



INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI
POLSKIEJ AKADEMII NAUK



ROZPRAWA DOKTORSKA

mgr inż. Marcin Nowak

**Analiza deformacji i zniszczenia struktur komórkowych
w zastosowaniu do symulacji procesu infiltracji pianki
korundowej ciekłym metalem**

Promotor
dr hab. inż. Zdzisław Nowak

Warszawa 2014

Podziękowania

Badania realizowane w ramach Projektu "Nowoczesne technologie materiałowe stosowane w przemyśle lotniczym", Nr POIG.01.01.02-00-015/08-00 w Programie Operacyjnym Innowacyjna Gospodarka (PO IG). Projekt współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego.

Acknowledgements

Financial support of Structural Funds in the Operational Programme - Innovative Economy (IE OP) financed from the European Regional Development Fund - Project "Modern material technologies in aerospace industry", Nr POIG.01.01.02-00-015/08-00 is gratefully acknowledged.



Streszczenie

W badaniach właściwości mechanicznych kompozytów o przenikających się fazach (ang. Interpenetrating Phase Composites, IPC) otrzymywanych w procesie infiltracji, istnieje problem pojawiania się uszkodzeń podczas procesu ich produkcji. Pianka korundowa, pełniąca rolę preformy, infiltrowana jest ciekłym metalem, który po wypełnieniu jej wnętrza tworzy fazę metaliczną. Aby ciekły metal mógł infiltrować piankę muszą zostać pokonane siły napięcia powierzchniowego. Pokonanie tych sił wymaga wzrostu poziomu ciśnienia (infiltracja ciśnieniowa), które powoduje lokalne pojawianie się naprężeń rozciągających w szkieletcie pianki. Korund jako kruchy materiał o niskiej granicy wytrzymałości na rozciąganie (105 MPa) nie jest zdolny do przenoszenia dużych naprężeń rozciągających. Przekroczenie granicy wytrzymałości na rozciąganie korundu wiąże się z występowaniem pęknięć, które prowadzą do jego całkowitego zniszczenia.

W celu analizy zniszczenia pianki korundowej oraz wyznaczenia bezpiecznych wartości ciśnień w procesie infiltracji zaproponowano w pracy trzy modele numeryczne rzeczywistej struktury pianki: model oparty na zdjęciach pochodzących z mikrotomografii, model periodyczny bazujący na komórce periodycznej oraz trójwymiarowy model o losowym rozkładzie wielkości komórek pianki. Opracowany został także model materiałowy zniszczenia litego korundu uwzględniający wpływ różnicy wytrzymałości i powstawanie mikrouszkodzeń. Model ten posłużył do określenia własności mechanicznych pianki korundowej. Przeprowadzone zostały również badania doświadczalne, które pozwoliły ustalić rzeczywiste własności mechaniczne pianek oraz zweryfikować otrzymane rezultaty numeryczne.

Słowa kluczowe: *pianki korundowe, proces infiltracji, kompozyty metaliczno-ceramiczne*

Badania realizowane w ramach Projektu "Nowoczesne technologie materiałowe stosowane w przemyśle lotniczym", Nr POIG.01.01.02-00-015/08-00 w Programie Operacyjnym Innowacyjna Gospodarka (PO IG). Projekt współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego.



Abstract

Metal/ceramics interpenetrating composites are new materials obtained by liquid metal infiltration into a ceramic foam, called a preform. Ceramic preforms are produced by a new method of manufacturing of porous ceramics known as gelcasting of foams. Porous ceramics fabricated by this method is characterized by a continuous network of spherical cells interconnected by circular windows. The open porosity due to the presence of windows creates good hydro-dynamical conditions for liquid metals infiltration. Permability as well as compressive strength of ceramic foam are very important for infiltration process. Due to non-wetting nature of most metals, an external pressure is required. Therefore the mechanical strength of ceramic foam should be higher than applied pressure. On the other hand, a high permeability is desirable because of the reduction of this pressure.

In this work a numerical model for the hot infiltration of liquid metal into open-cell ceramic foam structures is presented. During the liquid metal infiltration, the viscous forces and the capillary forces induce a compression stress field in the structure of ceramic foam. The increase of localized stresses and the brittle nature of alumina cause the failure of some struts of alumina foam. For this reason the better understanding of stress state in ceramic foam is necessary. The infiltration processes are investigated at the pore-size scale of the porous foam. Several numerical simulations have been performed to analyze the influence of applied pressure and porosity on the compressive strength of the foam.

Keywords: *alumina foams, infiltration process, metal-ceramic composites*

Financial support of Structural Funds in the Operational Programme - Innovative Economy (IE OP) financed from the European Regional Development Fund - Project "Modern material technologies in aerospace industry", Nr POIG.01.01.02-00-015/08-00 is gratefully acknowledged.

Spis treści

1	Wprowadzenie	13
2	Cel i zakres pracy	15
3	Literatura przedmiotu	17
3.1	Wstęp	17
3.2	Rzeczywista struktura pianki korundowej	17
3.3	Numeryczny model struktury pianki	19
3.4	Model konstytutywny litego korundu	22
3.5	Własności mechaniczne pianki korundowej	23
3.5.1	Badania doświadczalne	23
3.6	Proces infiltracji	24
3.7	Podsumowanie	25
4	Modelowanie geometrycznej struktury pianki korundowej	27
4.1	Wstęp	27
4.2	Parametry rzeczywistej struktury pianki	27
4.3	Model oparty na mikrotomografii	33
4.4	Model periodyczny	35
4.5	Model o losowym rozkładzie porów	44
4.6	Podsumowanie	49
5	Określenie mechanicznych własności pianki korundowej	51
5.1	Wstęp	51
5.2	Badania doświadczalne wytrzymałości na ściskanie	51
5.3	Symulacje numeryczne procesu deformacji	57
5.3.1	Geometria struktury pianki korundowej	57
5.3.2	Siatka elementów skończonych	60
5.3.3	Warunki brzegowe	65
5.3.4	Model konstytutywny litego korundu	67

5.3.5	Wyznaczenie modułu Younga	69
5.3.6	Wyznaczenie wytrzymałości na ściskanie	73
5.4	Symulacje przepływu cieczy	76
5.5	Podsumowanie	78
6	Proces infiltracji pianki korundowej ciekłym metalem	79
6.1	Wstęp	79
6.2	Symulacje numeryczne procesu infiltracji	80
6.3	Podsumowanie	86
7	Podsumowanie	87
7.1	Wnioski końcowe	87
7.2	Oryginalne elementy pracy	88
7.3	Kierunki dalszych badań	89
Dodatek A	Algorytmy	91
A.1	Detekcja obszarów kołowych	91
A.2	Generacja modelu o losowym rozkładzie porów	92
Dodatek B	Kody źródłowe	93
B.1	Model litego korundu z uszkodzeniem	93
B.2	Symulacje CFD dla struktur periodycznych	98
Dodatek C	Analityczne formuły	101
C.1	Model konstytutywny litego korundu	101
Bibliografia		103
Skorowidz		110

Oznaczenia i skróty przyjęte w pracy

ϕ	porowatość
μ	lepkość dynamiczna płynu
σ_{st}	napięcie powierzchniowe
θ_w	kąt zwilżenia
ρ	gęstość
Δp	spadek ciśnienia
k_1	przepuszczalność
p	ciśnienie hydrostatyczne
q	naprężenie ekwiwalentne
ε	tensor małych odkształceń
σ	tensor naprężenia
σ_Y^T	granica sprężystości na rozciąganie
σ_Y^C	granica sprężystości na ściskanie
D^e	macierz sztywności
ε	tensor odkształcenia
ε^e	tensor odkształceń sprężystych
ε^p	tensor odkształceń plastycznych
\mathbf{u}	wektor przemieszczenia
\mathbf{v}	wektor prędkości
r_c	promień komórki pianki
r_w	promień okienka pianki
d_c	średnica komórki pianki
d_w	średnica okienka pianki
F	funkcja uplastycznienia
G	potencjał plastyczny
E_s	moduł Younga litego korundu
ν_s	współczynnik Poissona litego korundu
G_s	moduł ścinania litego korundu
E_p	moduł Younga porowatej pianki
ν_p	współczynnik Poissona porowatej pianki
G_p	moduł ścinania porowatej pianki
a	długość boku komórki periodycznej
k	wielkość zachodzenia dwóch kul na siebie

IPC	kompozyty o przenikających się fazach (ang. Interpenetrating Phase Composites)
SEM	skaningowa mikroskopia elektronowa (ang. Scanning Electron Microscope)
μ CT	mikrotomografia komputerowa (ang. Micro-computed Tomography)
RVE	reprezentatywny element objętości (ang. Representative Volume Element)
<i>vx</i>	woksel (ang. volumetric element)
<i>px</i>	piksel (ang. picture element)
<i>sc</i>	układ krystalograficzny regularny
<i>bcc</i>	układ krystalograficzny przestrzennie centrowany
<i>fcc</i>	układ krystalograficzny ściennie centrowany
MES	metoda elementów skończonych
CAD	projektowanie wspomagane komputerowo (ang. Computer Aided Design)
CFD	obliczeniowa mechanika płynów (ang. Computational Fluid Dynamics)
ABAQUS	program metody elementów skończonych
ANSYS/FLUENT	program do modelowania przepływu płynów
MATLAB	zintegrowane środowisko do obliczeń numerycznych

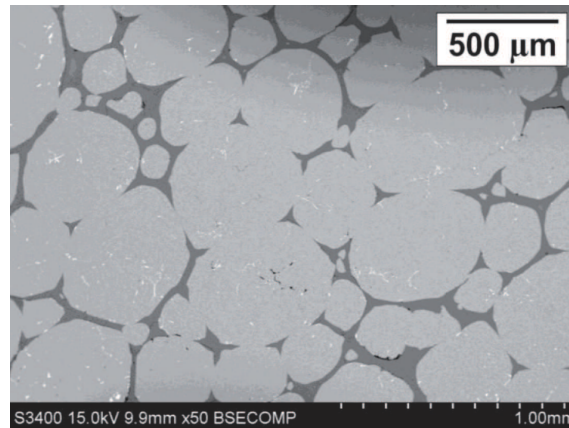
1

Wprowadzenie

Poszukiwanie nowych rozwiązań technologicznych dla przemysłu lotniczego i samochodowego sprowadza się często do zastosowania nowego typu materiałów konstrukcyjnych. Przykładem takich nowych materiałów są kompozyty metaliczno-ceramiczne o przenikających się fazach IPC (ang. Interpenetrating Phase Composites). Łączą one w sobie własności mechaniczne metali takie jak ciągliwość jak również cechy mechaniczne ceramiki - wysoka temperatura topnienia, odporność na ścieranie. Produkcję kompozytów infiltrowanych można podzielić na dwa etapy. Pierwszy z nich polega na wytworzeniu odpowiedniej pianki ceramicznej, która spełnia rolę kształtki (preformy) do nasączenia ciekłym metalem. Drugi etap to infiltracja korundowej kształtki ciekłym metalem. Gotowy kompozyt posiada dwie ciągle przenikające się fazy: ceramiczną w postaci pianki oraz metaliczną, wypełniającą pory pianki. Same pianki korundowe również charakteryzują się unikalnymi własnościami, które pozwalają na ich liczne zastosowania w różnych gałęziach przemysłu. Do najważniejszych własności pianek korundowych można zaliczyć:

- dużą porowatość,
- wysoką temperaturę topnienia,
- odporność na działanie agresywnych substancji chemicznych,
- bardzo dobrą zdolność do tłumienia dźwięku,
- małą przewodność cieplną,
- wysoki stosunek wytrzymałości do gęstości.

Pianka korundowa, będąca przedmiotem niniejszej rozprawy, otrzymywana jest metodą żelowania spienionej zawiesiny (ang. gelcasting of foams) (Potoczek, 2008). Pianki otrzymywane tą metodą charakteryzują się sferycznymi porami połączonymi ze sobą za pomocą porów przelotowych (okienek). Cecha ta powoduje, że pianka posiada dobre własności hydrodynamiczne. Im większe pory przelotowe tym lepsze warunki do przepływu cieczy, gazu, jak również ciekłego metalu, który po wypełnieniu wnętrza porów pianki tworzy kompozyt o przenikających się fazach (Rys. 1.1).



Rys. 1.1: Zdjęcie z mikroskopu elektronowego kompozytu AlMg5/Al₂O₃ uzyskanego w procesie infiltracji pianki Al₂O₃ stopem AlMg5. Jaśniejsze obszary odpowiadają fazie metalicznej; ciemniejsze fазie korundowej (Potoczek i Śliwa, 2011).

Poprawne modelowanie procesów deformacji i zniszczenia takich kompozytów wymaga budowy odpowiedniego modelu numerycznego struktury przenikających się faz. Z uwagi na fakt, że w procesie infiltracji ciekły metal wypełnia pory pianki, model jej struktury jest podstawowym zadaniem do zrealizowania. Budowa modelu numerycznego takich pianek wymaga przeprowadzenia badań z użyciem mikrotomografii komputerowej w celu dokładnego przeanalizowania kształtu, rozmiaru i rozmieszczenia porów w piance. Informacje uzyskane z takich badań pozwalają na wyznaczenie niezbędnych parametrów określających rzeczywistą strukturę pianki (porowatość, rozkład średnic zastępczych porów i okienek pianki, grubość ścianek), które są podstawą do budowy numerycznych modeli.

Zaprezentowane w niniejszej pracy modele struktur pianki pozwoliły na określenie cech mechanicznych pianki takich jak moduł Younga, współczynnik Poissona, przepuszczalność, wytrzymałość na ściskanie oraz ciśnienie niezbędne do ich infiltracji ciekłym metalem. Określone ciśnienie porównane z wytrzymałością na ściskanie wyznacza bezpieczny zakres, w którym infiltrowana pianka korundowa nie ulegnie uszkodzeniu podczas etapu produkcji kompozytów IPC.



Cel i zakres pracy

Cel pracy

Celem pracy jest numeryczna analiza deformacji i zniszczenia pianek korundowych powstających w trakcie procesu jej infiltracji ciekłym metalem. Aby ciekły metal mógł infiltrować porowatą piankę korundową muszą zostać pokonane siły napięcia powierzchniowego ciekłego metalu. Prowadzi to do wywierania ciśnienia na ścianki pianki, które mogą ulegać uszkodzeniu ze względu na pojawiające się lokalnie naprężenia rozciągające. Dokładna analiza deformacji i zniszczenia pozwala określić, czy dana pianka zostanie uszkodzona w procesie infiltracji poprzez wywierane ciśnienie ciekłego metalu na jej ścianki. Odpowiedź na to pytanie ma fundamentalne znaczenie przy produkcji nowych materiałów jakimi są kompozyty IPC. Jakość wyprodukowania takiego kompozytu w dużej mierze zależy od jakości preformy, której rolę pełni pianka korundowa. Zrealizowanie przedstawionego celu prowadzi do sformułowania tezy pracy: *Podczas procesu infiltracji pianki ciekłym metalem możliwe jest występowanie uszkodzeń spowodowane lokalnym pojawianiem się naprężeń rozciągających. Tego rodzaju naprężenia powodują powstawanie lokalnych pęknięć w ściankach komórek pianki. Korund jako materiał kruchy ma bardzo małą wytrzymałość na rozciąganie w stosunku do wytrzymałości na ściskanie, dlatego nawet bardzo małe odkształcenia powodują stopniowe pojawianie się uszkodzeń w piance.*

Zakres pracy

Udowodnienie tak postawionej tezy określa następujący zakres pracy, który obejmuje:

- badania mikrostruktury pianek korundowych wykonane metodą mikrotomografii komputerowej,
- wyznaczanie parametrów określających strukturę rzeczywistej pianki takich jak: porowatość, średnice zastępcze komórek i okienek pianki,

- badania eksperymentalne własności mechanicznych pianek korundowych o różnej porowatości (testy ściskania i rozciągania),
- budowa numerycznych modeli struktury pianki korundowej: modelu bazującego na płaskich zdjęciach otrzymanych z badań z użyciem mikrotomografii komputerowej, modelu o losowym rozkładzie komórek pianki oraz periodycznych modeli opartych o wartości średnie parametrów charakteryzujących rzeczywistą strukturę,
- opracowanie modelu konstytutywnego opisującego niesprężyste zachowanie litego korundu, z którego zbudowana jest analizowana pianka,
- przeprowadzenie symulacji numerycznych procesów deformacji pianki korundowej w celu określenia jej cech sprężystych oraz wytrzymałości na ściskanie wraz z ich weryfikacją doświadczalną,
- określenie przepuszczalności dla zaproponowanych numerycznych modeli struktur na podstawie symulacji CFD,
- wykonanie symulacji procesu infiltracji pianki korundowej ciekłym metalem.

Wynikiem końcowym rozprawy jest szczegółowa analiza deformacji i zniszczenia pianki korundowej podczas procesu infiltracji. Pozwala to określić bezpieczne parametry procesu infiltracji, tak aby pianka nie ulegała uszkodzeniu, co przekłada się bezpośrednio na jakość wyprodukowanego kompozytu IPC.

Literatura przedmiotu

3.1 Wstęp

Problem pojawiania się uszkodzeń w piance podczas procesu infiltracji ciekłym metalem jest aktualnym zagadnieniem ściśle związanym z produkcją kompozytów IPC. Dla tego typu materiałów jedną fazę stanowi pianka spełniająca rolę proformy, natomiast fazę drugą stanowi metal, który wypełnia pory pianki. Dzięki temu uzyskujemy kompozyt o dwóch ciągłych przenikających się fazach. Ciśnienie wymagane do infiltracji jest ograniczone przez wytrzymałość pianki (Konopka i Szafran, 2006). Zbyt wysokie ciśnienie, przekraczające wytrzymałość porowatego materiału, prowadzi do lokalnego powstawania uszkodzeń w jego ściankach. Numeryczne modelowanie opisanego problemu związane jest z następującymi zagadnieniami:

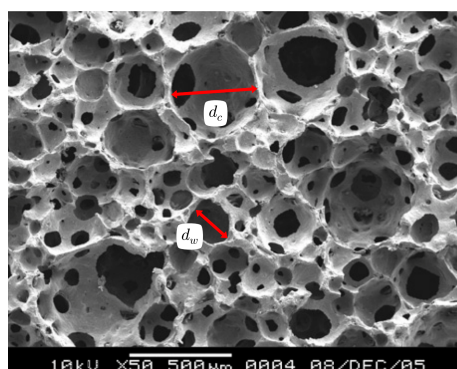
- określeniem parametrów rzeczywistej struktury pianki korundowej,
- budową modelu numerycznego struktury pianki,
- określenie modelu konstytutywnego litego materiału pianki i ciekłego metalu,
- wyznaczeniem własności mechanicznych pianki,
- przeprowadzeniem symulacji numerycznych procesu infiltracji w celu wyznaczenia ciśnień wymaganych do przeprowadzenia tego procesu.

Dla każdego z wymienionych zagadnień istnieje obszerna literatura, której najważniejsze pozycje zostały zaprezentowane w dalszej części tego rozdziału. Z uwagi na fakt, iż rozważana pianka korundowa otrzymywana jest stosowaną od niedawna metodą żelowania spienionej zawiesiny (Sepulveda, 1997), część przedstawionych pozycji literaturowych (szczególnie tych związanych z modelowaniem numerycznym) dotyczy podobnych pianek metalicznych czy polimerowych.

3.2 Rzeczywista struktura pianki korundowej

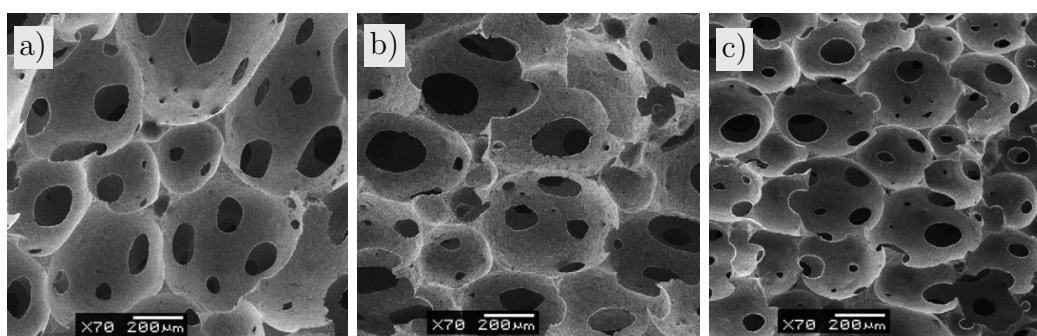
Pianki korundowe, będące przedmiotem rozważań niniejszej rozprawy, wytwarzane są nową metodą żelowania spienionej zawiesiny (Potoczek, 2008). Pianki produkowane

przy użyciu tej metody charakteryzują się porowatością od 60 do 95%. W dużym stopniu porowatość takich pianek jest porowatością otwartą¹ (ang. open porosity). Tylko niewielki procent całkowitej porowatości stanowi porowatość zamknięta. Pory (komórki) takich pianek mają średnicę rzędu kilkuset mikrometrów (Rys. 3.1), która oznaczona została symbolem d_c . Sąsiadujące pory połączone są porami przelotowymi (okienkami) o średnicy d_w rzędu kilkunastu mikrometrów. Występowanie porów przelotowych umożliwia przepływ cieczy lub gazu przez strukturę pianki. Kształt porów jest prawie idealnie sferyczny. Pory przelotowe mają natomiast kształt zbliżony do okręgu. Własność ta, pozwala opisywać geometrię przy użyciu promienia zastępczego² zarówno dla komórek r_c jak i okienek r_w .



Rys. 3.1: Zdjęcia SEM pianki korundowej o porowatości 85% z opisem komórki i okienka, (Mao et al., 2008). Średnice zastępcze oznaczono odpowiednio symbolem d_c dla komórki oraz d_w dla okienka.

Zdjęcia przedstawione na Rys. 3.2 wykonano za pomocą skaningowej mikroskopii elektronowej SEM (ang. Scanning Electron Microscopy). Pokazują one kolejną istotną cechę pianek wytwarzanych metodą spienionej zawiesiny. Wielkość komórek powiązana jest ściśle z porowatością pianki. Im porowatość pianki jest większa tym większe są jej komórki i odwrotnie. Ta sama zależność opisuje wielkość okienek w piance.

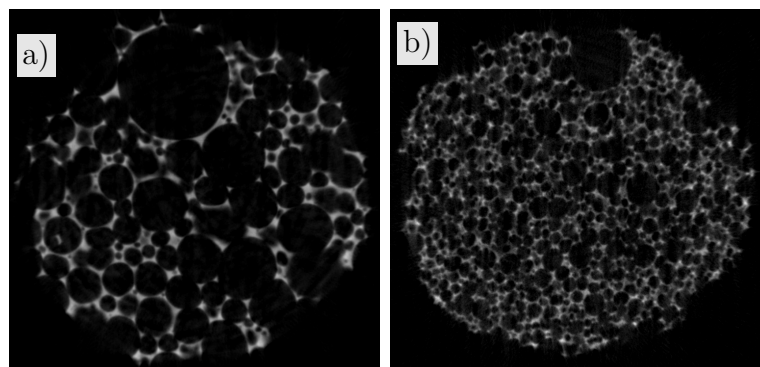


Rys. 3.2: Zdjęcia przekrojów poprzecznych pianek korundowych o porowatości: a) 90,0%, b) 88,2%, c) 85,7% wykonane przy użyciu SEM, (Potoczek, 2008).

¹Porowatość otwarta oznacza występowanie porów, które połączone są z sąsiednimi porami za pomocą okienek występujących w ściankach pianki (Gibson i Ashby, 1999).

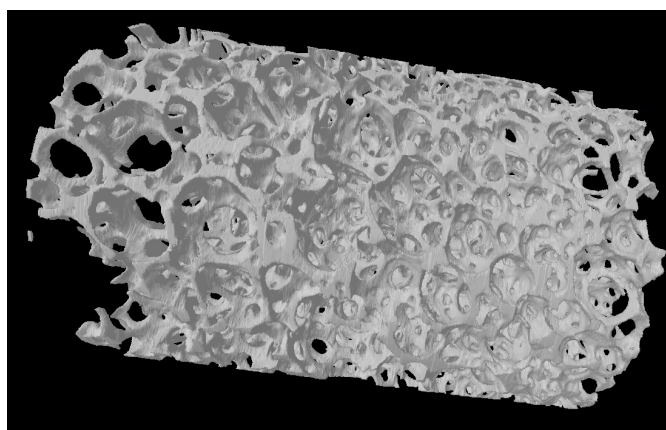
²W dalszej części niniejszej rozprawy wyrażenie "promień zastępczy" zastąpiono określeniem "promień".

Rozmieszczenie poszczególnych komórek w piance korundowej jest losowe i w związku z tym można uznać (w skali makroskopowej) piankę za izotropową. Wykonane zdjęcia przy użyciu mikrotomografii komputerowej dla pianki o porowatości 90% (Rys. 3.3) pokazują losowe rozmieszczenie komórek. Zdjęcia tego typu, stanowią niezbędne dane pozwalające określić zastępcze promienie komórek i okienek pianki, jak również określić kolejny ważny parametr struktury jakim jest grubość ścianek pianki.



Rys. 3.3: Typowe zdjęcia przekrojów poprzecznych pianek korundowych o porowatości 90%, wykonane przy użyciu mikrotomografii komputerowej, porowatość a) $\phi=90\%$, b) $\phi=79\%$, (Potoczek, 2012).

Uzyskane płaskie zdjęcia pozwalają na rekonstrukcję przestrzenną geometrii pianki (Rys. 3.4). Otrzymane obrazy 3D potwierdzają losową budowę pianki oraz uwidaczniają kształt okienek łączących komórki pianki.



Rys. 3.4: Rekonstrukcja geometrii pianki korundowej o porowatości 90%, (Potoczek, 2012).

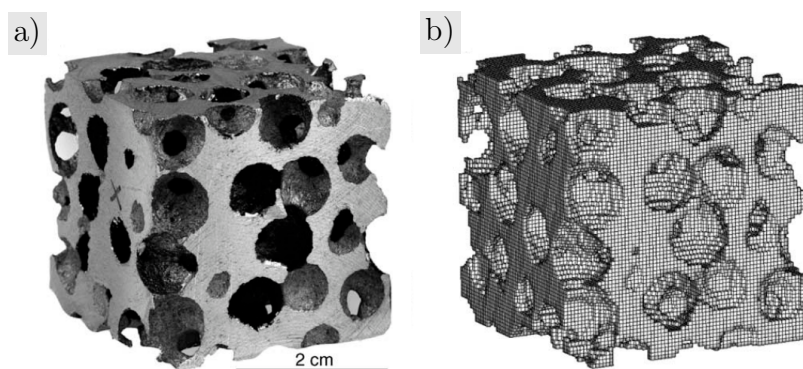
3.3 Numeryczny model struktury pianki

Bazując na danych literaturowych zawartych w monografii *"Cellular Ceramics Structure, Manufacturing, Properties and Applications"* (Scheffler i Colombo, 2005) można stwierdzić, że głównymi modelami numerycznymi opisującymi rzeczywistą geometrię pianek są:

- modele, które bazują na rzeczywistej strukturze otrzymanej dzięki zastosowaniu mikrotomografii komputerowej,
- modele periodyczne, opisujące geometrię pianki za pomocą jednostkowej komórki,
- modele losowe, które przybliżają rzeczywistą geometrię losowo rozmieszczonymi komórkami o określonym kształcie.

Modele oparte na mikrotomografii komputerowej

Jednym ze sposobów wygenerowania numerycznego modelu geometrii pianki korundowej jest technika opisana w pracach (Wicklein i Thoma, 2005), (Veyhl et al., 2011). Wykorzystuje ona mikrotomografię komputerową do wykonania serii zdjęć przekrojów poprzecznych badanej próbki pianki. W dalszym etapie zdjęcia te są łączone ze sobą w celu uzyskania przestrzennej geometrii (Rys. 3.5).



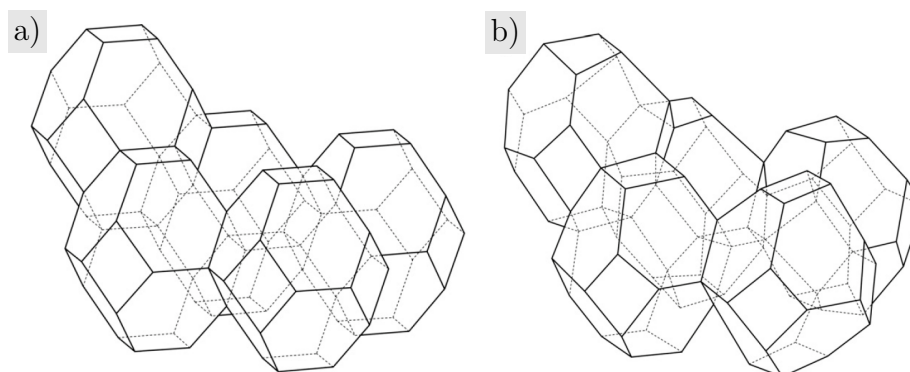
Rys. 3.5: a) Otwarto-komórkowa pianka aluminiowa. b) Numeryczny model pianki bazujący na zdjęciach pochodzących z mikrotomografii komputerowej, (Wicklein i Thoma, 2005).

Otrzymana geometria składa się z połączonych ze sobą sześcianów (wokseli), które w bezpośredni sposób można utożsamiać z sześciennym elementem skończonym. Tym samym uzyskiwana jest cała siatka elementów skończonych, niezbędna do wykonania symulacji MES. Technika ta ma pewne wady, między innymi wpływ rozdzielczości otrzymanego modelu na wyniki symulacji numerycznych (Maire et al., 2003). Problem ten, można rozwiązać poprzez wygładzenie specjalnymi algorytmami kanciastej siatki (Michailidis et al., 2010), (Zhang et al., 2012). Jednym z ciekawszych rozwiązań wygładzania jest metoda przedstawiona w (Yoo, 2011) bazująca na krzywych typu splajn. Rozwijane są również specjalistyczne programy (ScanIP, Iso2Mesh) do tworzenia siatki elementów skończonych bazujących na zdjęciach μ CT dla różnego rodzaju materiałów porowatych (Jeon et al., 2010).

Modele periodyczne

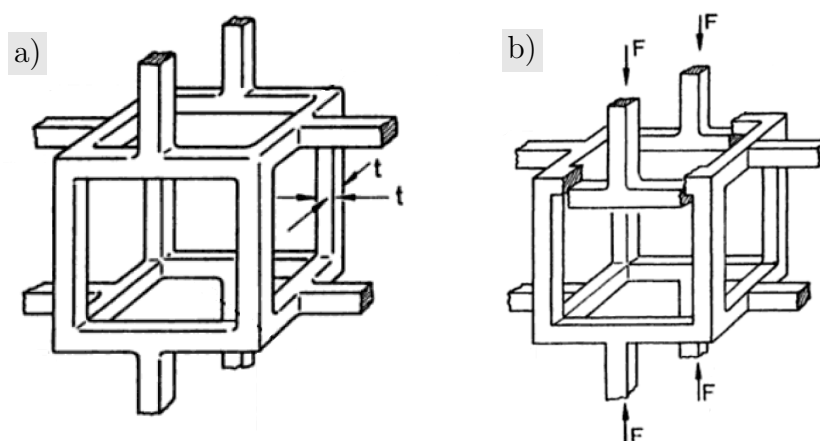
Jednym z najpopularniejszych periodycznych modeli geometrii pianki jest model komórki Kelvina (Thompson, 1887), który z dobrym przybliżeniem odzwierciedla zachowanie rzeczywistej struktury dla wielu rodzajów pianek. Na bazie tego modelu powstały

kolejne wersje (Huu et al., 2009), (Sullivan et al., 2008), które w coraz lepszy sposób odzwierciedlają zachowanie rzeczywistych pianek. Na przykład w pracy (Huu et al., 2009) zmodyfikowane zostały przekroje poprzeczne prętów łączące poszczególne ścianki komórki Kelwina, które lepiej odzwierciedlają rzeczywistą strukturę. Poczynione zostały również pewne modyfikacje w celu opisu anizotropii rzeczywistych pianek poprzez wydłużenie komórki Kelwina w jednym kierunku i perturbacji położenia jej węzłów (Rys. 3.6).



Rys. 3.6: a) Pięć anizotropowych komórek Kelwina a) wydłużonych w kierunku pionowym. b) z dodatkową perturbacją położenia węzłów, (Jang et al., 2008).

Do opisu deformacji pianek ceramicznych o porowatości otwartej Gibson i Ashby zaproponowali kubiczną komórkę przestawioną na rysunku Rys. 3.7. Komórka składa się z połączonych ze sobą belek o przekroju kwadratowym tworzących przestrzenną kratownicę.



