kąty emisji fali płaskiej θ_n . Wyznaczanie macierzy T odbywa się przy założeniu prostoliniowej propagacji fali w ośrodku, w którym powolność σ jest zdefiniowana na prostokątnej siatce o rozdzielczości pikselowej $Z \times X$, indeksowanej współrzędnymi (z_i, x_i) .

Przy emisji fali płaskiej pod kątem θ_n , opóźnienie τ_n po przebyciu przez falę płaską drogi r_n jest całką odchyłek powolności $\Delta\sigma$ na tej drodze, co zostało zapisane w równaniu (11). Ponieważ posługujemy się opisem ośrodka w węzłach siatki (pikselach), wartość całki może być jedynie przybliżona jedną z wielu metod interpolacyjnych. W tej pracy posłużono się interpolacją liniową pomiędzy sąsiadującymi w poziomie pikselami, tak jak zostało oznaczone na Rysunek 25. Podejściu temu odpowiada następujący zapis matematyczny:

$$\tau_n(z_i, x_i) = \frac{\delta z}{\cos \theta_n} \sum_{z_i'=1}^{z_i} [w_{prev} \Delta\sigma(z_i', \lfloor x_i' \rfloor) + w_{next} \Delta\sigma(z_i', \lceil x_i' \rceil)]$$

$$w_{prev} = \lceil x_i' \rceil - x_i'$$

$$w_{next} = x_i' - \lfloor x_i' \rfloor$$
(60)

gdzie nawiasy [] oraz [] oznaczają zaokrąglenia odpowiednio: w górę oraz w dół. Przy rozdzielczości pikselowej danych równej $Z \times X$ rozmiary macierzy $\Delta\sigma$ oraz τ_n wynoszą $ZX \times 1$, podczas gdy wymiary macierzy przekształcenia T_n są równe $ZX \times ZX$. Dla operacji opisanej równaniem (23) poszczególne elementy macierzy T_n będą dane wzorem:

$$T_n(z_i + Z(x_i - 1), z_i' + Z(x_i' - 1)) = U_n(z_i, x_i) \cdot W_n(z_i, x_i, z_i', x_i') \cdot \frac{\delta z}{\cos \theta_n} \quad (61)$$

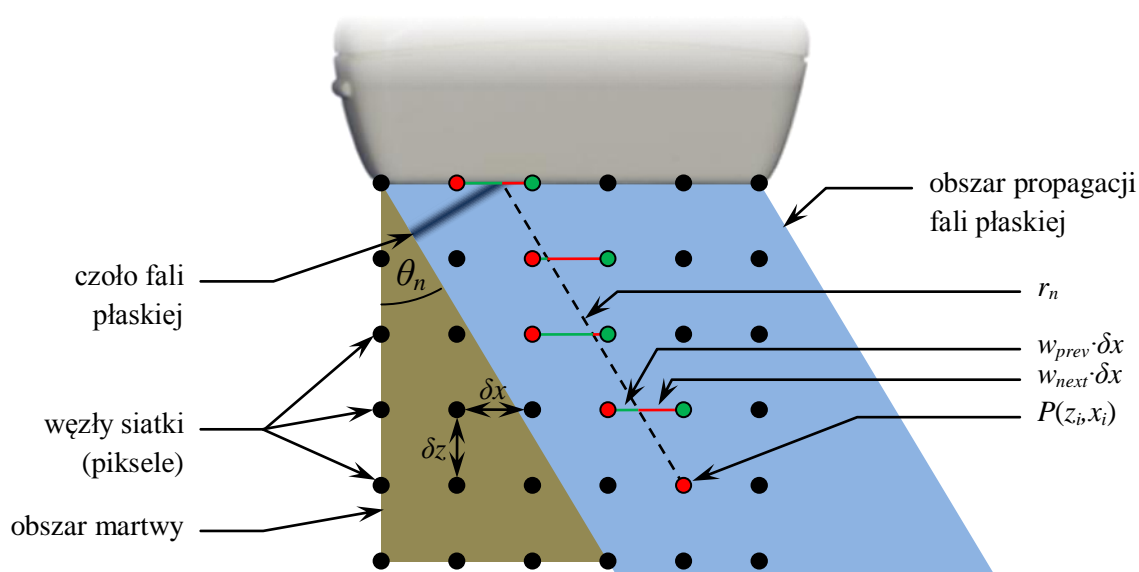
$$z_i, z_i' = 1 \dots Z$$

$$x_i, x_i' = 1 \dots X$$

We wzorze tym funkcja U_n pozwala uwzględnić obszar martwy w obrazowaniu falą płaską przy emisji pod kątem θ_n . Przyjmuje ona wartość 0 dla pikseli w polu martwym oraz 1 dla pikseli objętych oddziaływaniem płaskiej części czoła emitowanego impulsu ultradźwiękowego. Kolejna funkcja we wzorze (61) – W_n – odpowiada wagom w procesie horyzontalnej interpolacji liniowej. Dla pikseli o współrzędnych (z_i', x_i') , bezpośrednio sąsiadujących z drogą propagacji impulsu r_n , przyjmuje ona wartości w_{prev} dla pikseli na lewo od drogi r_n , oraz w_{next} dla pikseli na prawo od drogi r_n . Na Rysunek 25 piksele te zostały oznaczone kolorami odpowiednio: czerwonym i zielonym. Dla pozostałych pikseli (na Rysunek 25 oznaczonych kolorem czarnym) W_n przyjmuje wartość 0.

Analogicznie wyznaczana jest macierz T_{n+1} dla kąta nadawczego θ_{n+1} . Zgodnie z równaniem (24), różnicę macierzy T_n oraz T_{n+1} uzyskanych dla kątów emisji θ_n oraz θ_{n+1} oznaczmy jako $T_{n,n+1}$. Zgodnie z (Jaeger & Frenz, 2015), w przypadku rekonstrukcji w dziedzinie przestrzennej, tj. w algorytmie CUTE-SD, odwracanie wszystkich macierzy przekształceń: $T_{1,2}, T_{2,3}, \dots, T_{N-1,N}$, powinno odbywać się jednocześnie. W tym celu tworzona jest złożona macierz przekształcenia T o rozmiarach $ZX(N-1) \times ZX$:

$$T = \begin{bmatrix} T_{1,2} \\ T_{2,3} \\ \vdots \\ T_{N-1,N} \end{bmatrix} \quad (62)$$



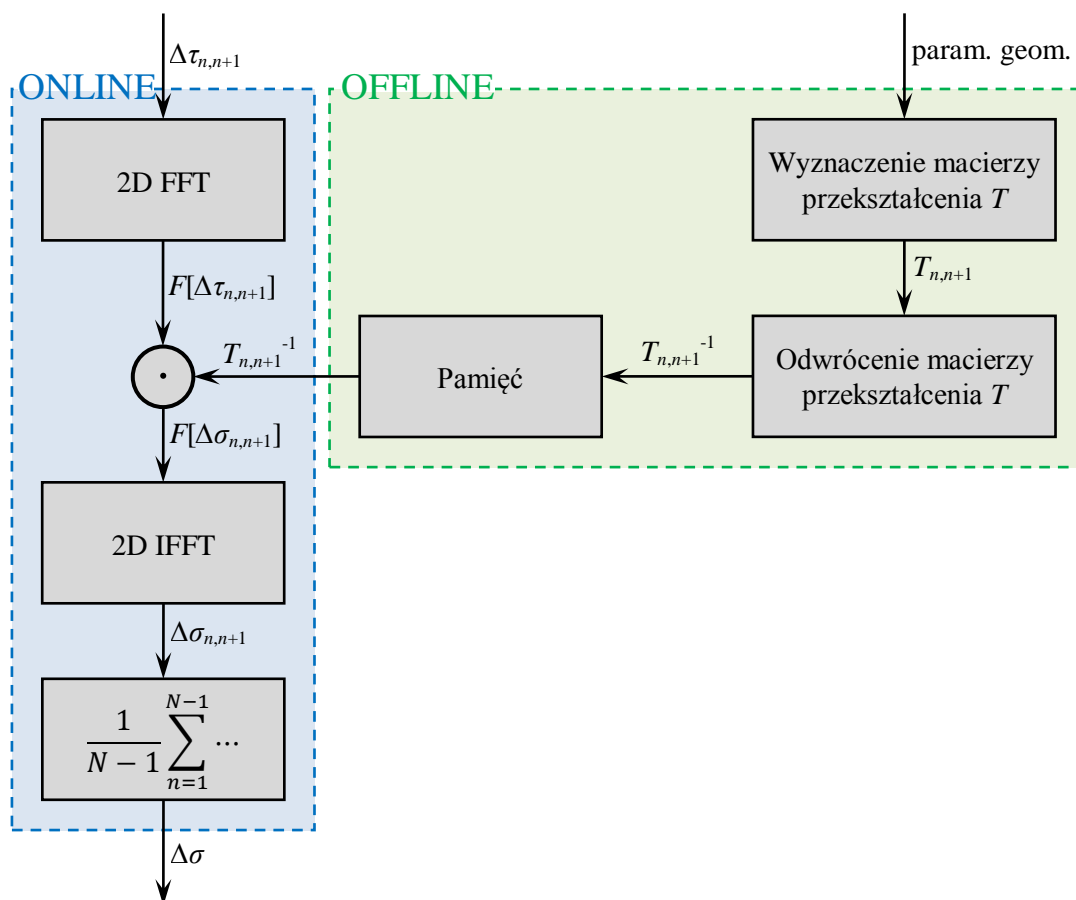
Rysunek 25 Ilustracja metody interpolacji wykorzystanej w obliczaniu całki wzdłuż promienia r_n

Wyznaczenie macierzy T kończy przetwarzanie w pierwszym bloku części *offline* schematu z Rysunek 24. Ujęte w kolejnym bloku schematu odwracanie macierzy T odbywa się wg procedury opisanej w rozdziale 2.7.1, zgodnie ze wzorem (45). Powołując się na pracę (Jaeger, Held, Preisser, Peeters, Grunig, & Frenz, 2014), ustalono, że $\lambda_1 = 0$. Z kolei wartości współczynników λ_2 oraz λ_3 były przedmiotem optymalizacji opisanej w rozdziałach 3.4 oraz 4.1. Obliczona macierz odwrotna T^{-1} jest następnie zapisywana w pamięci do dalszego wykorzystania w części *online* schematu przetwarzania. Część *online* algorytmu CUTE-SD polega jedynie na mnożeniu macierzy wg równania (27). Obliczony w ten sposób rozkład $\Delta\sigma$ jest przeliczany na rozkład prędkości c_{rec} wg wzoru (22).

3.2.2 Algorytm CUTE-FD

W algorytmie CUTE-FD zagadnienie odwrotne jest opisane równaniem (33). Ponownie, podobnie jak w algorytmie CUTE-SD, zagadnienie to jest podzielone na dwie części: *offline* – polegającą na wyznaczeniu macierzy przekształcenia odwrotnego T^{-1} , oraz działającą w czasie rzeczywistym część *online*. Schemat blokowy implementacji metody CUTE-FD został przedstawiony na Rysunek 26.

Wyznaczanie macierzy przekształcenia $T_{n,n+1}$ w części *offline* odbywa się wg równań (29) oraz (24). Odnośnie kolejnego bloku w części *offline*, zgodnie z (Jaeger, Held, Preisser, Peeters, Grunig, & Frenz, 2014), odwracanie macierzy przekształceń $T_{n,n-1}$ dla poszczególnych par kątów θ_n, θ_{n+1} jest w metodzie CUTE-FD wykonywane oddzielnie. Zamiast scalonych sygnałów jak w przypadku CUTE-SD, w schemacie na Rysunek 26 występują więc dane oznaczone indeksem $n,n+1$, oznaczające $N-1$ równoległe przetwarzanych sygnałów dla $n = 1 \dots N-1$. Ponadto odwracanie macierzy o strukturze jak na Rysunek 9 może być przeprowadzone oddzielnie dla każdego jej niezerowego sektora, tj. dla



Rysunek 26 Schemat implementacyjny algorytmu CUTE-FD

każdej pary $x_i = x_i'$ ($k_x = k_x'$), co znacząco upraszcza proces od strony obliczeniowej. Odwracanie poszczególnych sektorów macierzy $T_{n,n+1}$ odbywa się wg procedury opisanej w rozdziale 2.7.1, zgodnie ze wzorem (45). Powołując się ponownie na pracę (Jaeger, Held, Preisser, Peeters, Grunig, & Frenz, 2014), ustalono, że $\lambda_2 = 0$ oraz $\lambda_3 = 0$. Z kolei wartość współczynnika λ_1 była przedmiotem optymalizacji opisanej w rozdziałach 3.4 oraz 4.1. Część *offline* schematu przetwarzania kończy się zapisem macierzy $T_{n,n+1}^{-1}$ do pamięci w celu dalszego wykorzystania w części *online*.

Podobnie jak w części *offline*, przetwarzanie *online* algorytmu CUTE-FD odbywa się równolegle dla sygnałów uzyskanych dla poszczególnych par kątów (θ_n, θ_{n+1}) , $n = 1 \dots N-1$. Pierwszym blokiem toru *online* jest dwuwymiarowa transformacja Fouriera sygnałów $\Delta\tau_{n,n+1}$. Następnie wykonywane jest mnożenie lewostronne przez macierze przekształcenia odwrotnego $T_{n,n+1}^{-1}$, zgodnie ze wzorem (33). Ponieważ macierze $T_{n,n+1}^{-1}$ w równaniu (33) są rzadkie i mają uporządkowaną strukturę (Rysunek 9), mnożenie macierzy można wykonać efektywniej poprzez zastosowanie metod macierzy rzadkich. W kolejnym bloku realizowana jest odwrotna dwuwymiarowa transformacja Fouriera. Na jego wyjściu uzyskuje się zestaw sygnałów $\Delta\sigma_{n,n+1}$ dla $n = 1 \dots N-1$. W ostatnim bloku części *online* zestaw ten jest uśredniany względem n wg równania (34), w wyniku czego otrzymuje się estymatę rozkładu $\Delta\sigma$. Ta w ostatnim kroku jest przeliczana na rozkład prędkości c_{rec} wg wzoru (22).

3.2.3 Algorytm Q-CUTE

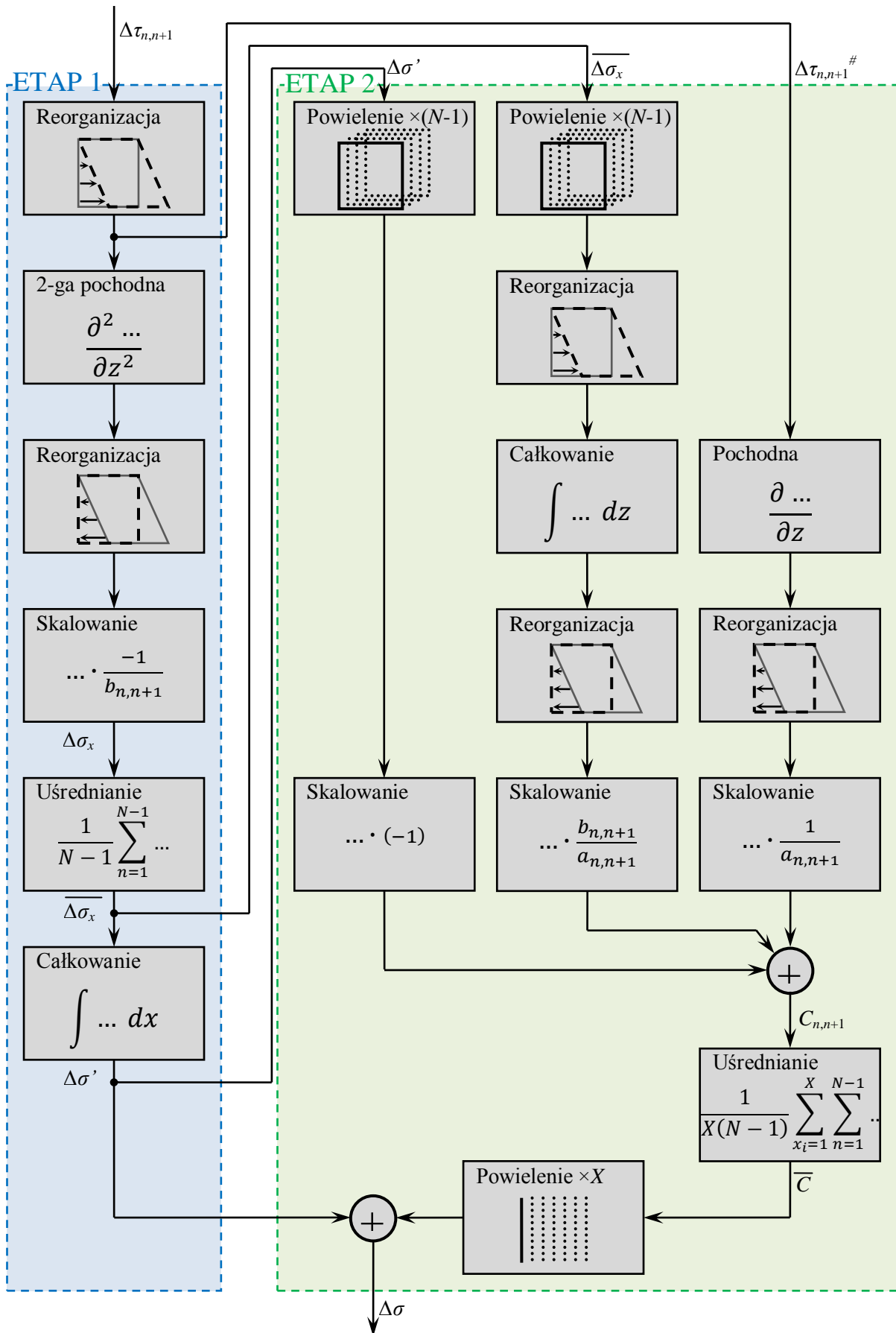
Przetwarzanie sygnału w ramach algorytmu Q-CUTE zostało przedstawione za pomocą schematu blokowego na Rysunek 27. Algorytm można podzielić na dwa etapy wyszczególnione już wcześniej w rozdziale 2.6.3. Na wejście pierwszego etapu algorytmu (oznaczonego kolorem niebieskim) podawany jest sygnał w postaci zestawu $N-1$ obrazów $\Delta\tau_{n,n+1}$ o rozmiarach $Z \times X$ pikseli. Na wyjściu tego etapu zwracany jest rozkład $\Delta\sigma'$ z równania (39). Aby wyznaczyć szukany rozkład $\Delta\sigma$, należy dodać do $\Delta\sigma'$ przebieg stałej całkowania $C(z)$. Przebieg ten jest estymowany w ramach drugiego etapu przetwarzania, oznaczonego na Rysunek 27 kolorem zielonym.

Na początku należy zaznaczyć, że zawarte w rozdziale 2.6.3 rozważania dotyczące metody Q-CUTE miały charakter ogólny i dotyczyły przestrzeni opisanej ciągłymi współrzędnymi (z, x) . Przedstawione w tym rozdziale podejście implementacyjne opiera się na współrzędnych (z_i, x_i) stanowiących indeksy poszczególnych pikseli w obszarze obrazowania (Rysunek 2c). Fakt ten wymusza na nas dostosowanie operatorów całki i pochodnej. Przejdźmy jednak do omówienia schematu z Rysunek 27.

Pierwszy etap metody Q-CUTE wymaga wykonania operacji drugiej pochodnej występującej w równaniu (37). Ponieważ operacja ta ma się odbywać wzdłuż kierunków odpowiadających kątom $\theta_{n,n+1}$, każdy z $N-1$ obrazów $\Delta\tau_{n,n+1}$ jest najpierw poddany reorganizacji w celu kompensacji kątów $\theta_{n,n+1}$. Przekształcenie to realizowane jest w pierwszym bloku schematu na Rysunek 27 i polega na przesuwanie zawartości wierszy obrazów $\Delta\tau_{n,n+1}$ o Δx_i pikseli:

$$\Delta x_i(z_i, \theta_{n,n+1}) = \frac{\delta z}{\delta x} (z_i - 1) \tan \theta_{n,n+1} \quad (63)$$

gdzie z_i oznacza numer wiersza obrazu, przy czym pierwszy wiersz odpowiada głębokości 0 mm, na której znajduje się powierzchnia liniowej głowicy ultradźwiękowej. Parametry δz oraz δx oznaczają odpowiednio odległości pomiędzy sąsiednimi pikselami w kierunkach z (pionie) oraz x (poziomie).



Rysunek 27 Schemat implementacyjny algorytmu Q-CUTE

Przesunięcie Δx_i jest zwykle liczbą niecałkowitą, a zatem przy obliczaniu przechylonego obrazu $\Delta\tau_{n,n+1}^\#$ wykonywana jest interpolacja liniowa:

$$\begin{aligned}\Delta\tau_{n,n+1}^\#(z_i, x_i) &= \Delta\tau_{n,n+1}(z_i, x_i + \lfloor \Delta x_i \rfloor)w_{prev} + \Delta\tau_{n,n+1}(z_i, x_i + \lceil \Delta x_i \rceil)w_{next} \\ w_{prev} &= \lceil \Delta x_i \rceil - \Delta x_i \\ w_{next} &= \Delta x_i - \lfloor \Delta x_i \rfloor\end{aligned}\quad (64)$$

gdzie w_{prev} oraz w_{next} pełnią rolę wag w procesie interpolacji. Po wykonaniu opisanego przekształcenia proste odchylone w obrazach $\Delta\tau_{n,n+1}$ o kąt $\theta_{n,n+1}$, wzdłuż których należy wykonać operację drugiej pochodnej, są w obrazach $\Delta\tau_{n,n+1}^\#$ zorientowane równoległe do osi z (pionowo). W takim układzie możliwe jest zastosowanie prostego obliczeniowo, zregulowanego operatora pochodnej opisanego w rozdziale 2.7.2. Drugi blok schematu z Rysunek 27 obejmuje dwukrotne zastosowanie ww. operatora. Po obliczeniu drugiej pochodnej następuje przywrócenie pierwotnej organizacji danych na drodze ponownej interpolacji z wykorzystaniem przeciwnych wartości przesunięć $-\Delta x_i$, co realizowane jest w trzecim bloku schematu. W kolejnym bloku wykonywane jest skalowanie – dzielenie danych przez $-b_{n,n+1}$, co skutkuje wyznaczeniem $\Delta\sigma_x$ i tym samym finalizuje ciąg operacji opisanych w równaniu (37). Dalsze przetwarzanie polega na uśrednianiu danych $\Delta\sigma_x$ względem kątów $\theta_{n,n+1}$, z wykorzystaniem współczynników wagowych $w'_{n,n+1}$. Operacja ta, zawarta w piątym bloku niebieskiej części schematu, odpowiada równaniu (38). Dzięki zastosowaniu maski $m_{n,n+1}$ uwzględnia ona fakt występowania w danych obszarów „martwych”, tj. nienadźwiękowionych w procesie obrazowania metodą CPWI dla emisji pod kątem θ_n lub θ_{n+1} . Na wyjściu bloku uśredniania mamy dane $\overline{\Delta\sigma_x}$, które w kolejnym bloku są całkowane wzdłuż kierunku x (poziomo), co zgodnie z równaniem (39) skutkuje obliczeniem $\Delta\sigma'$. Operacja ta kończy pierwszą część algorytmu Q-CUTE.

W części drugiej, oznaczonej na schemacie kolorem zielonym, wszystkie bloki aż do pierwszego sumatora włącznie realizują operację opisaną równaniem (41). Obecność bloków powielających wynika z konieczności dopasowania rozmiarów danych – po uśrednianiu w piątym bloku pierwszego etapu przetwarzania, trzeci wymiar danych został utracony. W gałęzi zasilanej sygnałem $\overline{\Delta\sigma_x}$ każda kolejna kopia powielonego sygnału jest przetwarzana nieco inaczej – efektywnie całkowanie odbywa się na drogach odchylonych pod różnymi kątami $\theta_{n,n+1}$, a współczynniki skalujące przyjmują różne wartości. Dla gałęzi zasilanej sygnałem $\Delta\sigma'$ obecność bloku powielającego wynika jedynie z koncepcji schematu blokowego, w której do sumatora docierają dane o jednakowych wymiarach.

Pewną wątpliwość w tej części algorytmu może budzić obecność bloku pochodnej w gałęzi zasilanej sygnałem $\Delta\tau_{n,n+1}^\#$. Możliwe jest przecież wykorzystanie sygnału z bloku drugiej pochodnej z pierwszej części schematu algorytmu Q-CUTE. W bloku tym druga pochodna jest obliczana na drodze dwukrotnego zastosowania zregulowanego operatora pierwszej pochodnej, a więc możliwe byłoby wykorzystanie sygnału pośredniego, po pojedynczym zastosowaniu operatora pochodnej. Okazuje się jednak, że optymalne wartości współczynników regularyzacji dla pierwszej i drugiej części algorytmu istotnie się różnią. W związku z tym pochodna w drugiej części algorytmu Q-CUTE jest obliczana niezależnie.

Wracając do meritum, zgodnie z równaniem (41), na wyjściu sumatora występuje sygnał $C_{n,n+1}$. W kolejnym bloku następuje jego uśrednianie po poszczególnych kątach $\theta_{n,n+1}$ oraz po współrzędnych x_i . Tutaj również stosowane są maski obszarów „martwych” $m_{n,n+1}$, jak również dodatkowe, arbitralne współczynniki wagowe $w''_{n,n+1}$ oraz u . Operacja ta odpowiada równaniu (42) i kończy się obliczeniem sygnału \bar{C} . Ten po formalnym X -krotnym powieleniu kolumn dodawany jest do obliczonego

w pierwszej części algorytmu sygnału $\Delta\sigma'$, co finalnie skutkuje oszacowaniem rozkładu $\Delta\sigma$. Ostatnim krokiem, nieujęty już na schemacie blokowym, jest wyznaczenie estymaty rozkładu prędkości c_{rec} według równania (22).

Na koniec należy uściślić, jakie wartości przypisane zostały współczynnikom wagowym na potrzeby opisywanych symulacji. Dla bloku uśredniania w pierwszym etapie algorytmu Q-CUTE przyjęto, że dla każdego kąta $\theta_{n,n+1}$ wartości $w_{n,n+1}^I$ będą jednakowe, co w praktyce oznacza rezygnację z ważenia w procesie uśredniania. Taką decyzję podjęto na podstawie szeregu prób, z których nie wynikała istotna poprawa jakości wyników $\overline{\Delta\sigma_x}$ towarzysząca stosowaniu współczynników wagowych $w_{n,n+1}^I$. W bloku uśredniania w drugim etapie algorytmu Q-CUTE zastosowano natomiast współczynniki wagowe $w_{n,n+1}^{II}$ oraz u dane następującymi wzorami:

$$w_{n,n+1}^{II} = 1 - \exp\left(-\frac{\theta_{n,n+1}^2}{2\sigma_w^2}\right) \quad (65)$$

$$u(x) = \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_u^2}\right) \quad (66)$$

gdzie odchylenia standardowe były równe odpowiednio: $\sigma_w = 4^\circ$, oraz $\sigma_u = 8$ mm. Należy w tym miejscu zaznaczyć, że dobór współczynników wagowych został wykonany na podstawie szeregu prób, w oparciu o arbitralną ocenę ich wpływu na jakość obrazowania prędkości. Ten aspekt algorytmu Q-CUTE nie został zatem jeszcze w pełni zoptymalizowany.

3.3 Ocena jakości obrazowania

Rekonstruowane obrazy rozkładu prędkości były oceniane wizualnie oraz z wykorzystaniem szeregu parametrów o charakterze ilościowym: błędu średniego – *ME* (ang. Mean Error), pierwiastka błędu średniokwadratowego – *RMSE* (ang. Root Mean Squared Error), odchylenia standardowego – *STD* (ang. Standard Deviation), oraz stosunku kontrast-szum – *CNR* (ang. Contrast-to-Noise Ratio). Wartości *ME*, *RMSE*, *STD* oraz *CNR* obliczane były w kwadratowym ROI o boku długości 24 mm, którego środek znajdował się na osi obszaru obrazowania ($x = 0$ mm), na głębokości $z = 20$ mm.

Ocena wizualna

Etap wizualnej oceny jakościowej jest niezbędny w celu wykrycia istotnych cech systemu obrazowania, które mogą okazać się trudne do wychwycenia przy wykorzystaniu ograniczonego zestawu parametrów ilościowych. Ocenie wizualnej podlegał szereg własności obrazów wyjściowych:

- obecność artefaktów niezwiązanych z zadanym rozkładem prędkości,
- obecność artefaktów związanych z niejednorodnościami (np. wtrąceniami) w zadanym rozkładzie prędkości,
- skala zakłóceń o charakterze losowym (wariancja, skala ziarnistości, uporządkowanie),
- kontrastowość obrazowania wtrąceń, nachylenie zbocza na granicy wtrącenia,

Wizualna ocena wyników rekonstrukcji ma jednak pewne ograniczenia – trudno jest przeprowadzić ocenę obrazów prędkości uzyskanych dla odpowiednio szerokiego zakresu zadanych rozkładów prędkości. W takiej sytuacji praktyczniejszym rozwiązaniem jest analiza parametrów ilościowych.

ME

Średni błąd estymacji ME stanowił miarę systematycznego niedoszacowania bądź przeszacowania wartości prędkości i był obliczany wg wzoru:

$$ME = \frac{\sum_{(z_i, x_i) \in \text{ROI}} (c_{rec}(z_i, x_i) - c_{real}(z_i, x_i))}{Z_{\text{ROI}} X_{\text{ROI}}} \quad (67)$$

gdzie c_{rec} oraz c_{real} oznaczają odpowiednio rozkłady prędkości zrekonstruowany oraz rzeczywisty. Z kolei Z_{ROI} i X_{ROI} są wyrażonymi liczbą pikseli rozmiarami obszaru ROI wzdłuż osi OZ oraz OX . Na potrzeby obliczania ME oraz innych parametrów ilościowej oceny wyników, przed wydzieleniem obszaru ROI zadany rozkład prędkości c_{real} był decymowany do rozdzielczości wyników c_{rec} , tj. $Z_d \times X_d$.

RMSE

Pierwiastek błędu średniokwadratowego $RMSE$ stanowił podstawową miarę uogólnionego błędu estymacji prędkości i był obliczany wg wzoru:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{(z_i, x_i) \in \text{ROI}} (c_{rec}(z_i, x_i) - c_{real}(z_i, x_i))^2}{Z_{\text{ROI}} X_{\text{ROI}}}} \quad (68)$$

STD

Kolejnym parametrem wykorzystanym w ocenie ilościowej było odchylenie standardowe STD (oznaczone w ten sposób dla odróżnienia od powolności σ), obliczane wg wzoru:

$$STD = \sqrt{\frac{\sum_{(z_i, x_i) \in \text{ROI}} (c_{rec}(z_i, x_i) - \overline{c_{rec}(\text{ROI})})^2}{Z_{\text{ROI}} X_{\text{ROI}} - 1}} \quad (69)$$

gdzie $\overline{c_{rec}(\text{ROI})}$ jest średnią wartością zrekonstruowanej prędkości c_{rec} w obszarze ROI. Odchylenie standardowe STD było obliczane jedynie dla wyników c_{rec} uzyskanych w przypadku jednorodnych rozkładów prędkości c_{real} .

CNR

Stosunek kontrast-szum, tj. CNR , był miarą czytelności obrazu c_{rec} , wielkością opisującą relację pomiędzy dynamiką odwzorowania układu tło-wtrącenie a dynamiką niepożądanych fluktuacji i zakłóceń w zrekonstruowanym obrazie c_{rec} . Parametr ten był obliczany wg wzoru:

$$CNR = \frac{|c_{rec}(\text{INC} \cap \text{ROI}) - c_{rec}(\text{BCG} \cap \text{ROI})|}{\sqrt{\text{var}(c_{rec}(\text{INC} \cap \text{ROI})) + \text{var}(c_{rec}(\text{BCG} \cap \text{ROI}))}} \quad (70)$$

gdzie var oznacza wariancję, a INC oraz BCG są obszarami wtrącenia (ang. Inclusion) oraz tła (ang. Background). Parametr CNR mógł być obliczony jedynie w przypadku niejednorodnych (tj. zawierających wtrącenie) rozkładów c_{real} .

3.4 Optymalizacja współczynników regularyzacji

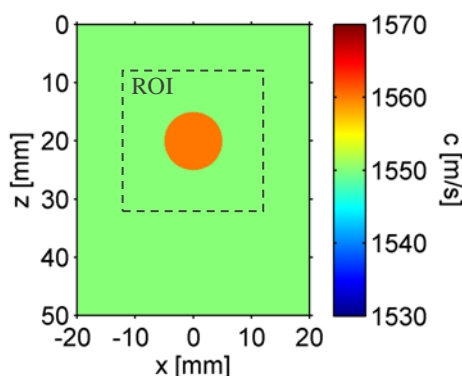
Cel optymalizacji

Wybór wartości współczynnika regularyzacji λ ma kluczowy wpływ na czytelność wynikowych obrazów prędkości. Zostało to przedstawione na Rysunek 29 za pomocą rozkładów prędkości zrekonstruowanych z wykorzystaniem poszczególnych algorytmów przy różnych wartościach współczynników regularyzacji λ . Zadany rozkład prędkości był identyczny z przedstawionym na Rysunek 28. Dla zbyt niskich wartości λ wynik przetwarzania jest obciążony dużą wariancją. Z kolei w przypadku zbyt wysokiej wartości λ , wynikowe obrazy są mocno wygładzone i w efekcie pozbawione szczegółów. Dla poszczególnych algorytmów wartość optymalna współczynników regularyzacji λ może się istotnie różnić. Aby możliwe było rzetelne porównanie wyników przetwarzania, konieczna jest optymalizacja stopnia regularyzacji indywidualnie dla każdego z algorytmów.

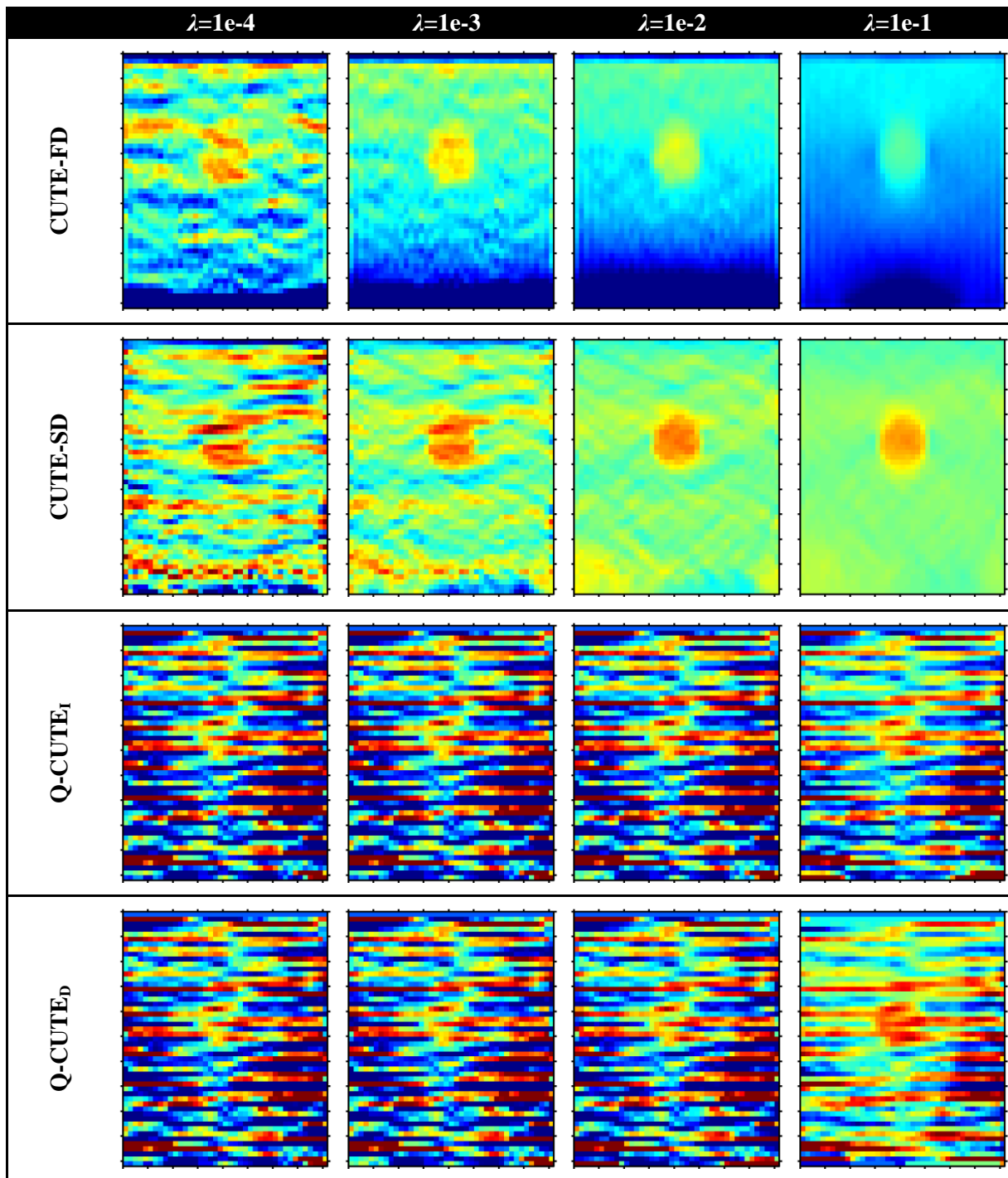
Warunki optymalizacji

Optymalizacja stopnia regularyzacji λ w badanych algorytmach polegała na znalezieniu ekstremum funkcji celu oraz odpowiadającej mu wartości λ . Wymagało to rekonstrukcji rozkładu prędkości dźwięku dla szeregu różnych wartości λ . Te były zmieniane w zakresie od $1e-6$ do $1e6$ z postępowaniem geometrycznym. Zadany rozkład prędkości zawierał okrągłe wtrącenie o średnicy $\Phi_c = 10$ mm i środkiem położonym w osi głowicy ($x = 0$ mm) na głębokości $z = 20$ mm (Rysunek 28). Wartości prędkości dźwięku dla tła i wtrącenia były równe odpowiednio $c_b = 1550$ m/s oraz $c_c = 1560$ m/s. Taki rozkład prędkości zapewniał występowanie obu składowych sygnału $\Delta\tau$ odpowiadających wyrazom A i B w równaniu (35).

Dane wejściowe LRI były generowane zgodnie z procedurą opisaną w rozdziale 3.1. Poziom zakłóceń o charakterze szumowym był równy $\zeta = 0,4$ a sekwencja nadawcza obejmowała emisje pod kątami $\theta \in \{-20^\circ, -15^\circ, -10^\circ, -5^\circ, 0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ\}$. Wartości parametrów, które zostały użyte do ilościowej oceny jakości obrazowania jako funkcje celu w procesie optymalizacji, były obliczane na podstawie wyników obrazowania prędkości w obszarze ROI w kształcie kwadratu o boku długości 24 mm. Środek ROI pokrywał się ze środkiem wtrącenia w zadanym rozkładzie prędkości.

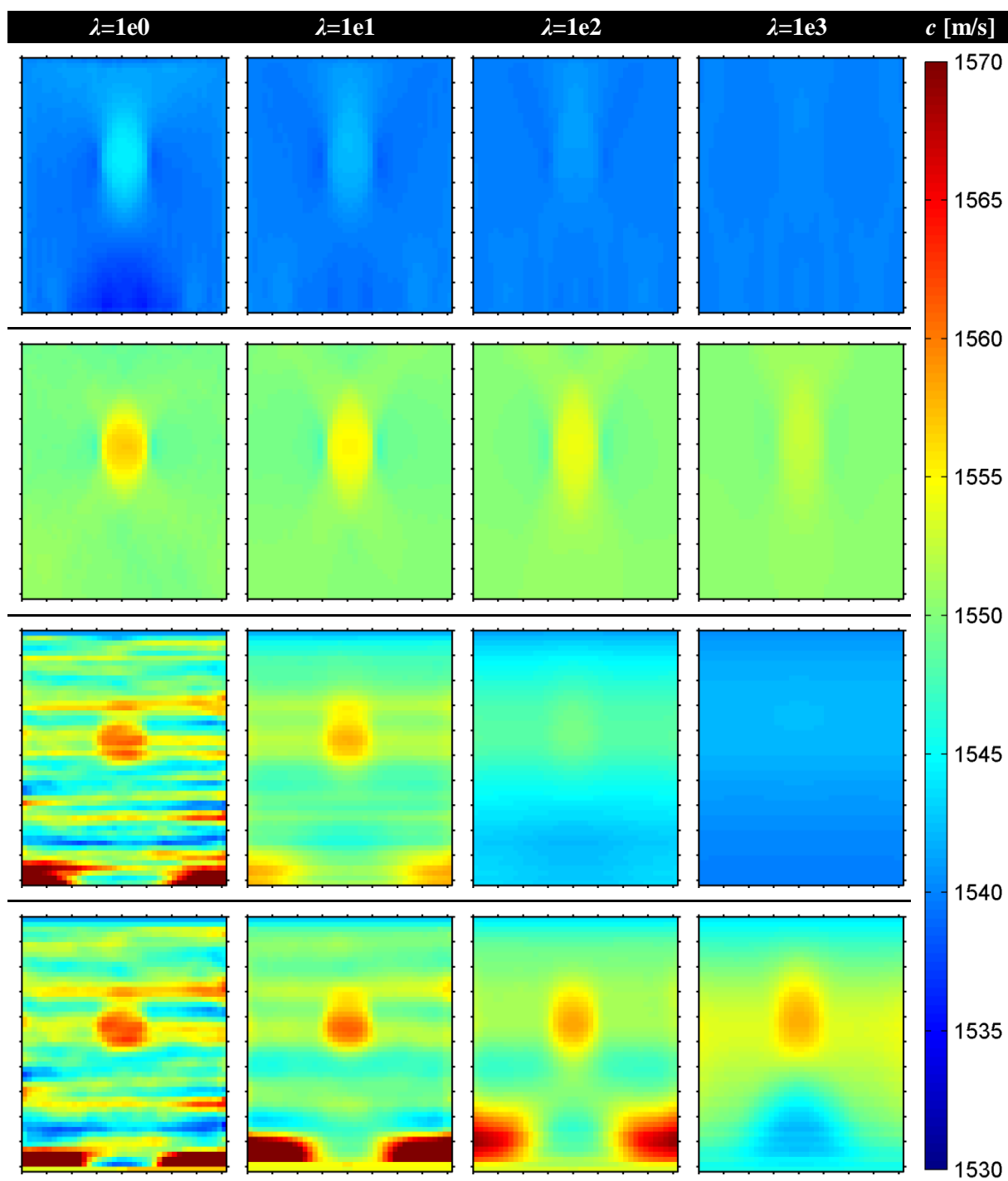


Rysunek 28 Rozkład prędkości c_{real} oraz obszar ROI wykorzystany w procesie optymalizacji współczynników regularyzacji λ



Rysunek 29 Zestawienie rozkładów prędkości zrekonstruowanych poszczególnymi algorytmami, dla szeregu różnych wartości współczynników regularyzacji λ . Zadany rozkład prędkości był identyczny z przedstawionym na Rysunek 28. Dla algorytmów wykorzystujących dwa współczynniki regularyzacji (CUTE-SD korzysta z λ_2 i λ_3 , Q-CUTE_I oraz Q-CUTE_D wykorzystują odpowiedni współczynnik regularyzacji w dwóch etapach), dla uproszczenia współczynniki te przyjmują jednakowe wartości.

Zastosowanie ROI niepokrywającego całego obszaru obrazowania wynika z faktu, że zachowanie poszczególnych algorytmów na krawędziach obrazów może się istotnie różnić, co widać na przykładach z Rysunek 29. W rozdziale 4.2, dotyczącym porównania wyników poszczególnych metod rekonstrukcji prędkości, błędy w okolicach krawędzi obrazów będą poddane oddzielnej ocenie jakościowej. Głównym zadaniem będzie jednak porównanie jakości rekonstrukcji w centralnej części obszaru obrazowania. W związku z tym, na etapie optymalizacji uwaga również będzie skupiona na jakości obrazowania w ROI obejmującym centralną część obrazowanego obszaru.



Opisane wyżej warunki optymalizacji uznajmy za nominalne. Wyznaczone w tych warunkach optymalne wartości λ zostaną wykorzystane jako współczynniki regularyzacji poszczególnych algorytmów na etapie ich porównania. Należy jednak podkreślić, że warunki nominalne zostały dobrane arbitralnie, a jakkolwiek ich zmiana mogłaby skutkować innymi wynikami optymalizacji. Aby ocenić wrażliwość wyników optymalizacji na zmiany ww. warunków, optymalizację przeprowadzono również dla szeregu ich modyfikacji, które obejmowały:

- zmiany wielkości ROI:
 - ROI = 36 mm \times 36 mm,
 - ROI = 24 mm \times 24 mm,
 - ROI = 16 mm \times 16 mm,

- zmiany średnicy wtrącenia Φ_c :
 - $\Phi_c = 7$ mm,
 - $\Phi_c = 10$ mm,
 - $\Phi_c = 14$ mm,
- zmiany prędkości dźwięku jednocześnie w tle oraz we wtrąceniu:
 - $c_b = 1540$ m/s, $c_c = 1550$ m/s,
 - $c_b = 1550$ m/s, $c_c = 1560$ m/s,
 - $c_b = 1560$ m/s, $c_c = 1570$ m/s,
- zmiany prędkości dźwięku jedynie we wtrąceniu:
 - $c_b = 1550$ m/s, $c_c = 1555$ m/s,
 - $c_b = 1550$ m/s, $c_c = 1560$ m/s,
 - $c_b = 1550$ m/s, $c_c = 1565$ m/s,
- zmiany amplitudy zakłóceń ξ :
 - $\xi = 0.2$,
 - $\xi = 0.4$,
 - $\xi = 0.8$,

gdzie podkreślenie oznacza konfigurację nominalną. Możliwych rodzajów modyfikacji jest oczywiście znacznie więcej, jednak powyższy zestaw ma jedynie umożliwić oszacowanie wpływu warunków optymalizacji na jej wyniki.

Funkcje celu

Optymalna wartość współczynnika regularyzacji λ_{opt} była identyfikowana jako λ , dla której funkcja celu $\chi(\lambda)$ osiągała ekstremum. Wartość λ_{opt} reprezentuje pewien stan kompromisu pomiędzy ograniczeniem wariancji a zachowaniem kontrastowego odwzorowania szczegółów w obrazach prędkości. Funkcje celu o niejednakowej definicji będą z różną czułością reagowały na zmiany w ww. cechach obrazów. Może to skutkować dość istotnymi różnicami w wyjściowych wartościach λ_{opt} w zależności od użytej funkcji celu. W związku z tym w optymalizacji współczynnika regularyzacji λ posługiwano się dwoma odmiennie zdefiniowanymi funkcjami celu.

Jako pierwszą z nich zastosowano parametr *RMSE* opisany równaniem (68). Będąc miarą błędów obrazowania, jest on zastosowany w charakterze funkcji kosztu. Optymalna wartość λ odpowiada w takim wypadku położeniu minimum funkcji kosztu. Parametr *RMSE* dla małych λ osiąga wysokie wartości – duże błędy w tym przypadku wynikają ze znacznej wariancji obrazów. Zwiększanie λ redukuje błędy związane z wariancją, co prowadzi do spadku *RMSE*. Towarzyszy temu jednak postępujące rozmycie obrazu wtrącenia i wzrost błędów z tego wynikających. W pewnym momencie błędy związane z rozmyciem rosną szybciej niż maleją te wynikające z wariancji obrazu – w efekcie *RMSE* zaczyna rosnąć.

Innym narzucającym się rozwiązaniem jest zastosowanie parametru *CNR*, który wiąże kontrastowość i odchylenie standardowe w formie ilorazu, co ukazuje równanie (70). Parametr *CNR* jest zastosowany w charakterze funkcji użyteczności, a zatem optymalna wartość λ odpowiada położeniu maksimum tej funkcji. Dla małych wartości λ , *CNR* jest niski ze względu na duży mianownik – pierwiastek wariancji obrazów. Początkowo zwiększanie λ w większym stopniu ogranicza wariancję obrazu niż jego kontrastowość, w wyniku czego *CNR* rośnie. W pewnym momencie jednak relacja ta ulega odwróceniu i *CNR* zaczyna spadać ciągnięty w dół przez szybko malejącą kontrastowość.

Procedura optymalizacji dla metody CUTE-FD

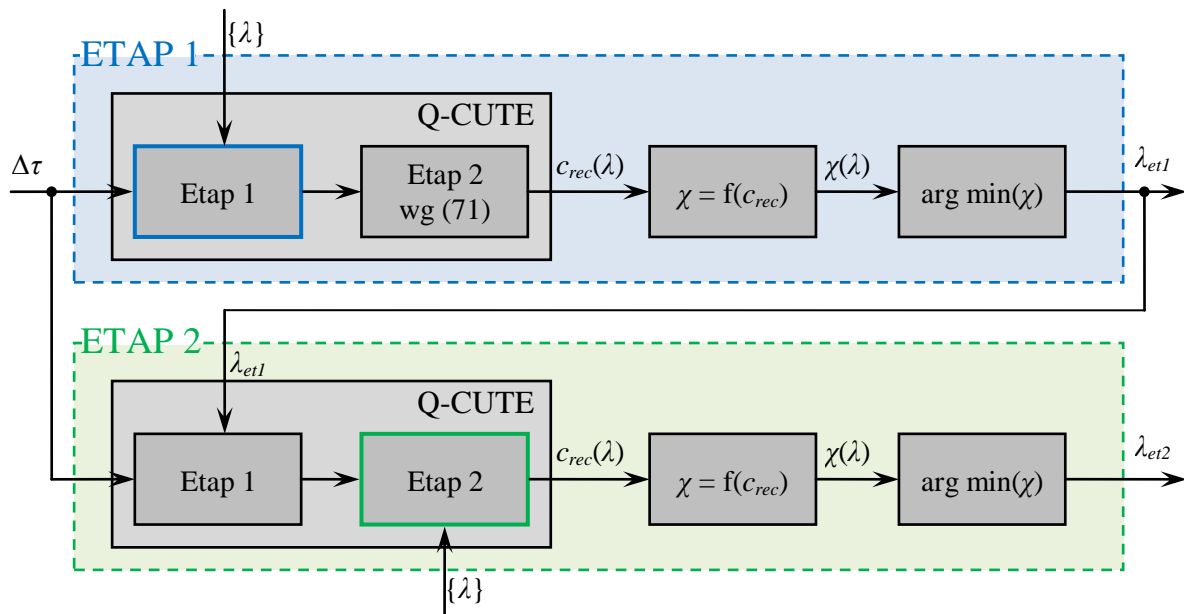
W każdym z algorytmów regularyzacja była realizowana w odmienny sposób (rozdział 2.7), i w związku z tym optymalizacja wartości λ dla każdego z nich odbywała się według różnych procedur. Zgodnie z powołującą się na publikację (Jaeger & Frenz, 2015) argumentacją przedstawioną w rozdziale 2.7.1, metoda CUTE-FD wykorzystywała regularyzację średnio-kwadratowego widma częstotliwości przestrzennych odchyłek powolności – w równaniu (45) współczynniki regularyzacji były równe: $\lambda_1 \neq 0$, $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$. Optymalizacja współczynnika regularyzacji była więc zagadnieniem jednowymiarowym z optymalizowanym parametrem λ_1 . Procedura optymalizacji polegała zatem na rekonstrukcji zadanego rozkładu prędkości dla szeregu wartości λ_1 i wybraniu takiej wartości λ_1 , dla której funkcja celu osiągnie wartość optymalną – ekstremum typu zależnego od rodzaju wybranej funkcji celu.