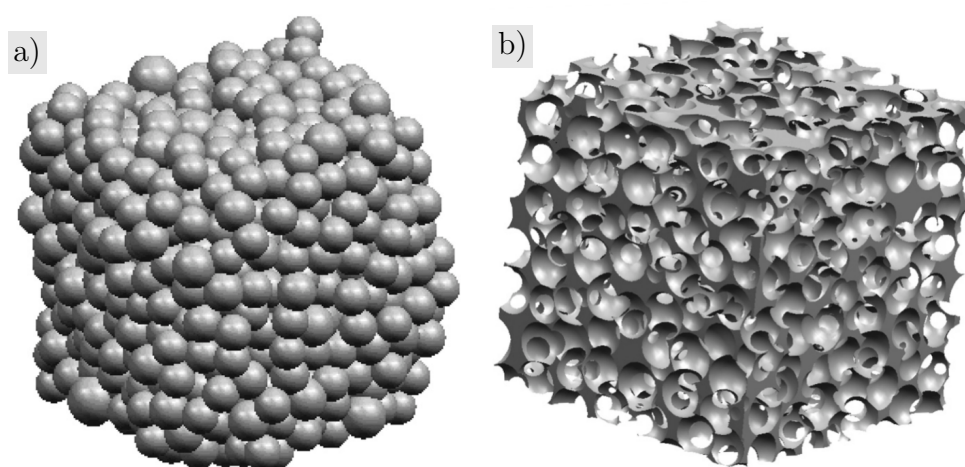
Rys. 3.7: a) Komórka GA, b) deformacja komórki GA dla przypadku materiału kruchego, (Gibson i Ashby, 1999)

Osobną grupę periodycznych komórek stanowią modele oparte na systemach krystalograficznych typu *sc*, *bcc* czy *fcc*, które modelowane są jako połączone ze sobą belki (Luxner et al., 2005) lub pełne trójwymiarowe modele (Kikuchi et al., 2011), (Sanders i Gibson, 2003), (Peng et al., 2000), (Vesenjак et al., 2008), w których węzły siatki krystalograficznej odpowiadają rozmieszczeniu porów w piance. Heksagonalny, trójwymiarowy rodzaj komórki został omówiony w pracy (Smorygo et al., 2011). Inne trójwymiarowe modele komórek periodycznych (Sihna i Roy, 2004), (Fiedler et al., 2005), (Kowalczyk, 2003)

przybierają różnorodne kształty wynikające z obserwacji rzeczywistych struktur materiałów porowatych. Coraz częściej wprowadza się do komórek periodycznych różne wielkości porów (Kou et al., 2008) lub mikropory w ściankach komórek pianek (Li et al., 2003).

Modele losowe

Trójwymiarowe modele o losowym rozkładzie porów w piance pojawiły się wraz z rozwojem narzędzi typu CAD. Możliwość programowania i pisania własnych skryptów pozwoliła na uzyskiwanie skomplikowanych geometrii poprzez wykonywanie prostych operacji boolowskich na bryłach. Struktura materiału porowatego uzyskana jest poprzez generowanie kulistych porów, które w kolejnym kroku są odejmowane od danej objętości materiału litego (Guessasma et al., 2008), (Kirca et al., 2007).



Rys. 3.8: Model struktury pianki węglowej o wymiarach ($4\text{mm} \times 4\text{mm} \times 4\text{mm}$) wygenerowany przy użyciu programu CATIA, a) rozmieszczenie sferycznych porów, model pianki otrzymany w wyniku operacji odjęcia porów od sześcianu, (Kirca et al., 2007).

Porowatość materiału kontrolowana jest przez liczbę porów oraz ich wzajemne zachodzenie na siebie. Zamiast kul można użyć cylindrów o zmiennym polu przekroju wzdłuż wysokości (Storm et al., 2013) lub elipsoid (De Giorgi et al., 2010). Istnieją również różne algorytmy, których celem jest jak najgęstsze upakowanie komórek w losowy sposób (James et al., 2010), (Kirca et al., 2007). Często losowe struktury rzeczywistych pianek opisywane są z użyciem teselacji Laguerre (Redenbach, 2009), (Wu et al., 2010), (Hardenacke i Hohe, 2010), (Kanaun i Tkachenko, 2006), która jest modyfikacją diagramów Voronoia 3D uwzględniającą różne wagi dla punktów w przestrzeni.

3.4 Model konstytutywny litego korundu

Prawidłowy model konstytutywny dla materiału pianki ma decydujący wpływ na uzyskane rezultaty obliczeń numerycznych. Korund, z którego zbudowana jest pianka należy do grupy materiałów izotropowych, kruchych, o dużej różnicy wytrzymałości między rozciąganiem a ściskaniem. Istnieje szereg modeli konstytutywnych opisujących taki rodzaj

materiału (Lubliner et al., 1989), (Lee i Fenves, 1998), (Holmquist et al., 2001). Najczęstszym sformułowaniem związku dla materiału kruchego jest klasyczna teoria plastyczności z uszkodzeniami. Parametry uszkodzenia są wielkościami skalarnymi zależnymi od stanu i znaku naprężenia.

3.5 Własności mechaniczne pianki korundowej

Weryfikacja zaprezentowanych w sekcji 3.3 modeli struktur materiałów porowatych odbywa się najczęściej poprzez porównanie otrzymanych z modelu własności mechanicznych z danymi doświadczalnymi (Roberts i Garboczi, 2002). Do najczęściej określanych własności mechanicznych pianek należą:

- moduł Younga, E_p ,
- współczynnik Poissona, ν_p ,
- wytrzymałość na ściskanie, σ_{Yp}^C ,
- przepuszczalność, k_1 .

Najbardziej znanym modelem opisującym zachowanie ceramicznych pianek jest model GA (Gibson i Ashby, 1999), który przedstawiony został na Rys. 3.7. Na bazie tego modelu zostały wyprowadzone następujące wzory na określenie stałych sprężystości:

$$\frac{E_p}{E_s} = C_1 \left(\frac{\rho_p}{\rho_s} \right)^2, \quad \frac{G_p}{E_s} = C_2 \left(\frac{\rho_p}{\rho_s} \right)^2, \quad \nu_p = C_3. \quad (3.1)$$

gdzie $C_1 \approx 1$, $C_2 \approx \frac{3}{8}$, $C_3 \approx \frac{1}{3}$.

Wytrzymałość na ściskanie wyraża następująca zależność:

$$\frac{\sigma_{Yp}^C}{\sigma_{Ys}^C} = C_6 \left(\frac{\rho_p}{\rho_s} \right)^n, \quad C_6 \approx 0.65, \quad n = \frac{3}{2}. \quad (3.2)$$

Oprócz modeli analitycznych (dla bardziej złożonych struktur) wykonywane są symulacje numeryczne testu ściskania pozwalające określić moduł Younga, współczynnik Poissona, a także wytrzymałość na ściskanie, (Nieh et al., 2000), (Zhou et al., 2004), (Michailidis et al., 2010). Badana jest również izotropowość modeli poprzez wykonywanie testu ściskania dla różnych orientacji (D'Angelo et al., 2013). Dla periodycznych modeli wykonywane są analizy zaburzeń periodyczności (Jang et al., 2010) mające na celu określenie wpływu nieuporządkowania na własności mechaniczne oraz mechanizmy zniszczenia (Andrews et al., 1999), (Hodge i Dunand, 2003).

3.5.1 Badania doświadczalne

Dokładne wyznaczenie wartości modułu Younga E_p dla pianek korundowych jest trudnym zadaniem. Techniki eksperymentalne opierające się na wynikach testu ściskania w postaci krzywych odkształcenie-naprężenie nie są odpowiednie do tego celu. Wynika to przede wszystkim z kruchej natury korundu. Podczas deformacji pojawiają się mikro-uszkodzenia spowodowane lokalizacją naprężeń w ściankach szkieletu pianki. Zjawisko to

powoduje zaniżony pomiar modułu Younga, dlatego moduł Younga pianek korundowych wyznaczany jest za pomocą metody DRM (ang. Dynamic Resonance Method) (Ortega et al., 2006). Wyniki doświadczalne modułów Younga uzyskane przy użyciu wspomnianej metody określa następująca zależność:

$$E_p(\phi) = (1 - k\phi + (k - 1)\phi^2), \quad k = \frac{15}{7} \left(\frac{1 - \frac{5}{7}}{1 - \nu_s} \right) \nu_s \quad (3.3)$$

gdzie E_p oznacza moduł Younga pianki korundowej, a ν_s współczynnik Poissona litego korundu. Dla $\nu_s = 0.27$ wzór (3.3) najlepiej aproksymuje wartości uzyskane doświadczalnie.

Przepuszczalność pianki korundowej stanowi jedną z ważniejszych właściwości mechanicznych tego materiału. Parametr ten ma decydujące znaczenie w zastosowaniu pianek jako filtrów do cieczy lub gazów. Przepuszczalność określa zdolność materiału do transportowania płynu. Przepuszczalność dla pianek zgodnie z danymi literaturowymi określana jest za pomocą dwóch równań przepływu: Darcy'ego i Forchheimera (Mohsen-Karimian i Straatman, 2008). Prawo Darcy'ego wyraża się następującą zależnością

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{\mu}{k_1} v \quad (3.4)$$

gdzie:

μ - lepkość przepływającej cieczy lub gazu

v - prędkość przepływu k_1 - przepuszczalność Darcy'ego L - oznacza długość pomiarową próbki mierzoną w kierunku przepływu.

Prawo Forchheimera definiuje następującą zależność

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{\mu}{k_1} v + \frac{\rho_m}{k_2} v^2 \quad (3.5)$$

gdzie: ρ_m - gęstość przepływającego gazu lub cieczy, k_2 - przepuszczalność uwzględniająca przepływ turbulentny.

3.6 Proces infiltracji

Pierwszą grupę prac opisujących proces infiltracji stanowią badania z zakresu wytwarzania kompozytów IPC (Pietrzak et al., 2007), (Szafran et al., 2002), (Konopka i Szafran, 2006). Istnieje szereg materiałów, które można łączyć ze sobą w celu uzyskania kompozytu o nowych własnościach. Dla przykładu, połączenie pianki aluminiowej z polimerem zostało opisane w (Jhaver i Tippur, 2009), połączenie miedzi z korundem (Poniżnik et al., 2008), pianki korundowej z aluminium (Potoczek i Śliwa, 2011). Z punktu widzenia procesu infiltracji możemy wyróżnić jej dwa rodzaje: ciśnieniowa (Peng et al., 2004), (San Marchi et al., 2003), polegająca na wymuszeniu ruchu ciekłego we wnętrze porów pianki za pomocą zewnętrznego ciśnienia oraz bezciśnieniowa, w której metal sam penetruje wnętrze pianki (Binner et al., 2009).

Osobna grupa prac dotyczy badania przepływu cieczy lub gazu przez sztywny po-

rowaty materiał. Rozwiniętych zostało szereg modeli (Lu i Lee, 1999), (Boomsma et al., 2003), (Kopanidis et al., 2010), które opisują zachowanie cieczy przepływającej przez porowaty materiał. Głównymi wynikami takich symulacji są zależności przepuszczalności i spadku ciśnienia od wewnętrznej struktury materiału porowatego (Mills, 2005), (Hutter et al., 2011), (Mohsen-Karimian i Straatman, 2008). Analityczne rozwiązanie procesu infiltracji próbki cylindrycznej pod wpływem sił kapilarnych i sił napięcia powierzchniowego podano w (Lianxi et al., 1999), (Martins et al., 1988), (Lacoste et al., 2002), (Patro i Jayaram, 2008). Infiltracje bardziej skomplikowanych struktur są symulowane z użyciem metody elementów skończonych (Ambrosi i Preziosi, 2000), (Tavakoli et al., 2006), (Schwarze et al., 2011). Ciekły metal może być traktowany jako ciecz newtonowska a przepływ opisany równaniami Naviera-Stokesa z dodatkowym uwzględnieniem efektów związanych ze zwilżalnością i napięciem powierzchniowym (Brackbill et al., 1992), (metoda volume of fluid ANSYS/FLUENT).

3.7 Podsumowanie

Przestawiona w tym rozdziale literatura dotyczy wielu aspektów począwszy od technik modelowania struktur materiałów porowatych aż po proces ich infiltracji ciekłym metalem. Niemniej jednak, niewiele zaprezentowanych pozycji odnosi się ściśle do pianek korundowych wytwarzanych metodą spienionej zawiesiny. Po pierwsze, brak jest poprawnego modelu opisującego strukturę takich pianek. Istniejące modele nie dają dobrych przewidywań własności mechanicznych. Po drugie, produkcja nowych materiałów jakimi są kompozyty IPC wymaga odpowiedniej jakości końcowego produktu. W literaturze brak jest pozycji odnoszących się do modeli numerycznych pozwalających określić stopień uszkodzenie korundowej pianki, który doświadczalnie jest trudny w obserwacji.

4

Modelowanie geometrycznej struktury pianki korundowej

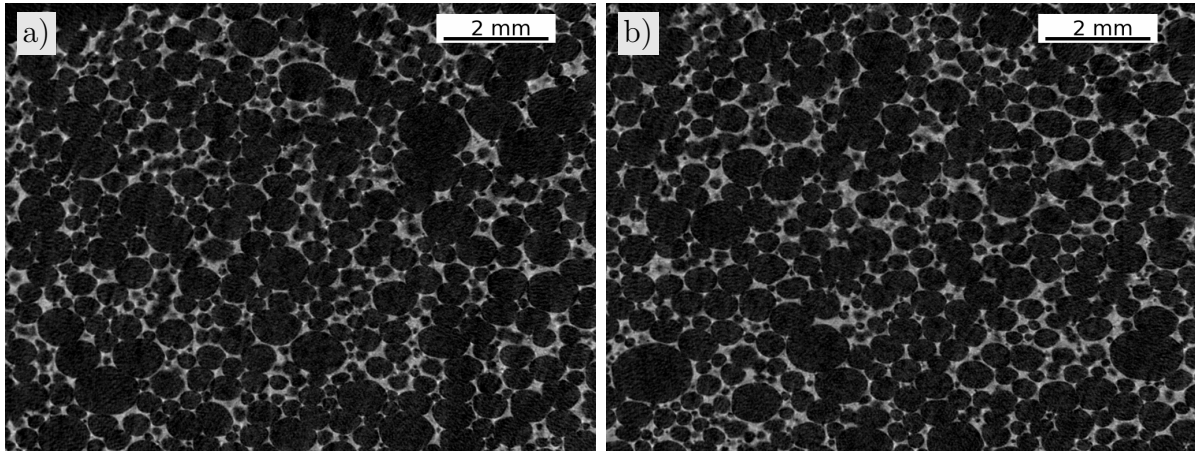
4.1 Wstęp

Rozdział ten przedstawia szczegółowe aspekty tworzenia numerycznych modeli struktur pianek korundowych zarówno dla porowatości otwartej jak i zamkniętej. Pierwsza część rozdziału poświęcona jest zagadnieniom związanym z wyznaczeniem parametrów opisujących rzeczywiste struktury pianek korundowych, które otrzymywane są metodą żelowania spienionej zawiesiny. W kolejnych częściach zawarte są propozycje modeli numerycznych opisujących wspomniane struktury piankowe. Poprawny model numeryczny, upraszczający rzeczywistą strukturę pianki z zachowaniem istotnych jej cech, stanowi podstawowe i niezbędne narzędzie do dalszego etapu badań.

4.2 Parametry rzeczywistej struktury pianki

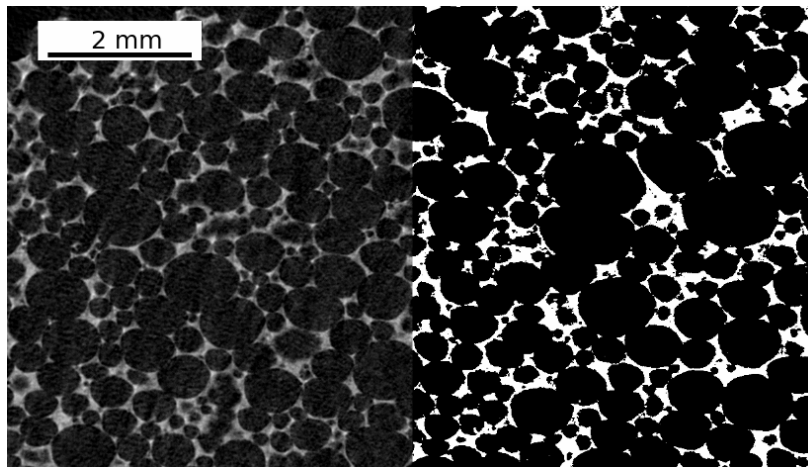
Badania doświadczalne pianki korundowej o porowatości 86%¹ zostały przeprowadzone w IPPT PAN z wykorzystaniem mikrotomografu komputerowego X-Ray Microtomograph SKYSCAN 1174. W celu uzyskania zdjęć o optymalnym stosunku rozdzielczości do wymiarów badanej próbki przyjęto wymiar piksela równy 8,08146 μm . Pozwoliło to na uzyskanie serii zdjęć (ok. 1100) o wymiarze 1536 \times 1164 pikseli obrazujących strukturę pianki o wymiarach 11 \times 8 \times 8 mm Rys. 4.1. Wielkości przyjętego rozmiaru piksela została również porównana z najmniejszym wymiarem charakterystycznym ścianek komórek pianki. Dla pianki korundowej o porowatości 86% wymiar ten wynosi około 30 μm , co w przeliczeniu na piksele daje wartość 4 px. Dzięki temu uzyskane zdjęcia w szczegółowy sposób obrazują wewnętrzną strukturę pianki bez pominięcia jej istotnych cech.

¹Porowatość została wyznaczona doświadczalnie metodą ważenia hydrostatycznego.



Rys. 4.1: Zdjęcia przekrojów poprzecznych pianki korundowej o porowatości 86,0%, wykonane przy użyciu mikrotomografii komputerowej a) przekrój w $1/4$ wysokości, b) przekrój w $1/2$ wysokości (Nowak et al., 2013).

Każdy z otrzymanych skanów został w pierwszej kolejności przekonwertowany do zdjęcia w odcieniach szarości gdzie wartość 0 oznacza kolor czarny, natomiast wartość 255 kolor biały. Dla każdego zdjęcia ustalona została wartości progowa rozdziału faz równa 75. Każdy piksel o wartości mniejszej niż 75 zaliczony został do porów pianki (kolor czarny), natomiast pozostałe piksele o wartości większej lub równej 75 zostały zaliczone do materiału pianki (kolor biały, Rys. 4.2).



Rys. 4.2: BINARYZACJA zdjęcia pianki korundowej o porowatości 86% do zdjęcia czarno-białego w celu wydzielenia dwóch faz: materiału pianki - kolor biały, pustek-kolor czarny.

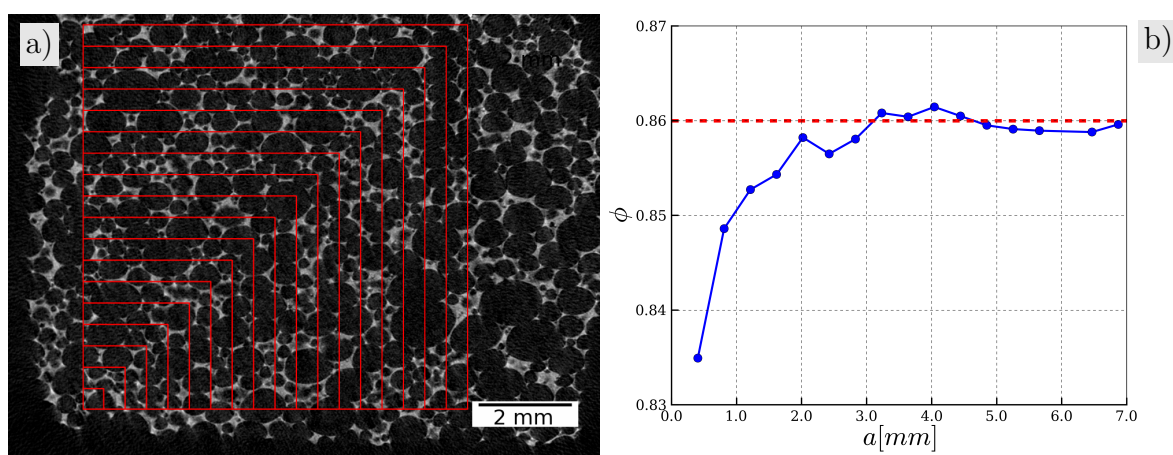
Wartość progowa rozdziału faz została ustalona tak, aby porowatość liczona dla całego obszaru próbki zgodnie ze wzorem (4.1) była równa wartości zmierzonej eksperymentalnie. Wzór określający porowatość obszaru prostokątnego uzyskanego na bazie zdjęć przekrojów poprzecznych przyjmuje następującą postać

$$\phi = \frac{\sum_{k=1}^N \sum_{i=a_1}^{a_2} \sum_{j=b_1}^{b_2} pix(k, i, j)}{\sum_{k=1}^N \sum_{i=a_1}^{a_2} \sum_{j=b_1}^{b_2}}, \quad (4.1)$$

gdzie N odpowiada liczbie analizowanych zdjęć, i, j oznacza współrzędne położenia piksela na danym zdjęciu, a a_1, a_2, b_1, b_2 oznaczają odpowiednio minimalną i maksymalną współrzędną piksela w kierunku poziomym i pionowym. Funkcja $pix()$ wyraża się następującym wzorem

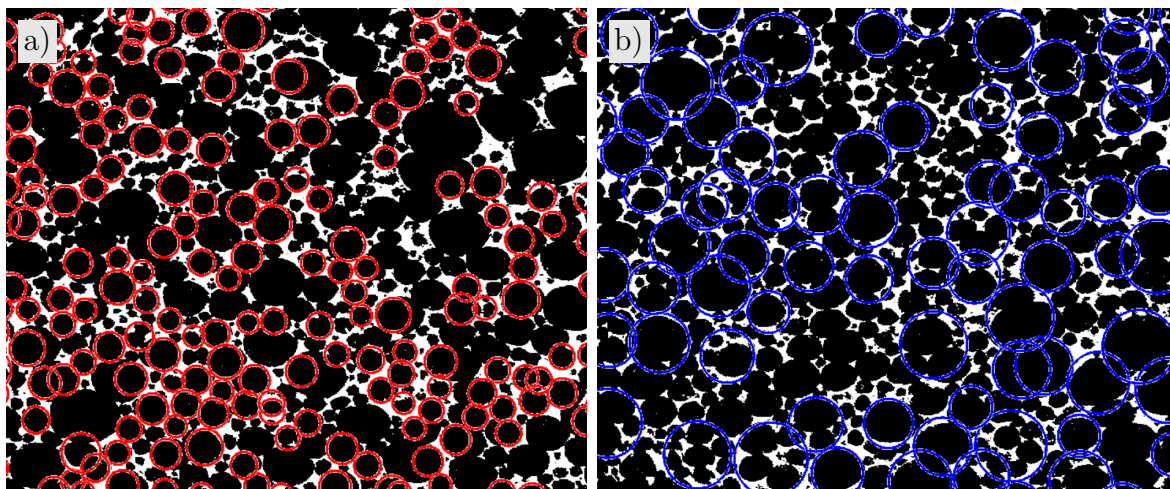
$$pix(k, i, j) = \begin{cases} 1 & \text{jeżeli } pix(k, i, j) < 75 \\ 0 & \text{jeżeli } pix(k, i, j) \geq 75 \end{cases} \quad (4.2)$$

Zaprezentowany wzór na porowatość (4.1) zależy od przyjętych wartości parametrów a_1, a_2, b_1, b_2 , które określają minimalne i maksymalne wartości współrzędnych pikseli oraz liczby analizowanych zdjęć N . Porowatość zależy więc od obszaru na bazie którego została obliczona. Im analizowany obszar jest większy, tym obliczona porowatość jest bliższa wartości uzyskanej doświadczalnie (Rys. 4.3). Dla wartości $a > 2.0$, która reprezentuje wymiar boku sześciangu, dla którego liczona jest porowatość, można stwierdzić, że wpływ wielkości obszaru na uzyskaną porowatość jest pomijalny. Tym samym minimalny wymiar RVE dla pianki o porowatości 86% powinien być większy niż wspomniana wartość boku sześciangu.



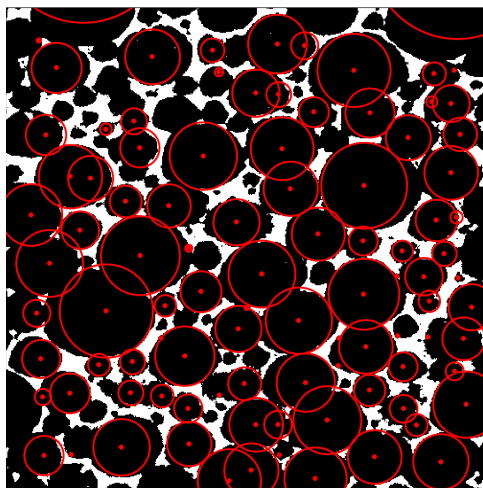
Rys. 4.3: a) Brzozy rozpatrywanych kwadratowych obszarów dla pianki korundowej o porowatości 86% na bazie których wyznaczona została porowatość. b) Wpływ wielkości obszaru sześciennego o boku a na obliczoną porowatość.

Określenie promieni zastępczych komórek oraz okienek pianki dla płaskich zdjęć zostało wykonane z zastosowaniem algorytmu detekcji obszarów kołowych (Atherton i Kerbyson, 1999) dostępnym w programie MATLAB. Opracowana została również własnej procedura detekcji promieni komórek, której algorytm został stanowi załącznik A.1 niniejszej pracy. Wynik przeprowadzonych obliczeń z użyciem programu MATLAB został przedstawiony na Rys. 4.4. Obliczenia zostały przeprowadzone w dwóch częściach. Część pierwsza dotyczyła detekcji obszarów kołowych o maksymalnym promieniu równym 40 px. Część druga dotyczyła pozostałego przedziału wielkości promieni.



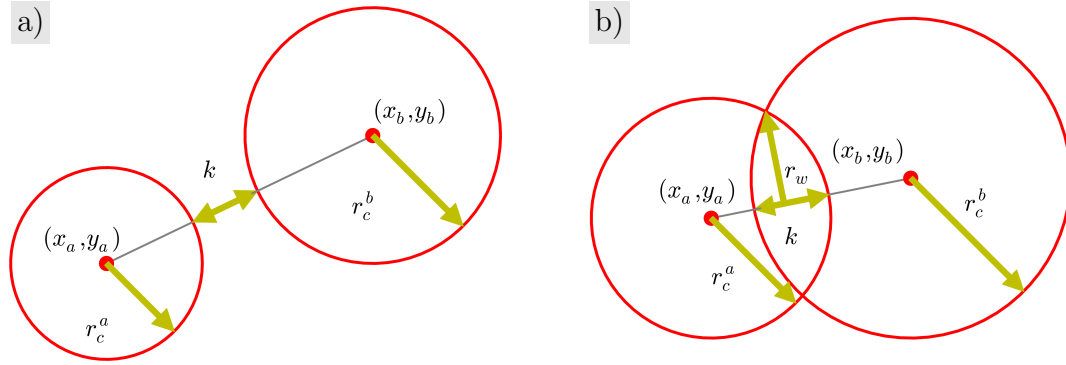
Rys. 4.4: Detekcja promieni komórek dla płaskiego zdjęcia μ CT z użyciem programu MATLAB dla promieni a) mniejszych od 40 px, b) większych od 40 px.

Detekcję obszarów kołowych z użyciem własnej procedury przedstawia Rys. 4.5. Obliczenia wykonane zostały z wykorzystaniem biblioteki PIL (ang. Python Imaging Library) dla języka programowania PYTHON.



Rys. 4.5: Detekcja obszarów kołowych dla płaskiego zdjęcia μ CT z wykorzystaniem własnego algorytmu.

Obrysowane granice obszarów kołowych (ścianek pianki) tworzą zbiór zachodzących na siebie okręgów, dla których możemy wyróżnić dwie sytuacje przedstawione na Rys. 4.6. Przedstawione okręgi mogą znajdować się w pewnej odległości od siebie lub przecinać się w dwóch punktach, zachodząc na siebie. Wielkość zachodzenia dwóch okręgów opisuje parametr k .



Rys. 4.6: Dwie sytuacje wzajemnego położenia okręgów, a) okręgi nie mające części wspólnej - rozłączne zewnętrznie, b) okręgi przecinające się w dwóch punktach.

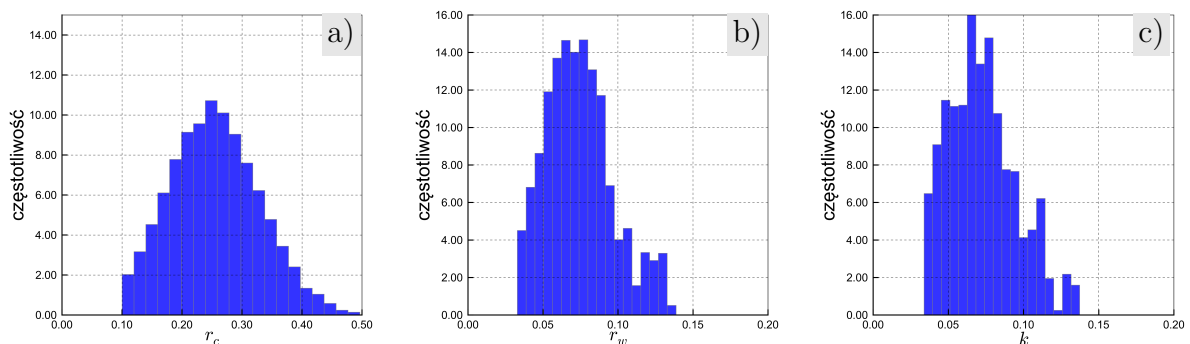
Znając współrzędne położenia środka każdego ze znalezionych okręgów oraz jego promień, można wyznaczyć promień okienka stosując następujący wzór

$$r_w = \frac{\sqrt{2k(-\frac{1}{2}k + r_c^a)(-\frac{1}{2}k + r_c^b)(-k + r_c^a + r_c^b)}}{-k + r_c^a + r_c^b}. \quad (4.3)$$

Parametr k w sytuacji gdy okręgi się przecinają określa wielkość ich zachodzenia. Dla okręgów, które nie przecinają się, a są dla siebie sąsiadami² parametr k określa grubość ścianki komórki pianki

$$k = r_c^a + r_c^b - \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}. \quad (4.4)$$

gdzie x_a, y_a, x_b, y_b to współrzędne położenia środków okręgów, r_c^a, r_c^b oznaczają ich promienie, r_w określa promień okienka. Uzyskane rozkłady promieni komórek i okienek a także grubości ścianek zostały przedstawione na kolejnych rysunkach.



Rys. 4.7: Rozkład a) promieni komórki b) promieni okienka, c) grubości ścianek, dla pianki korundowej o porowatości 86%³.

Analogiczne badania zostały przeprowadzone dla pianki o porowatości 90%³, dzie-

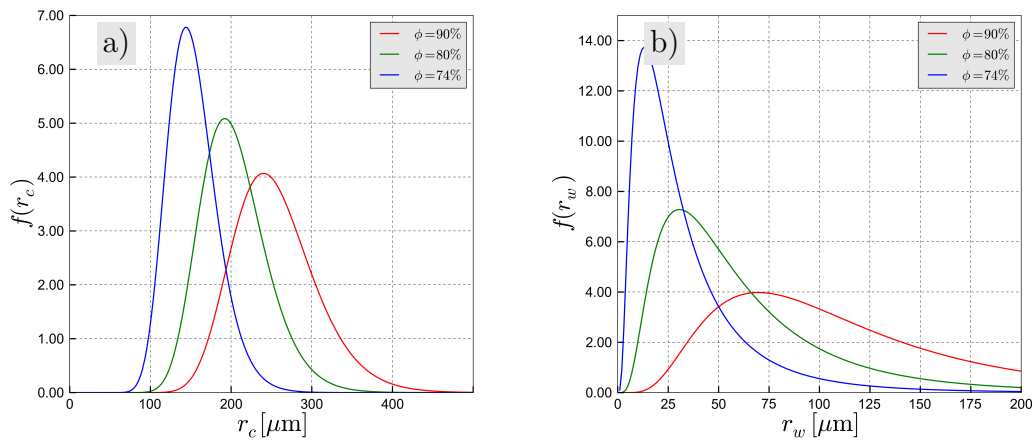
²Sąsiedztwo wyznaczane jest na podstawie teselacji Laguerre (Redenbach, 2009).

³Zdjęcia pianki z użyciem mikrotomografu zostały otrzymane dzięki uprzejmości Pana Marka Potoczka z Politechniki Rzeszowskiej.

ki którym uzyskano rozkłady częstotliwości promieni komórek, okien i grubości ścianek. Dla uzyskanych rozkładów częstości komórek pianki i okienek zastał dopasowany rozkład gęstości prawdopodobieństwa. Z uwagi na brak symetrii w prezentowanych wynikach (Rys. 4.7) przyjęto rozkład logarytmiczno normalny, którego gęstość wyraża wzór

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma_{log}\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(\ln(x) - \mu_{log})^2}{2\sigma_{log}^2} \right] \quad (4.5)$$

Parametry dla tego rozkładu (σ_{log}, μ_{log}) wyznaczono metodą najmniejszych kwadratów. Wykres uzyskanych gęstości rozkładu prawdopodobieństwa komórek i okienek pianki przedstawia Rys. 4.8. Wraz ze wzrostem porowatości obserwowana wartość średniej zarówno komórek jak i okienek pianki wzrasta.