Procedura optymalizacji dla metody CUTE-SD

Ponownie opierając się na argumentacji zawartej w rozdziale 2.7.1, zdecydowano, że metoda CUTE-SD wykorzystywać będzie regularyzację średnio-kwadratowego modułu gradientu – współczynniki regularyzacji w równaniu (45) były równe: $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 \neq 0$, $\lambda_3 \neq 0$. Zagadnienie optymalizacji współczynnika regularyzacji było więc dwuwymiarowe – optymalizacji podlegała para parametrów (λ_2 , λ_3). Pełna optymalizacja wymagałaby przeprowadzenia rekonstrukcji prędkości dla wszystkich kombinacji rozpatrywanych wartości λ_2 i λ_3 . Na tej podstawie możliwe byłoby stworzenie dwuwymiarowej funkcji celu i znalezienie optymalnej kombinacji λ_2 i λ_3 jako argumentu odpowiadającemu ekstremum funkcji celu. W przypadku złożonej obliczeniowo metody CUTE-SD takie rozwiązanie jest jednak bardzo czasochłonne. W celu przyspieszenia procesu optymalizacji zastosowano metodę iteracyjną. W pierwszej iteracji wykonywana jest jednowymiarowa optymalizacja współczynnika λ_2 przy założeniu, że $\lambda_3 = 0$. W kolejnych iteracjach naprzemiennie realizowane są jednowymiarowe optymalizacje współczynników λ_2 i λ_3 przy założeniu, że wartość współczynnika, który nie podlega optymalizacji w danej iteracji, jest równa wartości uznanej za optymalną na podstawie iteracji poprzedniej. Proces naprzemiennej optymalizacji λ_2 i λ_3 może się powtarzać do momentu, aż uznane za optymalne wartości λ_2 i λ_3 przestaną się istotnie zmieniać w kolejnych iteracjach, lub gdy liczba iteracji osiągnie pewną odgórnie narzuconą wartość maksymalną. W ramach tej pracy przyjęto, że dla uzyskania zadowalającej precyzji optymalizacji współczynników regularyzacji dla algorytmu CUTE-SD wystarczą 4 iteracje – po dwie dla współczynników λ_2 i λ_3 . Na poparcie tej tezy w załączniku 7.2 przedstawione zostały przebiegi funkcji *RMSE* oraz *CNR* w kolejnych iteracjach.

Procedura optymalizacji dla metody Q-CUTE

W przypadku metody Q-CUTE regularyzacja sprowadzała się do modyfikacji operatora różniczkowania opisanej w rozdziale 2.7.2. Operator różniczkowania występuje w algorytmie Q-CUTE dwukrotnie – w etapie pierwszym w równaniu (37), oraz w etapie drugim w równaniu (41). W związku z tym optymalizacja wartości λ przeprowadzona była dwuetapowo. Schemat procedury optymalizacji przedstawiono na Rysunek 30.



Rysunek 30 Schemat procedury optymalizacji współczynników regularyzacji λ dla metody Q-CUTE

W pierwszej kolejności optymalizowana była wartość λ dla operatora różniczkowania występującego w etapie pierwszym algorytmu Q-CUTE. Etap drugi algorytmu, w którym wyznaczana jest stała całkowania $C(z)$, w tym momencie był jeszcze nieoptymalizowany. Fakt ten mógłby negatywnie wpłynąć na wyniki optymalizacji etapu pierwszego. W związku z tym operacje przypisane etapowi drugiemu zastąpiono kompensacją średnich odchyłek wartości $\Delta\sigma'$ względem pośrednioadanego (wynikającego z c_{real}) rozkładu $\Delta\sigma_{real}$:

$$C(z_i) = \frac{\sum_{x_i=1}^X (\Delta\sigma_{real}(z_i, x_i) - \Delta\sigma'(z_i, x_i))}{X} \quad (71)$$

Z punktu widzenia minimalizacji średniego błędu estymacji, taki sposób obliczenia stałej całkowania C zapewnia optymalną realizację drugiego etapu algorytmu Q-CUTE. W warunkach rzeczywistych powyższe rozwiązanie jest oczywiście niedostępne z powodu nieznaności rozkładu $\Delta\sigma_{real}$. W naszej sytuacji pozwalało ono jednak zaniedbać wpływ nieoptymalizowanego drugiego etapu algorytmu Q-CUTE na wynik optymalizacji etapu pierwszego.

Opisany powyżej zmodyfikowany algorytm rekonstrukcji prędkości był wykonywany dla szeregu różnych wartości λ . Wyniki c_{rec} były następnie podstawą do wyznaczenia wartości funkcji celu χ , która tak jak c_{rec} , zależała od λ . Na schemacie z Rysunek 30 posłużono się bliżej nieokreśloną funkcją celu χ z założeniem, że jest ona miarą poziomu błędu rekonstrukcji pola prędkości – jest to więc tzw. funkcja kosztu a optymalizacja polega na znalezieniu jej minimum. Funkcja celu może być również miarą jakości rekonstrukcji pola prędkości – wtedy jest to tzw. funkcja użyteczności, a optymalizacja polega na znalezieniu jej maksimum. W ostatnim kroku wyznaczana była więc wartość λ , dla której przebieg $\chi(\lambda)$ osiągał ekstremum (w rozpatrywanym przypadku – minimum). Uzyskana w ten sposób optymalna wartość współczynnika regularyzacji dla etapu pierwszego oznaczona została jako λ_{et1} dla odróżnienia od współczynnika λ_1 z równania (46).

Po zakończeniu optymalizacji dla pierwszego etapu algorytmu Q-CUTE rozpoczynała się optymalizacja etapu drugiego. Tym razem rekonstrukcja obrazów c_{rec} była już w całości wykonywana

zgodnie z metodą Q-CUTE. Współczynnik regularyzacji w pierwszym etapie algorytmu Q-CUTE był równy wartości λ_{et1} uzyskanej w poprzednim kroku optymalizacji. Z kolei drugi etap algorytmu Q-CUTE był wykonywany dla szeregu różnych wartości λ . Następujące potem wyznaczenie przebiegu funkcji celu $\chi(\lambda)$ oraz wskazanie optymalnej wartości współczynnika regularyzacji λ_{et2} odbywało się analogicznie jak w optymalizacji dla etapu pierwszego.

W odróżnieniu od metod CUTE-FD oraz CUTE-SD, w przypadku nowo opracowanej metody Q-CUTE nie dysponowano żadnymi przesłankami odnośnie skuteczności poszczególnych rodzajów regularyzacji. Procedura optymalizacji współczynnika regularyzacji była więc wykonywana dla dwóch wersji algorytmu: Q-CUTE₁ oraz Q-CUTE_D wykorzystujących w regularyzacji współczynniki odpowiednio: λ_1 i λ_2 występujące w równaniu (46).

4 Wyniki

Prezentację wyników rozpoczniemy od efektów opisanej w rozdziale 3.4 procedury optymalizacji współczynników regularyzacji λ . Następnie przedstawione zostaną rezultaty analizy porównawczej jakości obrazowania prędkości poszczególnymi metodami. Na końcu przeprowadzona zostanie dyskusja uzyskanych wyników i na ich podstawie, oraz z uwzględnieniem przedstawionych w rozdziale 2.8 kwestii złożoności obliczeniowej, sformułowane zostaną wnioski odnośnie użyteczności zaprezentowanej w tej pracy metody Q-CUTE.

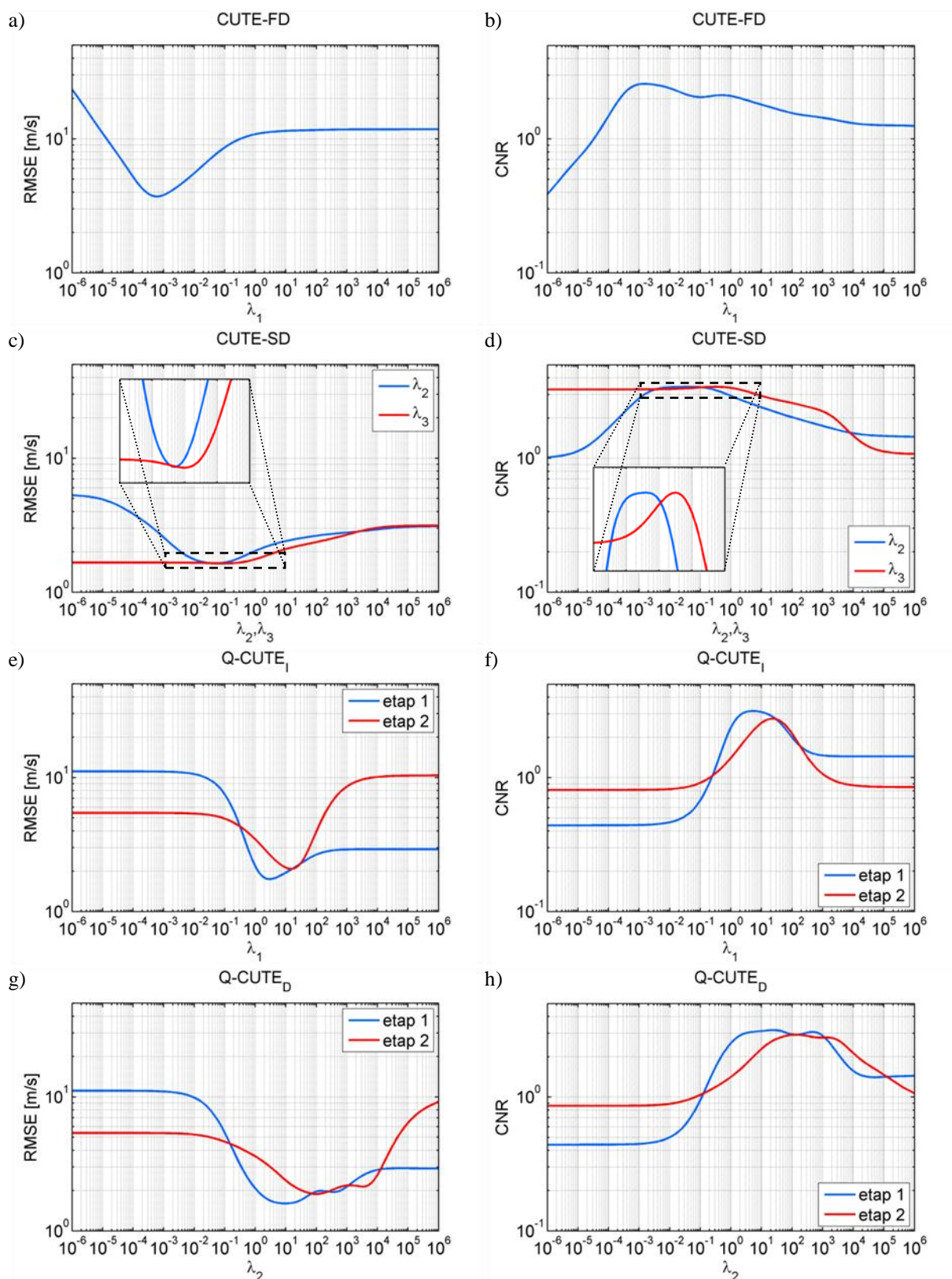
4.1 Wyniki optymalizacji współczynników regularyzacji

Wyniki optymalizacji w warunkach nominalnych

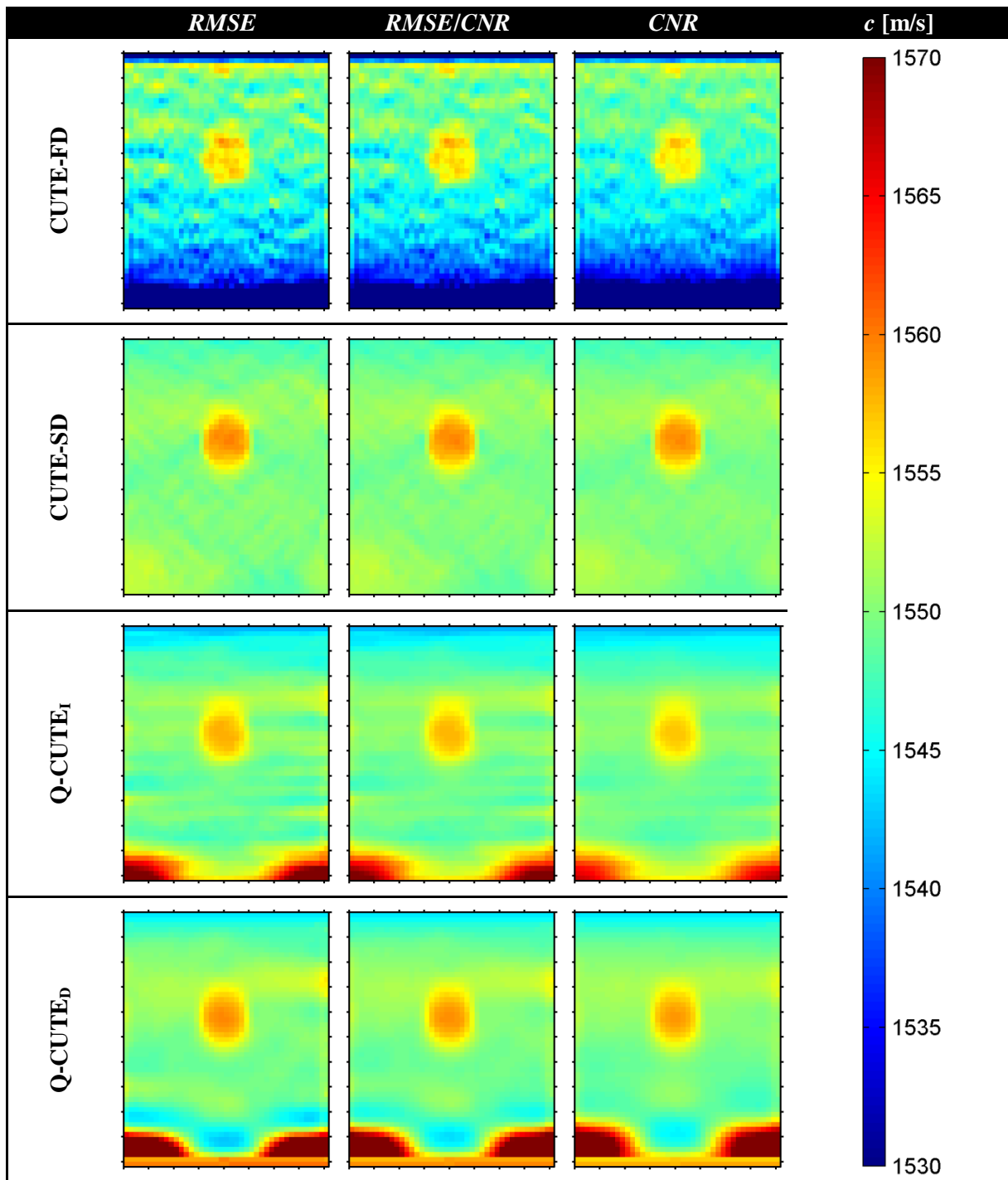
Wyniki optymalizacji przeprowadzonej w opisanych w rozdziale 3.4 warunkach nominalnych są przedstawione na Rysunek 31. Szczegóły dotyczące położenia poszczególnych ekstremów funkcji celu zostały zestawione w Tabela 3. W pierwszych wierszach zawiera ona wartości współczynnika regularyzacji λ uznane za optymalne na podstawie wybranych funkcji celu: *RMSE* oraz *CNR*. W niektórych przypadkach wartości optymalne z punktu widzenia *RMSE* i *CNR* mogą się istotnie różnić. Jako rozwiązanie kompromisowe zaproponowane zostały wartości λ odpowiadające położeniu minimum ilorazu *RMSE/CNR*. Wartości te będą wykorzystane w regularyzacji poszczególnych algorytmów rekonstrukcji prędkości na etapie porównania jakości generowanych przez nie wyników w rozdziale 4.2. W dalszych wierszach Tabela 3 zawiera amplitudy *RMSE* oraz *CNR* odpowiadające wartościom współczynnika λ uznanym za optymalne przy wykorzystaniu poszczególnych funkcji celu.

Tabela 3 Wyniki optymalizacji w warunkach nominalnych

parametr	funkcja celu	CUTE-FD	CUTE-SD		Q-CUTE _I		Q-CUTE _D	
		λ_1	λ_2	λ_3	λ_1		λ_2	
					etap 1	etap 2	etap 1	etap 2
λ	<i>RMSE</i>	0.000592	0.0485	0.0973	2.90	14.8	9.25	99.5
	<i>CNR</i>	0.00148	0.0385	0.311	5.14	23.1	25.1	135
	<i>RMSE/CNR</i>	0.000836	0.0471	0.168	3.56	17.7	14.3	111
<i>RMSE</i> [m/s]	<i>RMSE</i>	3.71	1.64	1.64	1.75	2.08	1.60	1.88
	<i>CNR</i>	3.98	1.66	1.66	1.80	2.17	1.66	1.92
	<i>RMSE/CNR</i>	3.75	1.65	1.64	1.75	2.11	1.61	1.90
<i>CNR</i>	<i>RMSE</i>	2.46	3.37	3.39	3.09	2.68	3.11	2.88
	<i>CNR</i>	2.58	3.42	3.42	3.16	2.76	3.17	2.93
	<i>RMSE/CNR</i>	2.54	3.40	3.41	3.13	2.72	3.14	2.90



Rysunek 31 Wyniki optymalizacji współczynnika regularyzacji dla algorytmów: a,b) CUTE-FD, c,d) CUTE-SD, e,f) Q-CUTE_I, oraz g,h) Q-CUTE_D. Po lewej stronie jako funkcji celu użyto parametru *RMSE*, zaś po prawej – *CNR*. Optymalizację przeprowadzono dla danego rozkładu prędkości jak na Rysunek 28



Rysunek 32 Zestawienie rozkładów prędkości zrekonstruowanych poszczególnymi algorytmami, dla współczynników regularyzacji zoptymalizowanych z wykorzystaniem różnych funkcji celu. Zadany rozkład prędkości był identyczny z przedstawionym na Rysunek 28

Zawarte w Tabeli 3 optymalne wartości λ wyłonione na podstawie przebiegów $CNR(\lambda)$ są miejscami nawet 3-krotnie większe, niż te wynikające z przebiegów $RMSE(\lambda)$. Sprawdźmy, jakimi różnicami w obrazowaniu skutkować będą tej wielkości rozbieżności w wartościach współczynników regularyzacji. Rysunek 32 przedstawia wyniki rekonstrukcji pola prędkości poszczególnymi metodami dla współczynników regularyzacji zoptymalizowanych z wykorzystaniem różnych funkcji celu.

Wykorzystanie parametru $RMSE$ w charakterze funkcji kosztu skutkowało względnie niskimi wartościami λ , przez co obrazy w pierwszej kolumnie Rysunek 32 są najmniej wygładzone. Rezultatem zastosowania parametru CNR jako funkcji użyteczności były z kolei wyższe wartości λ , co

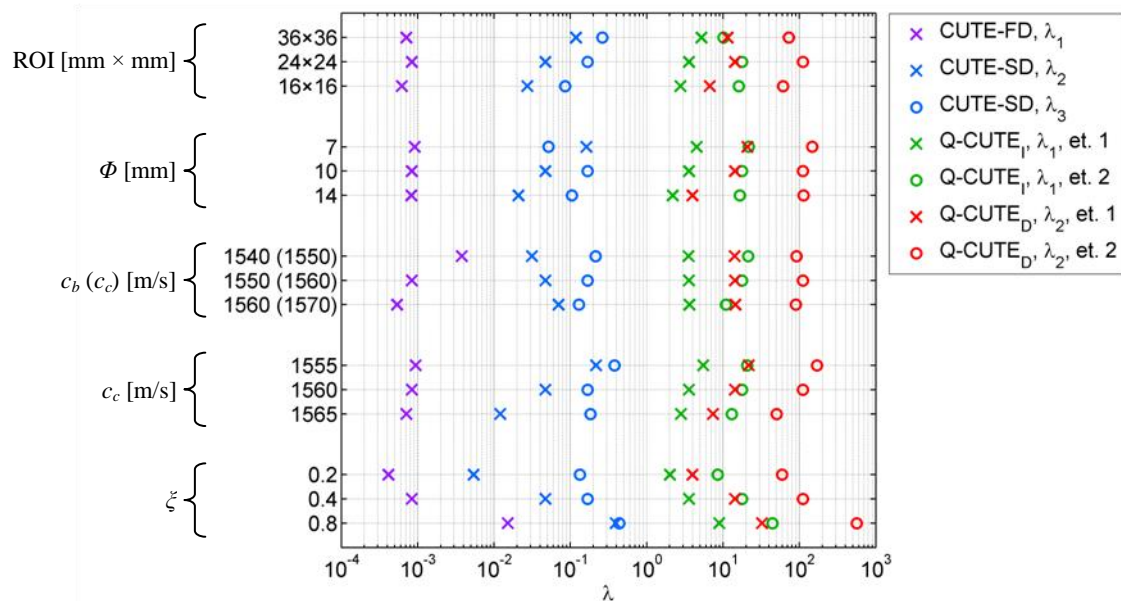
skutkowało nieco bardziej wygładzonymi obrazami prędkości w trzeciej kolumnie Rysunek 32. W kolumnie środkowej przedstawione są wyniki rozwiązania kompromisowego, tj. wykorzystującego w charakterze funkcji kosztu iloraz $RMSE/CNR$, co skutkuje pośrednimi wartościami λ . Warto w tym miejscu zaznaczyć, że mimo miejscami istotnych rozbieżności pomiędzy wartościami λ optymalnymi z punktu widzenia poszczególnych funkcji celu, obserwowane różnice w wynikowych obrazach prędkości są subtelne. Wybór jednej spośród funkcji celu nie wiąże się więc z diametralną zmianą jakości obrazowania w odniesieniu do przypadku wykorzystania innej z rozpatrywanych funkcji celu.

Interpretacja wyników dla algorytmu Q-CUTE

Wyniki dotyczące algorytmu Q-CUTE (Rysunek 31e,f,g,h) charakteryzują się wyraźnie gorszymi wartościami ekstremów funkcji celu na drugim etapie przetwarzania. Wynika to oczywiście z faktu, że dla oceny pierwszego etapu przetwarzania, etap drugi był realizowany na drodze korekcji opisanej równaniem (71). Korekcja ta wykorzystuje znajomość zadanego rozkładu prędkości i daje wyniki lepsze, niż możliwe do uzyskania w standardowym przetwarzaniu w drugim etapie algorytmu Q-CUTE. Amplituda ekstremum funkcji celu dla etapu pierwszego ma więc znaczenie jedynie przy ocenie tego tylko etapu przetwarzania. Dopiero amplituda ekstremum funkcji celu dla etapu drugiego pozwala realnie ocenić możliwą do uzyskania jakość rekonstrukcji prędkości metodą Q-CUTE.

Wstępna ocena jakości obrazowania

Na tym etapie pracy możliwa jest już wstępna ocena jakości obrazowania prędkości poszczególnymi metodami. Zestawione w Tabela 3 wartości ekstremów funkcji celu pozwalają uszeregować algorytmy pod względem wartości parametrów ilościowych ($RMSE$ oraz CNR) generowanych przez nie wyników. Okazuje się, że najlepsze rezultaty uzyskać można metodą CUTE-SD, zaś najgorsze przy pomocy metody CUTE-FD. Proponowany w tej pracy algorytm Q-CUTE generuje obrazy prędkości o pośrednim poziomie jakości, przy czym wyraźnie lepsze wyniki (mniejszy $RMSE$ oraz większy CNR) generuje wersja Q-CUTE_D. Parametry $RMSE$ oraz CNR nie oddają jednak wszystkich różnic pomiędzy wynikami poszczególnych algorytmów. Ponadto, algorytmy powinny zostać przetestowane dla szerokiego zakresu możliwych rozkładów prędkości. Na obecnym etapie jest więc zbyt wczesne na daleko idące wnioski dotyczące jakości obrazowania prędkości poszczególnymi metodami.



Rysunek 33 Zestawienie optymalnych wartości λ dla wybranych modyfikacji nominalnych warunków optymalizacji

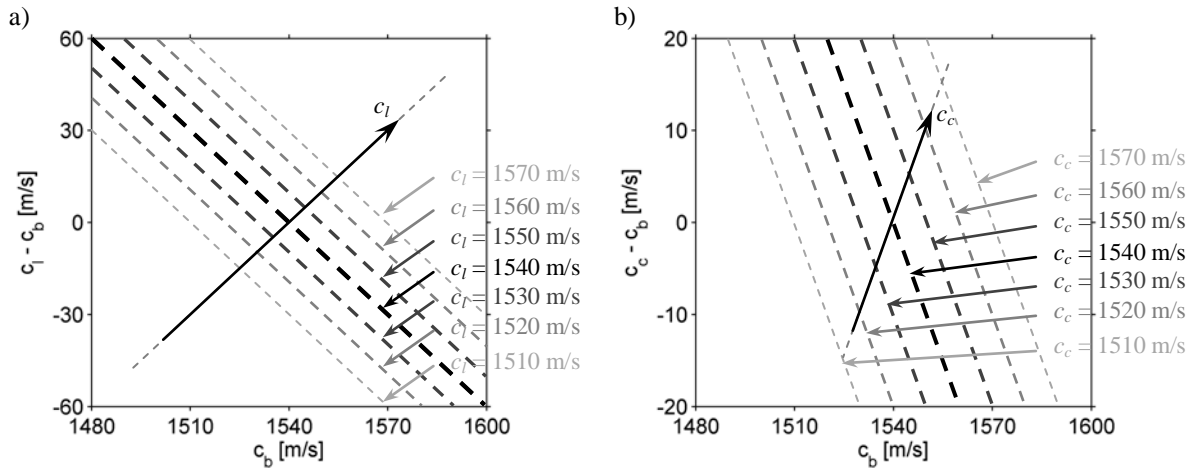
Zależność wyników od warunków optymalizacji

Warunki nominalne, w których przeprowadzona została optymalizacja, były dobrane arbitralnie. Należy mieć świadomość, że wyniki optymalizacji mogą miejscami istotnie zależeć od wspomnianych warunków, co przedstawia Rysunek 33. Na jego podstawie można wysnuć wniosek, że skala zależności wyników optymalizacji λ od warunków optymalizacji jest różna dla poszczególnych algorytmów. Dla każdego z nich występuje podobna, znacząca zależność od poziomu zakłóceń ξ , jednak w przypadku pozostałych parametrów widoczne są już pewne rozbieżności. Najstabilniejsze wyniki optymalizacji λ uzyskać można dla algorytmu CUTE-FD. Występująca tu jednak wyraźna zależność optymalnej wartości λ od prędkości c_b i c_c (gdzie $c_c - c_b = \text{const.}$) zwiastuje charakterystyczny dla metody CUTE-FD problem nieskutecznej korekcji błędów prędkości średniej. Zagadnienie to poruszone zostało już w (Jaeger & Frenz, 2015) i znajduje także potwierdzenie w wynikach zaprezentowanych w rozdziale 4.2.1 tej pracy. Drugi z algorytmów referencyjnych, tj. CUTE-SD charakteryzuje się znaczącą zależnością optymalnych wartości λ od warunków optymalizacji. Nieco lepiej pod tym względem zachowują się wyniki optymalizacji λ dla algorytmu Q-CUTE.

4.2 Porównanie jakości obrazowania

Ocenę jakości obrazowania prędkości zaczniemy od najprostszego przypadku, tj. przestrzennie jednorodnego rozkładu prędkości. Przypadek ten pozwoli ocenić skuteczność poszczególnych algorytmów w korekcji wartości prędkości średniej, która na etapie rekonstrukcji obrazów LRI była przyjęta na poziomie $c_0 = 1540$ m/s. W kolejnym kroku rozpatrywane będą rozkłady prędkości zawierające horyzontalne wtrącenie warstwowe. Sygnał $\Delta\tau_{n,n+1}$ będący skutkiem takich wtrąceń jest względnie słaby, przez co są one trudne do zobrazowania. Jednocześnie odwzorowanie tego typu obiektów jest istotne ze względu na strukturę obrazowanych tkanek, która w wielu przypadkach ma właśnie charakter warstwowy. Jako ostatnie zostaną poddane ocenie wyniki dla rozkładów zawierających wtrącenie okrągłe, będące prostym modelem zlokalizowanych zmian tkankowych takich jak np. guzy nowotworowe.

Wyniki uzyskane dla każdego typu przestrzennych rozkładów prędkości będą w pierwszej kolejności przedstawiane w postaci zestawu wybranych map prędkości: c_{real} – zadanych, oraz c_{rec} – zrekonstruowanych z wykorzystaniem poszczególnych algorytmów. Mapy te będą poddane ocenie jakościowej pod kątem występowania artefaktów obrazowych oraz określenia charakterystycznych cech obrazów, wpływających na ich subiektywny odbiór. Ponadto zaprezentowane zostaną przekroje przez zrekonstruowane mapy prędkości w celu precyzyjniejszej oceny jakości odwzorowania wtrąceń. W dalszej kolejności przedstawione będą wyniki analizy ilościowej – wartości parametrów ME , $RMSE$ oraz CNR . Analiza ilościowa pozwoli prześledzić zachowanie poszczególnych algorytmów dla znacznie szerszego zbioru możliwych rozkładów c_{real} , niż byłoby to możliwe na drodze indywidualnej oceny wyników c_{rec} uzyskanych dla poszczególnych rozkładów c_{real} . W przypadku jednorodnych rozkładów c_{real} parametry ilościowe będą przedstawiane w funkcji prędkości w obszarze tła c_b . Dla rozkładów zawierających wtrącenie uwzględniona zostanie również zależność wartości parametrów ilościowych od kontrastu układu tło-wtrącenie, który zdefiniujemy jako: $c_l - c_b$, bądź $c_c - c_b$ (w zależności od rodzaju wtrącenia). W pewnych sytuacjach zamiast kontrastu istotniejsza może być jednak bezwzględna wartość prędkości we wtrąceniu. Na taką okoliczność warto zapoznać się z położeniem osi prędkości wtrącenia c_l lub c_c na płaszczyźnie „tło-kontrast”, co ilustruje Rysunek 34.



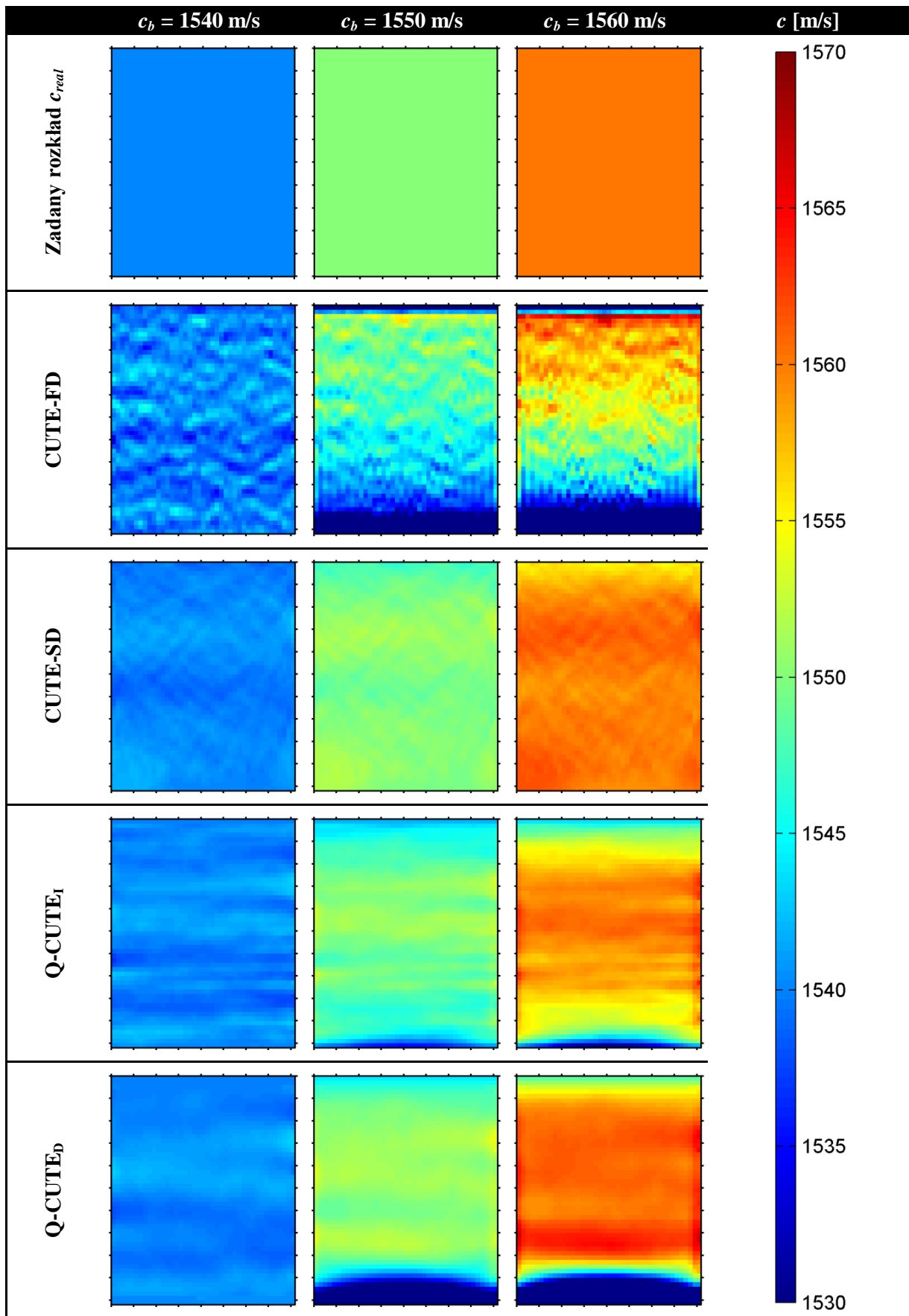
Rysunek 34 Położenie osi prędkości wtrącenia: a) warstwowego c_b , oraz b) okrągłego c_c na płaszczyźnie „tło-kontrast”

Brak prostopadłości osi c_l do prostych $c_l = \text{const.}$ oraz osi c_c do prostych $c_c = \text{const.}$ wynika z niezachowania proporcji pomiędzy skalami pionową i poziomą. Nachylenie osi c_c (Rysunek 34b) jest większe niż osi c_l (Rysunek 34a) ponieważ zakresy kontrastu ujęte na osi pionowej w przypadku wtrąceń okrągłych są znacznie węższe (± 20 m/s) niż dla wtrąceń warstwowych (± 60 m/s). Ograniczenie zakresu wartości kontrastu dla wtrąceń okrągłych wynika z faktu, że wtrącenia te, jako silne źródło sygnału $\Delta\tau_{n,n+1}$, przy zbyt dużej wartości bezwzględnej kontrastu $|c_c - c_b|$ skutkują aliasingiem w sygnale $\Delta\varphi_{n,n+1}$.

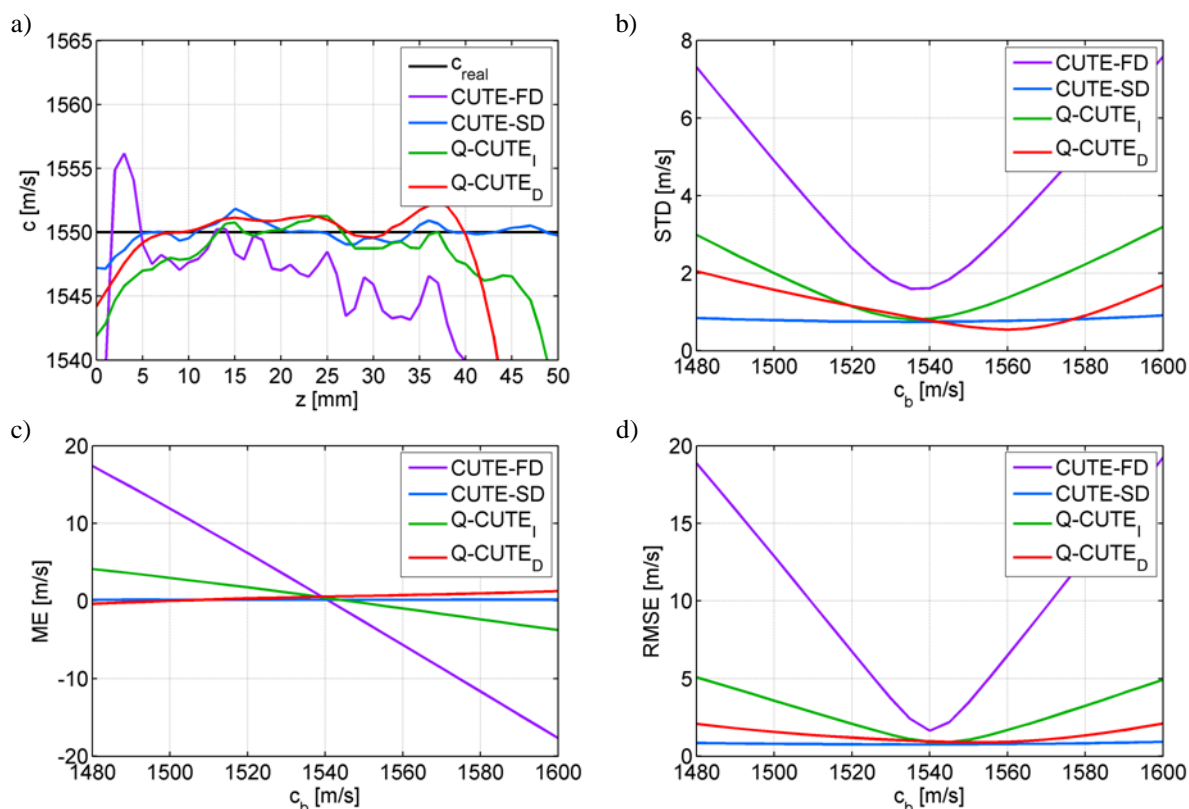
4.2.1 Jednorodny rozkład prędkości

Wybrane wyniki rekonstrukcji prędkości zostały przedstawione na Rysunek 35. Przypadek jednorodnego rozkładu prędkości o wartości $c_b = 1540$ m/s, tj. identycznej z c_0 , oznacza, że na etapie generowania obrazów LRI nie wystąpiły błędy rekonstrukcji związane z niewłaściwie dobraną wartością c_0 . W związku z tym część użyteczna sygnału $\Delta\tau_{n,n+1}$ jest równa zero. Opisany przypadek pozwala ocenić, jak poszczególne algorytmy transferują zakłócenia będące w tej sytuacji jedynym sygnałem wejściowym. Wyniki przetwarzania metodą CUTE-FD charakteryzują się największą wariancją. Pozostałe metody generują znacznie mniej zakłócone obrazy prędkości. Poza samą wariancją obrazów, na ich czytelność negatywnie wpływa również wszelkie uporządkowanie zakłóceń. Każdy z algorytmów generuje wolnozmiennie fluktuacje w zrekonstruowanym rozkładzie prędkości, widoczne jako słabo zarysowane, horyzontalnie ułożone warstwy (w wynikach uzyskanych metodą CUTE-FD są one mniej widoczne ze względu na wysoką wariancję). W wynikach metody CUTE-SD występuje również delikatnie zarysowane, ukośne uporządkowanie zakłóceń.

Zmiana zadanej wartości prędkości (przypadki $c_b = 1550$ m/s oraz $c_b = 1560$ m/s) skutkuje powstaniem błędu przyjętej w rekonstrukcji obrazów LRI_n wartości prędkości c_0 . To z kolei prowadzi do powstania niezerowej użytecznej części sygnału $\Delta\tau_{n,n+1}$. W opisanej sytuacji jedynie algorytm CUTE-SD generuje wyniki pozbawione negatywnych zmian względem przypadku $c_b = 1540$ m/s. Algorytmy CUTE-FD oraz Q-CUTE generują obrazy, w których okolice górnej oraz dolnej krawędzi są obciążone znacznym błędem (niedoszacowaniem) prędkości, co ogranicza pole skutecznego obrazowania prędkości przy wykorzystaniu tych metod. W przypadku algorytmów Q-CUTE mamy jednak do czynienia z dosyć dobrze określonym i względnie niewielkim obszarem kwalifikującym się do odrzucenia. Z kolei wyniki generowane przez algorytm CUTE-FD zdają się przedstawiać profil prędkości o amplitudzie malejącej systematycznie z głębokością w całym zakresie obrazowania.



Rysunek 35 Zestawienie zadanych jednorodnych rozkładów prędkości oraz ich rekonstrukcji uzyskanych poszczególnymi algorytmami



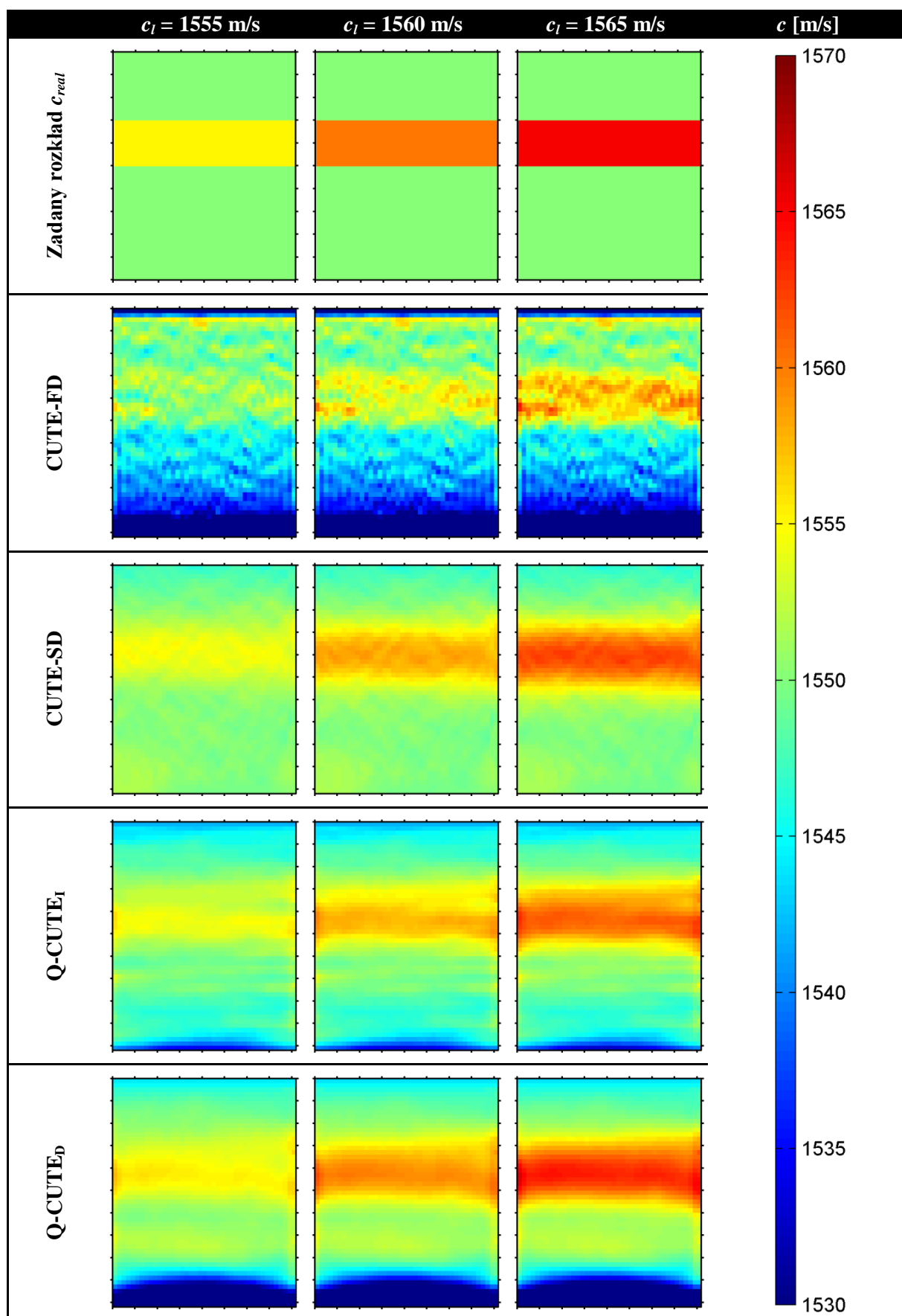
Rysunek 36 a) Osiowe przekroje zrekonstruowanych map prędkości dla zadanego jednorodnego rozkładu prędkości o wartości $c_b = 1550$ m/s. Pozostałe wykresy przedstawiają zależności parametrów: b) STD , c) ME , oraz d) $RMSE$ od wartości prędkości c_b dla jednorodnego rozkładu prędkości

Systematyczny wzrost błędu oszacowania prędkości w metodzie CUTE-FD jest lepiej widoczny na przekrojach osiowych przez mapy prędkości dla $c_b = 1550$ m/s, zamieszczonych na Rysunek 36a. Na Rysunek 36b-d zostały z kolei przedstawione wyniki analizy ilościowej. Obserwowane przebiegi potwierdzają wyniki analizy jakościowej – zarówno odchylenie standardowe jak i błędy są największe dla metody CUTE-FD. Z kolei najlepsze wyniki osiągane są przy wykorzystaniu metody CUTE-SD – odchylenie standardowe oraz błędy utrzymują się na stałym, niskim poziomie w całym zakresie rozpatrywanych prędkości c_b . Zastosowanie algorytmów Q-CUTE, a w szczególności Q-CUTE_D pozwala zbliżyć się do osiągnięć algorytmu CUTE-SD.

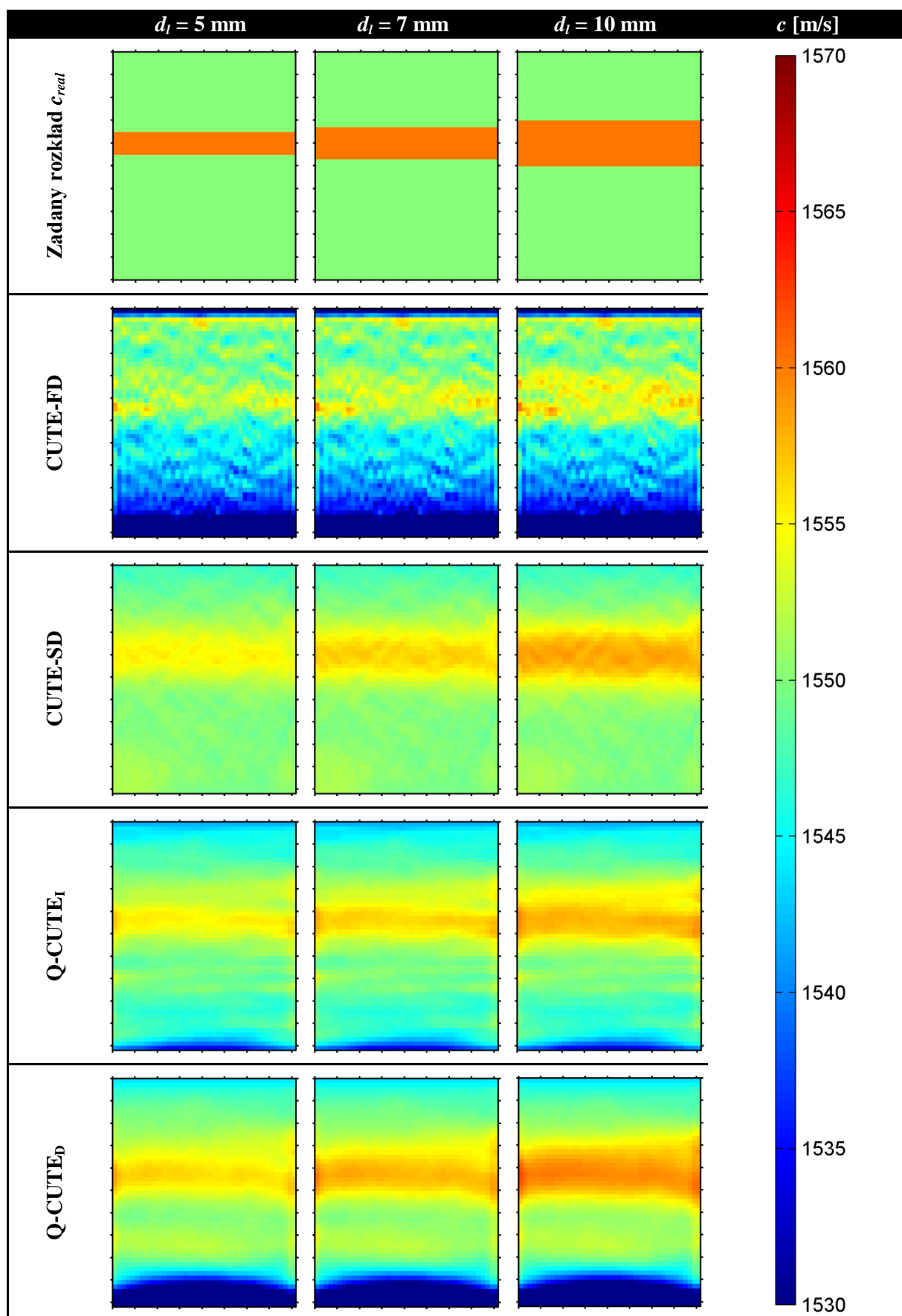
4.2.2 Rozkład prędkości zawierający wtrącenie warstwowe

Wybrane wyniki rekonstrukcji dla warstwowych rozkładów prędkości zostały przedstawione na Rysunek 37-Rysunek 38. W każdym z wybranych przypadków zadana wartość prędkości w obszarze tła wynosiła $c_b = 1550$ m/s, a wtrącenie warstwowe znajdowało się na głębokości $z_l = 20$ mm. Na Rysunek 37 przedstawiono wyniki rekonstrukcji prędkości dla wtrąceń warstwowych o stałej grubości $d_l = 10$ mm i różnych prędkościach: $c_l = 1555, 1560$ oraz 1565 m/s. Z kolei Rysunek 38 zawiera wyniki dla wtrąceń o stałej prędkości $c_l = 1560$ m/s i różnych grubościach: $d_l = 5, 7$ oraz 10 mm.