Rys. 4.8: Gęstość rozkładu logarytmiczno normalnego dla a) promienia komórek pianki, b) promienia okienek pianki. Parametry rozkładu zostały określone przez dopasowanie krzywej rozkładu do wyników doświadczalnych z użyciem metody najmniejszych kwadratów.

Szczegółowe zestawienie otrzymanych parametrów dla rozkładu logarytmiczno - normalnego zawiera Tab. 4.1, w której wyszczególnione zostały wartości odchylenia standardowego oraz średniej w zależności od porowatości.

Porowatość, [%]	wartość średnia μ_{log} , [μm]	odchylenie standardowe σ_{log} , [μm]
90	256	80
80	190	33
74	78	32

Tab. 4.1: Zestawienie uzyskanych wartości średniej oraz odchylenia standardowego promieni komórek dla pianki korundowej w zależności od jej porowatości.

Podsumowaniem zaprezentowanych badań nad strukturą pianki jest lista mierzalnych parametrów takich jak:

- **porowatość** - którą można wyznaczyć metodą ważenia hydrostatycznego (metoda Archimedesesa) polegającą na określeniu objętości próbki z różnicy jej ciężaru w

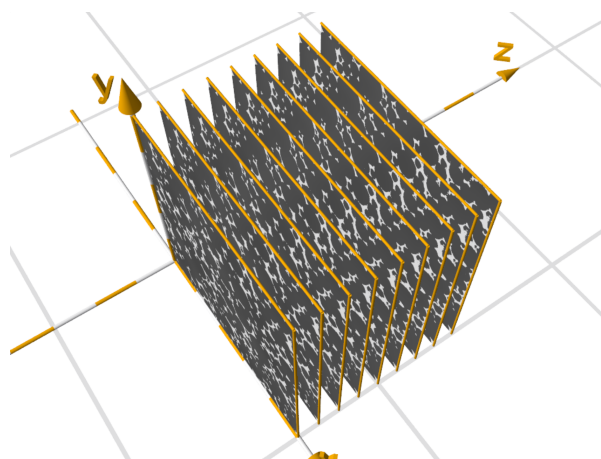
powietrzu i cieczy (wodzie),

- **promień zastępczy komórek** - dokładniej rozkład częstości promieni zastępczych komórek znajdujących się w mierzonej objętości pianki,
- **promień zastępczy okienek** - dokładniej rozkład częstości promieni zastępczych okienek w danej objętości,
- **grubość ścianek** - rozkład częstości grubości ścianek w danej objętości określany na podstawie zdjęć z mikrotomografu.

Porowatość można również określić na podstawie uzyskanych zdjęć z mikrotomografu jako sumę poszczególnych wokseli (ang. volumetric element, w skrócie voxel) tworzących strukturę pianki. Wymienione rozkłady promieni zastępczych dla okienek i komórek pianki można otrzymać z analizy płaskich obrazów pochodzących z mikrotomografu. Dodatkowo w przypadku promieni okienek ich rozkład można wyznaczyć przy użyciu metody poryzometrii rtęciowej⁴.

4.3 Model oparty na mikrotomografii

Przystawione w poprzednim rozdziale dane eksperymentalne z mikrotomografu w postaci serii płaskich zdjęć posłużyły do budowy modelu struktury pianki korundowej. Każde zdjęcie zostało przetworzone zgodnie z wcześniej opisaną procedurą do wyznaczenia dwóch faz Rys. 4.2. W kolejnym kroku, każdemu pikselowi nadano odpowiednią wysokość wynikającą z częstości zapisu zdjęć podczas badań doświadczalnych. Uzyskana została w ten sposób cienka warstwa sześciątów (wokseli) połączonych ze sobą Rys. 4.9.

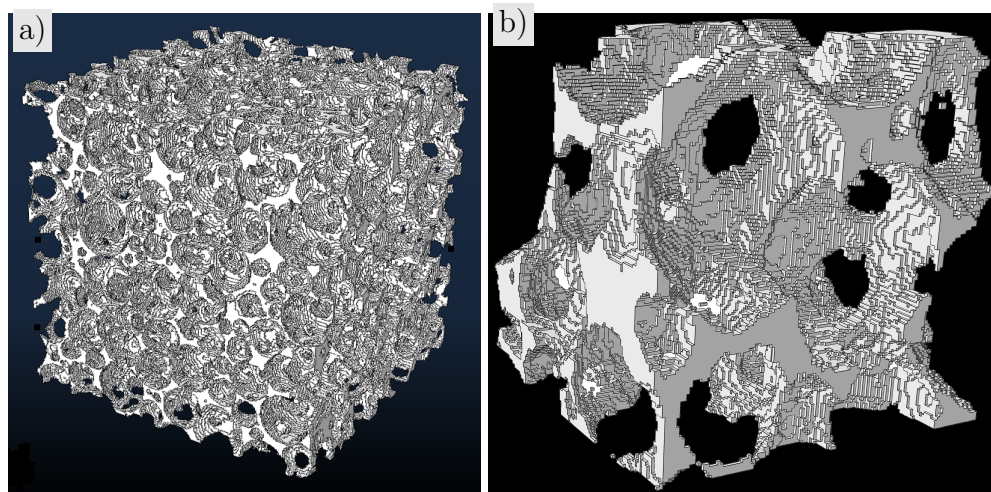


Rys. 4.9: Łączenie serii zdjęć płaskich przekrojów pianki w trójwymiarowy model

Procedura sklejania przetworzonych zdjęć wykonana została przy użyciu programu ABAQUS. Każdemu wokselowi zostały przypisane współrzędne (x_w, y_w) , które określają

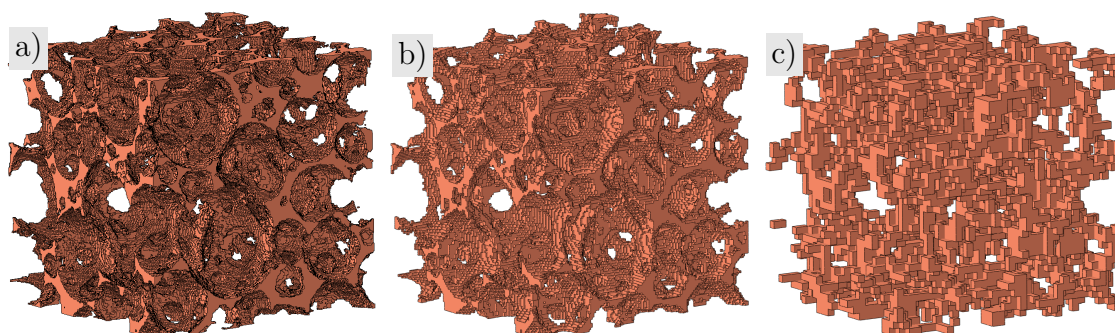
⁴Metoda poryzometrii rtęciowej polega na wtłaczaniu pod ciśnieniem rtęci do wnętrza pianki. Zmierzona wartość ciśnienia przeliczana jest na promień okienek łączących komórki pianki.

położenie woksela na zdjęciu oraz współrzędną z_w , która odpowiada numerowi zdjęcia pomnożonej przez wysokość woksela. Znając współrzędne oraz wymiary woksela zbudowany został model, który zamienia każdy piksel na sześcienną geometrię (Rys. 4.10).

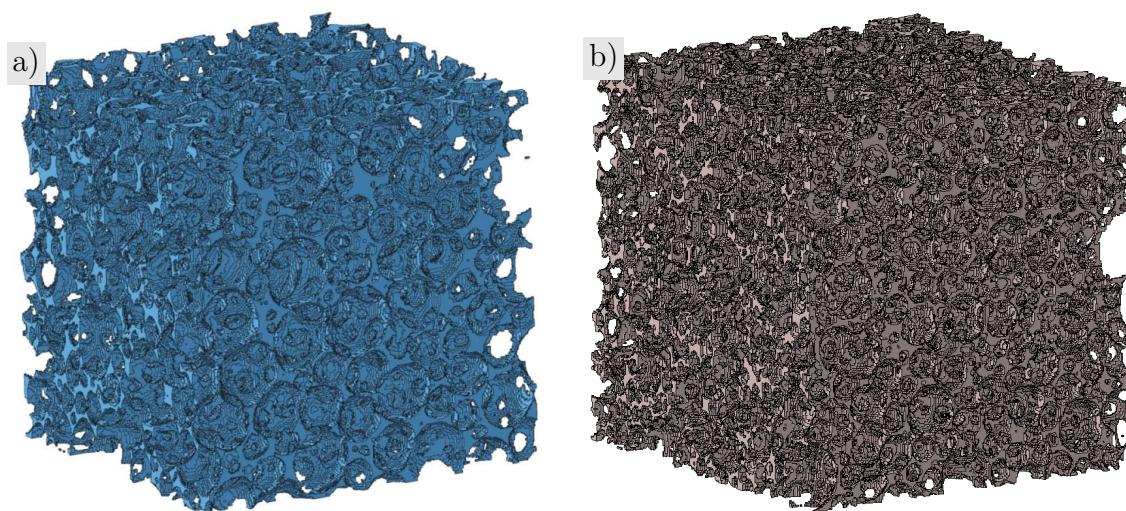


Rys. 4.10: Model struktury pianki korundowej o porowatości 86% uzyskana z połączenia serii zdjęć z mikrotomografii. a) model sześcienny o wymiarach $2 \times 2 \times 2$ cm, b) fragment modelu w zbliżeniu.

Duża rozdzielczość każdego zdjęcia sprawia, iż uzyskane modele składają się z milionów małych wokseli. Powoduje to z jednej strony pozytywny efekt jakim jest duża dokładność i wielkość uzyskanego modelu, z drugiej strony dostajemy olbrzymi model powodujący duże kłopoty obliczeniowe. Problem ten można rozwiązać poprzez zmianę rozdzielczości każdego zdjęcia na mniejszą lub zmniejszenie analizowanego obszaru. Na Rys. 4.11 została przedstawiona ta sama objętość pianki uzyskana za pomocą serii zdjęć o różnej rozdzielczości. Kolejny przykład (Rys. 4.12) przedstawia różne wielkości RVE dla pianki o porowatości 86%.



Rys. 4.11: Geometria pianek korundowych o porowatości 86% otrzymana dla różnych rozdzielczości zdjęć, wielkość woksela wynosi odpowiednio a) $8 \mu\text{m}$, b) $16 \mu\text{m}$, c) $32 \mu\text{m}$. Wymiar boku RVE 2 mm.



Rys. 4.12: Model numeryczny struktury pianki o porowatości 86% bazujący na zdjęciach μ CT, wielkość boku RVE a) 4 mm, b) 6 mm. Rozmiar przyjętego rozmiaru woksela wynosi $16 \mu\text{m}$.

Zastąpienie rzeczywistej struktury jej modelem numerycznym w postaci sieci wokseli wiąże się z poszarpanymi (schodkowymi) brzegami pianki. Efekt ten, powoduje (zwłaszcza dla dużych wokseli) trudności w obliczeniach numerycznych. Istnieją specjalistyczne oprogramowania, (Rozdział 3), które z otrzymanych zdjęć potrafią wygenerować wygładzoną geometrię najczęściej jako plik STL lub gotową siatkę elementów tetragonalnych dla metody elementów skończonych.

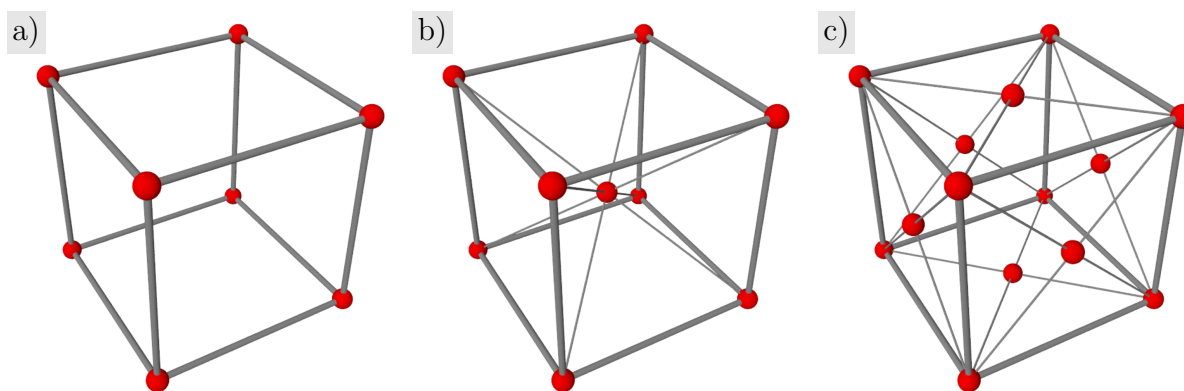
4.4 Model periodyczny

W tej części rozdziału zaprezentowany został periodyczny model struktury pianki korundowej. Rzeczywista pianka nie posiada periodycznej struktury, można ją jednak przybliżać komórką periodyczną, która bazuje na danych uzyskanych z badań eksperymentalnych, takich jak porowatość, średnia wartość promienia komórki lub średnia wartość promienia okienka. Uzyskana periodyczna struktura, która w przybliżony sposób opisuje strukturę rzeczywistą stanowi cenne narzędzie do wykonywania obliczeń numerycznych. Głównym powodem jest fakt, iż pod uwagę brany jest tylko fragment periodycznej struktury (komórka periodyczna) z odpowiednimi warunkami dla brzegu. Prowadzi to do zredukowania liczby stopni swobody, a tym samym do oszczędności czasu obliczeń numerycznych.

Punktem wyjścia do tworzenia komórek periodycznych mogą być układy krystalograficzne (Rys. 4.13), które określają położenia poszczególnych węzłów w siatce. W literaturze najczęściej spotykanymi układami są:

- **układ regularny** - (ang. simple-cubic, *sc*) charakteryzujący się węzłami położonymi na wierzchołkach sześcianu,
- **układ przestrzennie centrowany** (ang. body-centered *bcc*), który oprócz węzłów odpowiadających wszystkim wierzchołkom sześcianu posiada dodatkowy węzeł umieszczony w punkcie przecięcia przekątnych sześcianu,
- **układ ściennie centrowany** (ang. face-centered-cubic, *fcc*) zawiera węzły odpowiadające wierzchołkom sześcianu, jak również węzły znajdujące się na przecięciu przekątnych każdej jego ściany.

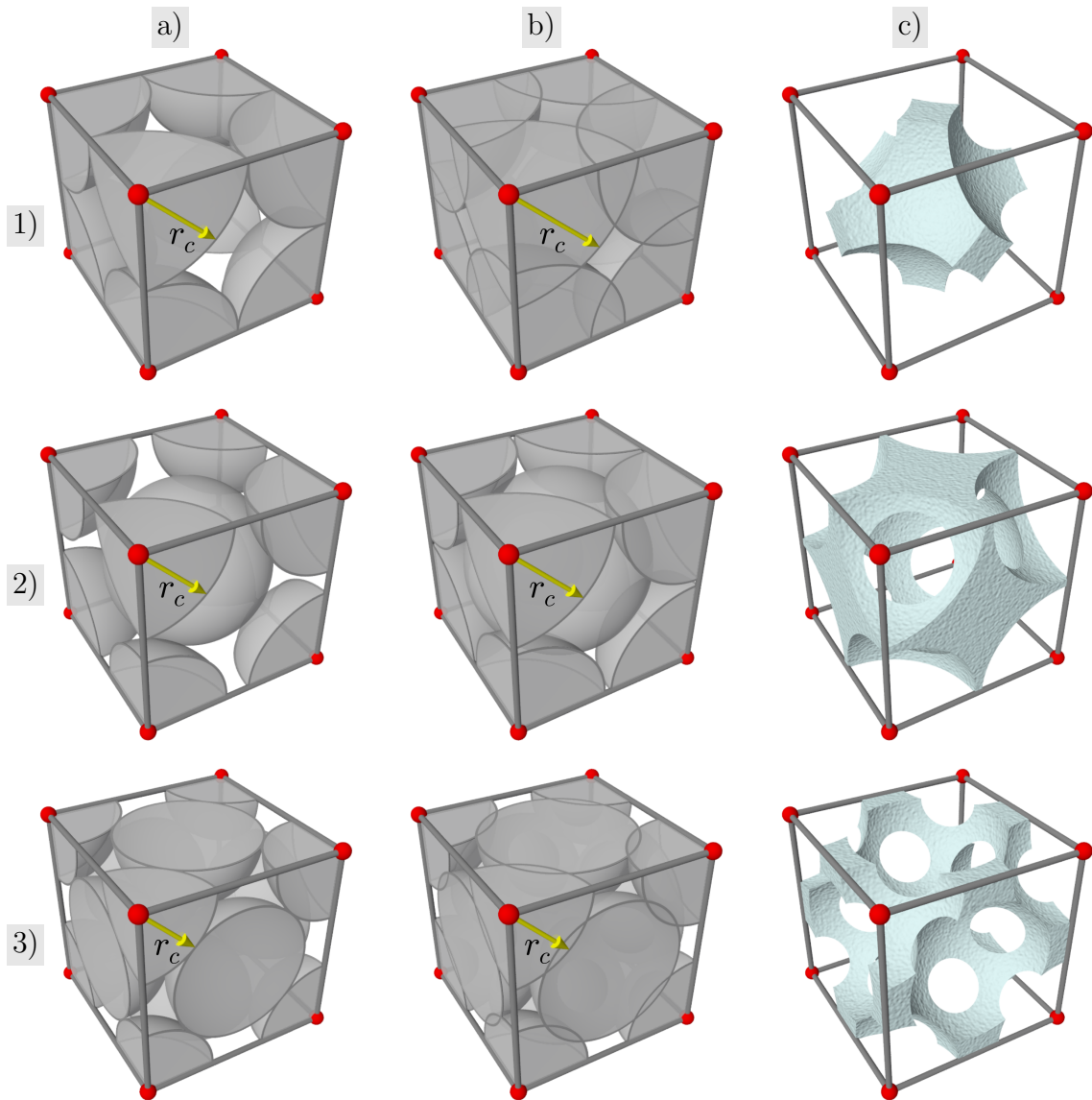
Wymienione układy mogą posłużyć jako siatki rozmieszczenia poszczególnych porów pianki. Aby zachować odpowiednie symetrie i periodyczność tworzonych modeli ograniczono się do stosowania porów o tym samym rozmiarze⁵.



Rys. 4.13: Układy krystalograficzne typu a) *sc*, b) *bcc*, c) *fcc*.

Przykład kolejnych etapów tworzenia komórek periodycznych został zaprezentowany dla trzech rozważanych układów *sc*, *bcc*, *fcc*, Rys. 4.14. Zastępując każdy węzeł układu kulą o promieniu r_c tak dobranym aby wszystkie kule stykały się ze swoimi sąsiadami w jednym punkcie dostajemy sytuację przedstawioną w kolumnie a). Dalsze zwiększanie promienia powoduje zachodzenie kul na siebie. Wielkość zachodzenia kul określa parametr k . Aby otrzymać periodyczną komórkę należy w następnym kroku przeprowadzić operację boolowską odjęcia objętości zajmowanej przez kule od objętości sześcianu - kolumna c).

⁵Istnieje możliwość stosowania różnych wielkości porów umieszczonych w węzłach siatki krystalograficznej tak aby utworzona struktura posiadała periodyczność. Prowadzi do do bardziej skomplikowanych modeli, których nie analizowano ze względu na opracowany w rozdziale 4.5 bardziej złożony model losowy.



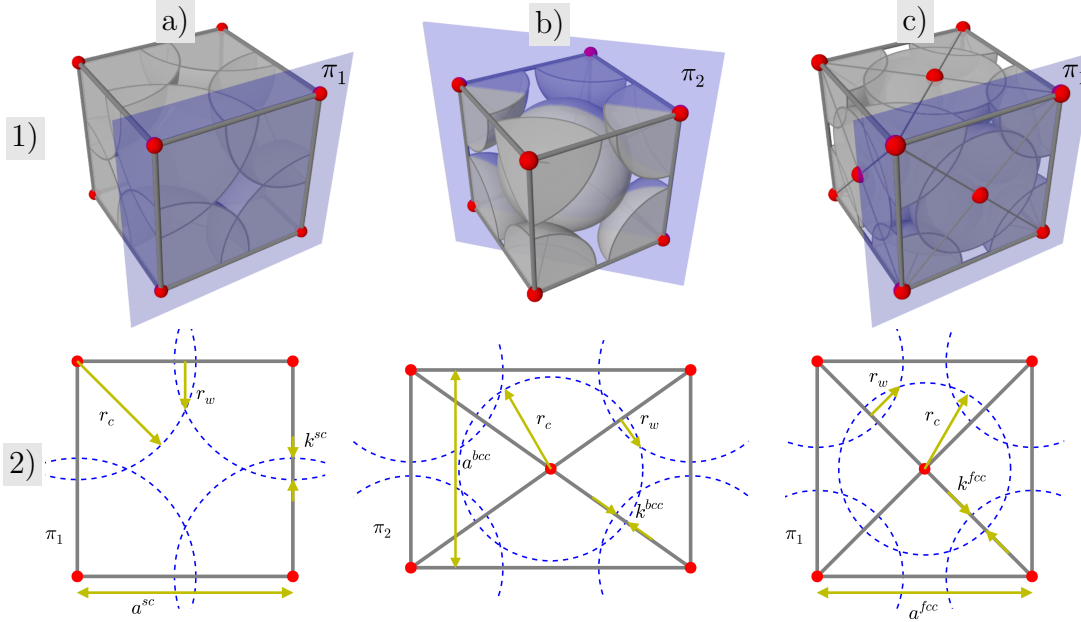
Rys. 4.14: Proces tworzenie komórek periodycznych dla układu 1) *sc*, 2) *bcc*, 3) *fcc*. (a) Rozmieszczenie kul o promieniu r_c mających jeden punkt wspólny. (b) Zwiększenie promienia r_c powoduje zachodzenie kul na siebie. (c) Uzyskana komórka periodyczna poprzez operację odjęcia objętości kul od objętości sześcianu ograniczającego.

Tak uzyskana objętość określa końcowy kształt komórki periodycznej. Parametrami definiującymi jej kształt i rozmiar są:

- promień r_c , który można utożsamiać z promieniem porów rzeczywistej pianki,
- promień r_w , który można utożsamiać z promieniem porów przelotowych (okienek) rzeczywistej pianki,
- długość boku sześcianu ograniczającego $a^{(\cdot)}$, który definiuje rozmiar komórki periodycznej dla danego układu krystalograficznego $(\cdot) = \{sc, bcc, fcc\}$,
- porowatość ϕ , którą w bezpośredni sposób można odnieść do porowatości rzeczywistej pianki.

Wymienione parametry, które określają kształt i rozmiar komórki periodycznej są od siebie wzajemnie zależne. Relacje między nimi można wyznaczyć z czysto geometrycznych rozważań stosując znane wzory z planimetrii. Na odpowiednio zdefiniowanych głównych

płaszczyznach (Rys. 4.15) dla każdego z rozważanych układów krystalograficznych zaznaczone zostały cztery parametry: promień komórki pianki r_c , promień okienka pianki r_w oraz dwa parametry pomocnicze określające wielkość komórki $a^{(\cdot)}$ oraz wielkość wzajemnego zachodzenia komórek pianki na siebie $k^{(\cdot)}$ gdzie $(\cdot) = \{sc, bcc, fcc\}$.



Rys. 4.15: Interpretacja geometrycznych parametrów komórek periodycznych a) *sc*, b) *bcc*, c) *fcc*. Wiersz 1) przedstawia widok rozmieszczenia kul oraz głównej płaszczyzny zawierającej zachodzące na siebie kule. Płaskie rzuty głównej płaszczyzny wraz z opisem parametrów geometrycznych zostały podane w wierszu 2).

Parametr określający wielkość zachodzenia kul na siebie jest określony następująco

$$k = \begin{cases} 2r_c - a, & -a < k < a(\sqrt{2} - 1), & \text{dla } sc, \\ 2r_c - \frac{\sqrt{3}}{2}a, & -\frac{\sqrt{3}}{2}a < k < a\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right), & \text{dla } bcc, \\ 2r_c - \frac{\sqrt{2}}{2}a, & -\frac{\sqrt{2}}{2}a < k < a\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right), & \text{dla } fcc. \end{cases} \quad (4.6)$$

Ograniczenie dolne parametru k wynika z porowatości, która nie może być mniejsza od zera. Przyjęcie porowatości równej zero oznacza brak komórek w piance, a tym samym przyjęcie ich promieni równych zero. Ograniczenia górne wynikają z zachowania ciągłości obszaru komórki periodycznej lub ciągłości obszaru wygenerowanego z połączonych ze sobą komórek periodycznych. Problem ten został szczegółowo opisany w dalszej części tego podrozdziału podczas analizy struktur periodycznych.

Porowatość komórki periodycznej wyznaczona jako funkcja zmiennych r_c i a określona została dla dwóch przedziałów $k \leq 0$ oraz $k > 0$. Podział ten odzwierciedla rodzaj porowatości jaką posiada komórka periodyczna. Przedział dla którego $k \leq 0$ opisuje porowatość zamkniętą dla której nie istnieją okienka łączące poszczególne komórki pianki. Poszczególne kule rozmieszczone w węzłach sitki krystalograficznej mają zbyt małe pro-

mienie aby mogły na siebie zachodzić i tworzyć okienka. Porowatość zamkniętą w zależności o typu przyjętego układu krystalograficznego określa wzór

$$\phi(r_c, a) = \begin{cases} \frac{4}{3} \frac{r_c^3}{a^3} & \text{dla } sc, \\ \frac{8}{3} \frac{r_c^3}{a^3} & \text{dla } bcc, \\ \frac{16}{3} \frac{r_c^3}{a^3} & \text{dla } fcc. \end{cases} \quad (4.7)$$

Przedział drugi $k > 0$ opisuje porowatość otwartą, dla której występują okienka łączące sąsiadujące komórki pianki. Promień każdej z kul o środku w węźle siatki krystalograficznej jest na tyle duży, aby kule mogły na siebie zachodzić. Porowatość otwartą dla komórek periodycznych opisuje następująca zależność

$$\phi(r_c, a) = \begin{cases} \frac{\pi}{a^3} \left(-\frac{1}{4}a^3 - \frac{8}{3}r_c^3 + 3ar_c^2 \right) & \text{dla } sc \\ \frac{\pi}{a^3} \left(-\frac{\sqrt{3}}{4}a^3 - 8r_c^3 + 4\sqrt{3}ar_c^2 \right) & \text{dla } bcc \\ \frac{\pi}{a^3} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}a^3 - \frac{80}{3}r_c^3 + 12\sqrt{2}ar_c^2 \right) & \text{dla } fcc. \end{cases} \quad (4.8)$$

W analogiczny sposób można określić funkcję promienia okienka w zależności od promienia komórki r_c i wymiaru komórki periodycznej a . Dla przedziału $k \leq 0$ funkcja ta przyjmuje wartość równą zero. Oznacza to, że okienka dla tego przedziału parametru k nie występują, a porowatość jest typu zamkniętego. Dla przedziału $k > 0$ funkcje promienia okienka określa następujący wzór

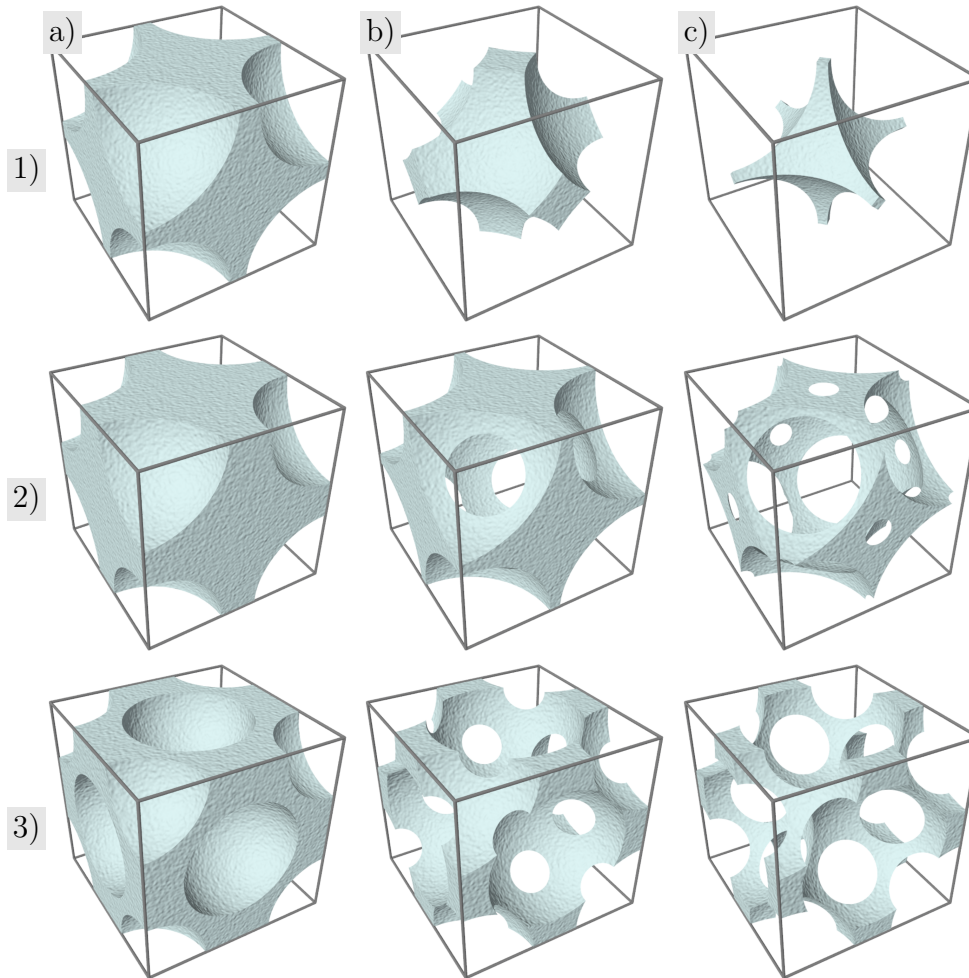
$$r_w(r_c, a) = \begin{cases} \sqrt{r_c^2 - \frac{1}{4}a^2} & \text{dla } sc, \\ \sqrt{r_c^2 - \frac{3}{16}a^2} & \text{dla } bcc, \\ \sqrt{r_c^2 - \frac{1}{8}a^2} & \text{dla } bcc. \end{cases} \quad (4.9)$$

Na Rys. 4.16 zaprezentowane zostały przykładowe kształty komórek periodycznych dla trzech typów układów krystalograficznych, sc , bcc i fcc . Komórki wygenerowano w oparciu o wzory (4.8) i (4.7), w których przyjęto stałą wartość boku komórki $a = 1$. Modyfikacji ulegał promień komórki r_c , który był równy:

- dla sc , $r_c = \{0.450, 0, 600, 0.680\}$,
- dla bcc , $r_c = \{0.400, 0, 470, 0.505\}$,
- dla fcc , $r_c = \{0.310, 0, 370, 0.390\}$.

Wartość promieni została tak dobrana, aby w poszczególnych kolumnach na Rys. 4.16 uzyskać tą samą porowatość, odpowiednio równą a) $\phi = 50\%$, b) $\phi = 75\%$, c) $\phi = 95\%$.

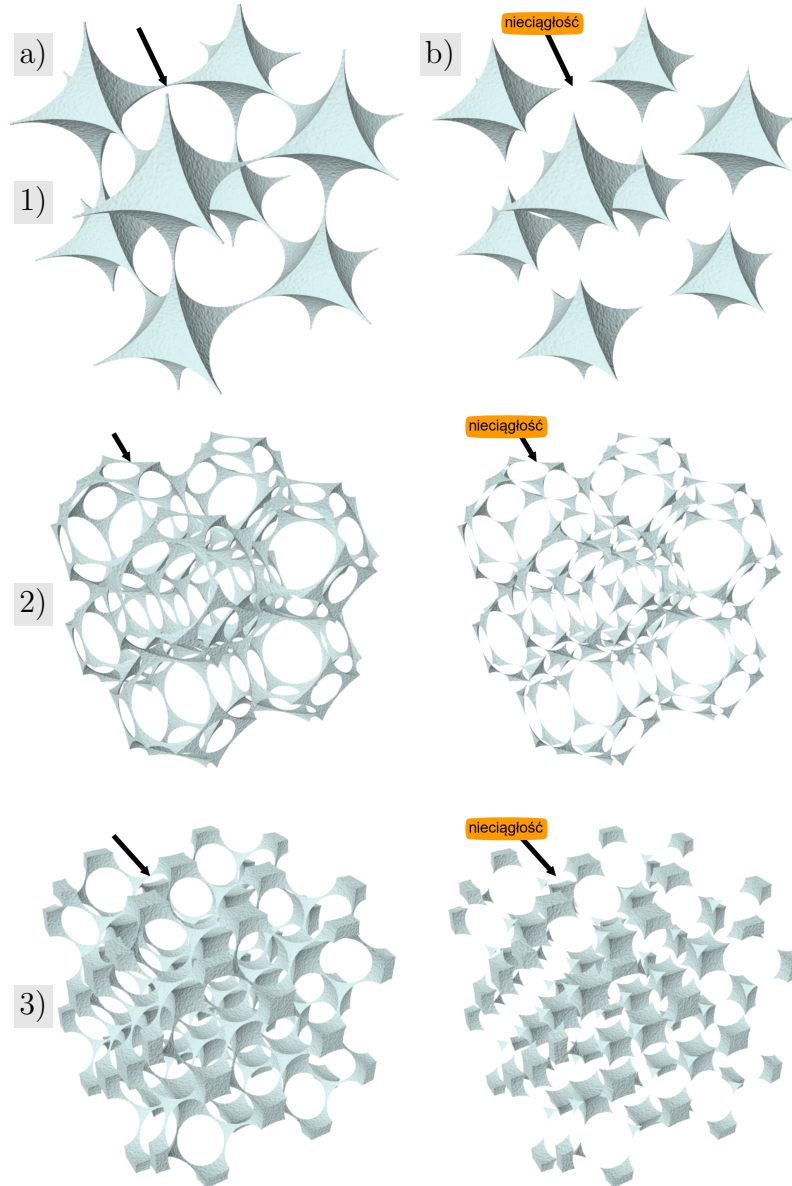
Komórki zawarte w kolumnie a) posiadają porowatość zamkniętą, natomiast w kolumnie b) i c) porowatość otwartą.



Rys. 4.16: Przykładowe komórki periodyczne wygenerowane w oparciu o wzory (4.7, 4.8) dla $a = 1$. Wiersz 1) komórki typu *sc* o parametrach a) $r_c = 0,450$; $\phi = 50\%$; b) $r_c = 0,600$; $\phi = 70\%$; c) $r_c = 0,680$; $\phi = 95\%$. Wiersz 2) komórki typu *bcc* o parametrach a) $r_c = 0,400$; $\phi = 50\%$; b) $r_c = 0,470$; $\phi = 75\%$; c) $r_c = 0,505$; $\phi = 95\%$. Wiersz 3) komórki typu *fcc* o parametrach a) $r_c = 0,310$; $\phi = 50\%$; b) $r_c = 0,370$; $\phi = 75\%$; c) $r_c = 0,390$; $\phi = 95\%$.

Zaprezentowane komórki periodyczne zawarte są w sześcianie o boku a , który określa jej rozmiar. Struktura pianki uzyskiwana jest poprzez powielenie komórki periodycznej w trzech prostopadłych do siebie kierunkach odpowiadającym wektorom normalnym do ścian sześcianu. Ciągłość obszaru uzyskanej periodycznej struktury wynika z ciągłości obszaru samej komórki periodycznej oraz tego, czy dana komórka posiada odpowiedni brzeg. Jeżeli brzeg komórki pokrywa się w pewnej części z powierzchnią boczną sześcianu to uzyskana periodyczna struktura jest ciągła. Gdy część wspólna nie istnieje, periodyczna struktura ma nieciągły obszar. Przedstawione we wzorze (4.6) ograniczenie górnego parametru k pozwala określić kiedy periodyczna struktura ma ciągły obszar. Sytuacja ta została zobrazowana na Rys. 4.17, gdzie periodyczna struktura składająca się z 8 komórek została wygenerowana dla parametru $k = 0.99k_k$ i $k = 1.01k_k$. Parametr k_k oznacza górną wartość

przedziału ograniczającego. Na przestawionych rysunkach widać wyraźnie brak ciągłości obszaru dla $k = 1.01k_k$. Brak ciągłości w przypadku komórki periodycznej *sc* związany jest z brakiem odpowiedniego obszaru na brzegu (dwie sąsiadujące komórki periodyczne nie są ze sobą połączone). Dla periodycznych komórek *bcc* i *fcc* brak ciągłości występuje w obrębie obszaru danej komórki.



Rys. 4.17: Periodyczna struktura złożona z 8 komórek 1) *sc*, 2) *bcc*, 3) *fcc*. Kolumna a) odpowiada sytuacji gdy parameter $k = 0.99k_k$, natomiast kolumna b) oznacza $k = 1.01k_k$.

Stosując wyprowadzone wzory (4.7, 4.8) opisujące parametry geometryczne komórki periodycznej wyznaczona została porowatość ϕ_0 , która określa podział komórek periodycznych na dwa typy: komórki periodyczne o porowatości otwartej i zamkniętej oraz porowatość maksymalna ϕ_k jaką może posiadać dana komórka periodyczna. Mianowicie dla

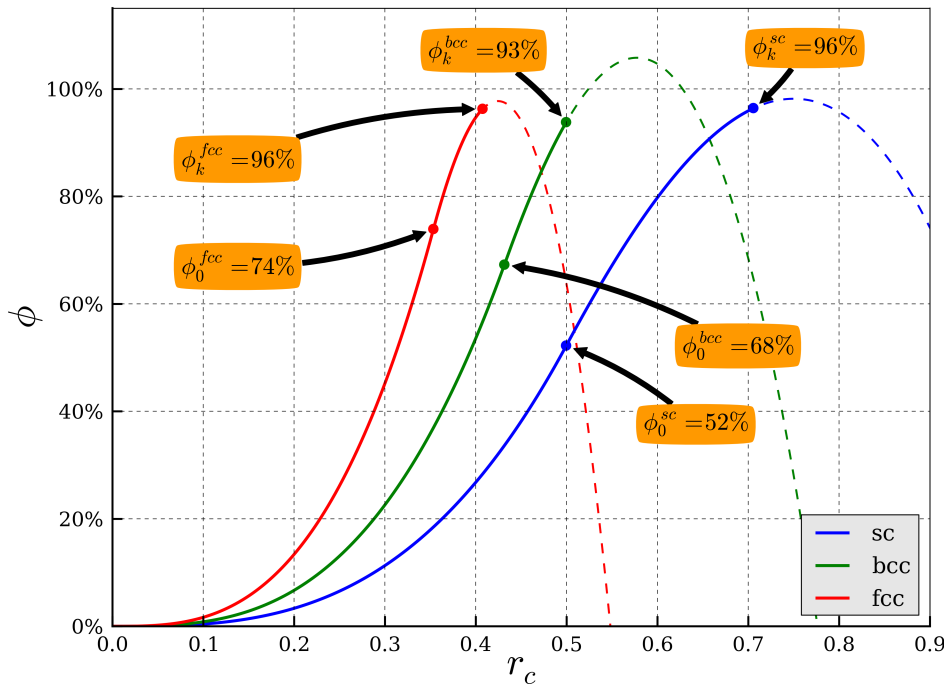
$$\phi > \phi_0 \Rightarrow \text{porowatość otwarta}, \quad (4.10)$$

$$\phi \leq \phi_0 \Rightarrow \text{porowatość zamknięta.} \quad (4.11)$$

Porowatości ϕ_0 i ϕ_k dla rozważanych typów komórek periodycznych wynoszą odpowiednio

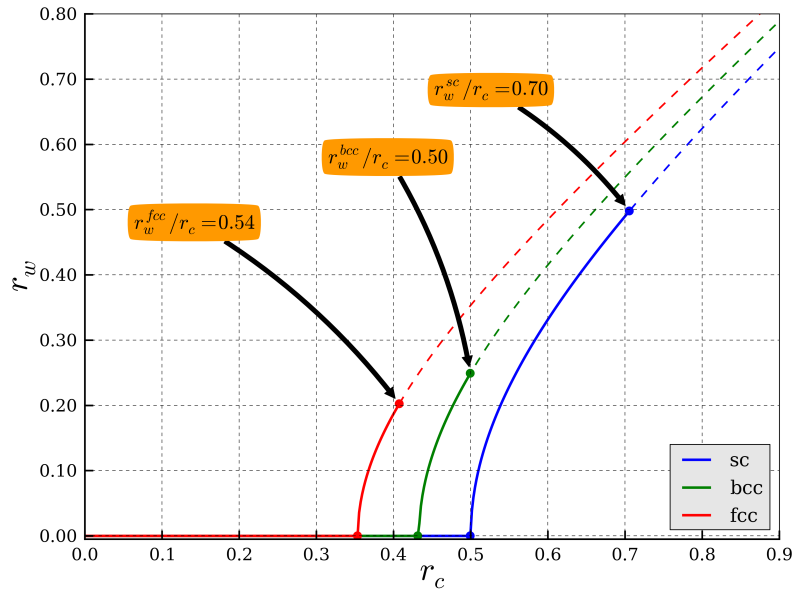
- $\phi_0 = \frac{1}{6}\pi \approx 52\%$, $\phi_k \approx 94\%$ dla *sc*,
- $\phi_0 = \frac{\sqrt{3}}{8}\pi \approx 68\%$, $\phi_k \approx 94\%$ dla *bcc*,
- $\phi_0 = \frac{\sqrt{2}}{6}\pi \approx 74\%$, $\phi_k \approx 94\%$ dla *fcc*.

Na Rys. 4.18 przedstawiono zależność porowatości od wartości promienia komórki stosując wzory (4.8) i (4.7). Wyznaczone krzywe określają jak zmienia się porowatość jednostkowej komórki w zależności od przyjętego promienia przy stałej wartości parametru $a = 1$. Dla każdej krzywej możemy wyróżnić dwa punkty: ϕ_0 - granica porowatości zamkniętej oraz ϕ_k - oznaczającą graniczną wartość porowatości jaką można uzyskać przy zachowaniu ciągłości obszaru.



Rys. 4.18: Zależność porowatość komórki periodycznej od promienia komórki przy ustalonym rozmiarze $a = 1$ dla trzech typów: *sc*, *bcc* *fcc*.

Zależność określającą promień okienka komórki periodycznej w funkcji jej promienia (4.9) dla stałej wartości $a = 1$ przedstawiono na Rys. 4.19. Widać wyraźnie, że promień okienka przyjmują wartość różną dopiero od pewnego zakresu promienia r_c , który odpowiada porowatości ϕ_0 .



Rys. 4.19: Zależność promienia okienka komórki periodycznej od promienia komórki przy ustalonym rozmiarze $a = 1$ dla trzech typów: *sc*, *bcc*, *fcc*.

Przestawioną zależność na porowatość otwartą komórki periodycznej (4.8) oraz na porowatość zamkniętą (4.7) można odwrócić, uzyskując bardziej przydatny wzór na rozmiar komórki a zależny od promienia komórki i porowatości⁶. Promień komórki r_c odgrywa rolę parametru skalującego, który wpływa na rozmiar komórki periodycznej. Porowatość ϕ natomiast wpływa na jej kształt.

$$a^{(\cdot)}(\phi, r_c) = 2\sqrt{-\frac{p^{(\cdot)}}{3}} \cos \left[\frac{1}{3} \arccos \left(\frac{-\frac{q^{(\cdot)}}{2}}{\sqrt{-\frac{(p^{(\cdot)})^3}{27}}} \right) \right], \quad (4.12)$$

gdzie (\cdot) oznacza jeden z typów układu krystalograficznego *sc*, *bcc*, *fcc*,

- dla *sc*

$$p^{sc} = -\frac{3\pi r_c^2}{\phi + 1/4\pi}, \quad q^{sc} = \frac{8}{3} \frac{\pi r_c^3}{\phi + 1/4\pi},$$

- dla *bcc*

$$p^{bcc} = -\frac{4\sqrt{3}\pi r_c^2}{\phi + \sqrt{3}/4\pi}, \quad q^{bcc} = 8 \frac{\pi r_c^3}{\phi + \sqrt{3}/4\pi},$$

- dla *fcc*

$$p^{fcc} = -\frac{12\sqrt{2}\pi r_c^2}{\phi + \sqrt{2}/2\pi}, \quad q^{fcc} = \frac{80}{3} \frac{\pi r_c^3}{\phi + \sqrt{2}/2\pi}.$$

⁶W dalszej części tego podrozdziału, rozważania ograniczone zostały do analizy komórek periodycznych o porowatości otwartej. Głównym tego powodem jest fakt, iż pianka korundowa, będąca przedmiotem niniejszej pracy, posiada w przeważającej części porowatość otwartą.

Przestawiony wzór (4.12) określa rozmiar komórki periodycznej w funkcji dwóch mierzalnych doświadczalnie parametrów rzeczywistej pianki korundowej jakimi są porowatość i promień komórki (jego wartość średnia). Aby wyznaczyć komórkę periodyczną dla rzeczywistej pianki korundowej o otwartej porowatości należy wykonać następujące kroki:

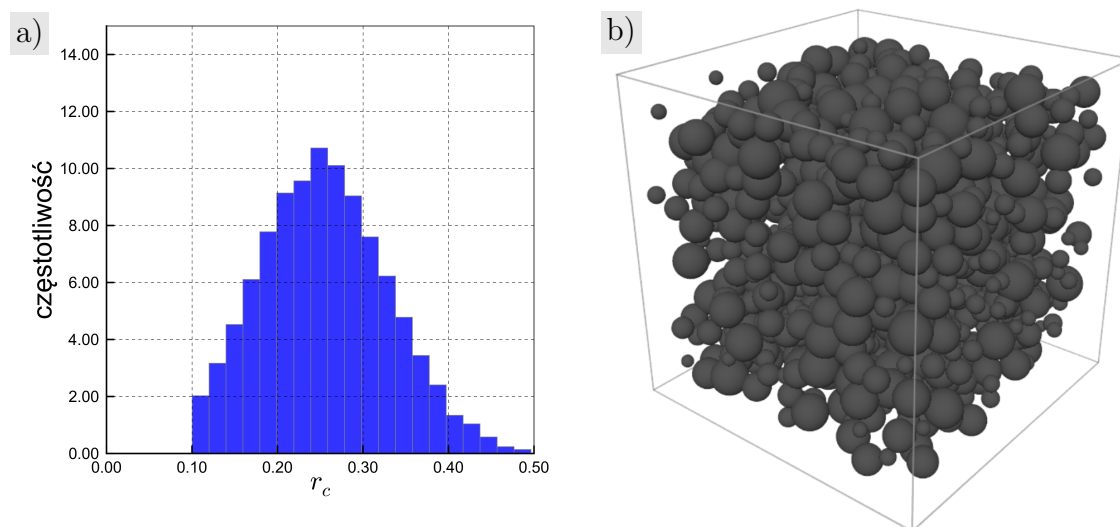
- wyznaczyć wartość średniego promienia komórki rzeczywistej pianki r_c oraz jej porowatości ϕ (badania doświadczalne),
- wybrać typu komórki jednostkowej: *sc*, *bcc*, *fcc*,
- obliczyć rozmiar komórki z zależności (4.12),
- wygenerować geometrię programem typu CAD (np. AUTOCAD, CATIA itp.),
- dla wygenerowanej komórki periodycznej można dodatkowo wyliczyć promień powstałego okienka z zależności (4.9).

4.5 Model o losowym rozkładzie porów

Model geometrii przestrzennej struktury pianki został wygenerowany w oparciu o operacje odejmowania prostych figury geometrycznych. Geometria porów, które zawiera pianka korundowa została opisana za pomocą kul o różnych promieniach. Porowatość otwartą lub zamkniętą pianki uzyskuje się poprzez odpowiednie położenie kul względem siebie. Gdy kule zachodzą na siebie częściowo mamy do czynienia z porowatością otwartą – tworzą się połączenia między poszczególnymi porami. Natomiast, gdy kule nie stykają się ze sobą uzyskujemy porowatość zamkniętą. Geometria całej próbki piankowej została opisana poprzez prostopadłościan o ustalonych wymiarach. W procesie iteracji dokonuje się operacji odjęcia porów w postaci kul od geometrii całej próbki. Po zakończeniu wszystkich iteracji dostajemy przestrzenną strukturę piankową. Położenie kul ma decydujący wpływ na parametry wygenerowanej struktury piankowej takie jak: porowatość, grubość ścianki szkieletu, średnice okienek i stanowi główny problem do rozwiązania.

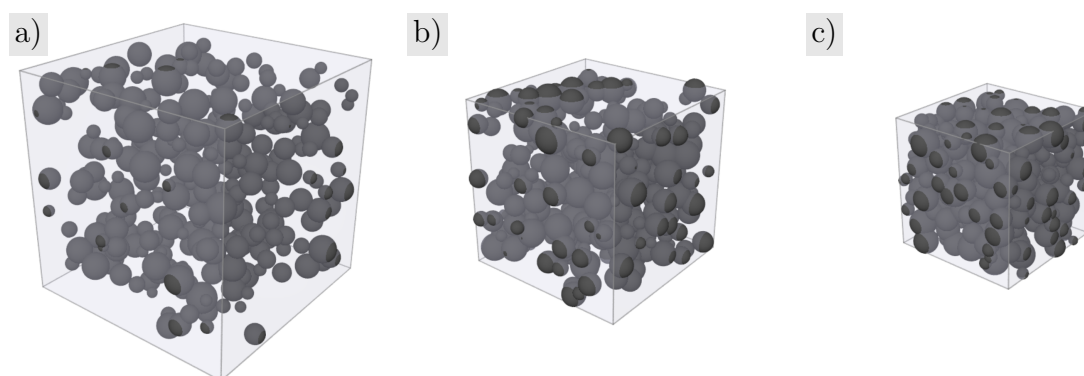
Proces tworzenia geometrycznej struktury pianki korundowej – etap I

Pierwszy etap tworzenia modelu pianki polega na wygenerowaniu pliku zawierającego współrzędne położenia środków wszystkich kul wraz z ich promieniami. Współrzędne środków kul stanowią liczby pseudolosowe z zadanego przedziału. Natomiast wartość promienia r_c losowana jest zgodnie z przyjętym rozkładem gęstości prawdopodobieństwa, którego parametry zostały określone na podstawie badań doświadczalnych (Rys. 4.20).



Rys. 4.20: Przykładowe reprezentacje graficzna plików wejściowych do generacji modelu losowego pianki korundowej. (a) Rozkład częstotliwości wygenerowanych promieni zgodnie z rozkładem logarytmiczno normalnym o parametrach: średnia $\mu_{ln} = 0,265 \mu\text{m}$, odchylenie standardowe $\sigma_{ln} = 0,05 \mu\text{m}$. (b) Początkowe rozmieszczenie kul.

Kolejny krok generacji modelu ma charakter kinematyczny i służy do zmiany położenia kul w celu uzyskania pożądanego ich rozmieszczenia oraz odpowiedniego upakowania. W tym celu każdej z kul zostaje przypisany w sposób losowy wektor prędkość początkowej. Wszystkie kule zostają otoczone sześcianem ograniczającym, tak aby każda z kul znajdowała się w jego wnętrzu. Sześcian ten posiada sztywne ściany, od których odbijają się wprawione w ruch kule. Również kule między sobą mogą się zderzać powodując zmianę ich toru ruchu. Obliczenia polegają na stopniowym zmniejszaniu objętości sześcianu ograniczającego do momentu uzyskania odpowiedniej porowatości, liczonej jako stosunek objętość kul zawartych w sześcianie do jego objętości. Przykładowa symulacja przedstawiona na Rys. 4.21 obrazuje kolejne etapy zmniejszania się objętości sześcianu w raz z aktualną konfiguracją rozmieszczenia kul. Wynikiem obliczeń są nowe współrzędne każdej kuli otrzymane na końcu kroku czasowego gdy porowatości osiągnie założoną wartość.



Rys. 4.21: Kolejne kroki obliczeniowe obrazujące aktualną konfigurację zajmowaną przez kule podczas zmniejszania objętości sześcianu, a) $a = 4 \text{ mm}$, b) $a = 3 \text{ mm}$, c) $a = 2 \text{ mm}$.

Zderzenie dwóch kul jak również kuli i ściany zostało zdefiniowane jako sprężyste. Dla takiego typu zderzenia energia kinetyczna musi być zachowana. Prędkości kul po zderzeniu wyraża następujący wzór

$$v_1 = \frac{u_1(m_1 - m_2) + 2m_2u_2}{m_1 + m_2}, \quad v_2 = \frac{u_2(m_2 - m_1) + 2m_1u_1}{m_1 + m_2}, \quad (4.13)$$

gdzie m_1 i m_2 oznacza masę poszczególnych kul, u_1 i u_2 ich prędkości przed zderzeniem. Aby uzyskać strukturę o otwartych porach jak również dużą końcową porowatość wprowadzone zostało kryterium określające wielkość zachodzenia dwóch zderzających się kul. Na Rys. 4.22 przedstawiono koncepcję użycia dodatkowych promieni do zdefiniowania wzajemnego zachodzenia kul. Czerwony okrąg symbolizuje rzeczywistą komórkę pianki o promieniu r_c . Okrąg zielony o promieniu $r_k < r_c$ symbolizuje wewnętrzny promień odbicia. Natomiast okrąg zielony o $r_k > r_c$ określa promień zewnętrzny odbicia. Dwie opisane sytuacje związane są bezpośrednio z parametrem k , który określa wielkość zachodzenia na siebie dwóch kul o różnych promieniach. Znając jego wartość można wyznaczyć promienie kul z czysto geometrycznych rozważań. Dla pierwszej kuli dostajemy odpowiednio

$$r_k^a = \begin{cases} = \sqrt{(r_c^a)^2 - 2 \frac{k(-\frac{1}{2}k + r_c^a)(-\frac{1}{2}k + r_c^b)(-\frac{1}{2}k + r_c^a + r_c^b)}{(-k + r_c^a + r_c^b)^2}} & \text{dla } k < 0 \\ r_c^a + \frac{1}{2}k & \text{dla } k \geq 0 \end{cases}, \quad (4.14)$$

oraz dla kuli drugiej analogicznie

$$r_k^b = \begin{cases} = \sqrt{(r_c^b)^2 - 2 \frac{k(-\frac{1}{2}k + r_c^a)(-\frac{1}{2}k + r_c^b)(-\frac{1}{2}k + r_c^a + r_c^b)}{(-k + r_c^a + r_c^b)^2}} & \text{dla } k < 0 \\ r_c^b + \frac{1}{2}k & \text{dla } k \geq 0 \end{cases}. \quad (4.15)$$

Wyprowadzone wzory (4.14, 4.15) zależą jak już wspomniano od parametru k oraz znanych dwóch promieni r_c^a oraz r_c^b . Znając dodatkowo położenia kul w danej chwili czasu, parametr k można wyznaczyć z następującego równania

$$k = d_{ab} - r_c^a - r_c^b, \quad (4.16)$$

gdzie d_{ab} oznacza odległość między środkami kul. Parametr ten jest obliczany dla każdego dwóch kul będących w sąsiedztwie⁷ oraz dla każdej chwili czasu. Moment odbicia dwóch kul określa następująca zależność

$$\begin{aligned} k \leq -k_{max} & \implies \text{następuje odbicie,} \\ k > -k_{max} & \implies \text{brak odbicia.} \end{aligned} \quad (4.17)$$

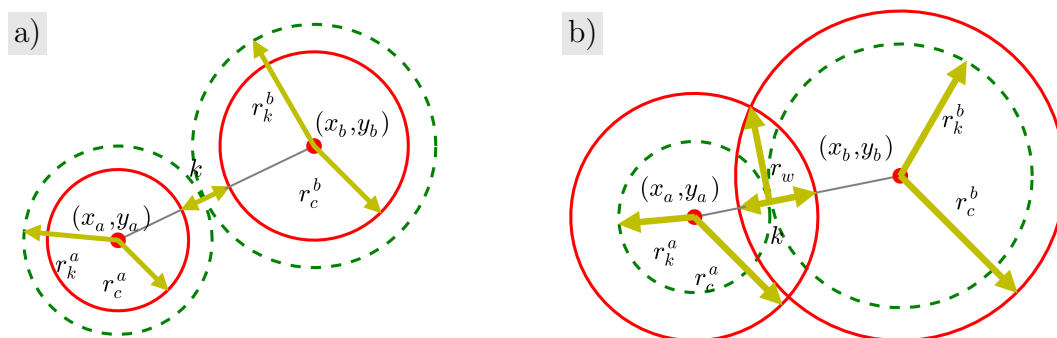
gdzie k_{max} jest pewną stałą. W ogólności można przyjąć że k_{max} jest funkcją dwóch promieni r_c^a i r_c^b . W niniejszej pracy założono, że funkcja k_{max} wyrażona jest w następujący

⁷Sąsiedztwo dla każdej kuli wyznaczone jest w oparciu o teselację Laguerre (Redenbach, 2009).

sposób

$$k_{max} = k_{max}(r_c^a, r_c^b) = C_k \cdot \min(r_c^a, r_c^b), \quad (4.18)$$

gdzie C_k jest stałą uzależnioną od wartości porowatości oraz jej typu (otwarta, zamknięta). Stała ta może przyjmować wartość dla pianek korundowych z zakresu $(-w_c^{max}/r_c^{min}, 1)$, gdzie w_c^{max} jest maksymalną grubością ścianki komórki pianki, a r_c^{min} jest minimalnym promieniem pora pianki.



Rys. 4.22: Schematy odbicia dwóch kul w zależności od parametru k . Linia czerwoną oznaczono rzeczywisty promień kuli r_c , przerywana zielona linia oznacza promień przy którym następuje odbicie kul r_k . (a) Kule nie zachodzą na siebie, promień $r_c > r_k$. (b) Kule zachodzą na siebie, promień $r_c < r_k$.

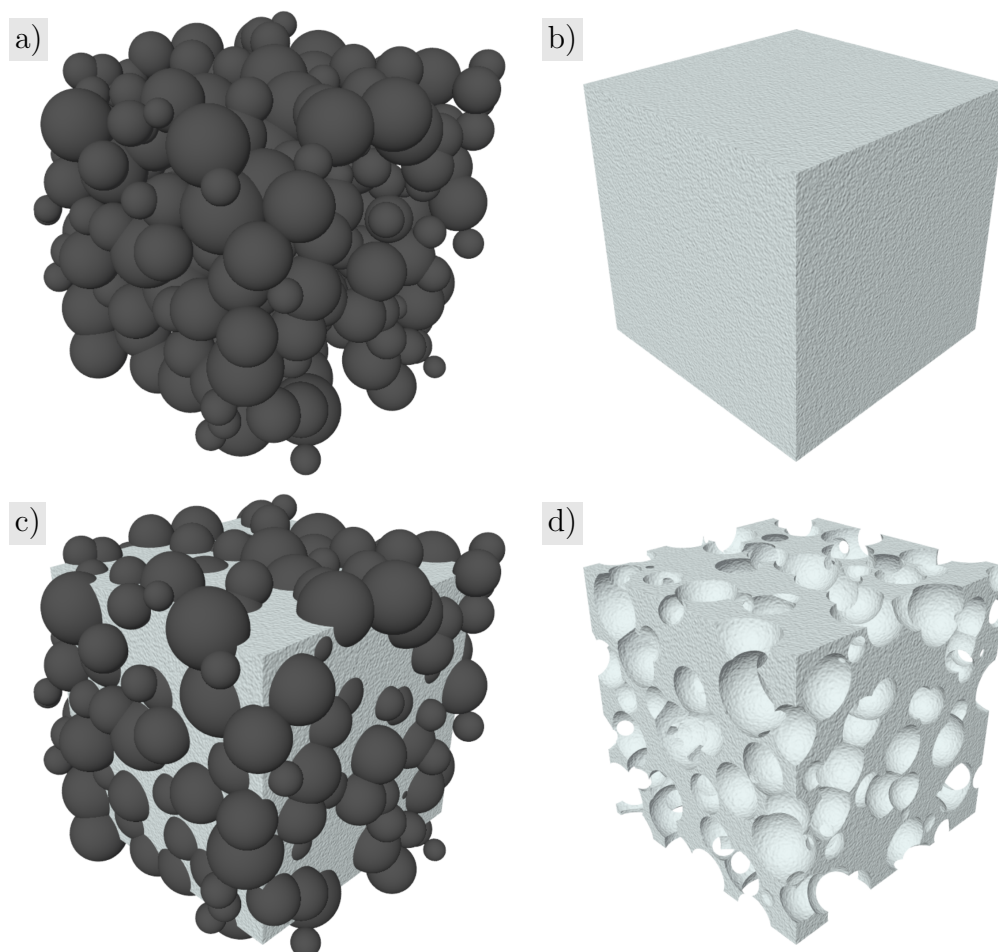
Zaprezentowany algorytm pozwala na uzyskiwanie rozkładu kul w sześcienniej objętości o różnym stopniu upakowania. Pozwala to na sterowanie porowatością otrzymanej próbki. Z uwagi na fakt losowego rozkładu promieni porów pianki uzyskiwane jest za każdym razem inne rozmieszczenie kul w przestrzeni.

Proces tworzenia modelu pianki – etap II

Drugi etap tworzenia modelu o losowym rozkładzie porów polega na wygenerowaniu plików zawierających trójwymiarową geometrię (pliki .iges, .step)⁸. Współrzędne położenia środków kul i ich promieni odczytywane są z pliku będącego wynikiem pierwszego etapu obliczeń. Używając specjalnego skryptu programu AUTOCAD generowane są kule o zadanych promieniach i współrzędnych położenia ich środka. W procesie iteracji stosując proste operacje na bryłach, kolejne kule odejmowane są od wyjściowej geometrii próbki o porowatości 0%. Geometria wyjściowa próbki może mieć dowolny kształt. Na Rys. 4.23

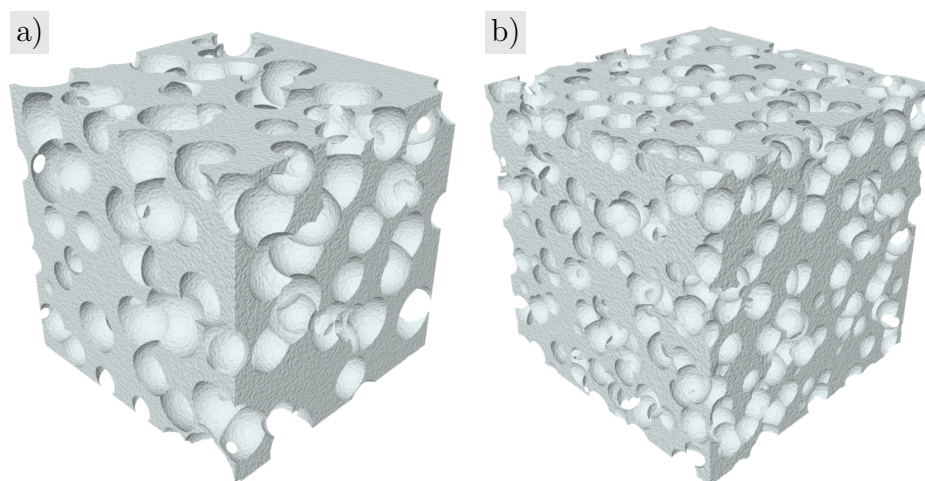
⁸IGS z ang. Initial Graphics Exchange Specification oraz STEP z ang. Standard for the Exchange of Product model data są popularnymi formatami zapisu danych dla cyfrowej wymiany informacji graficznej reprezentowanej wektorowo.

przedstawiono schemat procesu odejmowania brył dla próbki sześcienniej. Dane wyjściowe zależnie od potrzeby mogą stanowić pliki .igs lub .step.



Rys. 4.23: Proces odejmowania brył dla próbki sześcienniej. (a) Zbiór kul o określonych promieniach i położeniu. (b) Lita sześcienna próbka. (c) Nałożenie dwóch obszarów na siebie. (d) Porowata struktura powstała w wyniku odjęcia kul od sześcienniej geometrii.

Przedstawione rezultaty (Rys. 4.24) pozwalają na kształtowanie przestrzennych struktur piankowych o dowolnej porowatości. Istnieje również możliwość generowania różnych geometrii próbek piankowych (prostopadłościany, cylindry). Uzyskane rezultaty dla porowatości 90% w dobry sposób odzwierciedlają geometrię pianki uzyskaną z tomografii. Automatyzacja całego procesu tworzenia geometrii oraz wpływ parametrów losowych daje możliwość szybkiej generacji serii próbek, których geometria jest różna a parametry globalne takie jak porowatość, średnie z rozkładu promieni komórek i okienek są takie same.



Rys. 4.24: Wygenerowane przestrzenne struktury piankowe z użyciem modelu losowego.

4.6 Podsumowanie

W rozdziale tym zaprezentowane zostały trzy typy modeli opisujących geometrię pianek korundowych. Pierwszy model opiera swą budowę na zdjęciach rzeczywistej struktury wykonanych przy użyciu mikrotomografii. Drugi model zakłada periodyczność struktury bazując na komórce jednostkowej otrzymanej z układów krystalograficznych. Ostatni model opisuje geometrię pianki za pomocą losowo połączonych ze sobą kul, które odzwierciedlają rozmieszczenie porów w piance korundowej. Każdy z modeli został szczegółowo opisany wraz z podaniem parametrów, które określają proces jego tworzenia.