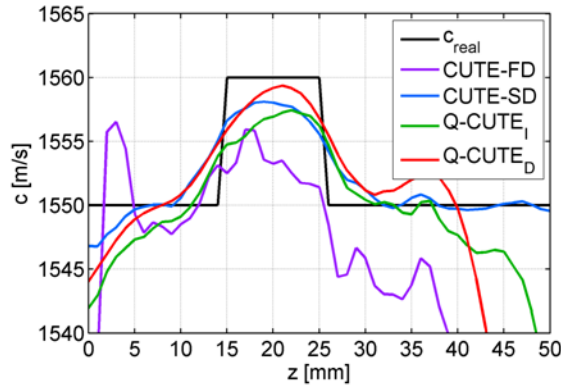
Przedstawione na Rysunek 37 wyniki uzyskane dla algorytmu CUTE-FD charakteryzują się najslabszym odwzorowaniem wtrącenia warstwowego. Szczególnie dla wtrąceń o mniejszym kontraście, ich widoczność jest mocno ograniczona ze względu na dużą wariancję obrazów oraz rosnący z głębokością błąd systematyczny odwzorowania prędkości. Pozostałe algorytmy generują dużo wyraźniejsze obrazy wtrąceń warstwowych, przy czym dynamika prędkości jest najlepiej zachowana w przypadku algorytmu Q-CUTE_D.



Rysunek 37 Zestawienie zadanych warstwowych rozkładów prędkości oraz ich rekonstrukcji uzyskanych poszczególnymi algorytmami. W każdym z zadanych rozkładów prędkości niezmiennie były parametry: $c_b = 1550 \text{ m/s}$ oraz $d_l = 10 \text{ mm}$



Rysunek 38 Zestawienie zadanych warstwowych rozkładów prędkości oraz ich rekonstrukcji uzyskanych poszczególnymi algorytmami. W każdym z zadanych rozkładów prędkości niezmiennie były parametry: $c_b = 1550 \text{ m/s}$ oraz $c_l = 1560 \text{ m/s}$

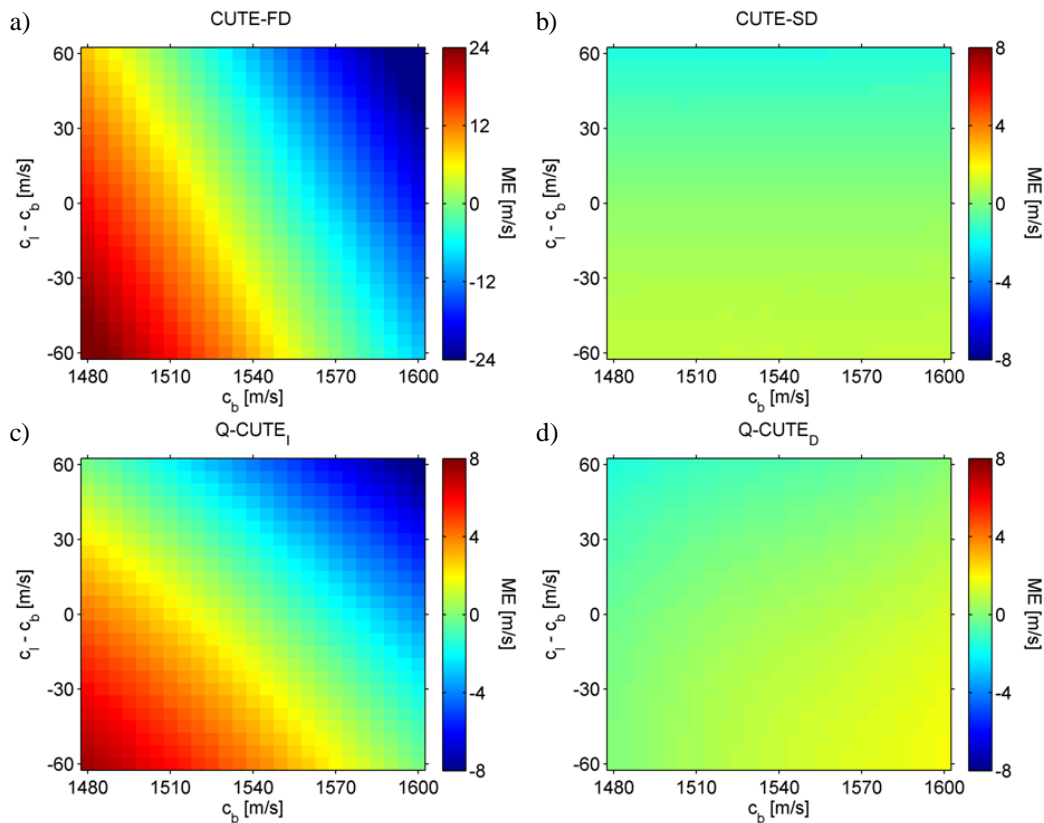


Rysunek 39 Osiowe przekroje zrekonstruowanych map prędkości dla zadanego rozkładu charakteryzującego się prędkością tła $c_b = 1550$ m/s oraz wtrąceniem warstwowym o prędkości i grubości równych odpowiednio $c_l = 1560$ m/s i $d_l = 10$ mm

Praktycznie identyczne wnioski można sformułować na podstawie wyników przedstawionych na Rysunek 38, dotyczących wtrąceń o różnych grubościach d_l . Obserwacja przedstawionych na Rysunek 39 przekrojów osiowych przez wyniki rekonstrukcji prędkości potwierdza, że najbliższa oddania pełnej dynamiki wtrącenia jest metoda Q-CUTE_D. Z drugiej strony, w wynikach uzyskanych tą metodą wystąpiło lokalne przeszacowanie prędkości poniżej wtrącenia. Przeszacowanie to można dostrzec także w przekroju dla rozkładów jednorodnych, przedstawionym na Rysunek 36a, a więc nie wynika ono z obecności wtrącenia, lecz prawdopodobnie jest związane z niestabilnością oszacowania prędkości w okolicach dolnej krawędzi obrazu c_{rec} .

Przejdźmy do przedstawionych na Rysunek 40-Rysunek 42 rezultatów analizy ilościowej. Wyniki zamieszczone na Rysunek 40a wskazują na silny wpływ prędkości tła oraz kontrastu układu tło-wtrącenie na średni błąd estymacji w metodzie CUTE-FD. Warto przy tym zwrócić uwagę, że kierunek gradientu parametru ME mieści się pośrodku kierunków wyznaczonych przez osie c_b oraz c_l (Rysunek 34a), co sugeruje podobny wpływ prędkości c_b i c_l na wartość ME . Można powiedzieć, że ME w przypadku algorytmu CUTE-FD zależy od pewnej średniej ważonej prędkości c_b oraz c_l , a zależność od kontrastu jest kwestią wtórną. Przyczyn takiego stanu rzeczy należy upatrywać w występującym w metodzie CUTE-FD, narastającym z głębokością systematycznym błędzie estymacji wykazany na Rysunek 36a. Błąd ten narasta zarówno w obszarze tła jak i wtrącenia warstwowego, co sugeruje przekrój osiowy na Rysunek 39. Z punktu widzenia parametru ME , w sprzyjających okolicznościach błędy te mogą się więc w pewnym stopniu znosić, co obserwujemy dla „zielonych” obszarów na Rysunek 40a. Ponadto, sądząc po wykresie ME na Rysunek 36c, błąd ten narasta tym szybciej, im bardziej zadana wartość prędkości c_{real} różni się od wartości c_0 . Co więcej, ma on zawsze charakter niedoszacowania różnicy prędkości $c_{real} - c_0$, tzn. estymata prędkości jest „przyciągana” w kierunku przyjętej w rekonstrukcji wartości c_0 . Obie te własności znajdują odbicie w wynikach zaprezentowanych na Rysunek 40a.

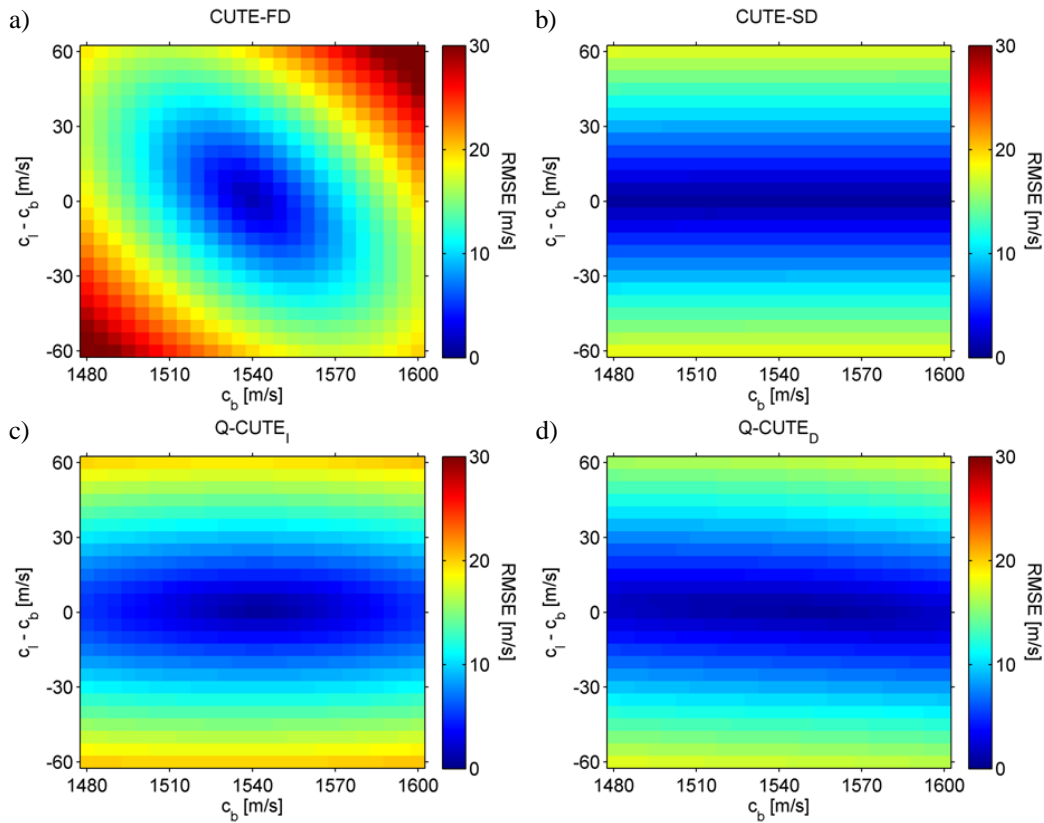
Okazuje się, że pod względem błędów średnich, podobnie do algorytmu CUTE-FD zachowuje się Q-CUTE_I. Tutaj amplitudy ME są jednak ok. 3-krotnie mniejsze. Ponadto, kierunek gradientu ME praktycznie pokrywa się z osią c_l z Rysunek 34a, co sugeruje, że tym razem na wartość ME bezpośredni wpływ ma jedynie prędkość wtrącenia warstwowego c_l . Zależność ME od prędkości c_b , jak zresztą również od kontrastu $c_l - c_b$, ma charakter wtórny. W tym miejscu należałoby się powtórnie odnieść do wyników ME dla metody Q-CUTE_I, uzyskanych dla rozkładów jednorodnych (Rysunek 36c), gdzie oczywiście nie występuje parametr c_l . W tej sytuacji przyjmijmy, że w jednorodnych rozkładach c_{real} występuje wtrącenie warstwowo, jednak kontrast układu tło-wtrącenie jest równy zero, tzn. $c_l = c_b$.



Rysunek 40 Wartości parametru ME na płaszczyźnie tło-kontrast, dla wtrącenia warstwowego. Wyniki otrzymane dla algorytmów: a) CUTE-FD (poszerzony zakres wartości ME), b) CUTE-SD, c) Q-CUTE_I, oraz d) Q-CUTE_D

W przypadku metod CUTE-SD oraz Q-CUTE_D, wartości ME są znacznie mniejsze niż dla omawianych wcześniej CUTE-FD oraz Q-CUTE_I. Warto w tym miejscu zwrócić uwagę na charakter zmian ME . W przypadku metody CUTE-SD na Rysunek 40b obserwujemy pionowy gradient ME , mamy zatem do czynienia z zależnością głównie od kontrastu $c_l - c_b$. Z kolei dla metody Q-CUTE_D (Rysunek 40d) gradient ME ma kierunek prostopadły do osi c_l z Rysunek 34, czemu odpowiada zależność ME od niewiele mówiącej zmiennej zdefiniowanej jako $c_l - 2c_b$. Z szeregu obserwacji wynika, że zachowanie parametru ME dla algorytmu Q-CUTE_D jest związane z obecnością uwidocznionej m.in. na Rysunek 39 lokalnej oscylacji związanej z bliskością dolnej krawędzi obrazu c_{rec} .

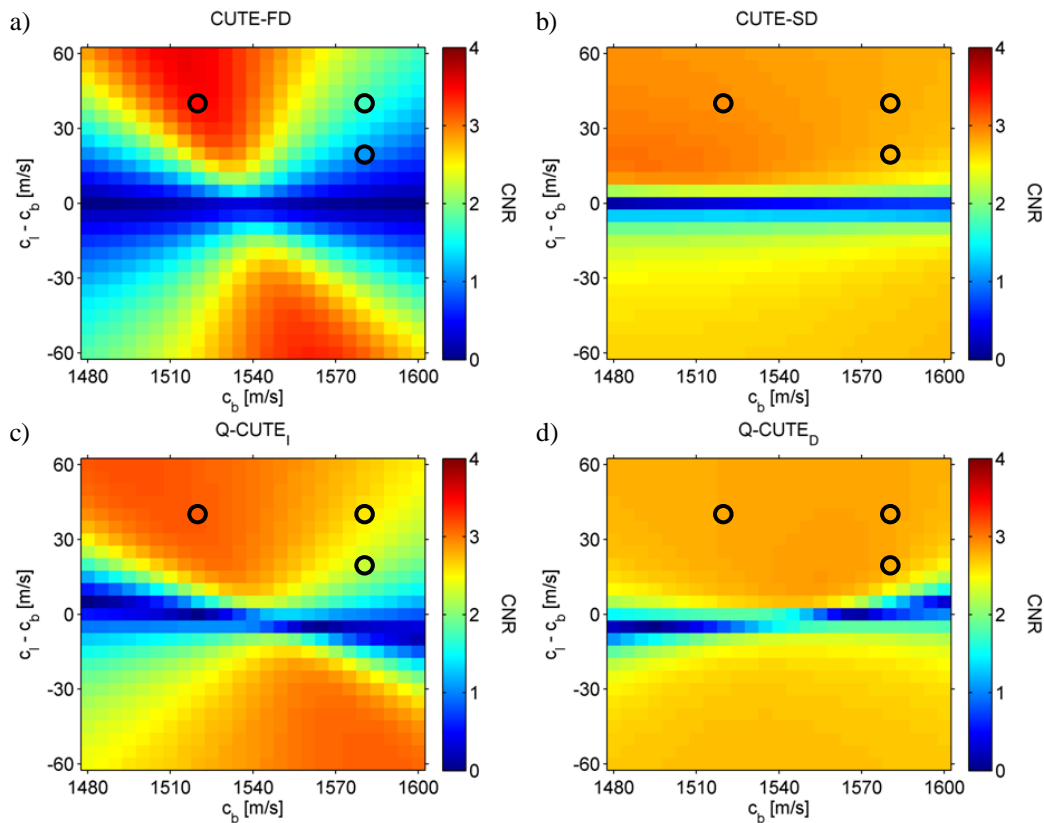
Przedstawione na Rysunek 41 wartości $RMSE$ na płaszczyźnie tło-kontrast w przypadku wtrącenia warstwowego, dla wszystkich algorytmów poza CUTE-FD zachowują się podobnie – wartość $RMSE$ praktycznie nie zależy (CUTE-SD) lub zależy w niewielkim stopniu (Q-CUTE) od prędkości w obszarze tła c_b . Obserwujemy za to silnie rosnące błędy dla wzrastającego modułu kontrastu $|c_l - c_b|$. Źródła tych błędów należy upatrywać głównie w niepełnym odwzorowaniu kontrastu układu tło-wtrącenie oraz w rozmyciu jego granic w zrekonstruowanych mapach prędkości c_{rec} .



Rysunek 41 Wartości parametru $RMSE$ na płaszczyźnie tło-kontrast, dla wtrącenia warstwowego. Wyniki otrzymane dla algorytmów: a) CUTE-FD, b) CUTE-SD, c) Q-CUTE_I, oraz d) Q-CUTE_D

W przypadku metody CUTE-FD sytuacja nieco się komplikuje. Wyniki wyglądają tak, jakby do charakterystycznego dla pozostałych algorytmów kształtu funkcji $RMSE$ dodać coś na kształt modułu funkcji ME przedstawionej na Rysunek 40a. To z kolei sugeruje, że przyczyn obserwowanego kształtu funkcji $RMSE$ należy upatrywać zarówno w jakości odwzorowania wtrącenia warstwowego, jak również w narastającym z głębokością systematycznym błędzie estymacji prędkości.

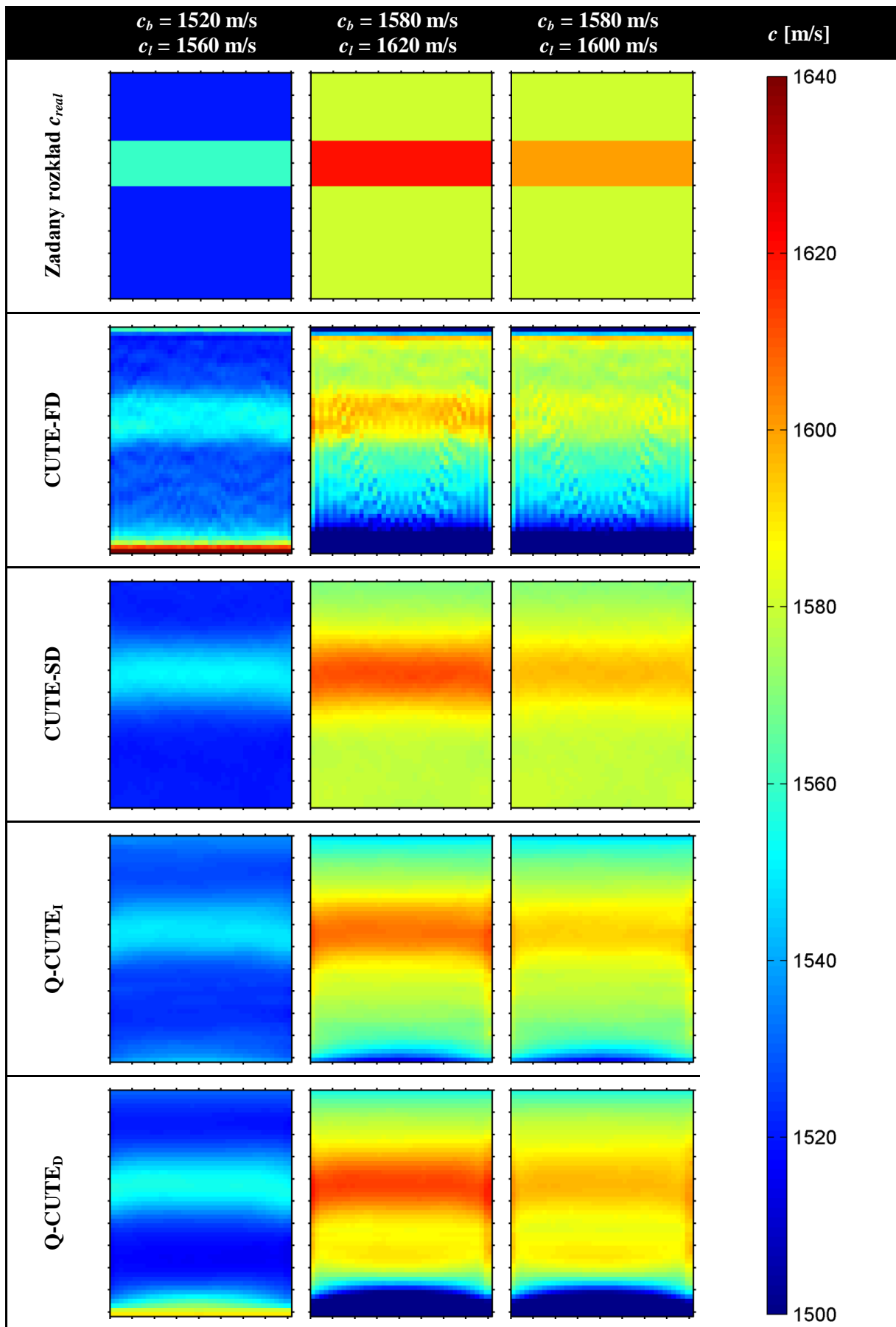
Obserwowane na Rysunek 42 zachowanie parametru CNR na płaszczyźnie tło-kontrast może początkowo nieco dziwić. Wydawać by się mogło, że przy kontraście na ustalonym poziomie, sama wartość c_b nie powinna mieć istotnego wpływu na CNR . Parametr ten powinien jednak rosnać wraz ze wzrostem kontrastu układu tło-wtrącenie. Można wszak oczekiwać, że zwiększaniu kontrastu w zadanym rozkładzie c_{real} towarzyszyć będzie adekwatny wzrost kontrastu w zrekonstruowanych rozkładach c_{rec} , a więc licznik we wzorze (70) powinien rosnać. Jednocześnie związana z fluktuacjami wyników c_{rec} wariancja w obszarach tła i wtrącenia nie powinna istotnie zależeć od przypisanych im wartości prędkości c_b oraz kontrastu $c_l - c_b$ – mianownik w równaniu (70) nie powinien się znacząco zmieniać. Okazuje się jednak, że parametr CNR w rozważanych przypadkach zachowuje się zupełnie inaczej.



Rysunek 42 Wartości parametru CNR na płaszczyźnie tło-kontrast, dla wtrącenia warstwowego. Wyniki otrzymane dla algorytmów: a) CUTE-FD, b) CUTE-SD, c) Q-CUTE_I, oraz d) Q-CUTE_D. Okrągłe markery wskazują przypadki ujęte na Rysunek 43

Na początek przeanalizujemy wyniki algorytmów CUTE-SD oraz Q-CUTE_D przedstawione na Rysunek 42b,d, gdzie CNR utrzymuje się w przybliżeniu na stałym poziomie niezależnie od wartości c_b oraz $c_l - c_b$ (wyłączając przypadki $c_l - c_b \approx 0$). Spójrzmy raz jeszcze na przedstawione na Rysunek 37 mapy prędkości zrekonstruowane za pomocą algorytmów CUTE-SD oraz Q-CUTE_D. Są one mocno wygładzone – granice wtrącenia są rozmyte a fluktuacje są na bardzo niskim poziomie. Głównym źródłem wariancji nie są więc losowe zakłócenia, lecz rozmycie granicy tło-wtrącenie. Wariancja związana z tym rozmyciem w oczywisty sposób rośnie wraz ze wzrostem kontrastu układu tło-wtrącenie. Zwiększaniu kontrastu towarzyszy zatem podobny wzrost licznika i mianownika we wzorze (70) – stąd obserwowany stały poziom CNR .

W przypadku wyników algorytmów CUTE-FD oraz Q-CUTE_I przedstawionych na Rysunek 42a,c, CNR zachowuje się zgoła odmiennie – zależy zarówno od prędkości tła c_b , jak i od kontrastu $c_l - c_b$. Okazuje się, że w korzystnych warunkach metoda CUTE-FD, która do tej pory spisywała się najgorzej, umożliwia uzyskanie najwyższej wartości CNR . W mniej sprzyjających okolicznościach wartości CNR mogą jednak spaść nawet kilkukrotnie. Nieco mniej nasilone, lecz podobne zachowanie obserwujemy dla algorytmu Q-CUTE_I. Aby lepiej zrozumieć jaki efekt stoi za dużym zróżnicowaniem wartości CNR dla algorytmów CUTE-FD oraz Q-CUTE_I, spójrzmy na Rysunek 43 przedstawiający wyniki rekonstrukcji dla wybranych rozkładów prędkości c_{real} odpowiadających położeniu markerów na Rysunek 42.



Rysunek 43 Zestawienie zadanych warstwowych rozkładów prędkości oraz ich rekonstrukcji uzyskanych poszczególnymi algorytmami. W każdym z zadanych rozkładów prędkości niezmienny był parametr $d_i = 10 \text{ mm}$

W tym miejscu zaznaczmy, że na wartość mianownika w równaniu (70) opisującym parametr CNR , w rozpatrywanych przypadkach składają się:

- fluktuacje wynikowych map c_{rec} ,
- rozmycie granic układu tło-wtrącenie,
- rosnący z głębokością błąd systematyczny, charakterystyczny dla metody CUTE-FD.

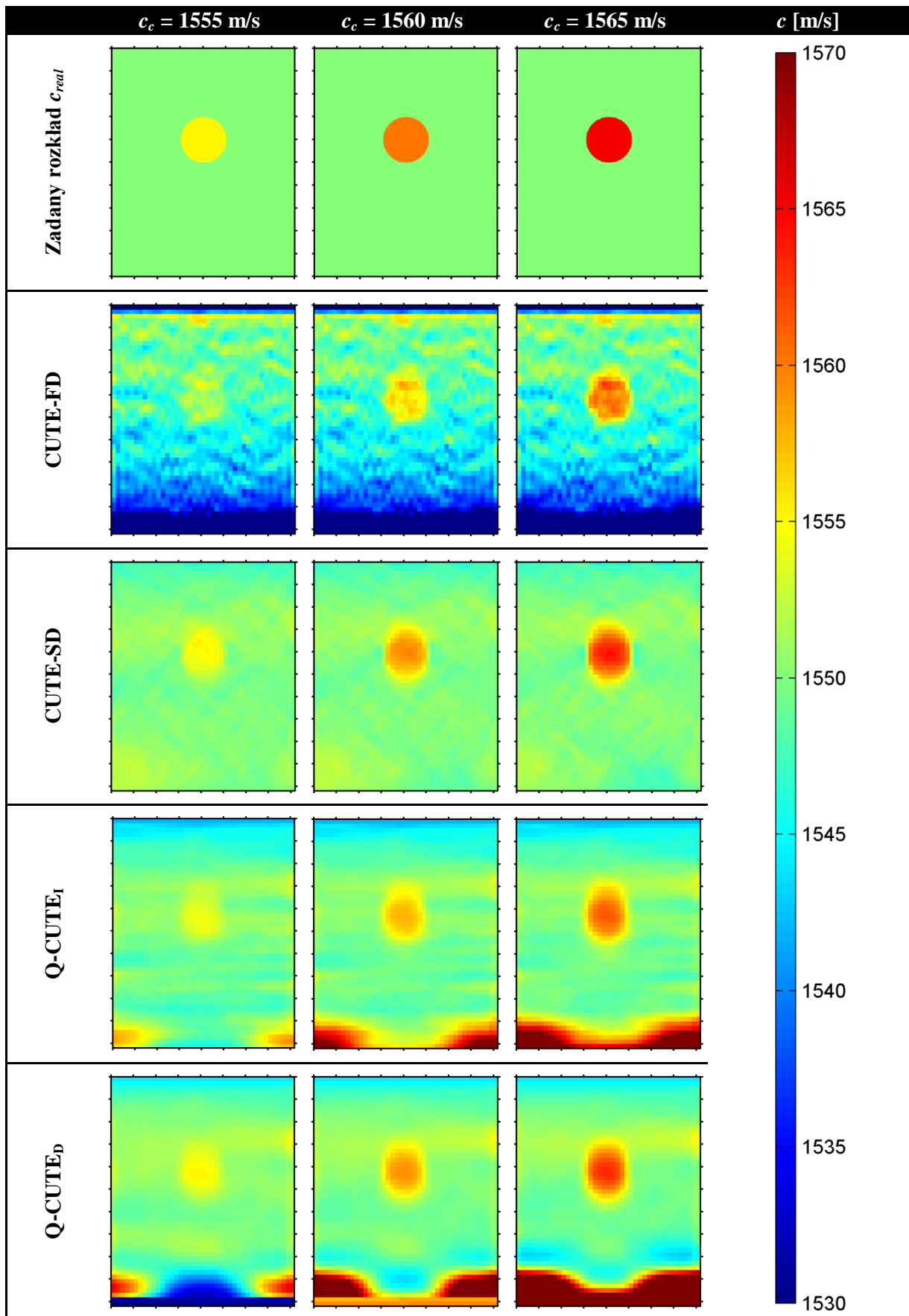
Okazuje się, że przypadek wysokiego kontrastu uzyskiwanego metodą CUTE-FD jest związany z takimi kombinacjami prędkości c_b oraz c_l , dla których błędy systematyczne kumulujące się z głębokością (charakterystyczne dla CUTE-FD) skutecznie się kompensują w zakresie ROI. Sytuację taką przedstawia 1 kolumna na Rysunek 43. Uzyskanie wartości CNR wyższej niż dla pozostałych algorytmów było możliwe dzięki zniesieniu się ww. błędów systematycznych, jak również mniejszemu wygładeniu wynikowej mapy c_{rec} , a w konsekwencji słabszemu rozmyciu granic układu tło-wtrącenie. W kolumnie 2 na Rysunek 43 zaprezentowany został przypadek rozkładu c_{real} o takim samym kontraście $c_l - c_b$, jednak o zmienionej prędkości tła c_b . W tej sytuacji błędy charakterystyczne dla metody CUTE-FD już się nie znoszą, lecz dodają. Pojawienie się rosnącego z głębokością błędu skutkuje wzrostem wariancji w obszarach tła i wtrącenia. Rośnie zatem mianownik we wzorze (70), a więc wartość CNR spada. Przypadek przedstawiony w 3 kolumnie Rysunek 43 przedstawia modyfikację rozkładu c_{real} z kolumny 2 polegającą na zmniejszeniu o połowę kontrastu układu tło-wtrącenie. W takiej sytuacji występuje oczywiście spadek wariancji związany z rozmyciem granic wtrącenia, jednak głównym czynnikiem wpływającym na wariancję pozostaje rosnący z głębokością błąd systematyczny. Ten z kolei przy zmniejszeniu kontrastu $c_l - c_b$ o połowę, maleje tylko w niewielkim stopniu. W sytuacji tej decydujące znaczenie ma ok. dwukrotny spadek wartości licznika we wzorze (70), co ponownie skutkuje zmniejszeniem wartości CNR .

W przypadku algorytmu Q-CUTE₁ nie zaobserwowano dotąd błędów kumulujących się z głębokością. W niesprzyjających okolicznościach jednak sygnał c_{rec} nie stabilizuje się w obszarze tła. Można to zaobserwować w kolumnach 2 i 3 na Rysunek 43, podczas gdy w kolumnie 1 występuje wyraźne plateau. Brak wypłaszczenia c_{rec} w obszarze tła wpływa na wartości CNR na podobnej zasadzie, co błędy systematyczne w metodzie CUTE-FD.

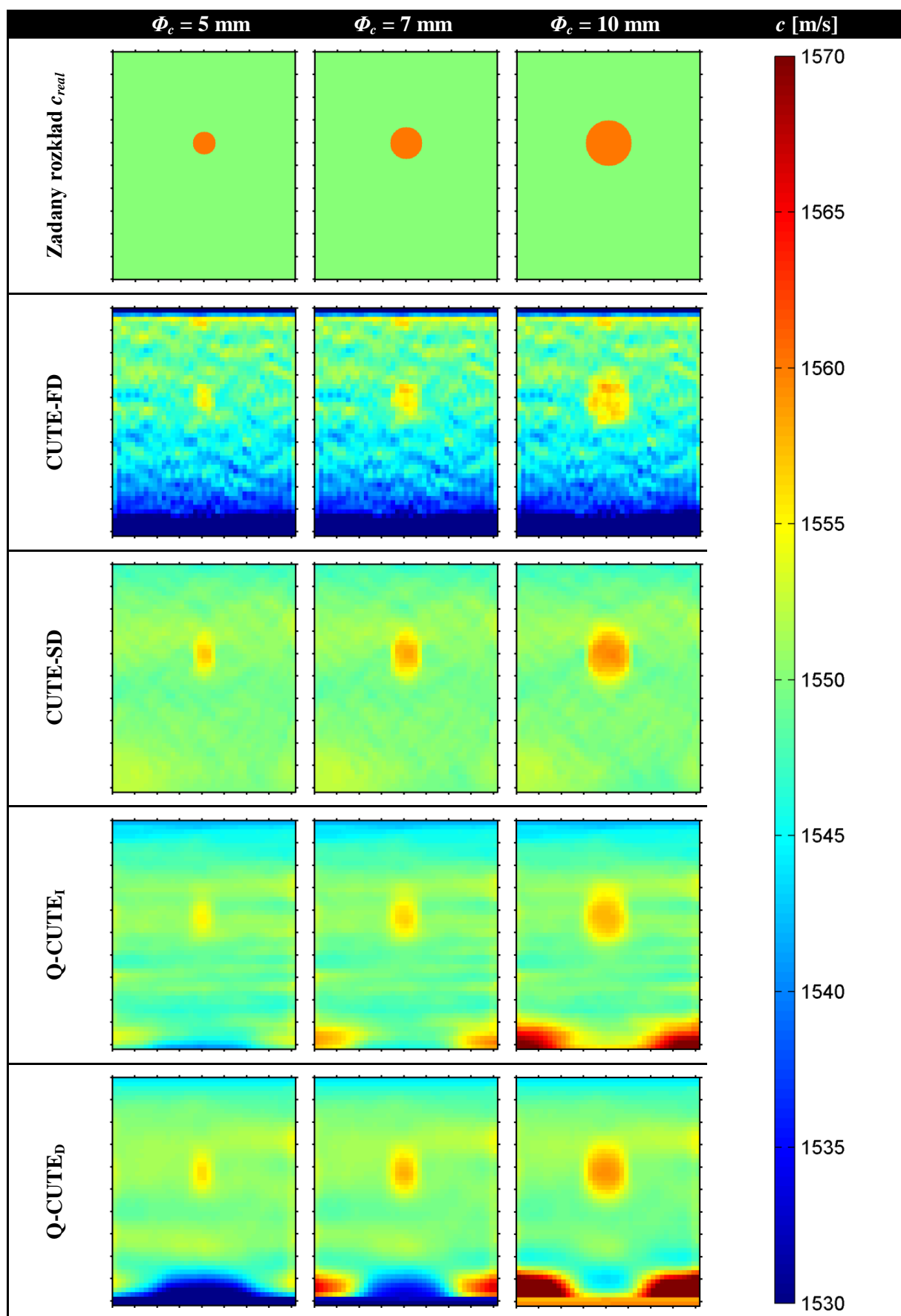
4.2.3 Rozkład prędkości zawierający wtrącenie okrągłe

Wybrane wyniki rekonstrukcji dla rozkładów prędkości zawierających wtrącenie okrągłe zostały przedstawione na Rysunek 44-Rysunek 45. W każdym z wybranych przypadków zadana wartość prędkości w obszarze tła wynosiła $c_b = 1550$ m/s, a wtrącenie okrągłe znajdowało się w osi obrazu ($x_c = 0$ mm) na głębokości $z_c = 20$ mm. Na Rysunek 44 przedstawiono wyniki rekonstrukcji prędkości dla wtrąceń okrągłych o stałej średnicy $\Phi_c = 10$ mm i różnych prędkościach: $c_c = 1555, 1560$ oraz 1565 m/s. Z kolei Rysunek 45 zawiera wyniki dla wtrąceń o stałej prędkości $c_c = 1560$ m/s i różnych średnicach: $\Phi_c = 5, 7$ oraz 10 mm.

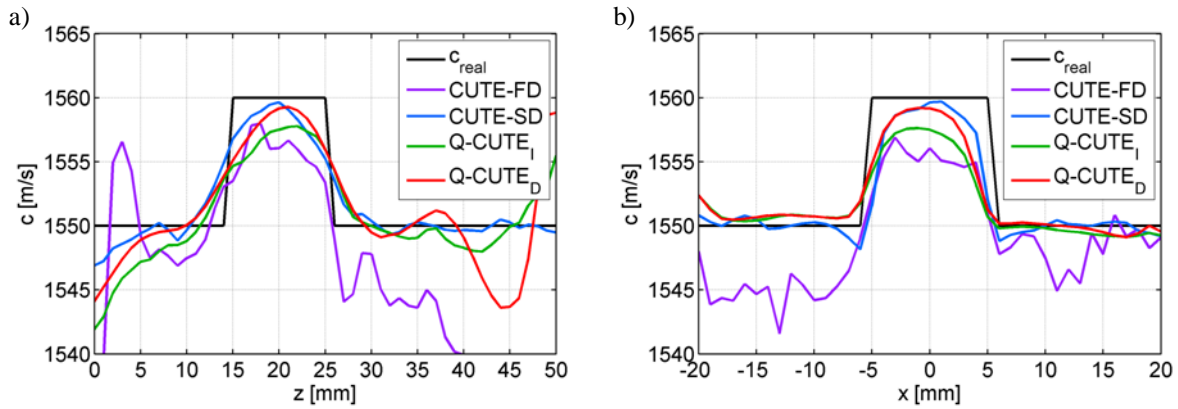
Podobnie jak wcześniej dla przypadku wtrąceń warstwowych, tak i teraz dla wtrąceń okrągłych, wyniki uzyskane za pomocą metody CUTE-FD charakteryzują się najslabszym odwzorowaniem wtrącenia. Szczególnie dla wtrąceń o mniejszym kontraście (Rysunek 44, kolumna 1), ich widoczność jest mocno ograniczona ze względu na dużą wariancję obrazów. Nieco lepiej wygląda sytuacja w przypadku algorytmu Q-CUTE₁. Pozostałe algorytmy generują już znacznie wyraźniejsze obrazy wtrąceń, przy czym dynamika prędkości jest tym razem nieco lepiej zachowana w przypadku algorytmu CUTE-SD. W kontekście obrazowania wtrąceń okrągłych warto również zwrócić uwagę na to, że w przypadku metod Q-CUTE, obecność tych wtrąceń ma istotny wpływ na obciążoną błędami, dolną część obrazów c_{rec} .



Rysunek 44 Zestawienie zadanych, zawierających okrągłe wtrącenie rozkładów prędkości oraz ich rekonstrukcji uzyskanych poszczególnymi algorytmami. W każdym z zadanych rozkładów prędkości niezmiennie były parametry: $c_b = 1550 \text{ m/s}$ oraz $\Phi_c = 10 \text{ mm}$



Rysunek 45 Zestawienie zadanych, zawierających okrągłe wtrącenie rozkładów prędkości oraz ich rekonstrukcji uzyskanych poszczególnymi algorytmami. W każdym z zadanych rozkładów prędkości niezmiennie były parametry: $c_b = 1550 \text{ m/s}$ oraz $c_c = 1560 \text{ m/s}$



Rysunek 46 Przekroje a) osiowy, oraz b) poprzeczny zrekonstruowanych map prędkości dla zadanego rozkładu charakteryzującego się prędkością tła $c_b = 1550$ m/s oraz wtrąceniem okrągłym o prędkości i średnicy równych odpowiednio $c_c = 1560$ m/s i $\Phi_c = 10$ mm. Oba przekroje przechodziły przez środek wtrącenia okrągłego

Na podstawie wyników przedstawionych na Rysunek 45, dotyczących wtrąceń o różnych średnicach Φ_c , można stwierdzić, że odwzorowanie najmniejszych wtrąceń (kolumna 1) jest najlepiej realizowane za pomocą algorytmu CUTE-SD. Metoda Q-CUTE_D pozwala uzyskać porównywalną amplitudę prędkości we wtrąceniu, jednak powierzchnia obrazu wtrącenia jest nieco mniejsza. Znacząco słabiej wyglądają wyniki generowane przez algorytmy CUTE-FD oraz Q-CUTE_I, w przypadku których zarówno oszacowana prędkość we wtrąceniu jak i powierzchnia wtrącenia najbardziej odbiegają od wartości rzeczywistych.

Obserwacja przedstawionych na Rysunek 46 przekrojów osiowych oraz poprzecznych, poprowadzonych przez środek wtrącenia okrągłego, potwierdza, że najbliższe zadanemu rozkładowi c_{real} są wyniki generowane przez algorytm CUTE-SD. Nieznacznie ustępują im rezultaty metody Q-CUTE_D – dynamika odwzorowania wtrącenia oraz nachylenie zboczy są nieco niższe. Ponadto, wyniki algorytmu Q-CUTE_D ponownie są obciążone oscylacją związaną z bliskością dolnej krawędzi obrazu. Pozostałe algorytmy działają już wyraźnie gorzej. Algorytm Q-CUTE_I w mniejszym stopniu odwzorowuje dynamikę wtrącenia. Z kolei wyniki metody CUTE-FD, mimo że charakteryzują się dobrym odtworzeniem kontrastu tło-wtrącenie, to obciążone są silnymi fluktuacjami oraz rosnącym z głębokością błędem systematycznym.

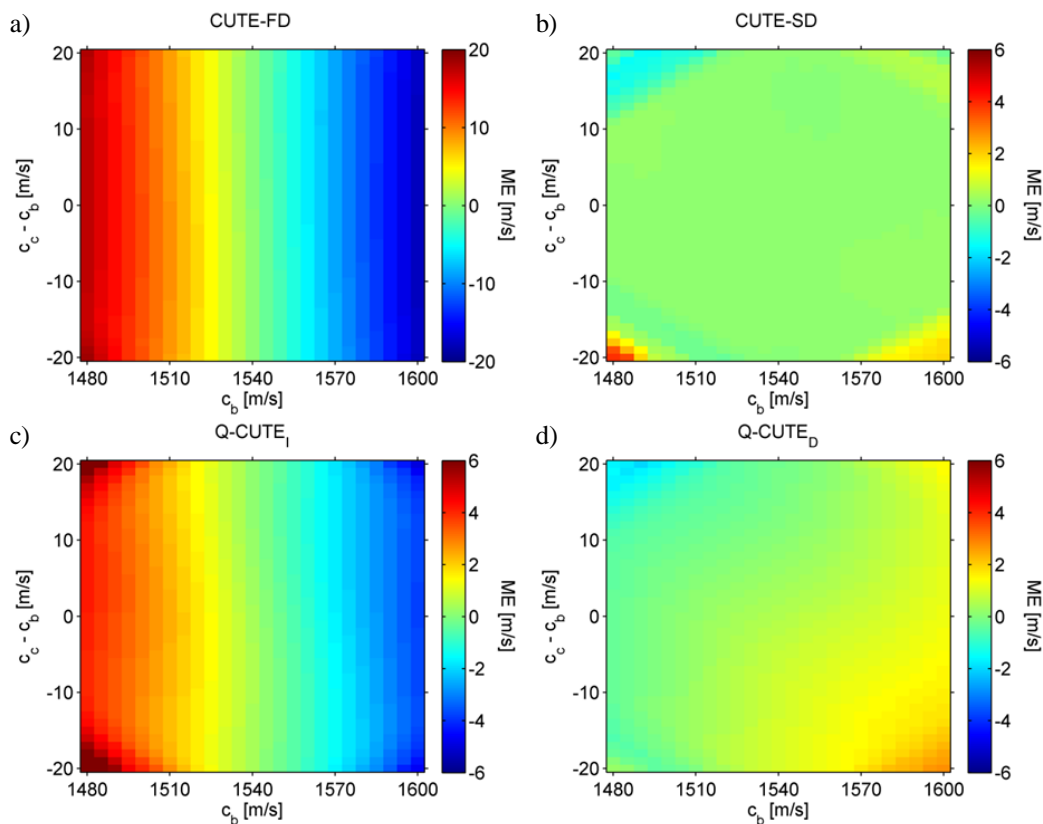
Na wstępie prezentacji wyników analizy ilościowej dla rozkładów z wtrąceniem okrągłym, należy zwrócić uwagę na zaburzenia wartości parametrów ilościowych, występujące w narożnikach płaszczyzn tło-kontrast. Zaburzenia te można dostrzec w większości wyników prezentowanych na Rysunek 47-Rysunek 49. Ich obecność związana jest z aliasingiem sygnału $\Delta\phi_{n,n+1}$, który wciąż może mieć miejsce mimo ograniczenia kontrastu $c_c - c_b$ do zakresu ± 20 m/s. Skutkiem aliasingu są z kolei artefakty w obrazach prędkości c_{rec} . Zagadnienie artefaktów związanych z aliasingiem zostanie nieco szerzej przedstawione na końcu tego rozdziału, a teraz skoncentrujemy się na niezaburzonej części wyników analizy ilościowej.

Analizując zachowanie ME na płaszczyźnie tło-kontrast dla wtrącenia okrągłego (Rysunek 47) dostrzec można duże podobieństwo do wyników obserwowanych dla wtrącenia warstwowego (Rysunek 40). Tym razem jednak, poza przypadkiem algorytmu Q-CUTE_D (Rysunek 47d), wyniki praktycznie nie zależą od kontrastu $c_c - c_b$. Wtrącenie o średnicy $\Phi_c = 10$ mm nie ma więc w przypadku metod CUTE-FD, CUTE-SD oraz Q-CUTE_I istotnego wpływu na błąd średni estymacji prędkości. Obserwowana zależność ME od prędkości tła c_b odpowiada tej przedstawionej na Rysunek 36c. Sytuacja nieco się zmienia w przypadku metody Q-CUTE_D (Rysunek 47d), gdzie wtrącenie okrągłe

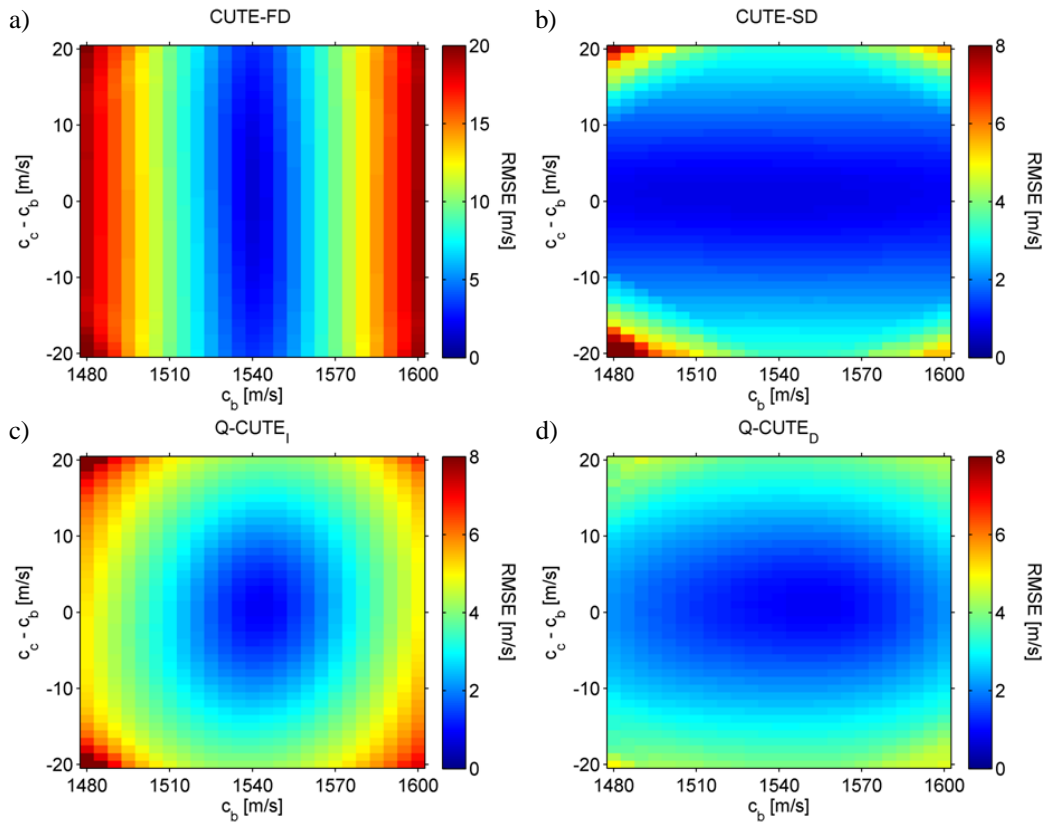
ma pewien wpływ na błąd średni estymacji prędkości. Charakter tego błędu jest taki sam, jak w przypadku wtrącenia warstwowego (Rysunek 40d).

Przedstawione na Rysunek 48 funkcje $RMSE$ w pewnym przybliżeniu można rozpatrywać jako złożenie rozdzielnych zależności od prędkości c_b oraz kontrastu $c_c - c_b$. Zależność od c_b byłaby w tym przypadku taka, jak na Rysunek 36d. Co się zaś tyczy zależności $RMSE$ od kontrastu $c_c - c_b$, to dla wtrącenia okrągłego będzie ona znacznie słabsza, niż to miało miejsce w przypadku wtrąceń warstwowych (Rysunek 41). Może to mieć związek z jednej strony z mniejszym udziałem powierzchniowym w ROI wtrącenia okrągłego o Φ_c niż wtrącenia warstwowego o $d_l = 10$ mm. Z drugiej strony, te dwa typy wtrąceń są źródłem różnego typu sygnałów $\Delta\tau_{n,n+1}$. Zrozumieliśmy więc jest, że wtrącenia te obrazowane są z niejednakową efektywnością, np. granice wtrąceń okrągłych ulegają mniejszemu rozmyciu (Rysunek 46a), niż granice wtrąceń warstwowych (Rysunek 39).