Określenie mechanicznych własności pianki korundowej

5.1 Wstęp

Rozdział ten opisuje własne badania eksperymentalne własności mechanicznych pianek korundowych przeprowadzone w laboratorium IPPT PAN oraz analogiczne symulacje numeryczne tych eksperymentów. Zgromadzone wyniki posłużyły do weryfikacji modeli zaproponowanych w poprzednim rozdziale. Do najważniejszych własności mechanicznych pianek korundowych można zaliczyć:

- przepuszczalność,
- moduł Younga i współczynnik Poissona,
- wytrzymałość na ściskanie.

Czynnikami, które decydują o powyższych cech mechanicznych, są między innymi:

- własności fizyczne i mechaniczne gęstego korundu (Al_2O_3), z którego wykonana jest pianka,
- struktura pianki czyli kształt, rozmiary oraz wzajemne rozmieszczenie komórek w piance.

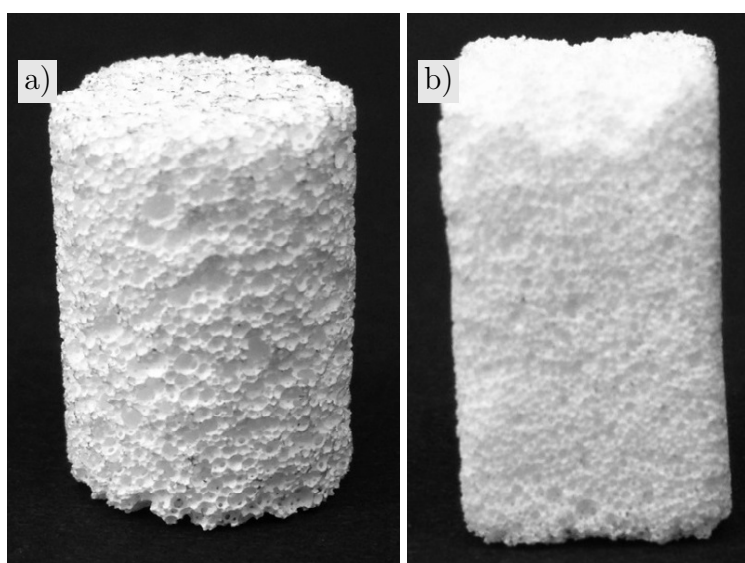
5.2 Badania doświadczalne wytrzymałości na ściskanie

Badania eksperymentalne testu ściskania pianek korundowych zostały przeprowadzone na maszynie wytrzymałościowej INSTRON 5867 przestawionej na Rys. 5.1 w laboratorium Pracowni Plastyczności Stosowanej IPPT PAN.



Rys. 5.1: Stanowisko do badań eksperymentalnych wytrzymałości na ściskanie pianek korundowych.

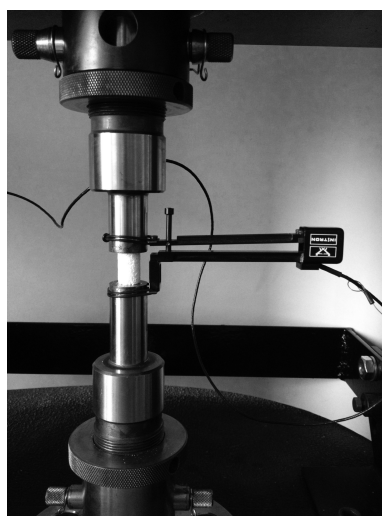
Stosowano dwa rodzaje próbek o kształcie cylindrycznym i prostokątnym. Przykłady takich próbek zostały zilustrowane na Rys. 5.2. W Tab. 5.2, Tab. 5.1 zostały wyszczególnione charakterystyczne wymiary próbek użytych do badań eksperymentalnych wraz z ich porowatością, która wahała się w zakresie od 80% do 85%. Dla każdej porowatości zostały przeprowadzone trzy niezależne testy na trzech różnych próbkach.



Rys. 5.2: Przykładowe próbki pianek korundowych użyte do badań eksperymentalnych. Próbka cylindryczna o porowatości 85% oraz próbka prostopadłościenna o porowatości 82%.

Każda z badanych próbek została umieszczona między dwoma sztywnymi uchwytami maszyny wytrzymałościowej. Dolny uchwyt pozostawał w spoczynku bez możliwości przemieszczenia się, natomiast górny uchwyt połączony z trawersą maszyny przemieszczał się w kierunku pionowym, powodując ściskanie pianki korundowej. Pomiar wartości przemieszczeń był rejestrowany na dwa sposoby: pomiar przemieszczeń trawersy oraz pomiar

względne przemieszczenia ramion ekstensometru mechanicznego przytwierdzonego do uchwytów maszyn Rys. 5.3. Analiza obu pomiarów przemieszczeń nie wskazała żadnych istotnych różnic. Wynika to przede wszystkim z bardzo małego stosunku sztywności badanych pianek korundowych do sztywności maszyny wytrzymałościowej. Wszystkie badania eksperymentalne zostały przeprowadzone z prędkością odkształcenia równą $10^{-4} s^{-1}$. Maksymalne zadane przemieszczenie dla każdego testu wynosiło 2 mm i było przerywane po osiągnięciu tej wartości lub istotnym spadku wartości przenoszonej siły. Aby zredukować tarcie występujące na powierzchni kontaktu maszyna-pianka, na stykające się ze sobą powierzchnie nałożony został odpowiedni smar.



Rys. 5.3: Układ pomiarowy podczas testu ściskania pianki korundowej.

Zmierzone wartości przemieszczeń i sił w czasie testu ściskania zostały w dalszej kolejności przeliczone na wartości odkształceń i naprężeń (traktując badaną próbkę pianki jako lita) według następujących zależności:

$$\sigma_t = \frac{P_t}{A_0}, \quad \varepsilon_t = \frac{u_t}{L_0}, \quad (5.1)$$

gdzie A_0 oznacza początkowe pole przekroju poprzecznego badanej próbki bez uwzględnienia porowatości, L_0 - oznacza początkową długości badanej próbki. Stosowanie wzorów (5.1) jest w pełni uzasadnione z uwagi na występowanie bardzo małych odkształceń w procesie deformacji badanych pianek.

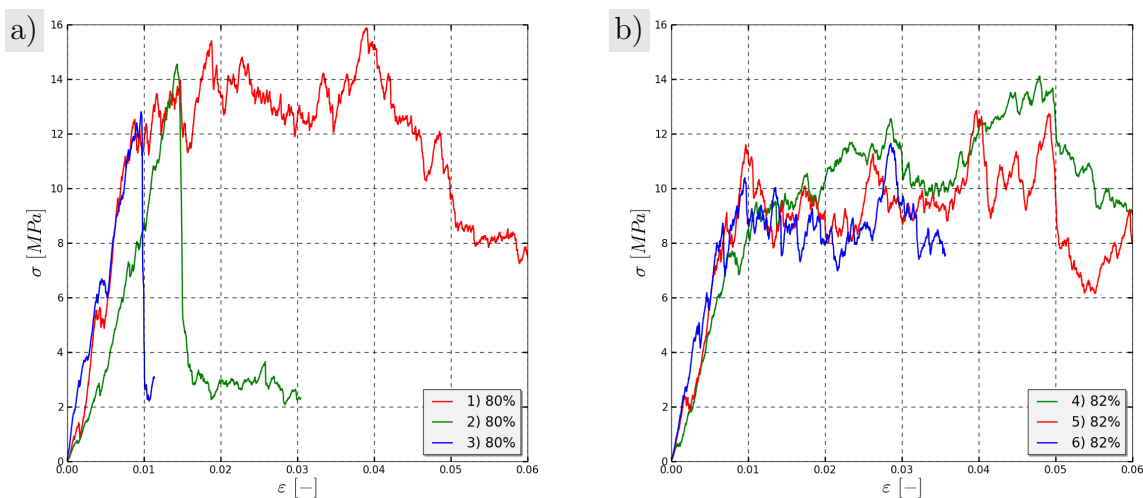
Tab. 5.1: Wymiary cylindrycznych próbek pianek korundowych

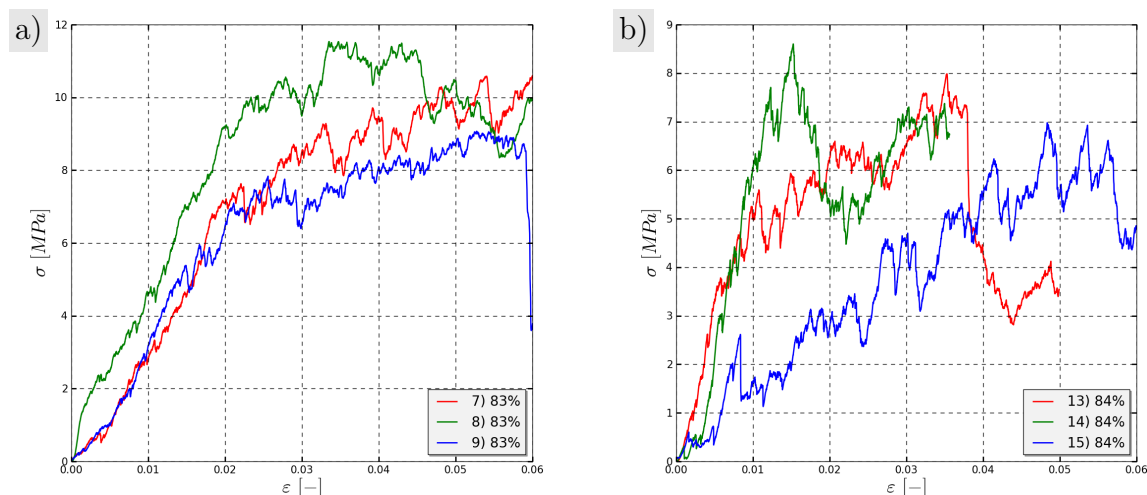
Numer próbki	porowatość [%]	średnica [mm]	wysokość [mm]
1	81	18,92	11,68
2	81	16,87	12,65
3	81	16,25	11,75

Tab. 5.2: Wymiary prostopadłościennych próbek pianek korundowych

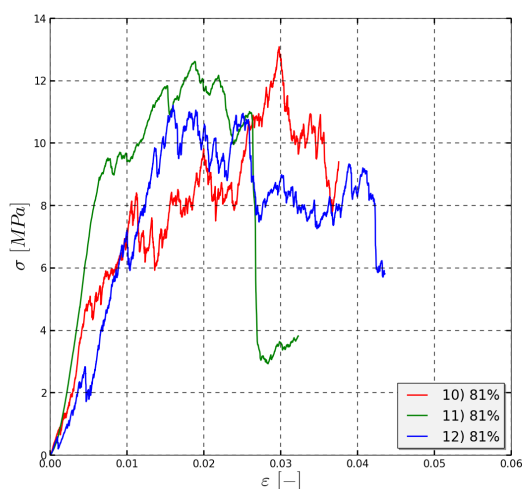
Numer próbki	porowatość [%]	wysokość [mm]	szerokość [mm]	grubość [mm]
1	80	15,70	5,21	8,01
2	80	18,17	7,07	8,85
3	80	20,80	7,40	8,24
4	82	22,14	10,05	10,40
5	82	22,53	10,80	10,30
6	82	22,64	8,95	9,40
7	83	15,14	6,15	10,70
8	83	17,07	8,57	8,75
9	83	13,45	8,61	6,70
13	84	20,31	10,91	11,05
14	84	20,02	10,95	11,36
15	84	22,84	9,49	9,89

Na kolejnych wykresach Rys. 5.4, 5.5 zestawiono wyniki badań eksperymentalnych dla różnych porowatości pianek. Dla każdej porowatości ze zbioru (80%, 81%, 82%, 83%, 84%) przeprowadzono trzy niezależne eksperymenty. Uzyskana została dość dobra powtarzalność wyników jak na kruchy materiał porowaty jakim jest pianka korundowa. Dalsza analiza wyników pozwala stwierdzić zależność krzywej naprężenie-odkształcenie od porowatości pianki. Wyraźnie zauważalne jest podwyższenie wartości poziomu naprężeń wraz z malejącą porowatością badanej próbki.

**Rys. 5.4:** Wyniki testu ściskania pianek korundowych o porowatości a) 80% i b) 82%.

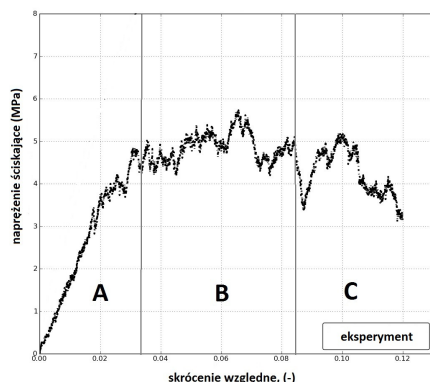


Rys. 5.5: Wyniki testu ściskania pianek korundowych o porowatości a) 83% i b) 84%.



Rys. 5.6: Wyniki testu ściskania pianek korundowych o porowatość 81%.

Zgodnie z (Potoczek et al., 2011) typowy wykres ściskania pianki korundowej można podzielić na trzy strefy. Podział ten został przedstawiony na Rys. 5.7. Strefa pierwsza (A) obejmuje zakres, który w dobry sposób może aproksymować linia prosta, pomimo widocznych małych skoków naprężenia. Strefa ta nie może być jednak traktowana jako liniowo sprężysta, gdyż nawet przy niewielkim obciążeniu pojawiają się lokalnie w szkieletcie pianki drobne uszkodzenia. Strefa druga (B) to obszar kruchego pęknięcia pianki. Występują w tej strefie widoczne skoki naprężenia, które oscyluje wokół pewnej wartości średniej. Ostatnia strefa (C) obejmuje zakres, w którym naprężenia spadają do zera (powoli lub gwałtownie). Pianka ulega całkowitemu uszkodzeniu poprzez pęknięcie wzdłuż całej wysokości próbek.



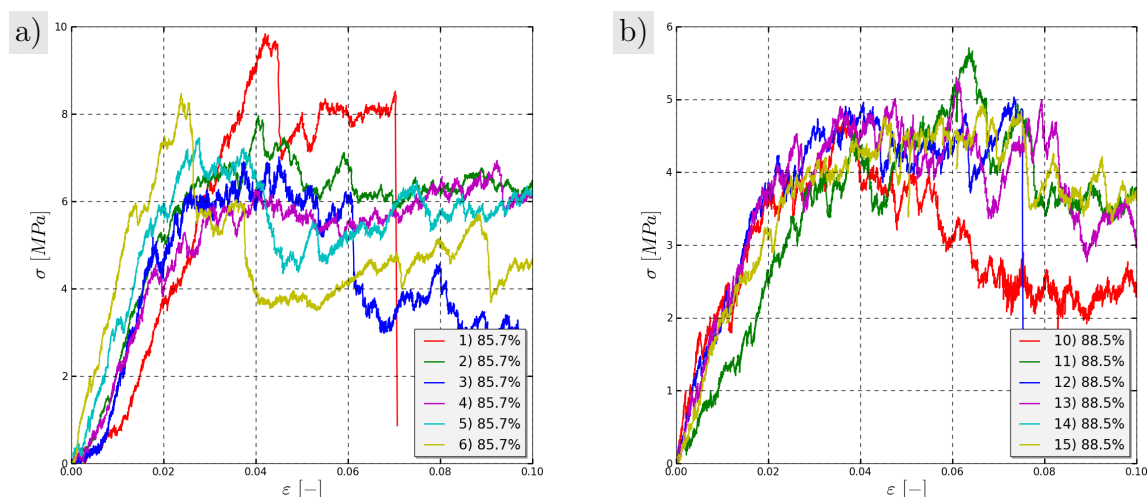
Rys. 5.7: Podział wykresu ściskania pianki korundowej na trzy strefy.

Podobne badania wytrzymałościowe dla innych wartości porowatości pianek korundowych zostały opisane w (Potoczek, 2008). Tab. 5.3 zawiera wymiary próbek pianek korundowych dla porowatości 85,7% i 88,5%.

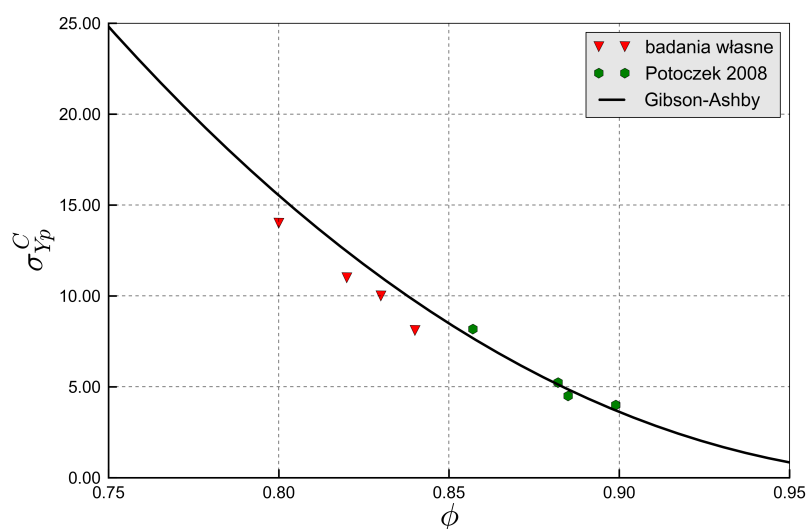
Tab. 5.3: Wymiary próbek pianek korundowych partia 2.

Numer próbki	porowatość [%]	wysokość [mm]	szerokość [mm]	grubość [mm]
1	85,7	18,93	8,40	11,92
2	85,7	21,75	10,86	11,86
3	85,7	24,34	6,97	10,63
4	85,7	17,72	7,10	10,85
5	85,7	20,20	8,37	10,31
6	85,7	26,00	9,20	13,93
7	85,7	22,75	9,30	10,99
8	85,7	24,58	8,34	11,98
9	85,7	23,91	11,06	11,35
10	88,5	24,24	11,00	10,16
11	88,5	19,68	10,78	10,18
12	88,5	20,92	9,66	12,54
13	88,5	23,09	9,61	11,28
14	88,5	16,67	9,38	11,21
15	88,5	19,89	9,30	12,73

Na Rys. 5.8, zostały przedstawione wyniki badań testu ściskania pianek korundowych o porowatości 85,7% oraz 89% zaczerpnięte z (Potoczek, 2008). Widać podobny charakter przebiegu krzywych w odniesieniu do własnych badań.



Rys. 5.8: Wyniki testu ściskania pianek korundowych dla porowatości a) 85,7%, b) 89% (Potoczek, 2008).



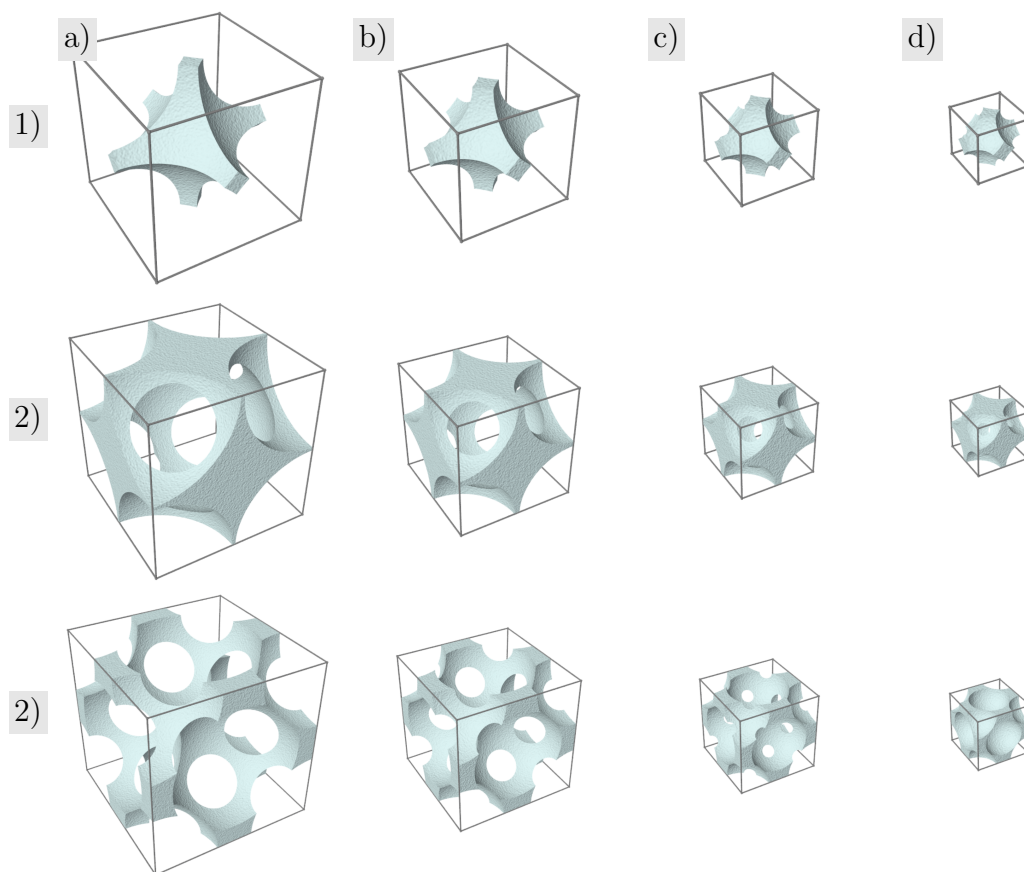
Rys. 5.9: Eksperymentalna zależność wytrzymałości na ściskanie pianki korundowej od jej porowatości. Punkty zielone - badania własne, punkty czerwone - wyniki zaczerpnięte z (Potoczek, 2008). Linia czarna określa wzór (3.2) dla parametrów $C_6=0.19$, $n=2.1$, $\sigma_{Y_s}^C=2400$ MPa.

5.3 Symulacje numeryczne procesu deformacji

5.3.1 Geometria struktury pianki korundowej

W oparciu o znane dane eksperymentalne dla pianek korundowych dotyczące jej struktury (patrz roz. 4.2, str. 27), wygenerowane zostały numeryczne modele struktur takich pianek.

Stosując model periodyczny uzyskane zostały jednostkowe periodyczne komórki dla trzech typów rozmieszczenia porów: *sc*, *bcc* oraz *fcc* (Rys. 5.10). Każda z przedstawionych jednostkowych komórek periodycznych została wygenerowana dla znanej porowatości i powiązanego z nią średniego promienia komórki. Wszystkie wygenerowane komórki periodyczne zostały przedstawione z zachowaniem skali. Dzięki temu wyraźnie widoczna jest zmiana rozmiaru komórki periodycznej w zależności od jej porowatości. Zmniejszanie porowatości powoduje zmniejszanie wymiaru komórki periodycznej.



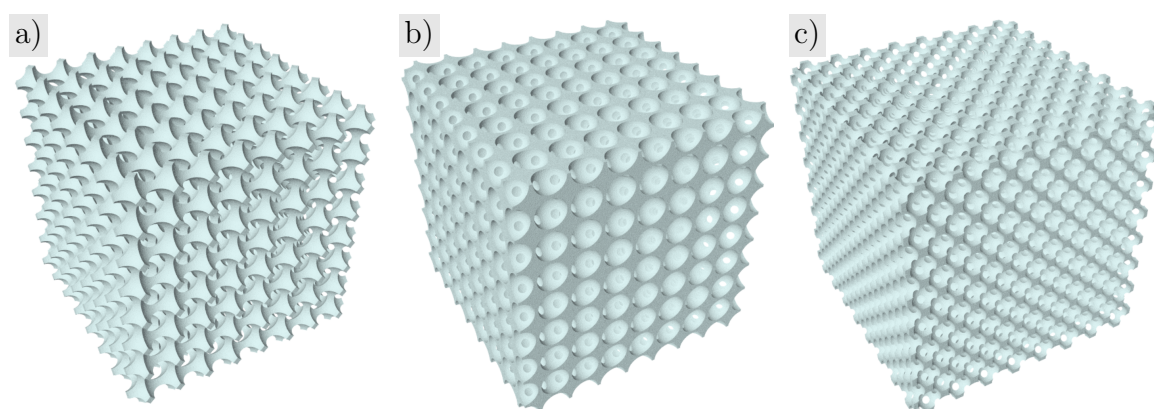
Rys. 5.10: Uzyskane geometrie komórek periodycznych w oparciu o wartości doświadczalne średnich promieni komórek pianki korundowej oraz porowatości (Potoczek, 2012). Wiersz 1) komórki typu *sc* 2) komórki typu *bcc*, 3) komórki typu *fcc*. Kolumna a) $\phi = 90\%$, b) $\phi = 86\%$, c) $\phi = 79\%$, d) $\phi = 74\%$.

Wszystkie otrzymane parametry geometryczne komórek periodycznych zostały zebrane w Tab. 5.4. Porównując otrzymane wartości promienia okienka komórki można stwierdzić, że komórka periodyczna typu *fcc* najlepiej opisuje rzeczywistą strukturę pianki korundowej pod względem zgodności parametrów geometrycznych. Jednakże dla porowatości 74% oraz 69% komórka *fcc* posiada porowatość zamkniętą ($r_w = 0$) podczas gdy rzeczywista struktura dla tych porowatości posiada porowatość głównie typu otwartego. Pozostałe typy komórek periodycznych (*sc* i *bcc*) dla wyszczególnionych porowatości opisują wyłącznie porowatość otwartą, jednak ich parametr geometryczny taki jak promień okienka różni się znacznie od wartości rzeczywistych.

		Badania doświadczalne (Potoczek, 2012)		Modele periodyczne wymiary podane w [μm]								
ϕ [%]	r_c^{mean} [μm]	r_w^{mean} [μm]	<i>sc</i>			<i>bcc</i>			<i>fcc</i>			
			r_c	r_w	a	r_c	r_w	a	r_c	r_w	a	
90	265	68	265	169	405	265	121	542	265	104	687	
86	186	38	186	113	297	186	77	394	186	63	499	
79	120	19	120	65	200	120	38	261	120	25	330	
74	80	12	80	39	138	80	19	178	80	0	225	
69	56	6	56	24	100	56	5	129	56	0	162	

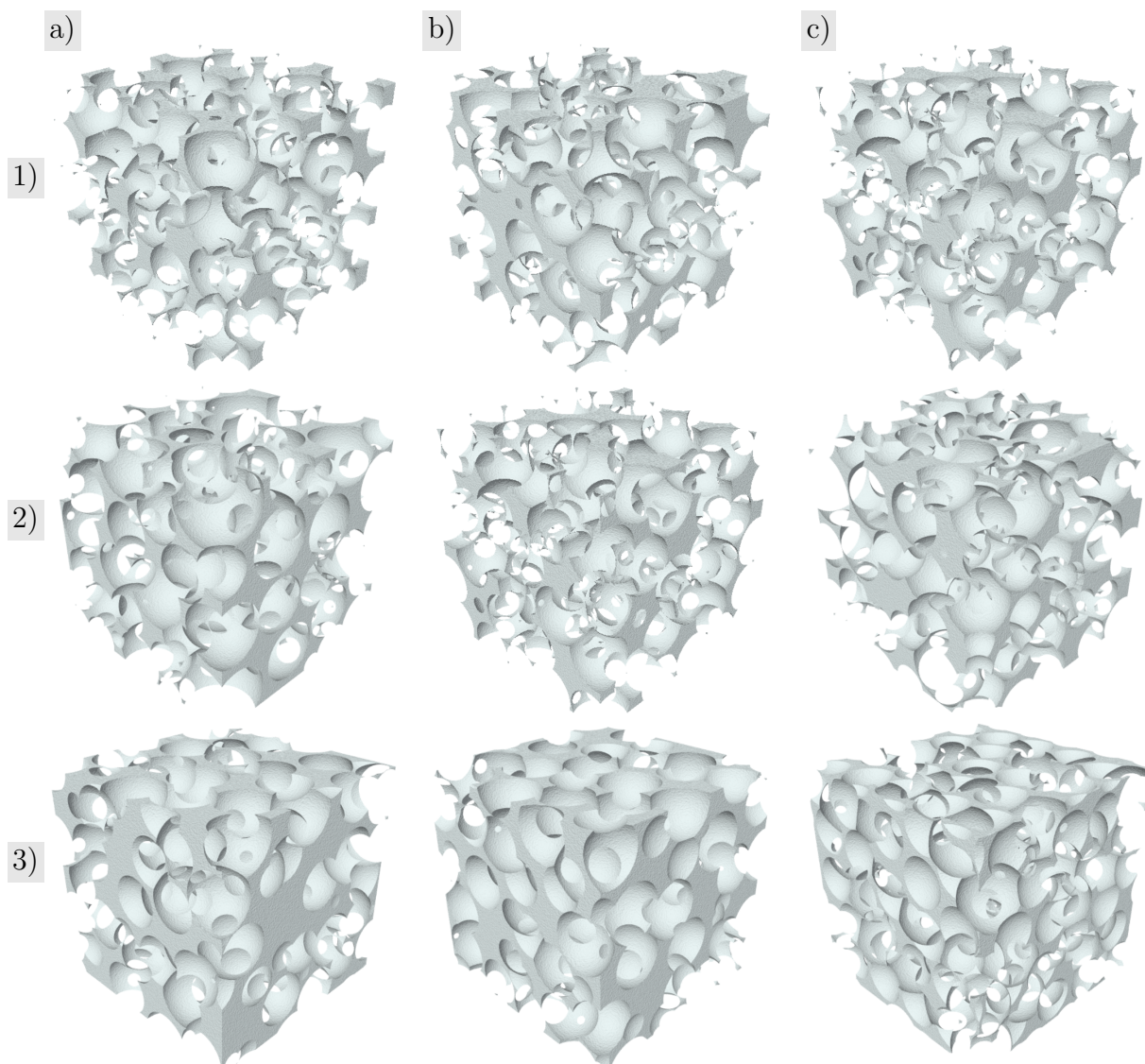
Tab. 5.4: Zestawienie uzyskanych wartości boku komórek periodycznych w zależności od porowatości i średniego promienia komórki rzeczywistej pianki korundowej.

Przestawione na Rys. 5.10 periodyczne komórki powielone w trzech wzajemnie prostopadłych kierunkach tworzą przestrzenną strukturę. Trzy rodzaje takich przestrzennych struktur zostały wygenerowane łącząc ze sobą $8 \times 8 \times 8$ komórek jednostkowych (Rys. 5.11).



Rys. 5.11: Periodyczne struktury złożone z $8 \times 8 \times 8$ komórek jednostkowych. a) komórki typu *sc*, b) komórki typu *bcc*, c) komórki typu *fcc*.

Używając modelu o losowym rozkładzie porów wygenerowane zostały trzy modele struktur takich pianek o różnej porowatości odpowiednio 74%, 80% i 90%. Ze względu na losowy rozkład porów w piance, dla każdej z rozważanych porowatości wykonano pięć różnych modeli, których globalne parametry geometryczne są sobie równe. W sumie analizie poddano 3×5 modeli struktur piankowych. Zawarte w Tab. 4.1 parametry rozkładu logarytmicznie normalnego posłużyły do wygenerowania rozkładu promieni komórek pianki. Następnie stosując algorytm opisany w rozdziale 4.5 (str. 44) otrzymano strukturę geometryczną poszczególnych pianek (Rys. 5.12).



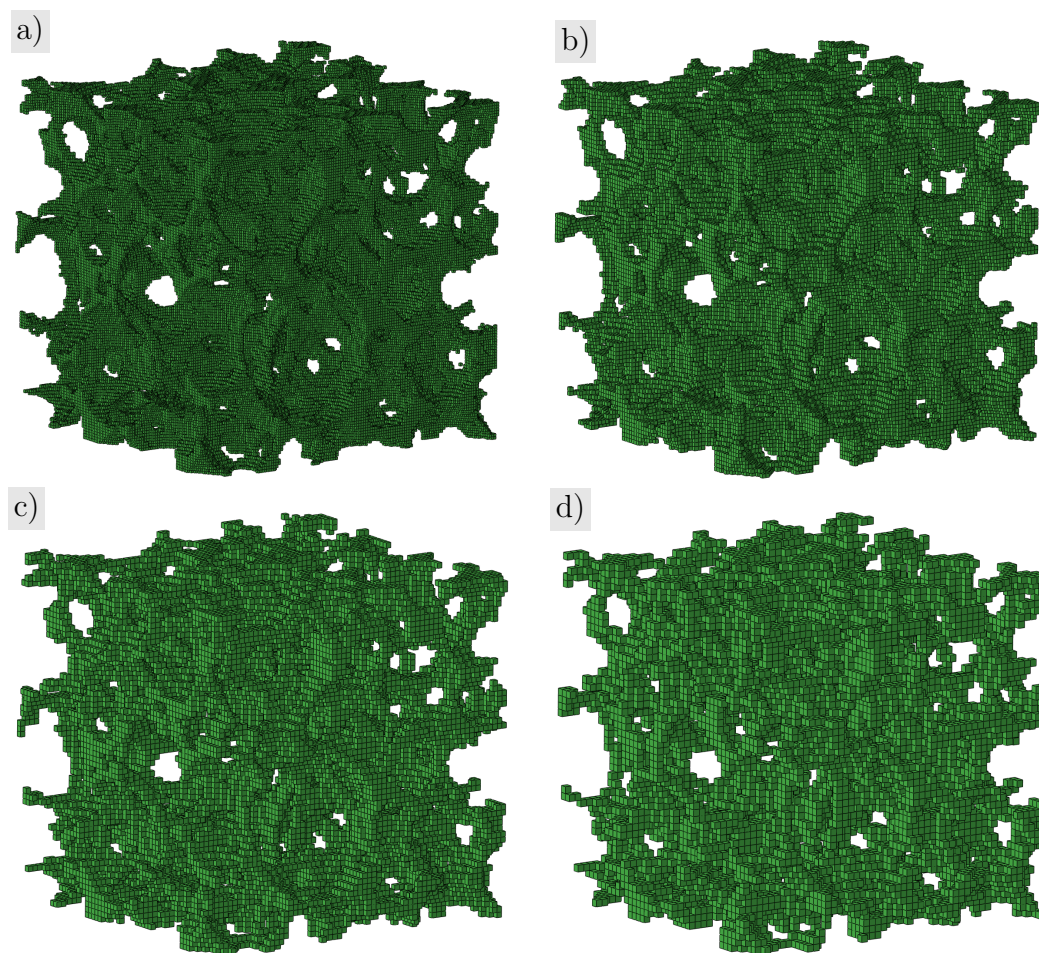
Rys. 5.12: Struktury geometryczne uzyskane przy użyciu modelu o losowym rozkładzie porów. Wiersz 1) porowatość 90%, 2) porowatość 86%, 3) porowatość 74%.

5.3.2 Siatka elementów skończonych

Regularna siatka kubiczna

Przeprowadzenie symulacji numerycznych programem metody elementów skończonych wymaga wygenerowania odpowiedniej siatki elementów. Dla modelu geometrii pianki bazującego na rzeczywistej strukturze wygenerowana została siatka elementów skończonych sześciennych (Rys. 5.13). Każdy woksel, z którego składa się geometria tego modelu został zamieniony na pojedynczy element skończony za pomocą specjalnego skryptu języka PYTHON w programie metody elementów skończonych ABAQUS. Analizie podano różne typy siatek różniące się między sobą wielkością elementu skończonego¹.

¹Przez wielkość elementu rozumiana jest długość najdłuższej krawędzi elementu skończonego.



Rys. 5.13: Siatka elementów dla modelu opartego na zdjęciach z mikrotomografii 2×2 mm. Każdy woksel reprezentuje jeden element skończony. Wielkość elementu wynosi odpowiednio: a) $\frac{1}{8}r_c^m$, b) $\frac{1}{6}r_c^m$, c) $\frac{1}{4}r_c^m$, d) $\frac{1}{3}r_c^m$, gdzie r_c^m oznacza średni wymiar promienia komórki pianki.

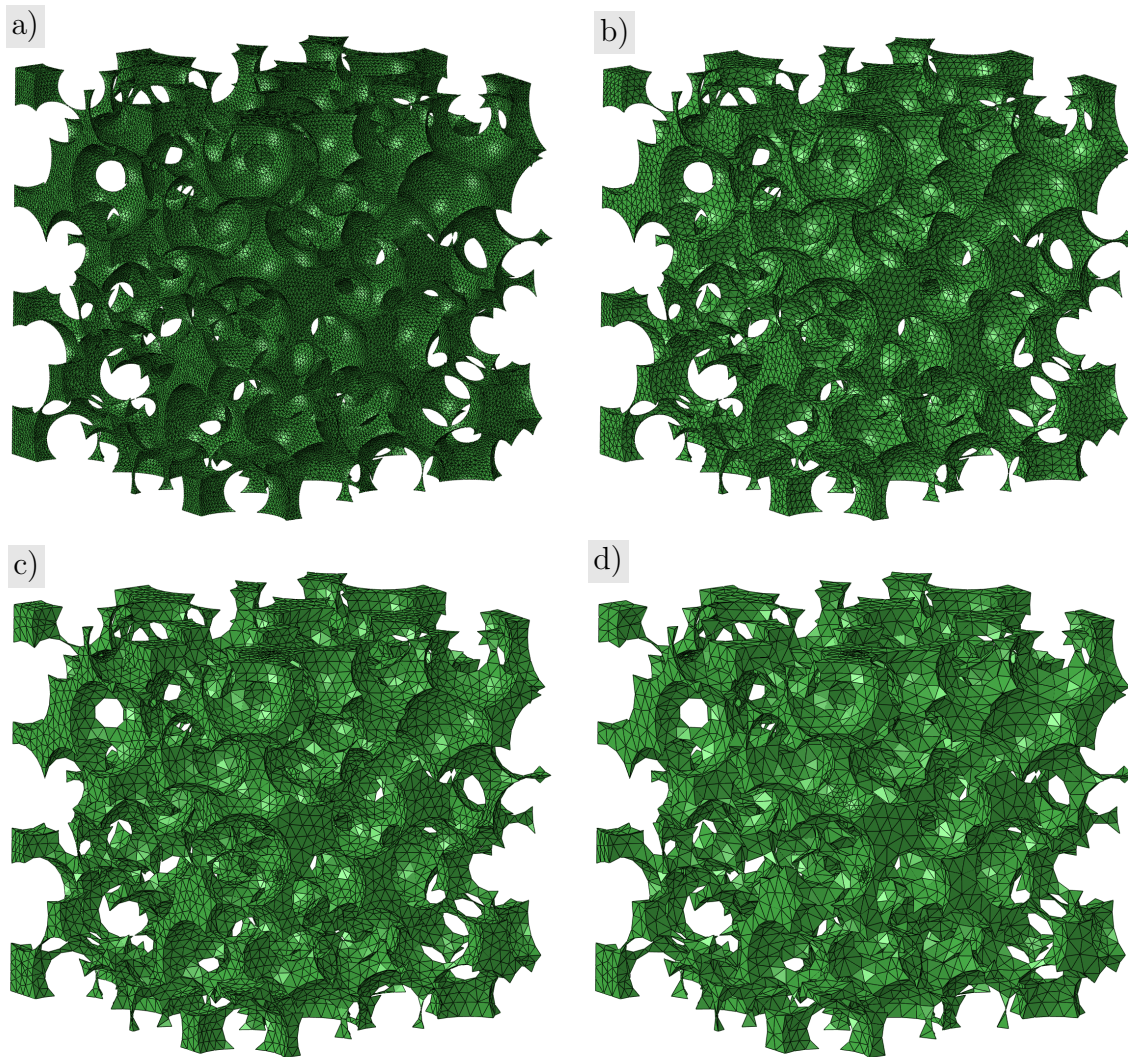
Szczegółowe zestawienie parametrów wygenerowanych siatek takich jak liczba elementów skończonych, liczba stopni swobody, wymiar elementu, zawiera Tab. 5.5.

Siatka MES	a)	b)	c)	d)
średni wymiar elementu	$\frac{1}{5}r_c$	$\frac{1}{10}r_c$	$\frac{1}{20}r_c$	$\frac{1}{40}r_c$
Liczba elementów	24446	101857	203678	326599
Liczba stopni swobody	53404	192294	363157	562621

Tab. 5.5: Zestawienie liczby elementów i stopni swobody dla analizowanych przypadków przedstawionych na Rys. 5.13.

Siatka MES dla modelu o losowym rozkładzie porów

Model o losowym rozkładzie porów został zdyskretyzowany przy użyciu wbudowanych funkcji programu ABAQUS - technika typu FREE. Użyto elementów tetragonalnych, które jako jedyne nadawały dla tak złożonej geometrii. Uzyskane różne typy siatek o różnej wielkości elementu skończonego przedstawia Rys. 5.14.



Rys. 5.14: Siatka elementów skończonych pianki o porowatości 90% dla średniej wielkości elementu odpowiednio: a) 0,08 mm, b) 0,04 mm, c) 0,03 mm, d) 0,024 mm

Parametry wygenerowanych czterech typów siatek elementów skończonych zostały wyszczególnione w Tab. 5.6.

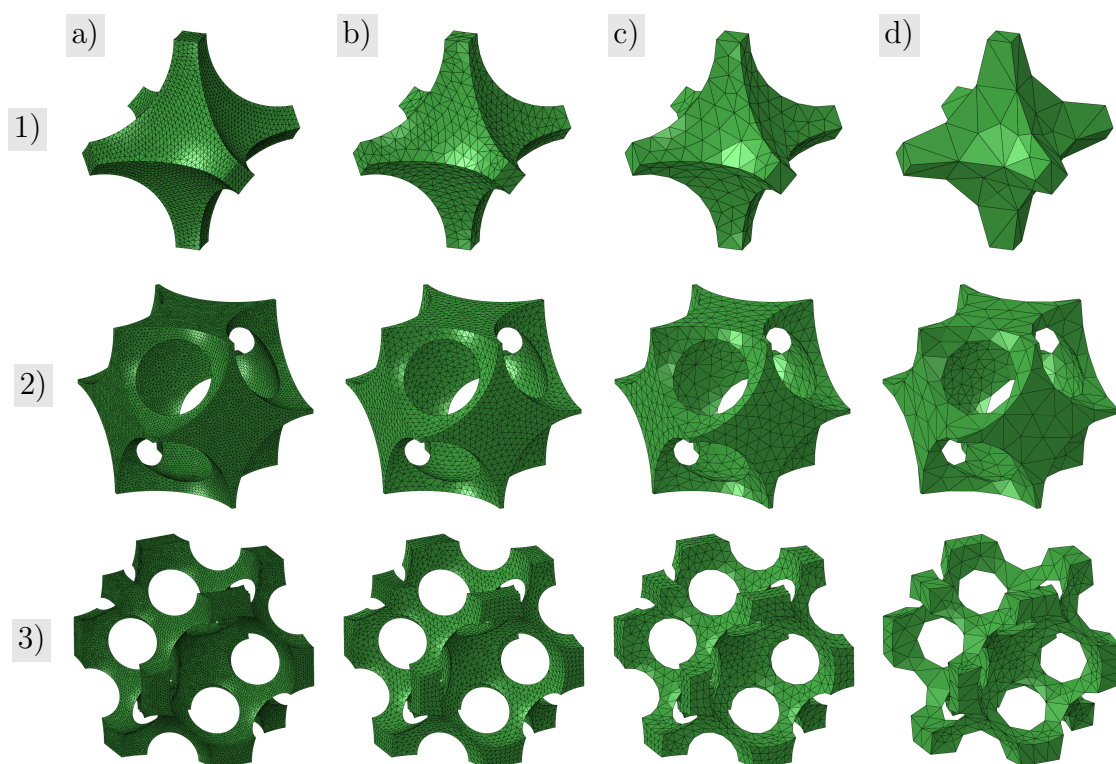
Siatka MES	a)	b)	c)	d)
średni wymiar elementu	$\frac{1}{5}r_c$	$\frac{1}{10}r_c$	$\frac{1}{20}r_c$	$\frac{1}{40}r_c$
Liczba elementów	24446	101857	203678	326599
Liczba stopni swobody	53404	192294	363157	562621

Tab. 5.6: Zestawienie liczby elementów i stopni swobody dla analizowanych przypadków przedstawionych na Rys. 5.14.

Siatka MES dla komórek periodycznych

Do budowy siatki MES dla modelu periodycznego zastosowane zostały elementy skończone tetragonalne z liniowymi (C3D4) oraz kwadratowymi (C3D10) funkcjami

kształtu. Analizę wpływu wielkości elementu skończonego na wynik symulacji numerycznej została przeprowadzona dla komórki pianki o porowatości 90%. Na Rys. 5.15, zostały pokazane siatki dla różnych typów komórek z różną średnią wielkością elementu.



Rys. 5.15: Siatka elementów skończonych struktury *sc* o porowatości 90% dla średniego wymiaru elementu: a) 0,01 mm, b) 0,02 mm, c) 0,04 mm, d) 0,08 mm.

W Tab. 5.7 zestawione zostały charakterystyczne dane dotyczące wygenerowanych siatek MES dla komórek periodycznych.

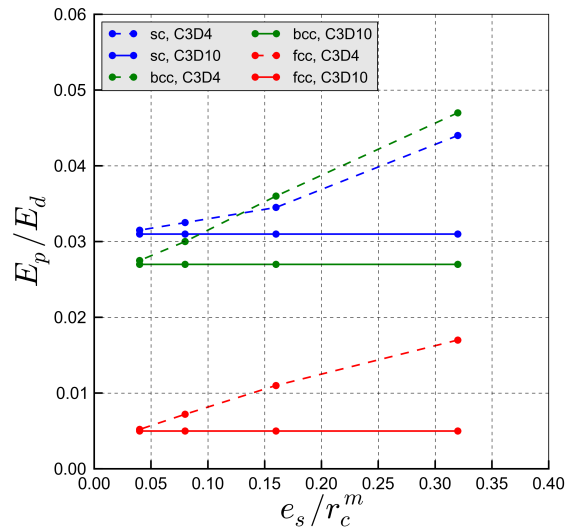
Siatka MES	a)	b)	c)	d)
średni wymiar elementu	$\frac{1}{5}r_c$	$\frac{1}{10}r_c$	$\frac{1}{20}r_c$	$\frac{1}{40}r_c$
Liczba elementów	24446	101857	203678	326599
Liczba stopni swobody	53404	192294	363157	562621

Tab. 5.7: Zestawienie liczby elementów i stopni swobody dla analizowanych przypadków przedstawionych na Rys. 5.14.

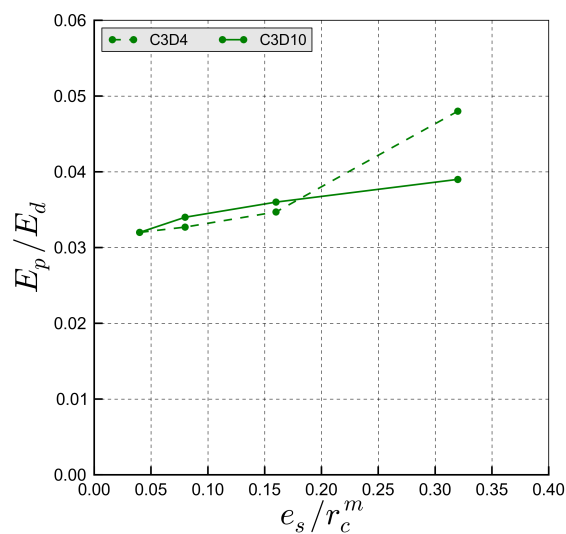
Zaprezentowane cztery rodzaje siatek (Rys. 5.13, 5.14, 5.15) zostały użyte do wykonania symulacji numerycznych w celu określenia ich wpływu na wynik rozwiązania numerycznego. Dla każdej siatki MES przeprowadzono test ściskania z użyciem równań liniowej teorii sprężystości. Do porównania wyników użyty został współczynnik określony następującym wzorem.

$$\eta = \frac{E_p}{E_s} = \frac{F}{E_s \cdot L \cdot \Delta L} \quad (5.2)$$

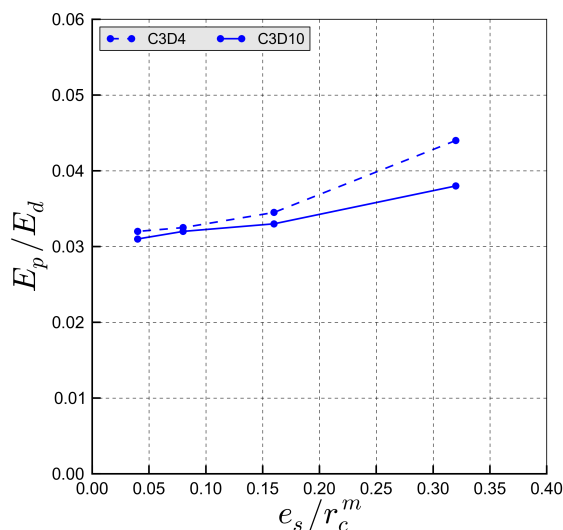
gdzie F oznacza obliczoną reakcję, L określa wymiar boku próbki sześcienniej, natomiast ΔL - oznacza wartość zadanego przemieszczenia. Parametry E_p oraz E_s oznaczają odpowiednio moduł Younga pianki i litego korundu.



Rys. 5.16: Wyniki symulacji numerycznych dla różnych gęstości siatek i typu komórki periodycznej



Rys. 5.17: Wyniki symulacji numerycznych dla różnych gęstości siatek modelu rzeczywistego opartego na zdjęciach z mikrotomografii.



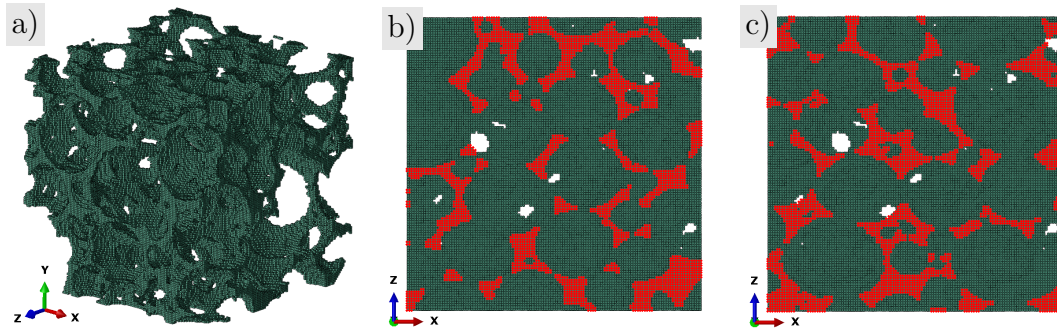
Rys. 5.18: Wyniki symulacji numerycznych dla różnych gęstości siatek modelu o losowym rozkładzie porów.

5.3.3 Warunki brzegowe

Symulacje numeryczne deformacji struktur piankowych dla procesu ściskania, rozciągania, ścinania przeprowadzono z zastosowaniem przemieszczeniowych warunków brzegowych. W tym celu zdefiniowane zostały dwa obszary (górny i dolny Rys. 5.19). Dla węzłów siatki MES należących do zaznaczonych obszarów wymuszone zostały następujące przemieszczenia:

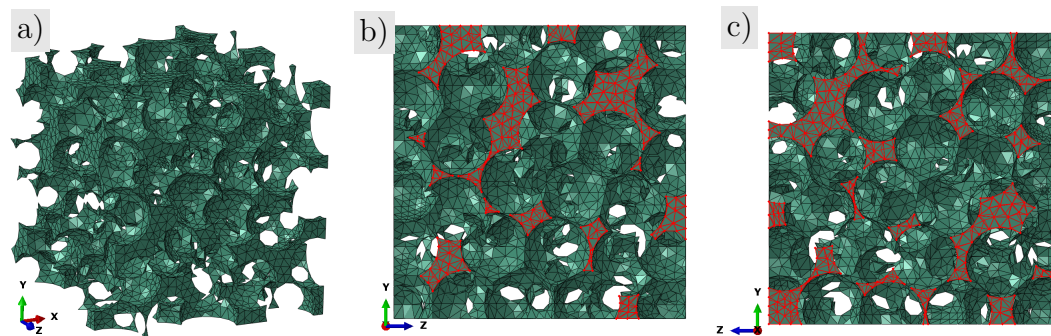
- dla przypadku rozciągania i ściskania przemieszczenie w kierunku normalnym dla dolnej płaszczyzny zostało zablokowane, natomiast dla płaszczyzny górnej wymuszone zostało przemieszczenie w kierunku normalnym równe $1/10$ boku próbki,
- dla przypadku ścinania, przemieszczenie w kierunku stycznym dla dolnej płaszczyzny zostało zablokowane, natomiast dla płaszczyzny górnej zostało wymuszone przemieszczenie styczne równe $1/10$ boku próbki.

Obszar górny i dolny dla modelu opartego na rzeczywistej strukturze został przedstawiony na Rys. 5.19. Zaznaczone obszary zostały wyszukane z wykorzystaniem specjalnego skryptu języka PYTHON dla programu ABAQUS.



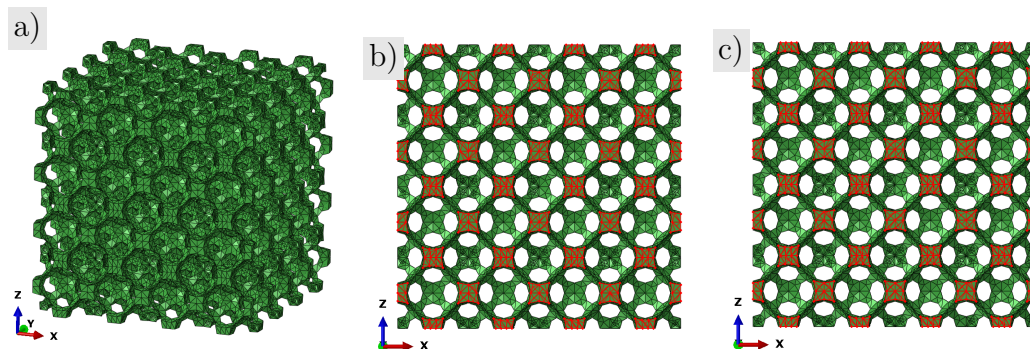
Rys. 5.19: Rzeczywista struktura piankowa otrzymana ze zdjęć μ CT, b) obszar górny i c) dolny próbki sześcienniej, do których zostały zdefiniowane przemieszczeniowe warunki brzegowe.

W podobny sposób został określony obszar górny i dolny dla modelu o losowym rozkładzie porów (Rys. 5.20).



Rys. 5.20: a) Model struktury pianki korundowej o losowym rozkładzie porów, b) obszar górny i c) dolny próbki sześcienniej, do których zostały zdefiniowane przemieszczeniowe warunki brzegowe.

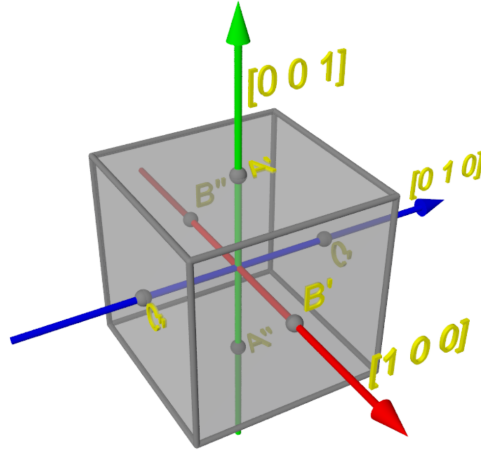
Do celów porównawczych na (Rys. 5.20) przedstawiono analogiczny obszar górny i dolny dla modelu periodycznego składającego się z $4 \times 4 \times 4$ komórek typu *fcc*.



Rys. 5.21: a) Model periodycznej struktury pianki korundowej złożony z $4 \times 4 \times 4$ komórek periodycznych, b) obszar górny, c) dolny próbki sześcienniej, do których zostały zdefiniowane przemieszczeniowe warunki brzegowe.

Zaletą modeli periodycznych jest to, że wystarczy analizować tylko jedną komórkę aby uzyskać informacje dla całej nieskończenie dużej struktury. Z tego względu obliczenia

dla takich modeli nie są czasochłonne. Wymagane jest natomiast zastosowanie odpowiednich warunków periodycznych dla brzegów komórki jednostkowej. Rys. 5.22 przedstawia sześcian ograniczający komórkę jednostkową. Trzy pary przeciwległych ścian zostały oznaczone kolejnymi literami alfabetu z odpowiednim indeksem.



Rys. 5.22: Sześcian ograniczający periodyczną komórkę jednostkową.

Dla każdej pary węzłów siatki znajdujących się na przeciwległych ścianach wprowadzone zostały dodatkowe ograniczenia zgodnie z (Chen et al., 1999).

$$\begin{aligned}
 u_i^{A'} - u_i^{A''} &= \varepsilon_i (x_i^{A'} - x_i^{A''}) & \text{dla } i &= \{1, 2, 3\}, \\
 u_i^{B'} - u_i^{B''} &= \varepsilon_i (x_i^{B'} - x_i^{B''}) & \text{dla } i &= \{1, 2, 3\}, \\
 u_i^{C'} - u_i^{C''} &= \varepsilon_i (x_i^{C'} - x_i^{C''}) & \text{dla } i &= \{1, 2, 3\}.
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

gdzie u_i oznacza kolejną współrzędną wektora przemieszczenia, x_i oznacza współrzędną położenia. Makroskopowe odkształcenie na danym kierunku zostało oznaczone poprzez ε_i . Przetawione równanie zostały zaimplementowane w programie ABAQUS z użyciem opcji *EQUATION.

5.3.4 Model konstytutywny litego korundu

Jednym z najważniejszych aspektów modelowania zachowania się materiału podczas deformacji jest poprawny związek konstytutywny definiujący relację między naprężeniem a odkształceniem. W niniejszej pracy przyjęte zostały dwa modele konstytutywne opisujące zachowanie litego korundu, z którego wykonana jest pianka.

Do sprężystego opisu deformacji litego korundu użyty został model izotropowego ciała Hooke'a, którego postać opisuje następujące równanie.

$$\boldsymbol{\sigma} = 2G\boldsymbol{\varepsilon} + \lambda \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) \tag{5.4}$$

gdzie moduł ścinania $G = E/2(1 + \nu)$, a współczynnik Lammego $\lambda = E\nu/(1 + \nu)(1 - 2\nu)$. E oznacza moduł Younga, ν - współczynnik Poissona.

W zakresie małych odkształceń oraz gdy poziom naprężeń jest dużo mniejszy od granicy zakresu sprężystego model Hooke'a w dobry sposób opisuje zachowanie litego korundu. Dla takiego zakresu lity korund zachowuje się w pełni sprężysto bez pojawiania się jakichkolwiek uszkodzeń. Model Hooke'a został użyty między innymi do symulacji numerycznej ściskania pianki korundowej w celu wyznaczenia modułu Younga E_p i współczynnika Poissona ν_p pianki korundowej (rozdział: 5.3.5, strona: 69). Dla opisu niesprężystego zachowania litego korundu została użyta powierzchnia Burzyńskiego (Burzyński, 1928; Pęcherski et al., 2011), która określa granicę zakresu sprężystego

$$F = q^2 + 3(\sigma_Y^C - \sigma_Y^T)p - \sigma_Y^C \sigma_Y^T = 0, \quad (5.5)$$

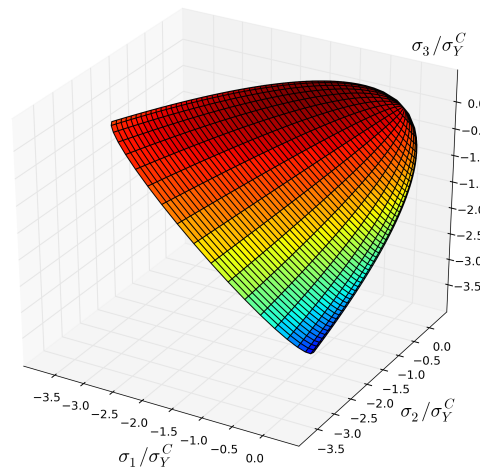
gdzie k_c - wartość granicy sprężystości przy ściskaniu, k_t - wartość granicy sprężystości przy rozciąganiu. Naprężenie q określa naprężenie ekwiwalentne, natomiast p - ciśnienie hydrostatyczne według następujących wzorów

$$q = \sqrt{3J_2}, \quad p = \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}), \quad (5.6)$$

gdzie J_2 oznacza drugi niezmiennik tensora naprężenia Cauchy'ego. Wzór 5.5 można przedstawić w następujący sposób

$$F = \sigma^z - \frac{1}{k} \sigma_Y^C = 0, \quad \sigma^z = \frac{1}{2k} \left[3(k-1)p + \sqrt{9(k-1)^2 p^2 + 4kq^2} \right], \quad (5.7)$$

gdzie Parametr k wyraża stosunek $k = \sigma_Y^C / \sigma_Y^T$. W przestrzeni naprężeń głównych wzór 5.5 określa paraboloidę obrotową o osi równonachylonej do trzech osi układu współrzędnych (Rys. 5.23).



Rys. 5.23: Powierzchnia uszkodzenia wyznaczona dla litego korundu zgodnie z równaniem (5.5) dla parametrów $\sigma_Y^C = 2400$ MPa oraz $\sigma_Y^T = 105$ MPa.

Wnętrze paraboloidy określa zbiór wszystkich stanów naprężenia, dla których materiał zachowuje się sprężysto. Przekroczenie powierzchni granicznej wiąże się z występowaniem uszkodzeń w materiale. Do opisu zachowania niesprężystego zastosowano rozkład

tensora odkształcenia $\boldsymbol{\varepsilon}$ na część sprężystą oraz niesprężystą zgodnie z równaniem

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^{in} \quad (5.8)$$

Związek konstytutywny dla zakresu niesprężystego opisuje znane prawo stowarzyszonego płynięcia plastycznego

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{in} = \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad \text{gdzie} \quad G = F. \quad (5.9)$$

gdzie $\dot{\lambda}$ oznacza pewien nieznaną mnożnik. Prawo uszkodzenia zostało opisane ze skalarną miarą uszkodzenia zaproponowaną przez Kachanowa (Kachanov, 1958; Latus i Nowak, 2010)

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - d) \mathbf{D}^e : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{in}). \quad (5.10)$$

gdzie d określa skalarną miarę uszkodzenia przyjmującą wartości od 0 (materiał bez uszkodzeń) do 1 (materiał całkowicie uszkodzony). Parametr ten został wyrażony jako funkcja odkształcenia ekwiwalentnego według równania

$$d = \eta(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^{in}), \quad \eta(0) = 0, \quad \eta(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_k^t) = 0.9. \quad (5.11)$$

gdzie odkształcenie ekwiwalentne zostało wyznaczone z równania pracy zgodnie z równaniem

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \sigma_Y^C \dot{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}}^p \quad (5.12)$$

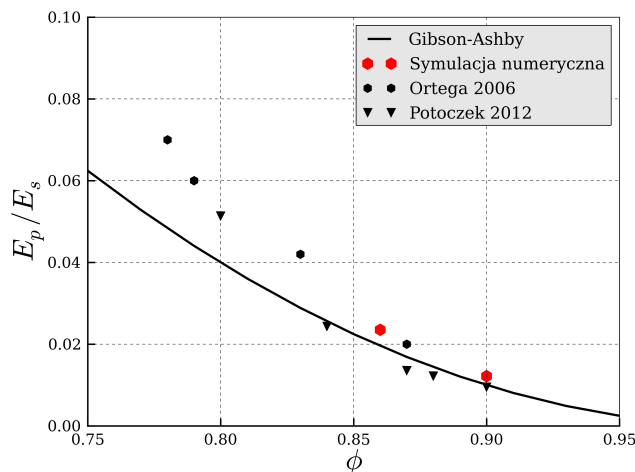
Przedstawiona w tej części rozdziału propozycja modelu konstytutywnego litego korundu została zaimplementowana w postaci opracowanej procedury UMAT dla programu ABAQUS. Model ten został użyty do określenia wytrzymałości na ściskanie pianki korundowej (rozdział: 5.3.6 strona: 73). Kod opracowanej procedury zapisany w języku FORTRAN stanowi załącznik B.1 niniejszej pracy (patrz strona 93).

5.3.5 Wyznaczenie modułu Younga

W tej części rozdziału przedstawione zostały wyniki symulacji numerycznych testu ściskania z użyciem modelu ciała Hooke'a do określenia wartości modułu Younga pianki korundowej E_p . Symulacje zostały przeprowadzone z użyciem trzech modeli przedstawionych w rozdziale 4. Dla każdej z wygenerowanych geometrii zawartych w rozdziale 5.3.1 zostały przeprowadzone symulacje numeryczne. Dla każdej z nich zostały zastosowane warunki brzegowe opisane w rozdziale 5.3.3. Wszystkie obliczenia wykonano w programie metody elementów skończonych ABAQUS.

Wyniki przeprowadzonych obliczeń dla modelu opartego na zdjęciach μ CT przedstawiono na Rys. 5.24. Obliczenia przeprowadzone zostały dla dwóch rodzajów pianek o porowatości 86% oraz 90%².

²Obliczenia zostały ograniczone do dwóch porowatości, dla których wykonane zostały badania z użyciem mikrotomografii. Brak takich badań dla innych porowatości uniemożliwił budowę modelu struktury, a tym samym wykonanie obliczeń numerycznych.