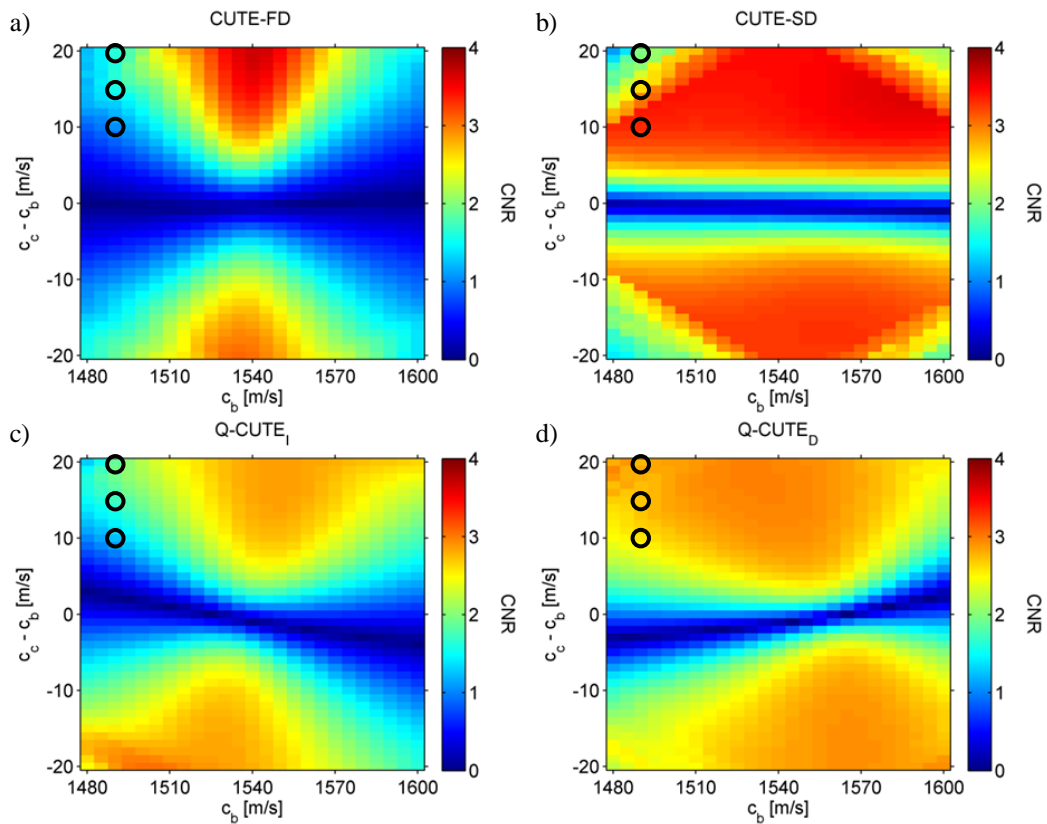
W porównaniu z wynikami uzyskanymi dla wtrąceń warstwowych (Rysunek 42), wartości CNR dla wtrąceń okrągłych dużo bardziej różnicują jakość obrazowania prędkości poszczególnymi metodami. Najlepsze rezultaty uzyskać można przy pomocy algorytmu CUTE-SD, który poza przypadkami kontrastu bliskiego zero oraz aliasingu, zapewnia stały, wysoki poziom $CNR \approx 3.4$. Nieco gorzej spisuje się algorytm Q-CUTE_D – CNR osiąga wartości równe ok. 2.9, a obszar użyteczny płaszczyzny tło-kontrast (tzn. taki, w którym CNR przyjmuje stabilne, zadowalające wartości) jest nieco mniejszy niż w przypadku metody CUTE-SD. W przypadku algorytmu Q-CUTE_I mamy do czynienia z jeszcze dalej posuniętym ograniczeniem obszaru użytecznego. Najgorsze pod względem stabilności parametru CNR wyniki generuje metoda CUTE-FD, która jednak w sprzyjających okolicznościach jest w stanie odwzorować wtrącenie okrągłe z CNR równym ok. 3.6.



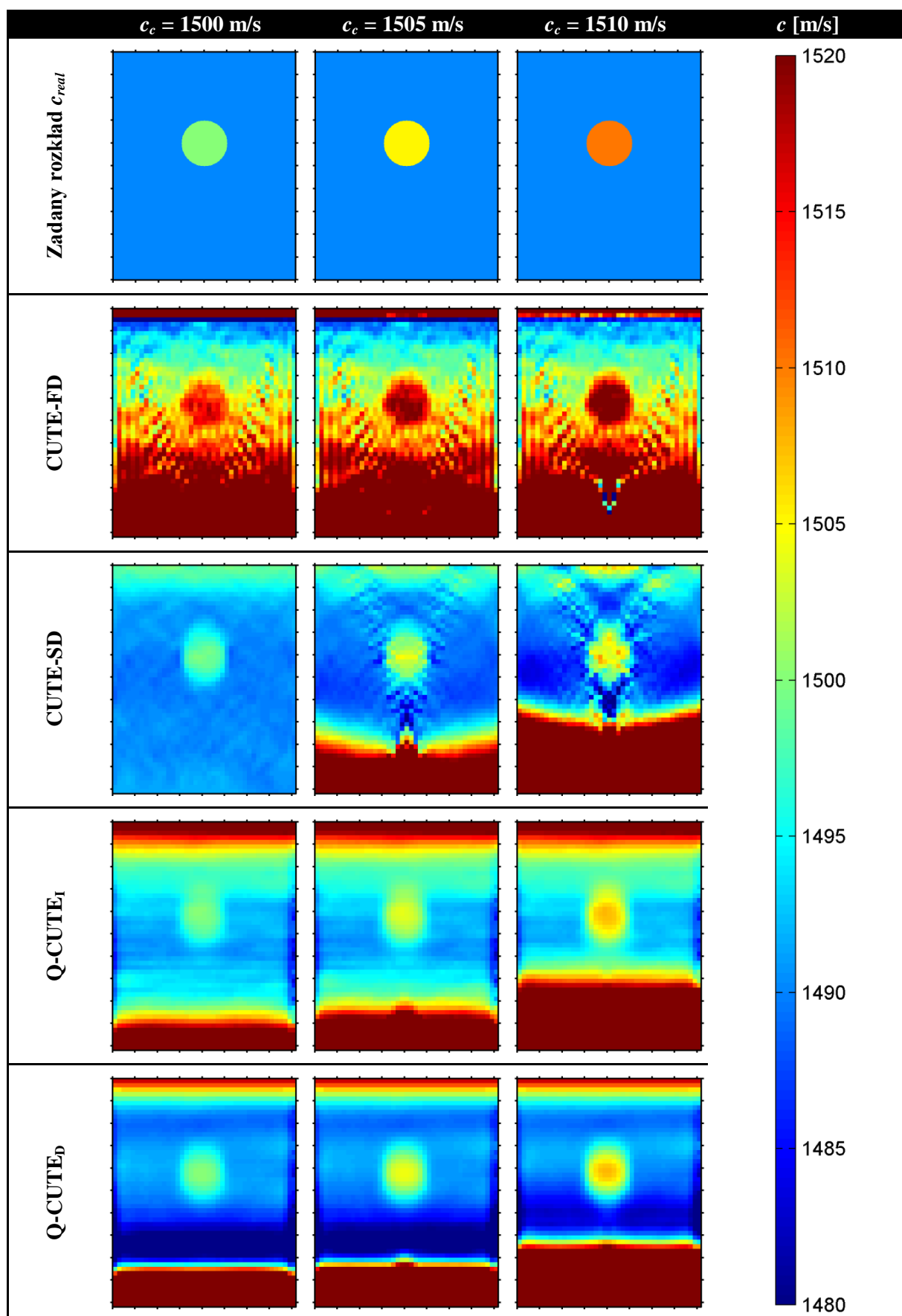
Rysunek 47 Wartości parametru ME na płaszczyźnie tło-kontrast, dla wtrącenia okrągłego. Wyniki otrzymane dla algorytmów: a) CUTE-FD (poszerzony zakres wartości ME), b) CUTE-SD, c) Q-CUTE_I, oraz d) Q-CUTE_D



Rysunek 48 Wartości parametru $RMSE$ na płaszczyźnie tło-kontrast, dla wtrącenia okrągłego. Wyniki otrzymane dla algorytmów: a) CUTE-FD (poszerzony zakres wartości $RMSE$), b) CUTE-SD, c) Q-CUTE_I, oraz d) Q-CUTE_D



Rysunek 49 Wartości parametru CNR na płaszczyźnie tło-kontrast, dla wtrącenia okrągłego. Wyniki otrzymane dla algorytmów: a) CUTE-FD, b) CUTE-SD, c) Q-CUTE_I, oraz d) Q-CUTE_D. Okrągłe markery wskazują przypadki ujęte na Rysunek 50



Rysunek 50 Zestawienie zadanych, zawierających okrągłe wtrącenie rozkładów prędkości oraz ich rekonstrukcji uzyskanych poszczególnymi algorytmami. W każdym z zadanych rozkładów prędkości niezmiennie były parametry: $c_b = 1490$ m/s oraz $\Phi_c = 10$ mm

Aliasing

Na zakończenie prezentacji wyników dla rozkładów z wtrąceniem okrągłym, należy odnieść się do zaburzeń wartości parametrów ilościowych, występujących w narożnikach płaszczyzn tło-kontrast. Jak zostało wcześniej zaznaczone, zaburzenia te wynikają z aliasingu sygnału $\Delta\varphi_{n,n+1}$, który wciąż ma miejsce mimo ograniczenia kontrastu $c_c - c_b$ do zakresu ± 20 m/s. Charakter powstających w efekcie aliasingu artefaktów w obrazach c_{rec} jest trudny do określenia jedynie na podstawie wyników przeprowadzonej analizy ilościowej. W związku z tym, na Rysunek 50 przedstawiono wyniki rekonstrukcji dla wybranych przypadków, odpowiadających położeniu markerów na Rysunek 49.

W pierwszej kolumnie na Rysunek 50 przedstawione są wyniki rekonstrukcji c_{rec} dla kontrastu układu tło-wtrącenie równego $c_c - c_b = 10$ m/s. W przypadku tym nie występują jeszcze widoczne skutki aliasingu. Przy zwiększeniu kontrastu do wartości $c_c - c_b = 15$ m/s (kolumna 2), można już zaobserwować efekty aliasingu. W przypadku metody CUTE-FD powstałe artefakty giną wprawdzie na tle błędu statystycznego oraz fluktuacji, jednak już w przypadku metody CUTE-SD pojawiają się wyraźne zmiany w charakterze obrazu c_{rec} . Pogarsza się jakość odwzorowania wtrącenia i pojawiają się podłużne obszary o znacznym zaszumieniu, rozciągające się również na regiony położone płycej, niż źródło aliasingu. Co więcej, dolna część obrazu ulega degradacji podobnej do tej, którą obserwowano w przypadku metod Q-CUTE. Z kolei w przypadku wspomnianych metod Q-CUTE, poza nieznacznym powiększeniem nieużytecznego dolnego marginesu obrazów c_{rec} , nie występują żadne widoczne objawy aliasingu. Dalszemu zwiększeniu kontrastu do wartości $c_c - c_b = 20$ m/s (kolumna 3) towarzyszy nasilenie opisanych wcześniej objawów.

4.3 Dyskusja

Spróbujmy uporządkować informacje płynące w uzyskanych wyników symulacji i sformułować na tej podstawie wnioski odnośnie użyteczności poszczególnych algorytmów rekonstrukcji przestrzennego rozkładu prędkości dźwięku. Analizę rozpoczniemy od przedyskutowania skuteczności zastosowanej procedury optymalizacji współczynników regularyzacji λ . Następnie jakość wyników przedstawionej w tej pracy metody Q-CUTE zostanie określona w relacji do efektów działania algorytmów referencyjnych: CUTE-FD oraz CUTE-SD. W połączeniu z informacjami o złożoności obliczeniowej poszczególnych algorytmów, pozwoli to wskazać najbardziej perspektywiczną spośród metod obrazowania prędkości.

Optymalizacja współczynników regularyzacji

Przypomnijmy, że optymalizacja oparta była na minimalizacji $RMSE$ oraz maksymalizacji CNR dla rekonstruowanych obrazów zawierających wtrącenie okrągłe. Posługiwanie się dwoma funkcjami celu skutkowało rozbieżnymi wartościami współczynników regularyzacji λ uznawanych za optymalne. Rozbieżności te, choć w niektórych przypadkach mogły wydawać się znaczące (Tabela 3), nie skutkowały jednak istotnymi różnicami w odpowiadających im obrazach (Rysunek 32). Wybrane finalnie rozwiązanie, w którym optymalizacja polegała na minimalizacji ilorazu $RMSE / CNR$, umożliwiło znalezienie kompromisu pomiędzy minimalizacją $RMSE$ a maksymalizacją CNR .

Należy w tym miejscu zaznaczyć, że wyniki procedury optymalizacji w istotnym stopniu zależą również od zadanego rozkładu prędkości, co zostało przedstawione na Rysunek 33. W zależności od algorytmu rekonstrukcji prędkości, na optymalne wartości λ wpływ mogą mieć: błąd średni przyjętej w rekonstrukcji obrazów LRI wartości c_0 , typ i rozmiary wtrąceń, ich kontrastowość, itp. Wartości współczynników regularyzacji λ uznane za optymalne w warunkach nominalnych, w innych okolicznościach prawdopodobnie optymalne już nie będą. W tej sytuacji, przy ocenie metod

rekonstrukcji prędkości, dodatkowym atutem będzie możliwie mała zależność optymalnej wartości λ od ww. parametrów.

Kolejny problem, który może budzić wątpliwości odnośnie procedury optymalizacji, polega na tym, że zoptymalizowany algorytm CUTE-FD daje jakościowo różne wyniki od pozostałych metod. Chodzi tu głównie o poziom fluktuacji w zrekonstruowanych obrazach c_{rec} , który w przypadku algorytmu CUTE-FD jest znacznie wyższy. Zaobserwowany problem wynika z faktu, że wyniki metody CUTE-FD są najczęściej obarczone rosnącymi z głębokością błędami systematycznymi. Wybrany w procedurze optymalizacji rozkład o wartościach prędkości w tle $c_b = 1550$ m/s, oraz we wtrąceniu okrągłym $c_c = 1560$ m/s, również prowokuje istnienie tych błędów w wynikach algorytmu CUTE-FD. W związku z tym, na optymalną wartość λ będzie miał wpływ czynnik nie występujący w przypadku pozostałych algorytmów. Można zadać sobie pytanie, czy nie lepiej byłoby w procedurze optymalizacji wybrać rozkład prędkości taki, który nie skutkowałby powstawaniem wspomnianych błędów systematycznych. Prawdopodobnie wartość λ uznana za optymalną byłaby wyższa a poziom fluktuacji wyników zbliżyłby się do poziomu obserwowanego w przypadku pozostałych algorytmów. Spójrzmy jednak na Rysunek 29, gdzie zaobserwować możemy zmiany jakości obrazowania wraz ze wzrostem wartości λ . Wyniki rekonstrukcji dla algorytmu CUTE-FD charakteryzują się tam postępującym wraz ze wzrostem wartości λ niedoszacowaniem prędkości w obszarze tła. Trudno więc zaproponować jeden rodzaj optymalizacji, który będzie się sprawdzał równie dobrze w przypadku wszystkich analizowanych algorytmów, skoro jeden z nich generuje wyniki jakościowo różne od rezultatów przetwarzania pozostałymi metodami. Analizując jakość obrazowania prędkości poszczególnymi metodami, należy więc pamiętać o tym, że przy zmianie warunków optymalizacji, pewne parametry obrazowania metodą CUTE-FD mogłyby ulec poprawie kosztem pogorszenia innych jego własności.

Porównanie jakości obrazowania

Przedstawione wyniki symulacji numerycznych pozwalają nakreślić obraz mocnych i słabych stron poszczególnych metod rekonstrukcji przestrzennego rozkładu prędkości dźwięku. Na pierwszy plan spośród testowanych algorytmów wysuwa się CUTE-SD, którego wyniki cechują się najwyższą jakością. Błędy średnie dla tej metody są bliskie zeru dla każdego z rozpatrywanych rozkładów prędkości. Wartości $RMSE$ są związane głównie z rozmyciem granic tło-wtrącenie i nie zależą od zadanej prędkości c_b i związanego z nią średniego błędu prędkości c_0 przyjętej w rekonstrukcji obrazów LRI. Z kolei CNR osiąga stabilne, wysokie wartości niezależnie od prędkości c_b oraz kontrastu $c_l - c_b$ lub $c_c - c_b$. Odzworowanie kształtu wtrąceń jest na wysokim poziomie, nawet dla małych wtrąceń okrągłych (Rysunek 45). Ponadto, wyniki algorytmu CUTE-SD jako jedyne nieobciążone są istotnymi błędami rekonstrukcji w pobliżu górnej oraz dolnej granicy obrazów. Jedyne przypadki, w którym wyniki algorytmu CUTE-SD ulegają znacznemu pogorszeniu, związany jest z występowaniem aliasingu (Rysunek 50).

Na drugim końcu skali jakości obrazowania prędkości znajduje się algorytm CUTE-FD. Generowane przez niego wyniki obarczone są rosnącym z głębokością błędem systematycznym. W sytuacjach, gdy średnia wartość prędkości w ROI odpowiada przyjętej w rekonstrukcji obrazów LRI wartości c_0 , jakość obrazowania jest na dobrym poziomie. Gdy jednak warunek ten nie jest spełniony, pojawia się wspomniany błąd systematyczny, który negatywnie wpływa na wyniki wszystkich metod oceny jakości obrazowania prędkości.

Jakość wyników generowanych przez metody Q-CUTE_t oraz Q-CUTE_D mieści się pomiędzy jakością dla metod CUTE-FD oraz CUTE-SD. Z jednej strony nie zaobserwowano błędów systematycznych o charakterze takim jak w metodzie CUTE-FD. Z drugiej strony jednak wyniki metod Q-CUTE

charakteryzują się występowaniem istotnych błędów oszacowania prędkości w okolicach górnej i dolnej krawędzi obszaru obrazowania, czego nie zaobserwowano w przypadku wyników metody CUTE-SD. W tym miejscu warto zwrócić uwagę na różnice pomiędzy wynikami dla metod Q-CUTE_I oraz Q-CUTE_D. Jediną cechą obrazów c_{rec} przemawiającą na niekorzyść algorytmu Q-CUTE_D jest większa powierzchnia obciążonego błędem dolnego marginesu obrazów c_{rec} oraz związana z nim lokalna oscylacja oszacowania prędkości. Z wyjątkiem powyższego, metoda Q-CUTE_D góruje nad Q-CUTE_I praktycznie pod każdym względem, zaczynając od subiektywnej oceny jakości obrazów c_{rec} , poprzez porównanie ich przekrojów, a kończąc na wartościach wszystkich parametrów ilościowych. Wobec zbliżonej złożoności obliczeniowej metod Q-CUTE_I oraz Q-CUTE_D, ogólny obraz analizy porównawczej przemawia zatem na korzyść Q-CUTE_D.

Porównajmy zatem uważniej wyniki uzyskane metodą Q-CUTE_D, z rezultatami otrzymanymi jakościowo lepszą spośród metod referencyjnych, tj. CUTE-SD. W większości przypadków algorytm Q-CUTE_D generuje wyniki obciążone nieco większymi błędami ME oraz $RMSE$ niż CUTE-SD (Rysunek 36c,d, Rysunek 47b,d, Rysunek 48b,d). Na tle skali rozbieżności wyników dla CUTE-SD oraz CUTE-FD, różnica ta może być jednak uznana za niewielką. W kontekście wartości CNR dla wtrąceń okrągłych, algorytm CUTE-SD ma wyraźną przewagę nad Q-CUTE – CNR równe odpowiednio 3.4 oraz 2.9. W przypadku wtrąceń warstwowych oba algorytmy pozwalają uzyskać zbliżone wartości CNR , równe w przybliżeniu 2.8. Na podstawie przekrojów przez obrazy wtrąceń warstwowych (Rysunek 39) można ponadto stwierdzić, że algorytm Q-CUTE_D nieco lepiej odwzorowuje dynamikę wtrącenia warstwowego. Obserwacja przekrojów przez obrazy wtrąceń okrągłych (Rysunek 46) ukazuje z kolei niewielką przewagę algorytmu CUTE-SD, widoczną w postaci nieznacznie lepszego odwzorowania dynamiki wtrącenia oraz większego nachylenia zboczy w kierunku horyzontalnym. Należy jeszcze pamiętać o występujących w wynikach metody Q-CUTE_D, zlokalizowanych przy górnej i dolnej krawędzi obrazu marginesach obciążonych znaczącym błędem estymacji prędkości. Pole skutecznego obrazowania prędkości metodą Q-CUTE_D jest więc do pewnego stopnia ograniczone. Ostatnią ocenianą kwestią było zachowanie algorytmów w sytuacji występowania aliasingu w danych wejściowych. W przypadku metody Q-CUTE_D skutkiem aliasingu było jedynie zwiększanie obciążonego błędem, dolnego marginesu obrazów c_{rec} . W przypadku algorytmu CUTE-SD, w wyniku aliasingu, w dolnej części obrazów c_{rec} również uwidaczniał się obszar obciążony znaczącym błędem estymacji prędkości. Oprócz tego, występowało także zniekształcenie obrazów c_{rec} na całej głębokości obrazowania. Zatem w warunkach aliasingu znacząco lepiej działa algorytm Q-CUTE_D.

Z powyższego porównania wyłania się uogólniony obraz, w którym zaprezentowana w tej pracy metoda Q-CUTE_D generuje nieco słabsze jakościowo wyniki niż algorytm referencyjny CUTE-SD. Nie należy jednak zapominać o znaczącej przewadze algorytmu Q-CUTE_D w kwestii efektywności obliczeniowej, co w praktycznych zastosowaniach może mieć kluczowe znaczenie. Ponadto, warto w tym miejscu podkreślić, że metoda Q-CUTE jest na wczesnym etapie rozwoju. Poza procedurą wyboru najkorzystniejszej wartości współczynników regularyzacji λ , w pracy tej nie optymalizowano pozostałych parametrów algorytmu Q-CUTE, takich jak wagi $w^I_{n,n+1}$ oraz $w^H_{n,n+1}$ w operacjach uśredniania opisanych równaniami (38) i (42). Istnieje zatem potencjał do uzyskania metodą Q-CUTE jeszcze lepszych wyników, niż zostały przedstawione w tej pracy. Możliwości poprawy jakości obrazowania nie kończą się jednak na optymalizacji wartości współczynników wagowych. Istnieje bowiem szereg perspektywicznych ścieżek dalszego rozwoju metody Q-CUTE.

Plan dalszego rozwoju metody Q-CUTE

Zaprezentowana w tej pracy metoda Q-CUTE jest wciąż rozwijana i planowane są modyfikacje niektórych z zastosowanych rozwiązań. Dla przykładu, obecnie zregularyzowany operator pochodnej jest uproszczony poprzez wybór środkowej, symetrycznej kolumny macierzy D_{reg} ze wzoru (46). Posłużenie się kolumnami macierzy D_{reg} odpowiednimi dla danej głębokości z mogłoby potencjalnie rozwiązać problem występowania znacznych błędów oszacowania prędkości w rejonie górnej i dolnej granicy obrazów c_{rec} . Istotne jest jednak również to, żeby ww. zmianę zaimplementować w sposób, który w możliwie niewielkim stopniu wpłynie na złożoność obliczeniową algorytmu Q-CUTE.

Kolejne udoskonalenie algorytmu Q-CUTE będzie polegać na implementacji jego iteracyjnej wersji. W celu weryfikacji takiego podejścia konieczne jest opracowanie matematycznego modelu propagacji błędów w torze przetwarzania sygnałów Q-CUTE. Jeśli okaże się, że błędy te w kolejnych iteracjach algorytmu ściśle maleją, to podejście takie będzie uzasadnione. Praca w trybie iteracyjnym przy zachowaniu rygoru czasu rzeczywistego byłaby możliwa dzięki względnie niskiemu zapotrzebowaniu podstawowej wersji algorytmu na zasoby obliczeniowe. Na tym nie kończą się jednak możliwości, jakie niesie niska złożoność obliczeniowa metody Q-CUTE. Również dzięki niej, otwiera się atrakcyjna perspektywa rozwoju algorytmu w wersji 3-D, działającej w czasie rzeczywistym.

Osobnym wątkiem, potencjalnie prowadzącym do poprawy jakości obrazowania każdą z metod CUTE, jest udoskonalenie preprocessingu metod CUTE, tzn. operacji przeliczenia zespolonych obrazów LRI na dane $\Delta\tau$. Chodzi tu m.in. o przeanalizowanie innych metod wyznaczania sygnałów $\Delta\varphi$ (np. algorytmów korelacyjnych), jak również o taką konwersję $\Delta\varphi$ na wartości $\Delta\tau$, która uwzględniać będzie zjawiska wpływające na lokalną częstotliwość sygnału LRI.

Oprócz udoskonalania algorytmów obrazowania prędkości, konieczna jest również weryfikacja ich działania w warunkach bardziej odpowiadających docelowym zastosowaniom. Na wstępie zostaną więc wykonane symulacje numeryczne uwzględniające interferencyjny charakter sygnałów LRI. W kolejnych krokach przewidziane są badania z wykorzystaniem wzorców tkankowych.

Wnioski

Klasyfikacja testowanych algorytmów pod względem uogólnionej jakości obrazowania prędkości przedstawia się następująco:

1. CUTE-SD
2. Q-CUTE_D
3. Q-CUTE_I
4. CUTE-FD

Najlepszy pod względem jakości obrazowania algorytm CUTE-SD charakteryzuje się dużą złożonością obliczeniową, przez co jego zastosowanie w systemach obrazujących w czasie rzeczywistym jest mocno ograniczone. Drugi w klasyfikacji jakości algorytm Q-CUTE_D jest znacznie efektywniejszy obliczeniowo, dzięki czemu możliwe jest wykonywanie go w czasie rzeczywistym w wysokiej rozdzielczości lub nawet w obrazowaniu 3D. Należy przy tym podkreślić, że dystans pomiędzy jakością wyników CUTE-SD i Q-CUTE_D jest niewielki, a szerokie możliwości optymalizacji i modyfikacji algorytmu Q-CUTE_D potencjalnie umożliwiają dalsze zmniejszenie tych różnic. Pozostałe algorytmy charakteryzują się niższą jakością obrazowania przy jednocześnie podobnej (Q-CUTE_I) lub wyższej (CUTE-FD) niż w przypadku Q-CUTE_D złożoności obliczeniowej. Zaprezentowana w tej pracy metoda Q-CUTE_D jest więc najbardziej perspektywiczną spośród analizowanych metod rekonstrukcji prędkości dźwięku.