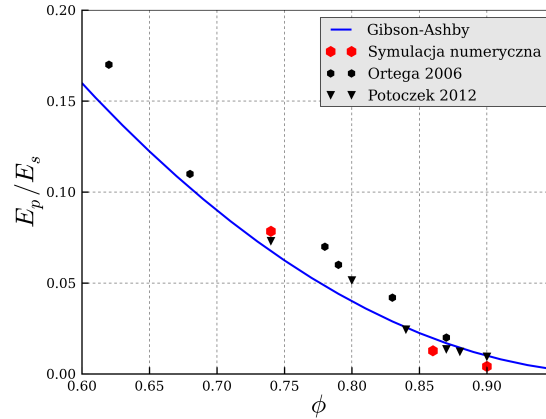
Rys. 5.24: Porównanie wyników symulacji numerycznych z użyciem modelu opartego na zdjęciach μ CT z wartościami eksperymentalnymi na podstawie (Ortega et al., 2006), (Potoczek, 2012).

Dla modelu o losowym rozkładzie porów wykonanych zostało szereg symulacji numerycznych których wyniki zestawiono w Tab. 5.8. Otrzymane trzy wartości modułu Younga dla danej porowatości zostały uśrednione i zamieszczone w ostatniej kolumnie. Wyznaczone moduły nie różnią się znacznie między sobą. Potwierdza to izotropowość pianki, która jest zgodna z obserwacjami.

Porowatość	kierunek X	kierunek Y	kierunek Z	średnia
74%	30488	29289	27343	29040
86%	4766	4495	4970	4743
90%	2060	1374	1312	1582

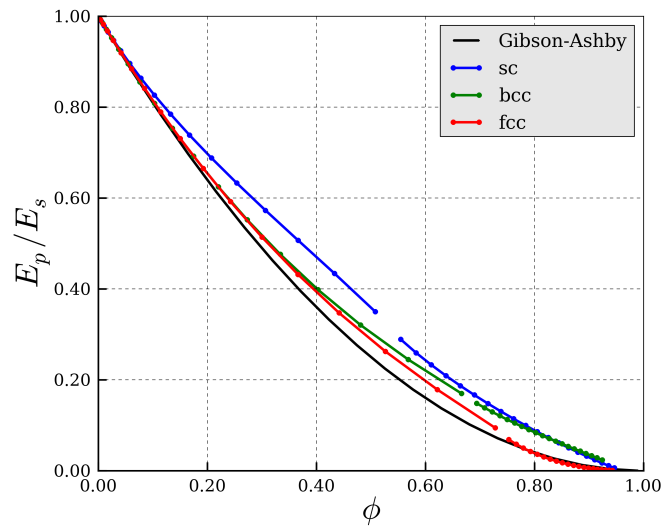
Tab. 5.8: Wartości modułów Younga [MPa] w zależności od kierunku obciążenia i porowatości pianki.

Uzyskane wartości modułów Younga zostały porównane z wynikami eksperymentalnymi. Wynik zostały przedstawione na Rys. 5.25. Widoczna jest dobra zgodność między wynikami numerycznymi a eksperymentalnymi.



Rys. 5.25: Porównanie wyników symulacji numerycznych dla modułu Younga z wartościami eksperymentalnymi na podstawie (Ortega et al., 2006), (Potoczek, 2012).

Stosując model periodyczny wykonano zostało najwięcej symulacji procesu ściskania. Głównym tego powodem był mały koszt obliczeniowy w porównaniu do pozostałych dwóch modeli. Wyniki obliczeń zostały przedstawione na Rys. 5.26.



Rys. 5.26: Wyniki modułu Younga dla modelu periodycznego z zastosowaniem trzech typów komórek periodycznych *sc*, *bcc* i *fcc*.

Z uwagi na fakt symetrii kubicznej jaką posiadają omawiane komórki periodyczne, wyznaczony został kierunkowy moduł Younga zgodnie z równaniem

$$E(\mathbf{n}) = \frac{1}{(\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) \cdot \mathbf{S} \cdot (\mathbf{n} \otimes \mathbf{n})} \quad (5.13)$$

gdzie \mathbf{S} oznacza tensor podatności a \mathbf{n} oznacza jednostkowy wektor kierunkowy. Aby wyznaczyć zależność modułu Younga od kierunku potrzebna jest znajomość tensora po-

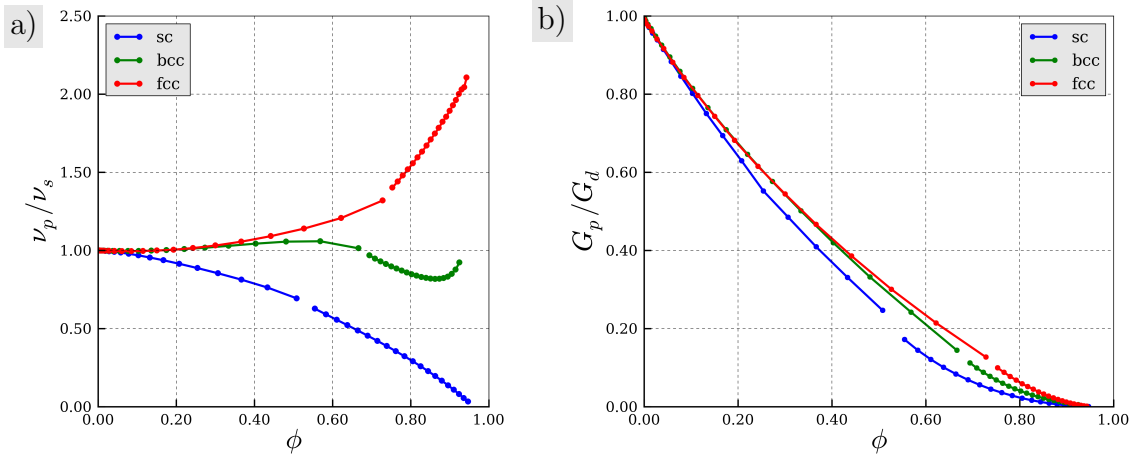
datności. Zapisując odwrotne prawo Hooke'a dostajemy

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{S} \cdot \boldsymbol{\sigma}. \quad (5.14)$$

Zapisując równanie (5.14) w postaci macierzowej i zakładając symetrię kubiczną tensora \mathbf{S} dostajemy

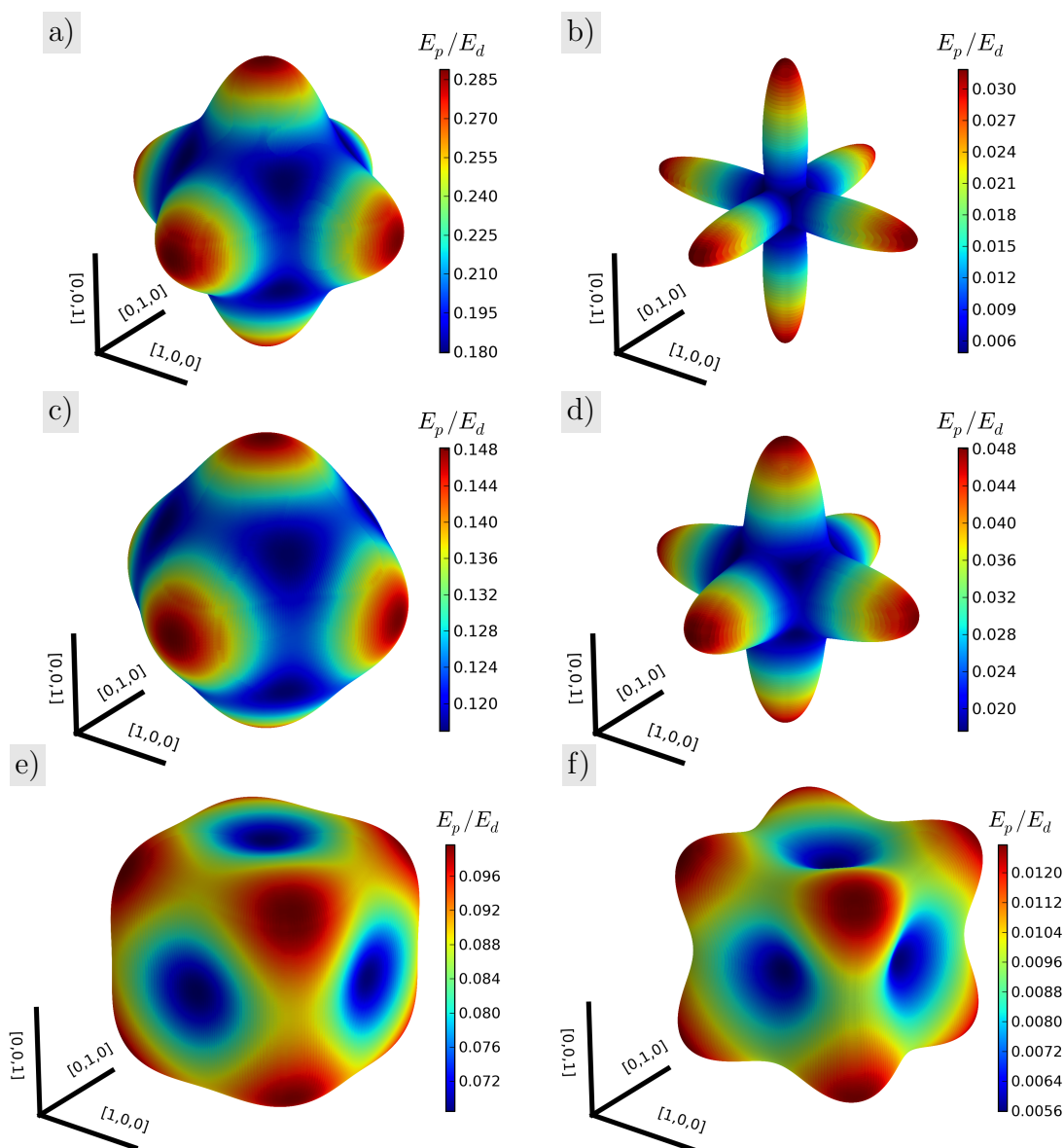
$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

gdzie E_1 , - jest modułem Younga na kierunku głównym symetrii kubicznej, G_{12} , - modułem ścinania, $\nu_{12} = \nu_{21}$ - współczynnikiem Poissona. Aby wyznaczyć tensor podatności potrzeba dodatkowych obliczeń do wyznaczenia modułu ścinania i współczynnika Poissona. Na Rys. 5.27 zestawiono wyniki dla modułu ścinania oraz współczynnika Poissona jako funkcję porowatości.



Rys. 5.27: Wyniki obliczeń numerycznych z użyciem modelu periodycznego, a) współczynnik Poissona, b) moduł ścinania.

Stosując wzór (5.13) otrzymane zostały powierzchnie obrazujące zależność modułu Younga od rozpatrywanego kierunku i porowatości (Rys. 5.28).

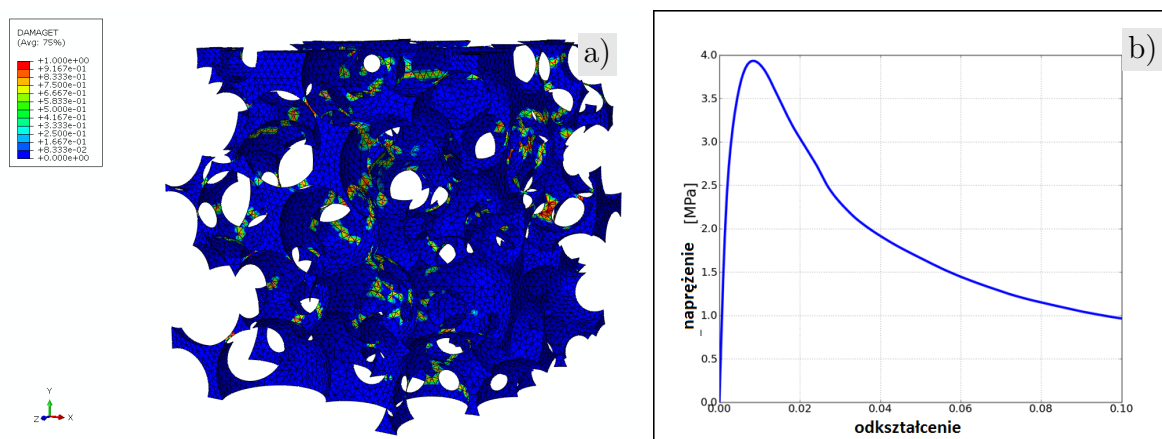


Rys. 5.28: Kierunkowy moduł Younga a) komórka sc , $\phi = 56\%$, b) komórka sc , $\phi = 80\%$, c) komórka bcc , $\phi = 56\%$, d) komórka bcc , $\phi = 80\%$, e) komórka fcc , $\phi = 56\%$, f) komórka fcc , $\phi = 80\%$.

5.3.6 Wyznaczenie wytrzymałości na ściskanie

Model o losowym rozkładzie porów

Do wyznaczenia wytrzymałości na ściskanie pianki korundowej użyto opracowanego w rozdziale 5.3.4 modelu litego korundu, który opisuje zachowanie niesprężyste oraz generację uszkodzeń. Wyniki przeprowadzonej symulacji dla pianki o porowatości 90% zostały przedstawione na Rys. 5.29. Jako rezultat obliczeń uzyskana została globalna odpowiedź materiału w postaci krzywej naprężenie-odkształcenie. Z tej zależności można odczytać maksymalną wartość naprężenia (≈ 4 MPa) jaką jest w stanie przenieść przedstawiona struktura pianki.



Rys. 5.29: a) rozkład parametru uszkodzenia spowodowanego pojawianiem się naprężeń rozciągających podczas deformacji, b) otrzymana charakterystyka naprężenie-odkształcenie rzeczywiste.

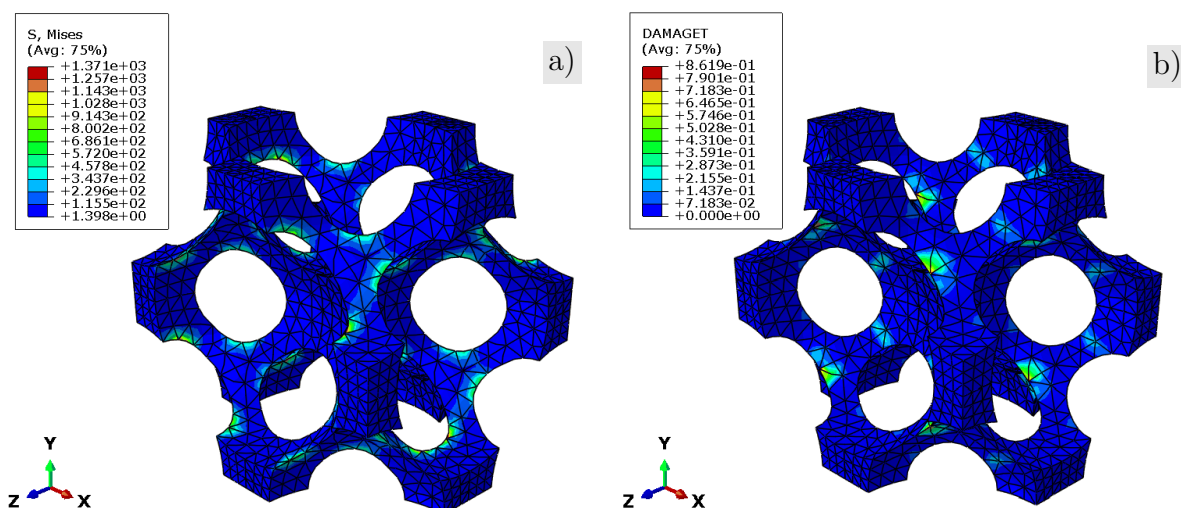
Następujący spadek naprężeń spowodowany jest uszkodzeniem pianki w wyniku pojawienia się naprężeń rozciągających. Rozkład parametru uszkodzenia obejmuje prawie cały obszar pianki, dochodząc w niektórych miejscach do wartości bliskiej 1, co oznacza całkowitą utratę sztywności. Analogiczne wyniki numeryczne zostały uzyskane dla pozostałych analizowanych porowatości zawartych w Tab. 5.9.

Porowatość	Wytrzymałość na ściskanie [MPa]
74%	20,0
86%	8,0
90%	4,0

Tab. 5.9: Wyniki wytrzymałości na ściskanie dla modelu losowego.

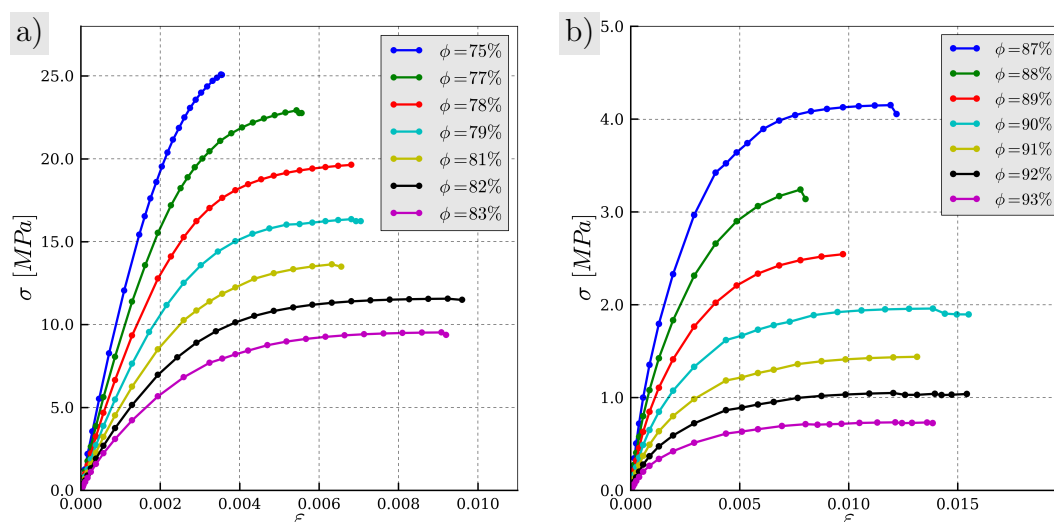
Model periodyczny

Przeprowadzone symulacje testu ściskania dla modelu periodycznego pozwoliły na uzyskanie wartości wytrzymałości na ściskanie. Na Rys. 5.31 przedstawione zostały rozkłady naprężenia ekwiwalentnego (lewo) oraz rozkład parametru uszkodzenia związanego z pojawianiem się naprężeń rozciągających. Wartość 0 tego parametru oznacza materiał nieuszkodzony. Wartość równa 1 oznacza materiał o zerowej sztywności.



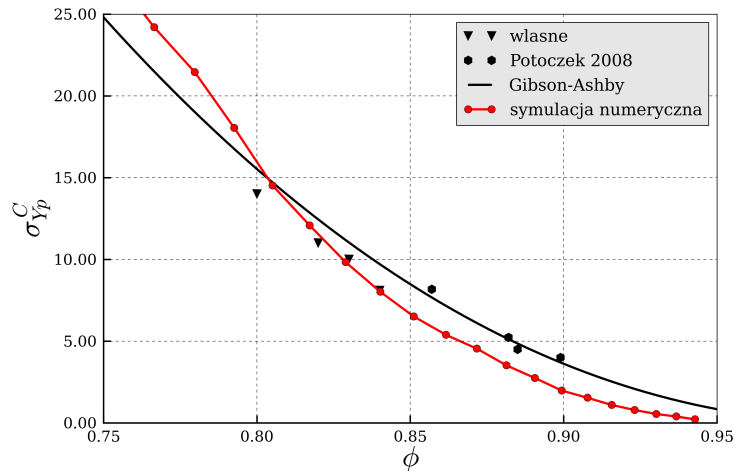
Rys. 5.30: Wyniki symulacji numerycznej procesu ściskania: a) rozkład naprężenia ekwiwalentnego, b) rozkład parametru uszkodzenia w wyniku pojawiania się naprężeń rozciągających.

Wszystkie symulacje numeryczne zostały przeprowadzone dla komórki periodycznej typu *fcc*, gdyż ta daje najlepszą zgodność otrzymanych wyników z eksperymentem. Zamieszczone w poprzednim rozdziale wyniki modułów Younga są tego potwierdzeniem. Rys. 5.31 przedstawia wyniki symulacji numerycznych testu ściskania z zastosowaniem komórki periodycznej *fcc*.



Rys. 5.31: Wyniki symulacji numerycznej procesu ściskania dla różnych porowości komórki periodycznej typu *fcc*.

Odczytane maksymalne wartości naprężeń z przestawionych wykresów określają wytrzymałość pianki, która została przedstawiona na Rys. 5.32 jako funkcja porowości.



Rys. 5.32: Wytrzymałość na ściskanie pianki korundowej jako funkcja jej porowatości. Czerwoną punkty reprezentują wartości uzyskane z symulacji numerycznych dla komórki typu *fcc*. Kolorem czarnym przestawiona jest wytrzymałość na ściskanie otrzymana z modelu modelu Gibson-Ashby. Czarnymi punktami zaznaczono wyniki otrzymane z badań doświadczalnych.

5.4 Symulacje przepływu cieczy

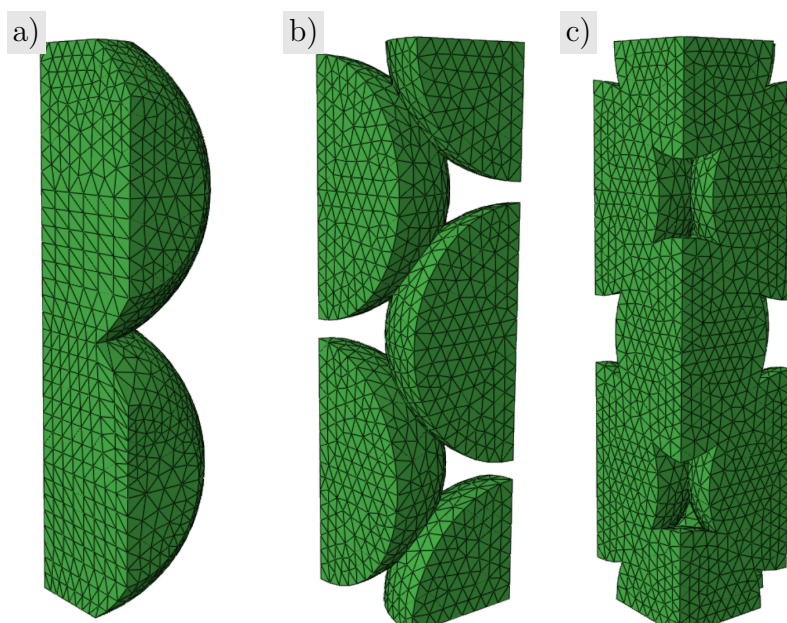
Kolejną cechą charakteryzującą piankę korundową jest przepuszczalność. Przepuszczalność zależy przede wszystkim od porowatości pianki oraz budowy jej wewnętrznej struktury. W rozdziale tym zaprezentowane zostały wyniki obliczeń numerycznych z wykorzystaniem programu ABAQUS/CFD. Obliczenia numeryczne polegały na wymuszeniu przepływu cieczy przez zadaną objętość pianki korundowej z pomiarem ciśnień na wlocie i wylocie cieczy. Uzyskana różnica wyznaczonych ciśnień jest cechą charakterystyczną danej pianki. Podstawiając wyliczoną wartość do prawa Darcy'ego można otrzymać przepuszczalność. Spadek ciśnienia Δp na długości L zgodnie z prawem Darcy'ego wyraża zależność

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{\mu}{k_1} v \quad (5.16)$$

gdzie k_1 oznacza przepuszczalność, v prędkość strumienia cieczy, natomiast μ wyraża lepkość dynamiczną. Stąd po prostych przekształceniach wzór na przepuszczalność przyjmuje postać

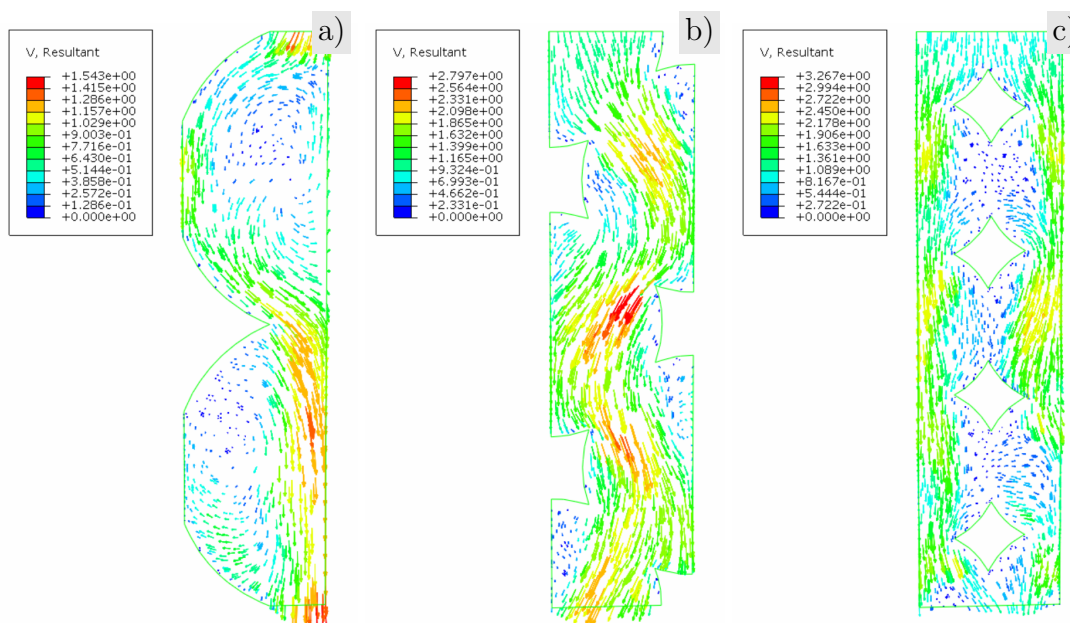
$$k_1 = \frac{\mu \cdot v \cdot L}{\Delta p}. \quad (5.17)$$

Sitka metody elementów skończonych dla komórek periodycznych została wykonana w programie ABAQUS/CAE. Na Rys. 5.33 przedstawiono siatki MES użyte do obliczeń.



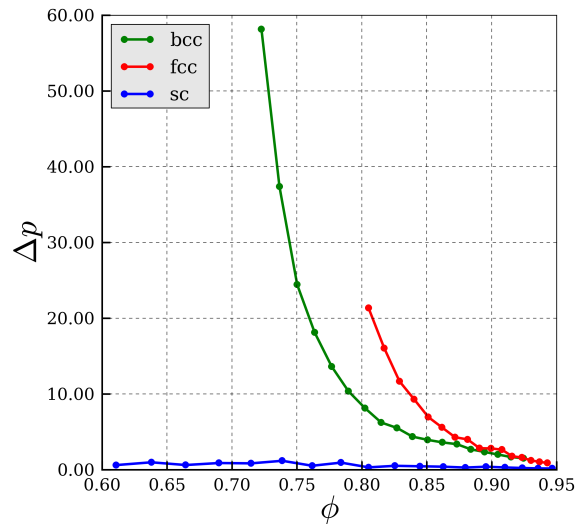
Rys. 5.33: Siatka metody elementów skończonych wygenerowana w programie ABAQUS/CAE dla komórek periodycznych, a) *sc*, b) *bcc*, c) *fcc*.

Wyniki przeprowadzonych symulacji CFD dla komórek periodycznych przedstawia Rys. 5.34. Z powodu symetrii komórek periodycznych analizowana była tylko jedna czwarta podstawowej geometrii powielona dwukrotnie w kierunku przepływu.



Rys. 5.34: Wektory prędkości dla stanu ustalonego przepływu znajdujące się na płaszczyźnie środkowej komórek periodycznych, a) *sc*, b) *bcc*, c) *fcc*.

Otrzymane rezultaty (Rys. 5.35) pokazują spadek ciśnienia dla trzech typów komórek *sc*, *bcc* i *fcc*. Spadek ciśnienia jest najmniejszy dla komórki *sc* w całym zakresie analizowanych porowatości. Największy spadek ciśnienia wykazuje komórka typu *fcc*.



Rys. 5.35: Spadek ciśnienia wyznaczony dla dwóch typów komórek periodycznych *bcc* oraz *fcc*.

5.5 Podsumowanie

W rozdziale przedstawiono szczegółowo badania doświadczalne procesu ściskania dla pianek korundowych jak również ich symulacje numeryczne w zakresie sprężystym oraz niesprężystym. Pozwoliło to na określenie cech mechanicznych pianki takich jak: moduł Younga, współczynnik Poissona, wytrzymałość na ściskanie. Zaprezentowano opracowany model materiału litego korundu, który można stosować do opisu deformacji pianki korundowej.

6

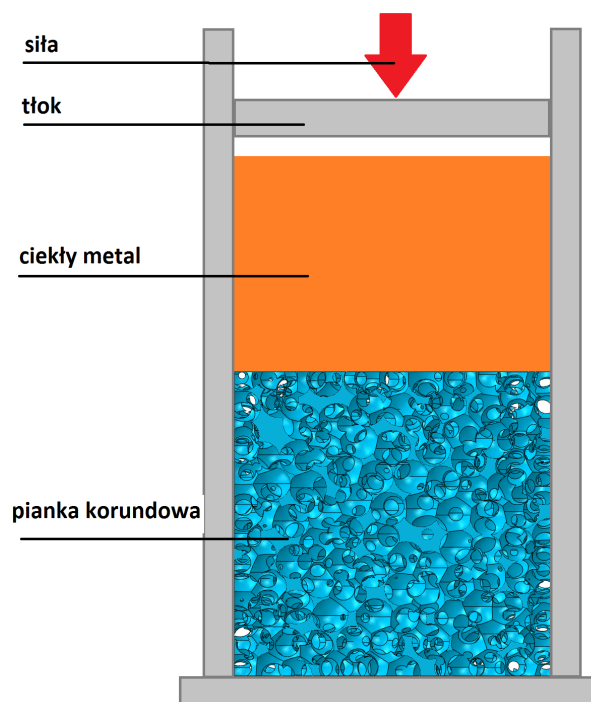
Proces infiltracji pianki korundowej ciekłym metalem

6.1 Wstęp

Kolejnym etapem badań zawartych w niniejszej pracy jest proces infiltracji ciśnieniowej pianki korundowej ciekłym metalem. Podczas tego procesu, w wyniku nadmiernego ciśnienia wywieranego przez ciekły metal może dochodzić do uszkodzenia preformy korundowej. Prawidłowe określenie stanu naprężenia w materiale preformy jak i odpowiednich wartości ciśnienia w procesie infiltracji stanowi istotny problem w produkcji kompozytów metaliczno-ceramicznych.

W zaprezentowanej literaturze (Rozdział 3) nie ma wystarczających danych dotyczących tego zagadnienia. Istnieje wiele prac o charakterze doświadczalnym, w których uwaga skupia się głównie na sposobie wytwarzania takich kompozytów oraz ich właściwości mechanicznych. Brak jest jednak prac o charakterze numerycznym pozwalających na określenie istotnych parametrów zarówno preformy jak i ciekłego metalu, które pozwalają na uzyskanie w procesie infiltracji pożądanych właściwości wytwarzanego kompozytu.

Schemat procesu infiltracji pianki korundowej ciekłym metalem został przedstawiony na Rys. 6.1. Pod wpływem przyłożonego ciśnienia zewnętrznego tłok przesuwa się powodując wtłaczanie ciekłego metalu do porów pianki. Całość procesu odbywa się w temperaturze topnienia ciekłego metalu. Przy tak wysokiej temperaturze oraz przy małych rozmiarach okienek pianki korundowej efekty związane ze zwilżalnością oraz napięciem powierzchniowym odgrywają zasadniczą rolę.



Rys. 6.1: Schemat procesu infiltracji pianki korundowej ciekłym metalem.

Rozwiązanie przedstawionego problemu wymaga budowy modelu numerycznego, który będzie opisywał zarówno deformację pianki jak również przepływ ciekłego metalu. Dodatkowo oba zjawiska powinny być ze sobą sprzężone. Symulacje numeryczne dla takich procesów są bardzo złożone i czasochłonne. Złożona struktura pianki korundowej powoduje utrudnienia związane z generacją siatki metody elementów skończonych jak również ze zbieżnością obliczeń. Z tych względów opis procesu został rozprzężony na dwa oddzielne zadania obliczeniowe. Pierwsze z nich polega na wyznaczeniu wartości ciśnienia, które wymagane jest do infiltrowania wnętrza pianki przez ciekły metal, przy założeniu sztywnego szkieletu pianki. Drugie zadanie polegające na wyznaczeniu stanu naprężenia w szkielecie pianki pod wpływem przepływu ciekłego metalu zostało przybliżone statycznym ścisnieniem pianki korundowej. Wprowadzone założenia wydają się być dość dobrym przybliżeniem z uwagi na małą odkształcalność pianki korundowej, bardzo powolny przepływ ciekłego metalu przez porowatą piankę oraz fakt, że w początkowej fazie wypełniania pianka jest najbardziej obciążona ciśnieniem wywieranym przez ciekły metal. Analiza przepływu ciekłego przy sztywnym szkielecie wykonana została z użyciem programu ANSYS/FLUENT.