5 Podsumowanie

W ramach tej pracy przybliżone zostało znaczenie przestrzennego rozkładu prędkości dźwięku w ultradźwiękowych metodach obrazowania w trybie odbiciowym. Jednocześnie zwrócono uwagę na dotychczasowy brak zadowalającego rozwiązania kwestii rekonstrukcji rozkładu prędkości dźwięku. Najnowsza metoda obrazowania prędkości – CUTE-SD, zapewnia wprawdzie wysoką jakość obrazowania prędkości, problemem jest jednak jej duża złożoność obliczeniowa. Większą efektywnością obliczeniową charakteryzuje się metoda CUTE-FD, która jednak generuje wyniki o znacznie niższej jakości.

Celem tej pracy było opracowanie alternatywnej, efektywnej obliczeniowo metody rekonstrukcji prędkości, jak również jej weryfikacja w odniesieniu do algorytmów referencyjnych: CUTE-FD oraz CUTE-SD. Realizacja tego celu wymagała wykonania szeregu zadań.

1. Opracowany został model matematyczny dla zagadnienia wprost: $\Delta\tau = f(\Delta\sigma)$. Model ten był zmodyfikowaną wersją opisu leżącego u podstaw metod CUTE-FD oraz CUTE-SD. Modyfikacja polegała na wyrażeniu wartości odchyłki powolności $\Delta\sigma$ określonej wzdłuż trajektorii r_n oraz r_{n+1} za pomocą wartości $\Delta\sigma$ oraz jej pochodnej cząstkowej $\Delta\sigma_x$ wzdłuż pośredniej drogi $r_{n,n+1}$. To z kolei w następnym kroku pozwalało na zastosowanie efektywniejszego obliczeniowo podejścia do rozwiązania zagadnienia odwrotnego.
2. Opracowana została efektywna obliczeniowo, dwuetapowa metoda rozwiązania zagadnienia odwrotnego: $\Delta\sigma = f(\Delta\tau)$. W pierwszym etapie zastosowano założenie upraszczające, dotyczące relacji amplitud członów w równaniu (35) opisującym zagadnienie wprost. Pozwoliło ono w prosty sposób wyznaczyć przestrzenny rozkład $\Delta\sigma_x$. Zasadność założenia została obszernie uzasadniona. Wykazane zostało, że błędy wynikające z ewentualnego niespełnienia założenia w znacznym stopniu się znoszą. W drugim etapie obliczana była wartość stałej całkowania C , brakująca do wyznaczenia szukanego rozkładu $\Delta\sigma$.
3. Opracowana została efektywna obliczeniowo filtracja odpowiadająca zastosowaniu zregulowanego operatora pochodnej. Podobnie jak w przypadku metod referencyjnych, brak regularyzacji w metodzie Q-CUTE skutkowało nieczytelnymi, zaszumionymi obrazami c_{rec} . W odróżnieniu jednak od CUTE-FD oraz CUTE-SD, w metodzie Q-CUTE nie występuje operacja odwracania macierzy przekształcenia, a zatem regularyzacja musiała być przeprowadzona inaczej. Finalnie wybrano rozwiązanie, w którym regularyzacji podlega jedynie operator pochodnej, występujący dwukrotnie w procedurze rozwiązania zagadnienia odwrotnego. Odpowiedź zregulowanego operatora pochodnej przybliżona została prostymi filtrami typu IIR, co zapewniało zachowanie efektywności obliczeniowej.

4. Przeprowadzona została analiza porównawcza jakości wyników c_{rec} zwracanych przez opracowaną metodę Q-CUTE oraz metody referencyjne: CUTE-FD i CUTE-SD. Sygnałem wejściowym były wyidealizowane dane LRI_n wygenerowane na drodze symulacji dla zadanych rozkładów prędkości c_{real} . Analiza porównawcza poprzedzona była optymalizacją współczynników regularyzacji λ dla każdego z algorytmów. W procesie optymalizacji, z jednej strony minimalizowane były wartości $RMSE$, a z drugiej – maksymalizowane wartości CNR . Zoptymalizowane algorytmy były następnie wykorzystane do rekonstrukcji obrazów prędkości c_{rec} , które były finalnie poddawane analizie porównawczej. Analizę tę można podzielić na część jakościową oraz ilościową. W części jakościowej przedstawione zostały obrazy prędkości c_{rec} oraz ich przekroje dla wybranych rozkładów prędkości c_{real} . Część ilościowa ukazywała skuteczność algorytmów dla szerszego zbioru rozkładów prędkości c_{real} za pomocą parametrów ME , $RMSE$ oraz CNR .

Wyniki uzyskane w punkcie 4 potwierdzają tezę, że opracowana w punktach 1-3 metoda Q-CUTE (w szczególności wersja Q-CUTE_D) umożliwia efektywną obliczeniowo rekonstrukcję wysokiej jakości obrazów prędkości. Złożoność obliczeniowa metody Q-CUTE jest mniejsza od złożoności obu algorytmów referencyjnych. Obrazy uzyskane metodą Q-CUTE_D znacząco przewyższają jakością wyniki CUTE-FD i są porównywalne z wynikami CUTE-SD. Jediną istotną niedogodnością związaną z metodą Q-CUTE_D w relacji do CUTE-SD jest występowanie górnego i dolnego marginesu obrazów prędkości c_{rec} , w obrębie których wyniki są obarczone istotnymi błędami. W planach dalszego rozwoju metody Q-CUTE są uwzględnione modyfikacje mające na celu wyeliminowanie tych błędów. Niezależnie od powodzenia realizacji tych planów, algorytm Q-CUTE ma istotną przewagę w stosunku do metody CUTE-SD, polegającą na znacząco większej efektywności obliczeniowej. Dzięki niej realna jest implementacja algorytmu Q-CUTE działająca w czasie rzeczywistym na danych o niezredukowanej rozdzielczości pikselowej. To z kolei otwiera możliwości efektywnej korekcji aberracji w obrazowaniu w trybie B-mode, oraz jest potencjalnym załączkiem nowej modalności w obrazowaniu ultradźwiękowym.

6 Bibliografia

- Bamber, J. C., & Hill, C. R. (1979). Ultrasonic attenuation and propagation speed in mammalian tissues as a function of temperature. *Ultrasound. Med. Biol.* , 5, strony 149–157.
- Behar, V. (2002). Techniques for phase correction in coherent ultrasound imaging systems. *Ultrasonics* , 39, strony 603-610.
- Bercoff, J., Montaldo, G., Loupas, T., Savery, D., Meziere, F., Fink, M., i inni. (2011). Ultrafast compound Doppler imaging: providing full blood flow characterization. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* , 58 (1), strony 134-147.
- Bercoff, J., Tanter, M., & Fink, M. (2004). Supersonic shear imaging: a new technique for soft tissue elasticity mapping. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* , 51 (4), strony 396-409.
- Bilaniuk, N., & Wong, G. S. (1993). Speed of sound in pure water as a function of temperature. *J. Acoust. Soc. Am.* , 93 (3), strony 1609-1612.
- Camacho, J., & Fritsch, C. (2011). Phase coherence imaging of grained materials. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* , 58 (5), strony 1006-1015.
- Camacho, J., Parrilla, M., & Fritsch, C. (2009). Phase coherence imaging. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* , 56 (5), strony 958-974.
- Cobbold, R. (2007). *Foundations of biomedical ultrasound*. Oxford University Press, Inc.
- Dorny, C. N. (1978). A self-survey technique for self-cohering of antenna systems. *IEEE Trans. Antennas Propagat.* , AP-26, strony 877-881.
- Erez, Y., Schechner, Y. Y., & Adam, D. (2008). Space variant ultrasound frequency compounding based on noise characteristics. *Ultrasound Med. Biol.* , 34 (6), strony 981-1000.
- Flax, S. W., & O'Donnell, M. (1988). Phase-Aberration Correction Using Signals From Point Reflectors and Diffuse Scatterers: Basic Principles. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* , 35 (6), strony 758-767.
- Hynynen, K. (2010). MRI-guided focused ultrasound treatments. *Ultrasonics* , 50, strony 221-229.

- Jaeger, M., & Frenz, M. (2015). Quantitative imaging of speed of sound in pulse-echo sonography. Prezentacja na konferencji *IEEE International Ultrasonics Symposium, Taipei*.
- Jaeger, M., Held, G., Preisser, S., Peeters, S., Grunig, M., & Frenz, M. (2014). Computed Ultrasound Tomography in Echo mode (CUTE) of speed of sound for diagnosis and for aberration correction in pulse-echo sonography. *Proc. of SPIE*, 9040, strony 90400A-1 - 90400A-12.
- Jensen, J. A., Nikolov, S. I., Gammelmark, K. L., & Pedersen, M. H. (2006). Synthetic aperture ultrasound imaging. *Ultrasonics*, 44, strony e5-e15.
- Karwat, P., Kujawska, T., Lewin, P. A., Secomski, W., Gambin, B., & Litniewski, J. (2016). Determining temperature distribution in tissue in the focal plane of the high (>100 W/cm²) intensity focused ultrasound beam using phase shift of ultrasound echoes. *Ultrasonics*, 65, strony 211-219.
- Klimonda, Z., Litniewski, J., Karwat, P., & Nowicki, A. (2014). Spatial and frequency compounding in application to attenuation estimation in tissue. *Archives of Acoustics*, 39 (4), strony 519-527.
- Klimonda, Z., Postema, M., Nowicki, A., & Litniewski, J. (2016). Tissue attenuation estimation by mean frequency downshift and bandwidth limitation. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.*, 63 (8), strony 1107-1115.
- Lyons, R. G. (2004). *Understanding Digital Signal Processing, Second Edition*. Upper Saddle River, New Jersey, USA: Prentice Hall PTR.
- Maass-Moreno, R., & Damianou, C. A. (1996). Noninvasive temperature estimation in tissue via ultrasound echo-shifts. Part I. Analytical model. *J. Acoust. Soc. Am.*, 100, str. 2514.
- Maass-Moreno, R., & Damianou, C. A. (1996). Noninvasive temperature estimation in tissue via ultrasound echo-shifts. Part II. In vitro study. *J. Acoust. Soc. Am.*, 100, str. 2522.
- Mast, T. D. (2000). Empirical relationships between acoustic parameters in human soft tissues. *Acoustics Res. Lett.*, 1, strony 37-42.
- Miller, N. R., Bamber, J. C., & ter Haar, G. R. (2004). Imaging of temperature-induced echo strain: preliminary in vitro study to assess feasibility for guiding focused ultrasound surgery. *Ultrasound Med. Biol.*, 30 (3), strony 345-356.
- Montaldo, G., Tanter, M., Bercoff, J., Benech, N., & Fink, M. (2009). Coherent plane-wave compounding for very high frame rate ultrasonography and transient elastography. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.*, 56 (3), strony 489-506.
- Napolitano, D., Chou, C. H., McLaughlin, G., Ji, T. L., Mo, L., DeBusschere, D., i inni. (2006). Sound speed correction in ultrasound imaging. *Ultrasonics*, 44, strony e43-e46.
- Nock, L., & Trahey, G. (1989). Phase aberration correction in medical ultrasound using speckle brightness as a quality factor. *J. Acoust. Soc. Am.*, 85, strony 1819-1833.
- Nowicki, A. (2003). *Wstęp do ultrasonografii - podstawy fizyczne i instrumentacja*. Warszawa: Medipage.
- NVIDIA. (2009). *OpenCL Programming Guide for the CUDA Architecture - version 2.3 (8/27/2009)*. Źródło: www.nvidia.com/content/cudazone/download/opencl/nvidia_opencl_programmingguide.pdf

- O'Donnell, M., & Flax, S. W. (1988). Phase-Aberration Correction Using Signals From Point Reflectors and Diffuse Scatterers: Measurements. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* , 35 (6), strony 768-774.
- Opielinski, K. J., & Gudra, T. (2006). Multi-parameter ultrasound transmission tomography of biological media. *Ultrasonics* , 44 (Supplement), strony e295-e302.
- Opielinski, K. J., & Gudra, T. (2004). Three-dimensional reconstruction of biological objects' internal structure heterogeneity from the set of ultrasonic tomograms. *Ultrasonics* , 42, strony 705-711.
- Opielinski, K. J., Pruchnicki, P., Gudra, T., Podgorski, P., Kurcz, J., Krasnicki, T., i inni. (2015). Imaging results of multi-modal ultrasound computerized tomography system designed for breast diagnosis. *Comput. Med. Imaging Graph.* , 46 (2), strony 83-94.
- Pernot, M., Tanter, M., Bercoff, J., Waters, K. R., & Fink, M. (2004). Temperature estimation using ultrasonic spatial compound imaging. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* , 51 (5), strony 606-615.
- Robinson, D. E., Ophir, J., Wilson, L. S., & Chen, C. F. (1991). Pulse-Echo Ultrasound Speed Measurements: Progress and Prospects. *Ultrasound Med. Biol.* , 17 (6), strony 633-646.
- Souchon, R., Bouchoux, G., Maciejko, E., Lafon, C., Cathignol, D., Bertrand, M., i inni. (2005). Monitoring the formation of thermal lesions with heat-induced echo-strain imaging: a feasibility study. *Ultrasound Med. Biol.* , 31 (2), strony 251-259.
- Yoon, C., Seo, H., Lee, Y., Yoo, Y., Song, T. K., & Chang, J. H. (2012). Optimal sound speed estimation using modified nonlinear anisotropic diffusion to improve spatial resolution in ultrasound imaging. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* , 59 (5), strony 905-914.

7 Załączniki

7.1 Wyprowadzenie wzoru na $\Delta\sigma_x$

Wyprowadzenie wzoru na $\Delta\sigma_x$ obejmuje przekształcenie równania (36) do postaci przedstawionej w równaniu (37). Przypomnijmy sobie równanie (36):

$$\Delta\tau_{n,n+1}(z, x) = -b_{n,n+1} \int_0^z \left(\int \Delta\sigma_x(r_{n,n+1}) dz' \right) dz' \quad (72)$$

W powyższej całce przyczynki funkcji $\Delta\sigma_x$ określane są wzdłuż dróg $r_{n,n+1}$ opisanych równaniem (6). Drogi te stanowią rodzinę prostoliniowych trajektorii odchylonych o kąt $\theta_{n,n+1}$ względem osi OZ , kończących się w punktach o współrzędnych (z, x) . Punkty leżące na danej trajektorii $r_{n,n+1}$ są opisane współrzędnymi pomocniczymi $(z', x'(z'))$, przy czym z' jednoznacznie określa położenie na drodze $r_{n,n+1}$. Dla uproszczenia przyjmijmy, że trajektorie $r_{n,n+1}$ są równoległe do osi OZ i zaniedbajmy współrzędną x' oraz x . Powyższy problem zredukuje się wtedy do zagadnienia jednowymiarowego:

$$\Delta\tau_{n,n+1}(z) = -b_{n,n+1} \int_0^z \left(\int \Delta\sigma_x(z') dz' \right) dz' \quad (73)$$

Korzystając z własności pochodnej całki oznaczonej względem górnej granicy całkowania, w wyniku różniczkowania stronami równania (73), otrzymamy:

$$\frac{d}{dz} \Delta\tau_{n,n+1}(z) = -b_{n,n+1} \int \Delta\sigma_x(z) dz \quad (74)$$

Po ponownym różniczkowaniu stronami i uporządkowaniu, otrzymamy wzór na $\Delta\sigma_x$:

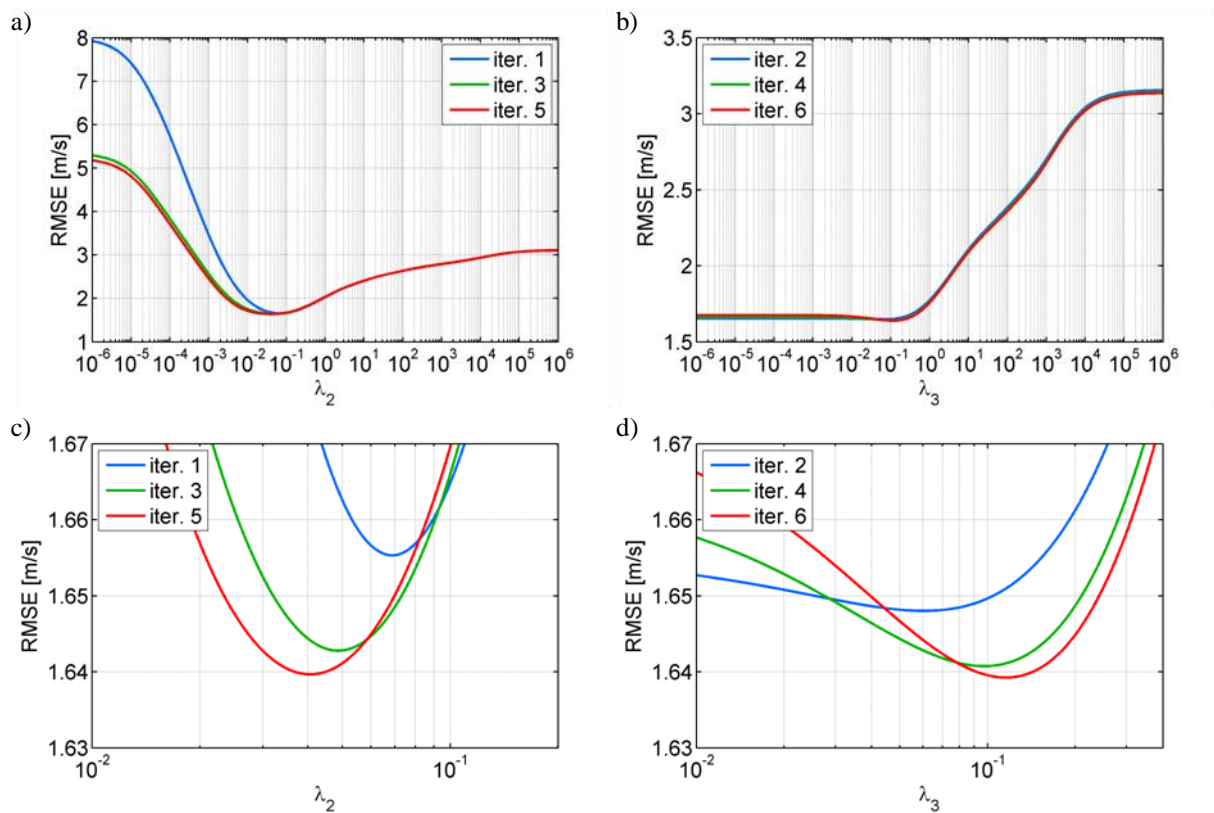
$$\Delta\sigma_x(z) = \frac{-1}{b_{n,n+1}} \frac{d^2}{dz^2} \Delta\tau_{n,n+1}(z) \quad (75)$$

Równanie (75) dotyczy uproszczonego przypadku jednowymiarowego, w którym kierunek trajektorii $r_{n,n+1}$ został ujednoczony z kierunkiem osi OZ . Powrót do zapisu dwuwymiarowego oznacza, że tak jak całka w równaniu (72), tak teraz pochodna obliczana będzie wzdłuż kierunku trajektorii $r_{n,n+1}$. To z kolei wymaga chwilowego posłużenia się pomocniczą zmienną z' . W rezultacie otrzymujemy zapis równoważny równaniu (37):

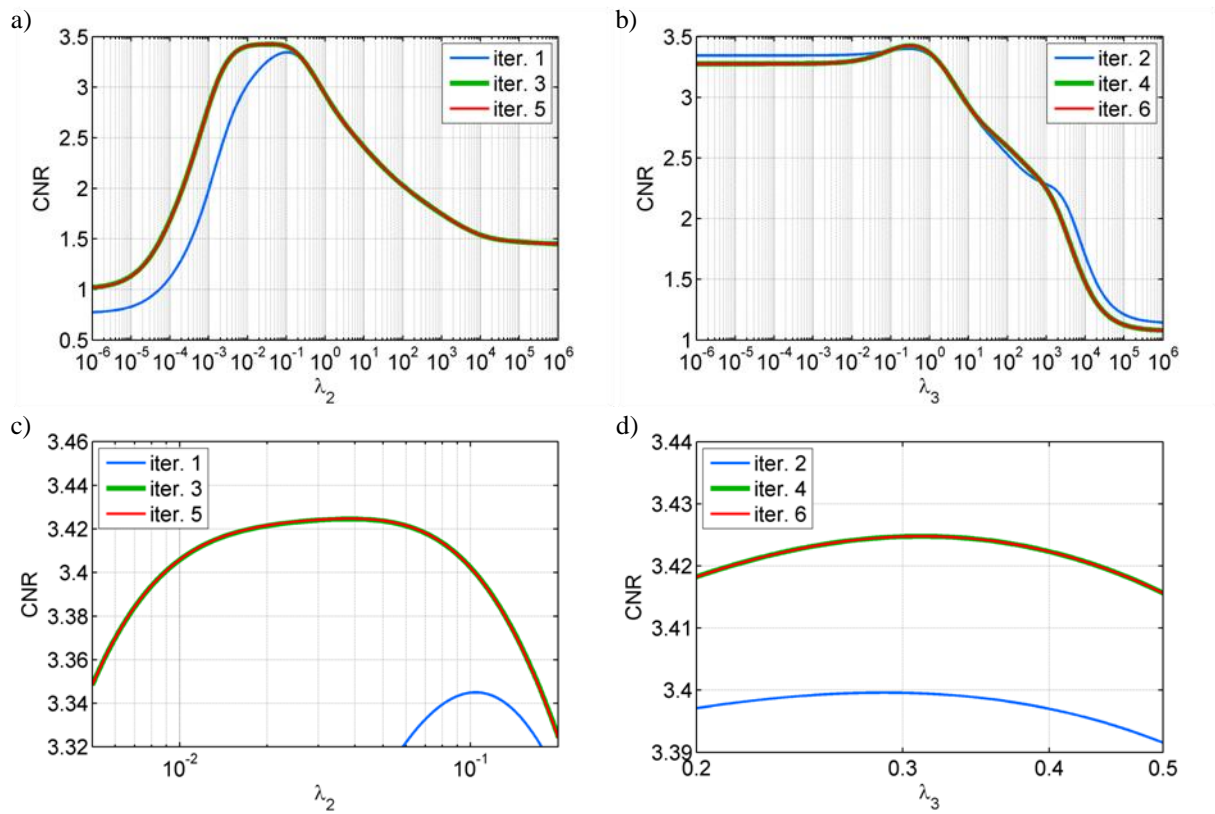
$$\Delta\sigma_x(z, x) = \frac{-1}{b_{n,n+1}} \left[\frac{d^2}{dz'^2} \Delta\tau_{n,n+1}(r_{n,n+1}) \right]_{z'=z} \quad (76)$$

7.2 Liczba iteracji w optymalizacji λ dla algorytmu CUTE-SD

Poniższe rysunki przedstawiają przebieg funkcji celu $RMSE$ oraz CNR w kolejnych iteracjach optymalizacji współczynników regularyzacji λ_2 oraz λ_3 dla algorytmu CUTE-SD. Z przedstawionych na Rysunek 51 wykresów $RMSE$ wynika, że iteracje o numerach 5 i 6 (tj. trzecie iteracje dla każdego z parametrów λ_2 i λ_3) skutkują niewielką już zmianą położenia minimum. W przypadku współczynnika λ_2 przesunięcie to jest wprawdzie porównywalne z różnicą wyników optymalizacji przy wykorzystaniu funkcji $RMSE$ oraz CNR (Tabela 3), jednak jak wynika z Rysunek 32, tego rzędu zmiany wartości λ pozostają praktycznie bez istotnego wpływu na jakość generowanych obrazów prędkości. Z Rysunek 52 wynika z kolei, że przebiegi funkcji CNR w iteracjach o numerach 5 i 6 nie wnoszą już żadnych zauważalnych zmian w optymalnych wartościach współczynników regularyzacji λ_2 oraz λ_3 . Na tej podstawie można wywnioskować, że dla funkcji celu $RMSE$ oraz CNR łączna liczba czterech iteracji (po dwie na każdy z parametrów λ_2 oraz λ_3) pozwala z wystarczającą dokładnością oszacować optymalne wartości współczynników regularyzacji dla algorytmu CUTE-SD.



Rysunek 51 Przebiegi funkcji $RMSE(\lambda)$ w kolejnych iteracjach optymalizacji parametru a) λ_2 , oraz b) λ_3 . Rysunki c) oraz d) przedstawiają zbliżenia obszarów występowania minimum na wykresach odpowiednio: a) i b)



Rysunek 52 Przebiegi funkcji $CNR(\lambda)$ w kolejnych iteracjach optymalizacji parametru a) λ_2 , oraz b) λ_3 . Rysunki c) oraz d) przedstawiają zbliżenia obszarów występowania maksimum na wykresach odpowiednio: a) i b)