6.2 Symulacje numeryczne procesu infiltracji

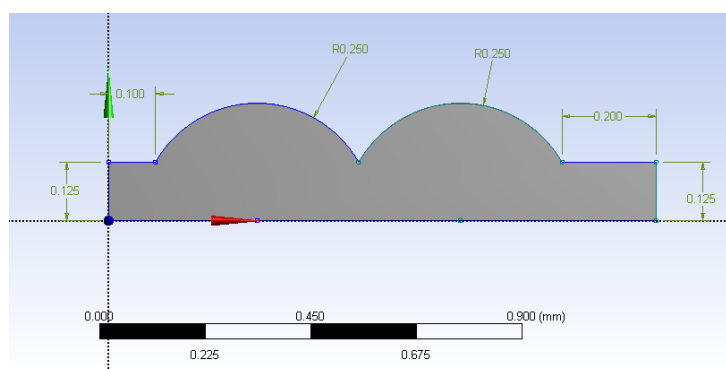
W tej części rozdziału przedstawiono uproszczony model geometrii porów pianki korundowej, który po dyskretyzacji elementami skończonymi posłużył do wykonania serii obliczeń numerycznych przepływu ciekłego metalu. Wszystkie symulacje numeryczne uwzględniają wpływ napięcia powierzchniowego ciekłego metalu oraz kąta zwilżania w układzie korund – ciekły metal. Wyniki przeprowadzonych symulacji numerycznych po-

zwoiliły na wyznaczenie wartości ciśnień, jakie należy zadać, aby ciekły metal mógł infiltrować porowatą piankę korundową. Jako metal wypełniający wnętrza porów wybrane zostało ciekłe aluminium. Wszystkie dane materiałowe dotyczące parametrów tego materiału zostały zaczerpnięte z pracy (Ambrosi i Preziosi, 2000) i zestawione w Tab. 6.1.

gęstość	2380 kg/m ³
lepkość dynamiczna	0.00289 Pa · s
napięcie powierzchniowe	0.52 N/m
kąt zwilżenia dla Al ₂ O ₃	135 °C
temperatura topnienia	973 °K

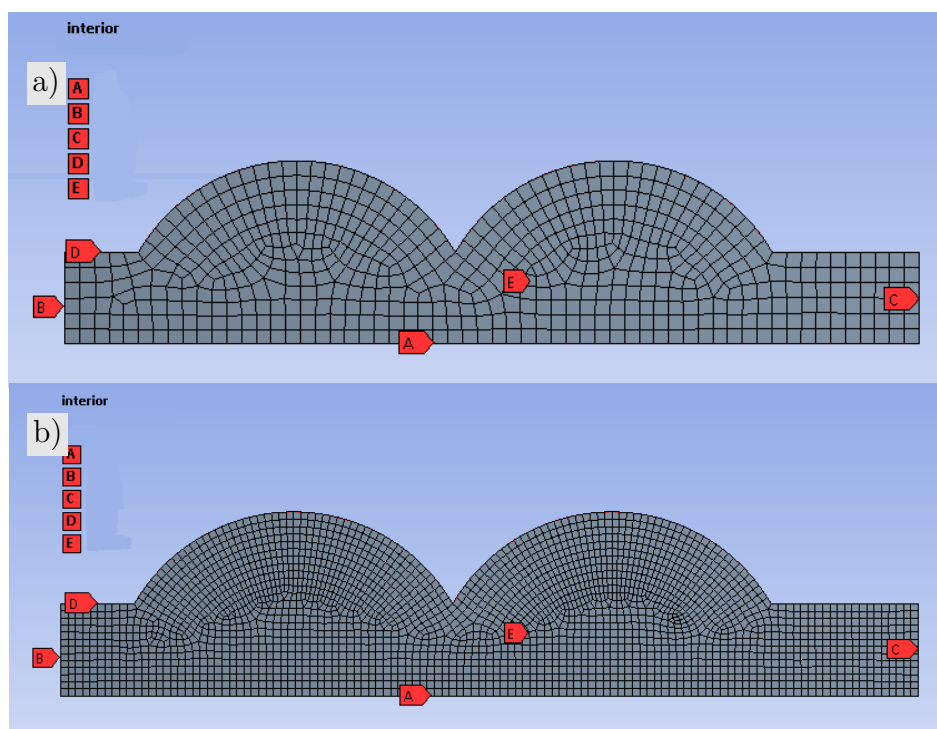
Tab. 6.1: Parametry ciekłego aluminium zaczerpnięte z (Ambrosi i Preziosi, 2000).

Uproszczony obraz geometrii porów pianki korundowej przedstawiono na Rys. 6.2. Składa się on z dwóch połączonych ze sobą kul oraz dwóch cylindrów, przez które przepływa ciekły metal. Z uwagi na osiową symetrię zadania przedstawiono jedynie połowę przekroju poprzecznego rozważanego modelu. Dwie kule odpowiadają swoimi rozmiarami wartościom średnim rozkładu porów dla pianki korundowej o porowatości 90%.



Rys. 6.2: Uproszczony model geometrii porów pianki o porowatości 90%. Wszystkie wymiary podane w milimetrach.

Rozmiar okienka, które łączy dwie kule ze sobą odpowiada wartości średniej rozkładu okienek dla pianki korundowej o porowatości 90%. Część lewą, przez którą wpływa ciekły metal, jak i część prawą, przez którą ciekły metal wypływa dobrano tak, aby ich średnica była równa średnicy okienka. Cały obraz geometrii układu został wykonany w programie ANSYS Design Modeler. Siatka elementów skończonych przedstawiona na Rys. 6.3 została wykonana w programie ANSYS/Meshing. Do tego celu użyto osiowosymetrycznych elementów czworokątnych. Obliczenia wykonywane zostały dla dwóch dyskretyzacji. Siatka pierwsza przedstawiona na Rys. 6.3 składa się z 634 elementów i 703 węzłów. Natomiast siatka druga (bardziej gęsta) składa się z 2559 elementów i 2698 węzłów. Warunki brzegowe podzielone zostały na cztery obszary. Do brzegu o nazwie B (inlet) zostały przyłożone warunki brzegowe w postaci stałej prędkości wpływu ciekłego metalu o profilu prostokątnym.



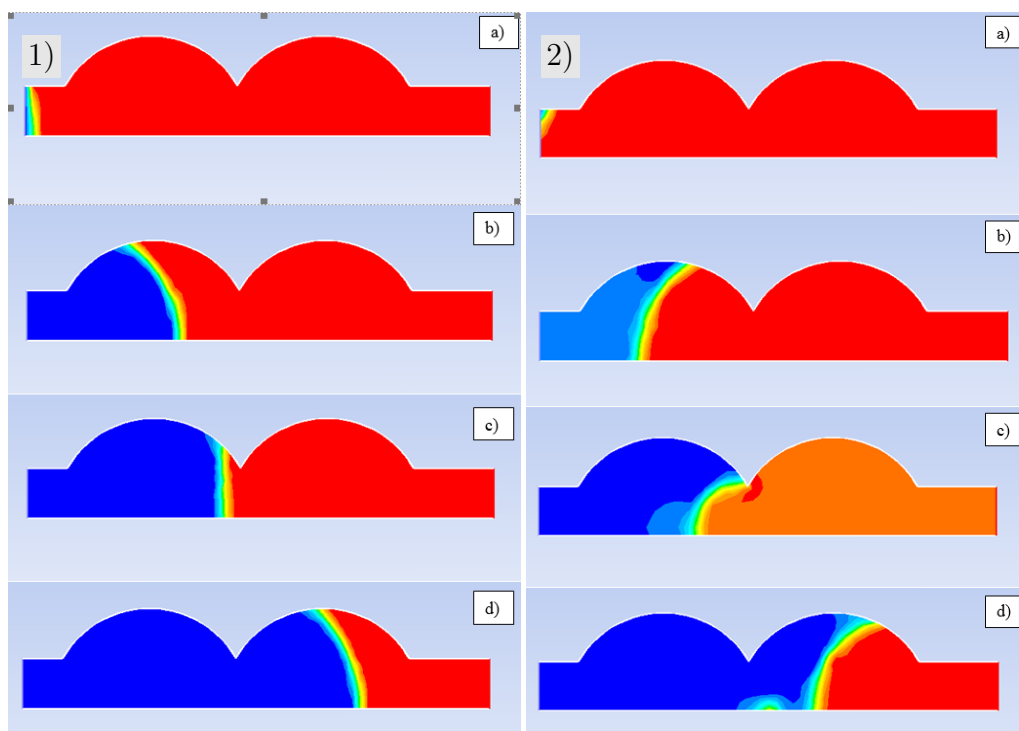
Rys. 6.3: Siatka elementów skończonych wraz z zaznaczonymi typami warunków brzegowych. Średni rozmiar elementu $2 \cdot 10^{-4}$ mm.

Na brzegu o nazwie (C) zostały zadane warunki stałego cienia równego 0. Brzeg (D) odzwierciedla ścianę pora pianki, dla której założono brak poślizgu (prędkość styczna do ścianki równa jest 0). Dla całego brzegu (D) został zdefiniowany kąt zwilżania, który w przypadku oddziaływania ciekłego aluminium-korund jest równy 135° . Ostatni warunek brzegowy wynikający z osiowej symetrii zadania został przyłożony do brzegu o nazwie (A). Tak zdefiniowana siatka w połączeniu z warunkami brzegowymi została wyeksportowana do programu ANSYS/FLUENT w celu wykonania symulacji numerycznych infiltracji.

W celu uwzględnienia zjawisk związanych z kątem zwilżenia oraz napięcia powierzchniowego do obliczeń został wykorzystany model wielofazowego (VOF - volume of fluid) przepływu dostępny w ANSYS/FLUENT. W przypadku rozważanego problemu infiltracji model ten składa się z dwóch faz. Fazę pierwszą stanowi powietrze, które w stanie początkowym wypełnia cały obszar porów. Faza druga to ciekły metal, który zaczyna wpływać poprzez brzeg (B) do wnętrza porów. Na interfejsie ciekły metal powietrze działają siły napięcia powierzchniowego, które formują kształt powierzchni kontaktu. W czasie procesu ciekły metal wpływa do wnętrza porów wypierając znajdujące się tam powietrze. Analizując liczbę Reynoldsa, która dla procesu infiltracji jest dużo mniejsza od jedności oraz średni wymiar porów założono, że przepływ jest laminarny.

Symulacje zostały wykonane przy użyciu obu siatek elementów skończonych przedstawionej na Rys. 6.3 oraz dla dwóch kątów zwilżenia 45° i 135° . Założono stałą prędkość wpływu ciekłego metalu do wnętrza porów równą 0.1 m/s. Na Rys. 6.4 przedstawiono kolejne etapy wypełniania wnętrza porów przez ciekły metal. Kolorem czerwonym oznaczono aktualny obszar zajmowanego przez powietrze. Natomiast kolorem niebieskim oznaczono obszar zajmowany przez ciekły metal. Wyniki w kolumnie pierwszej przedstawiają sytuację w której przyjęto rzeczywisty kąt zwilżenia równy 135° . Kolumna druga zawiera

założony kąt równy 45° .

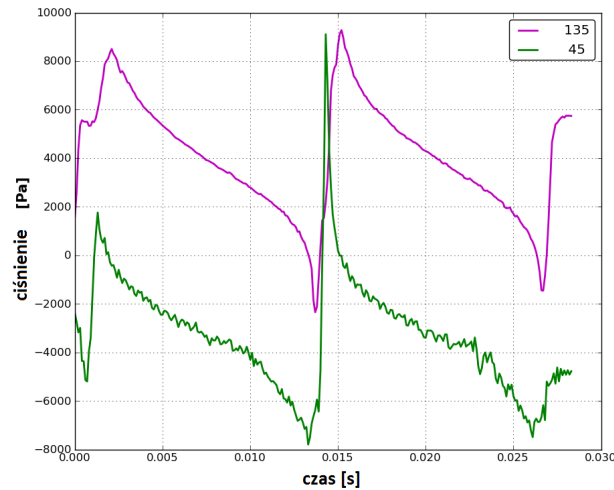


Rys. 6.4: Kolejne etapy wypełniania wnętrza porów pianki przez ciekły metal (kolor niebieski) dla czasów: a) $1 \cdot 10^{-4} s$, b) $7,6 \cdot 10^{-3} s$, c) $1,3 \cdot 10^{-2} s$, d) $2,2 \cdot 10^{-2} s$. Kolumna 1) zawiera wyniki dla kąta zwilżenia $\theta_w = 135^\circ$, natomiast kolumna 2) opisuje wyniki dla $\theta_w = 45^\circ$.

Porównanie wyników przebiegu ciśnień dla obydwu przeprowadzonych symulacji pokazano na Rys. 6.5, który przedstawia zmiany ciśnienia na wlocie Inlet (B) w funkcji czasu. Siły napięcia powierzchniowego powodują zmianę tego ciśnienia w zależności od aktualnej chwili czasu. Zmiana ta jest ściśle powiązana z geometrią porów pianki. Dla sferycznych porów w kolejnych chwilach czasu aktualna wielkość przekroju poprzecznego ulega zmianie, wpływając na wielkość siły napięcia powierzchniowego. Charakterystyczne dla wykresów piki odpowiadają chwili czasu, gdy powierzchnia frontu ciekłego metalu dociera do okienka łączącego ze sobą pory. Kolejną ciekawą cechą przedstawionych wykresów jest to, iż maksymalne ciśnienie dla obu analizowanych przypadków jest równe i ma miejsce w chwili gdy ciekły metal dociera do okienka łączącego pory. Dobrym przybliżeniem wartości tego ciśnienia jest analityczna formuła dla ciśnienia kapilarnego (Lianxi et al., 1999) przy założeniu kąta zwilżenia równego 180°

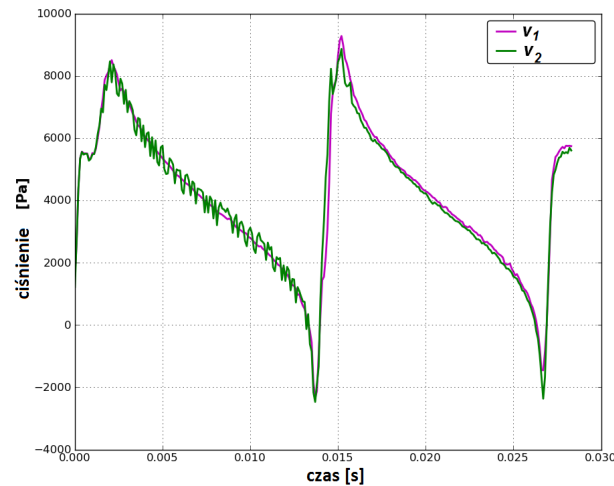
$$p_{max} = \frac{2\sigma_{st} \cos(\theta)}{r_w}, \quad \theta = 180^\circ, \quad (6.1)$$

gdzie σ_{st} oznacza napięcie powierzchniowe metalu, θ - kąt zwilżenia, natomiast r_w opisuje promień okienka łączącego pory. Na podstawie zależności (6.1) można stwierdzić, że o maksymalnym ciśnieniu decyduje tylko wymiar okienka łączącego pory oraz napięcie powierzchniowe.



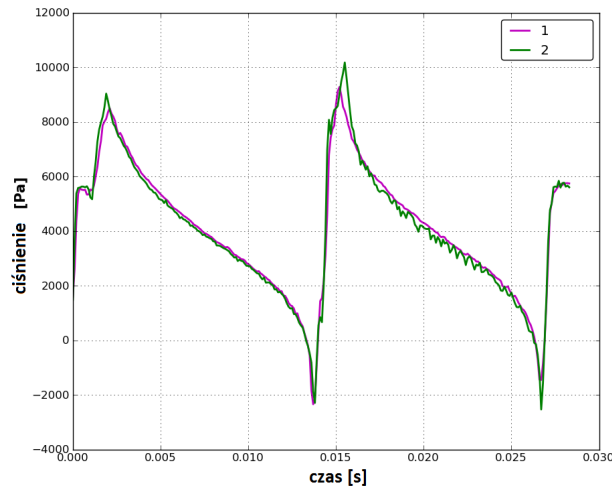
Rys. 6.5: Porównanie zmian ciśnienia podczas symulacji procesu infiltracji dla dwóch przypadków kąta zwilżenia 135° i 45° .

Kolejna symulacja została przeprowadzona z dziesięciokrotnie mniejszą prędkością infiltracji ciekłego metalu. Porównanie wpływu prędkości przedstawiono na Rys. 6.5. Widać, że wartość prędkości infiltracji nie wpływa w znaczący sposób na przebieg ciśnień w funkcji czasu. Możliwe jest więc zwiększenie prędkości infiltracji całego procesu, a tym samym skrócenie czasu obliczeń bez istotnego wpływu na wynik.



Rys. 6.6: Porównanie zmian ciśnienia podczas symulacji procesu infiltracji dla dwóch przypadków prędkości infiltracji $v_1 = 0.1$ m/s i $v_2 = 0.01$ m/s.

Wykonana została również analiza wpływu gęstości siatki elementów skończonych na wynik przebiegu ciśnień w czasie. W tym celu obliczenia numeryczne przeprowadzono dla dwóch siatek przedstawionych na Rys. 6.3. Analizując wykresy przedstawione na Rys. 6.7 widać brak wpływu gęstości siatki na otrzymane rezultaty.

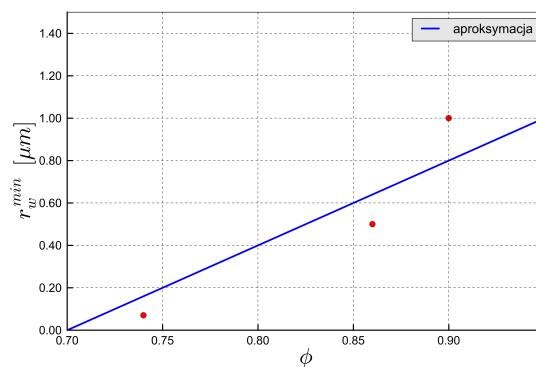


Rys. 6.7: Porównanie zmian ciśnienia podczas symulacji procesu infiltracji dla dwóch rodzajów siatek elementów skończonych o średnim wymiarze elementu równym: 1)- $2,5e - 04$ mm, 2) $1,0e - 04$ mm

Analogiczne symulacje numeryczne zostały wykonane dla różnych porowatości pianki korundowej oraz dla różnych wielkości okienek. Dla wszystkich wyników formuła (6.1) określająca poziom maksymalnego ciśnienia była spełniona. Aby uzyskać maksymalną wartość ciśnienia potrzebną do infiltracji należy wybrać minimalną wartość promienia okienka r_w występującą przy określonej porowatości stąd można otrzymać następującą zależność

$$p_{max} = \frac{2\sigma_{st} \cos(\theta)}{r_w^{min}(\phi)}, \quad \theta = 180^\circ. \quad (6.2)$$

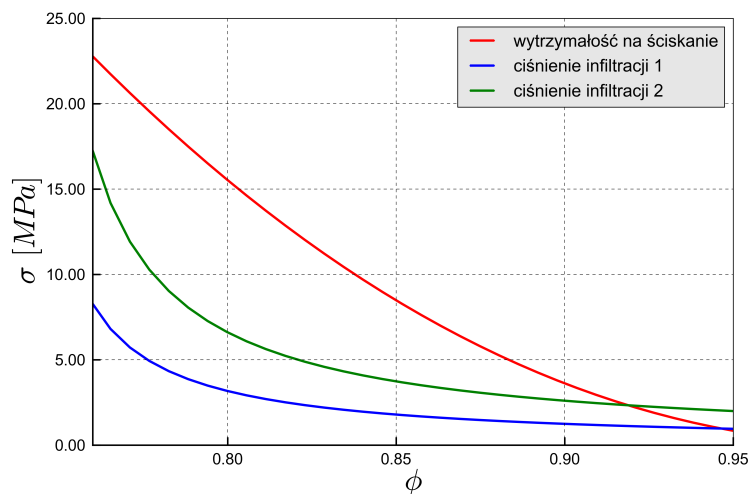
Tak więc maksymalne ciśnienie jakie należy zadać, aby metal ciekły metal mógł infiltrować całą piankę zależy od minimalnego promienia okienka, który jest funkcją porowatości oraz napięcia powierzchniowego ciekłego metalu. Dla pianki korundowej zależność między minimalnym promieniem okienka a porowatością przedstawia wykres na Rys. 6.8.



Rys. 6.8: Zależność minimalnego wymiaru promienia okienka dla pianki korundowej od jej porowatości.

6.3 Podsumowanie

W rozdziale tym zaprezentowano wyniki maksymalnych ciśnień niezbędnych do infiltracji. Wyniki te, porównane z wytrzymałością na ściskanie dają odpowiedź w zakresie jakich porowatości pianka może być infiltrowana ciekłym metalem bez pojawiania się uszkodzeń. Zależność tą prezentuje Rys. 6.9, na którym zestawiono dwie krzywe. Czerwona krzywa oznacza aproksymacji wyników numerycznych dla wytrzymałości na ściskania. Krzywa niebieska reprezentuje zależność maksymalnego ciśnienia infiltracji w funkcji porowatości zgodnie ze wzorem (6.2) dla parametrów ciekłego aluminium.



Rys. 6.9: Zależność ciśnienia infiltracji oraz wytrzymałości na ściskanie w funkcji porowatości pianki korundowej. Niebieska krzywa reprezentuje napięcie powierzchniowe równe 0,48 N/m, natomiast krzywa zielona 1,0 N/m.

Z przedstawionego wykresu można wyznaczyć przedziały w których ciśnienie infiltracji jest mniejsze od wytrzymałości na ściskanie. Dla tak wyznaczonego przedziału pianka nie ulega zniszczeniu a tym samym jakość wyprodukowanego kompozytu IPC jest właściwa. Dla pozostałych porowatości, wywierane ciśnienie może powodować lokalne pojawianie się pęknięć w piance lub jej całkowite zniszczenie.



Podsumowanie

7.1 Wnioski końcowe

Niniejsza praca składa się z trzech głównych tematów. Pierwszy z nich zawiera informacje na temat rzeczywistej struktury pianki korundowej uzyskane przy użyciu mikrotomografii komputerowej. Temat drugi dotyczy budowy numerycznego modelu struktury pianki, który opisują geometryczne parametry wyznaczone doświadczalnie. Ostatni temat dotyczy symulacji numerycznych procesów deformacji jak również zagadnień związanych z przepływem cieczy przez piankę.

Zaprezentowane wyniki badań procesu infiltracji pianki korundowej ciekłym metalem wraz z symulacjami testu ściskania pozwoliły na pełne zrealizowanie celu niniejszej pracy. Wyznaczone ciśnienia krytyczne w procesie infiltracji oraz wytrzymałość na ściskanie pianki korundowej porównano, wyznaczając przedział porowatości dla którego pianka korundowa nie ulega zniszczeniu.

Na podstawie wykonanych badań z użyciem mikrotomografii komputerowej określono parametry rzeczywistej struktury pianki korundowej w oparciu o własne procedury. Cyfrowej analizie obrazu poddane zostały zdjęcia z mikrotomografu komputerowego. Wygenerowany został również model rzeczywistej struktury składający się z połączonych wokseli tworzących przestrzenną sieć. Model ten, został użyty do uzyskania niezbędnych parametrów geometrycznych struktury rzeczywistych pianek jak również do celów porównawczych z innymi modelami. Po przeprowadzeniu badań nad strukturą pianki, wykonane zostały badania wytrzymałościowe, dzięki którym wyznaczona została granica wytrzymałości na ściskanie. Przeprowadzone badania doświadczalne wraz z ich dalszą analizą umożliwiły zrealizowanie kolejnego etapu pracy polegającego na stworzeniu numerycznego modelu pianki korundowej

W pierwszej kolejności opracowane zostały modele struktury pianki korundowej które zostały szczegółowo omówione i porównane pod względem cech geometrycznych z rzeczywistą strukturą pianki korundowej. Dla modelu o losowym rozkładzie porów zaprezentowano algorytm pozwalający na jego generację w oparciu o parametry rzeczywistej

struktury pianki korundowej takie jak porowatość, rozkład promieni porów i okienek pianki. Podobnie dla modelu periodycznego przedstawione zostały poszczególne etapy budowy periodycznej komórki jednostkowej na bazie średnich wartości promieni porów pianki i jej porowatości. Wyprowadzone analityczne formuły wiążące ze sobą parametry geometryczne komórek periodycznych stanowią szybkie i proste narzędzie do ich budowy.

Wygenerowane modele struktury pianki korundowej zostały użyte do budowy modelu MES, za pomocą którego określono cechy mechaniczne takie jak: moduł Younga, współczynnik Poissona, przepuszczalność, wytrzymałość na ściskanie. Dla każdego typu symulacji numerycznej zbadany został wpływ siatki elementów skończonych jak również rozmiar rozważanej objętości pianki. Zwrócono także uwagę na problem izotropowości opracowanych modeli bazujących na komórkach periodycznych. Zaproponowany model konstytutywny litego korundu użyty do symulacji procesu ściskania pianki daje wyniki bardzo zbliżone do wartości doświadczalnych.

Podsumowując można stwierdzić, iż zaprezentowane badania doświadczalne oraz numeryczne dla pianki korundowej uzupełniają brakującą lukę w dostępnej literaturze przedmiotu, stanowiąc tym samym oryginalny wkład własny. Na podkreślenie zasługuje również fakt, iż opracowane modele struktur pianki korundowej mogą być z powodzeniem wykorzystane do modelowania innych rodzajów materiałów porowatych. Wynika to przede wszystkim z różnych kształtów oraz szerokiego zakresu porowatości jaki mogą opisywać opracowane modele.

7.2 Oryginalne elementy pracy

Do oryginalnych elementów pracy można zaliczyć:

- opracowanie skryptu odpowiedzialnego za budowę modelu numerycznego bazującego na zdjęciach z mikrotomografii komputerowej,
- implementacja procedur numerycznych służących do wyznaczenia parametrów geometrycznych opisujących rzeczywiste struktury piankowe,
- opracowanie periodycznych modeli struktur opartych na układach krystalograficznych typu *sc*, *bcc* i *fcc* oraz wyprowadzenie związków analitycznych definiujących kształt i rozmiar pojedynczej komórki periodycznej,
- opracowanie metody doboru komórki periodycznej charakteryzującej rzeczywistą strukturę pianki korundowej na podstawie badań doświadczalnych z użyciem mikrotomografii komputerowej,
- model o losowym rozkładzie komórek pianki bazujący na danych doświadczalnych,
- wykonanie szeregu symulacji numerycznych procesów deformacji pianki korundowej z użyciem opracowanych numerycznych modeli struktur pianek,
- przeprowadzenie symulacji przepływu cieczy przez piankę z użyciem opracowanych modeli w celu wyznaczenia przepuszczalności,

- opracowanie i implementacja modelu konstytutywnego dla litego korundu opisującego jego niesprężyste zachowanie wraz z pojawianiem się uszkodzeń,
- wykonanie badań doświadczalnych pianek korundowych wraz z określeniem ich cech mechanicznych dla różnych porowatości,
- symulacje procesu infiltracji pianki korundowej ciekłym metalem z uwzględnieniem napięcia powierzchniowego metalu i kąta zwilżenia na powierzchni kontaktu ceramiki z metalem.

7.3 Kierunki dalszych badań

Ciekawym kierunkiem dalszych badań jest problem związany z detekcją kołowych obszarów dla płaskich zdjęć struktur pianki. Gdy pory pianki są zamknięte obszary przez nie zajmowane są łatwe do wykrycia. Duże trudności sprawia natomiast wykrywanie i opisywanie komórek pianki, które na siebie zachodzą. Problem ten należałoby również rozszerzyć o trzeci wymiar bazując na trójwymiarowych zdjęciach.

Kolejnym kierunkiem badań jest generacja wygładzonej powierzchni opisującej model złożony z sieci wokseli, otrzymany w trakcie procesu sklejanego płaskich zdjęć z mikrotomografii komputerowej. Mając wygładzoną powierzchnię można wygenerować bardziej realistyczną i mniej poszarpaną siatkę metody elementów skończonych. Zastosowanie wygładzonych powierzchni zredukowałoby liczbę elementów skończonych i rozwiązałoby często pojawiające się problemy związane ze zbieżnością modelu o poszarpanej siatce.

Dopracowania wymaga algorytm generowania modelu o losowym rozkładzie porów. Między innymi implementacja procedury wyszukiwanej nieciągłości obszaru oraz procedury liczącej aktualną porowatość.

W przypadku modeli periodycznych dalszym kierunkiem badań jest wygenerowanie komórki periodycznej bazującej na układzie heksagonalnym. Równie dobrym uzupełnieniem zaprezentowanych wyników byłoby wykonanie obliczeń dynamicznych w celu sprawdzenia pochłaniania energii podczas zderzenia przez porowatą piankę. Listę kierunków dalszych badań zamyka niebywale interesujące zagadnienie projektowania struktury porowatego materiału ze względu na małą gęstość w porównaniu do dużej sztywności lub wytrzymałości. Opracowane do tej pory narzędzia stanowią dobry start do realizacji tego tematu tak bardzo ważnego z punktu widzenia przemysłu lotniczego.



Algorytmy

A.1 Detekcja obszarów kołowych

Poniżej przedstawiony został algorytm służący do detekcji porów pianki korundowej na podstawie otrzymanych zdjęć μ CT.

1. Zamienić obraz μ CT porowatej struktury na macierz dwuwymiarową o wartościach 1 lub 0, (1 - materiał , 0-pustka).
2. Wygenerować prostokątną siatkę o $n \times m$ węzłach dla których współrzędne odpowiadają numerom wierszy i kolumn macierzy.
3. Dla każdego węzła siatki odczytać wartość macierzy dla współrzędnych A_{ij} .
4. Jeżeli wartość A_{ij} wynosi 0 idź do punktu 6.
5. Jeżeli wartość A_{ij} wynosi 1 znajdź nowe współrzędne węzła w otoczeniu, dla którego $A_{ij} = 0$.
6. Dla każdego węzła odczytaj wartości macierzy w promieniu równym r .
7. Jeżeli suma odczytanych wartości macierzy równa jest 0 zwiększ promień o jeden i idź do punktu 6.
8. Jeżeli suma odczytanych wartości jest różna od zera, wyznacz wektor przesunięcia i idź do punktu 6.
9. Zakończ procedurę gdy brak możliwości przesunięcia lub zwiększenia promienia.

A.2 Generacja modelu o losowym rozkładzie porów

Zaprezentowany algorytm przedstawia w kolejnych krokach budowę modelu o losowym rozkładzie porów w piance korundowej.

1. Dane wejściowe: parametry rozkładu logarytmicznie normalnego określające rozkład promieni komórek pianki oraz porowatość.
2. Przyjąć liczbę kul oraz wylosować zgodnie z zadaniem rozkładem promienie każdej kuli.
3. Wyznaczyć początkowe losowe rozmieszczenie kul tak aby kule nie zachodziły na siebie.
4. Wyznaczyć sześcian ograniczający dla którego wszystkie kule znajdują się w jego wnętrzu.
5. Przypisać każdej kuli losowy wektor prędkości.
6. Zdefiniować prawo odbicia i zachodzenia kul na siebie.
7. Rozpocząć obliczenia następnej konfiguracji zajmowanej przez kule przy stopniowym zmniejszaniu objętości sześcianu ograniczającego.
8. Obliczyć stosunek objętość kul znajdujących się we wnętrzu sześcianu ograniczającego do jego całkowitej objętości.
9. Porównać otrzymany wynik z daną na wejściu porowatością.
10. Jeżeli obliczona wartość jest równa lub większa od porowatości zakończyć obliczenia.
11. Jeżeli wartość jest mniejsza idź do punktu 5.



Kody źródłowe

B.1 Model litego korundu z uszkodzeniem

```
1      SUBROUTINE UMAT (STRESS, STATEV, DDSDDE, SSE, SPD, SCD, RPL,
1      DDSDDT, DRPLDE, DRPLDT, STRAN, DSTRAN, TIME, DTIME, TEMP, DTEMP,
2      PREDEF, DPRED, CMNAME, NDI, NSHR, NTENS, NSTATV, PROPS, NPROPS,
3      COORDS, DROT, PNEWDT, CELENT, DFGRD0, DFGRD1, NOEL, NPT, LAYER,
4      KSPT, KSTEP, KINC)
      INCLUDE 'ABA.PARAM.INC'
      CHARACTER*8 CMNAME
      DIMENSION STRESS(NTENS), STATEV(NSTATV), DDSDDE(NTENS, NTENS),
1      DDSDDT(NTENS), DRPLDE(NTENS), STRAN(NTENS), DSTRAN(NTENS),
2      PREDEF(1), DPRED(1), PROPS(NPROPS), COORDS(3), DROT(3, 3),
11     DFGRD0(3, 3), DFGRD1(3, 3)

      DIMENSION EELAS(NTENS), EPLAS(NTENS), FLOW(NTENS), TABLE(PROPS(4))
      PARAMETER (ZERO=0.D0, ONE=1.D0, FOUR=4.D0, TWO=2.D0,
1      THREE=3.D0, SIX=6.D0, FNINE=9.D0, TOLER=1.D-7)
      EMOD      = PROPS(1)
      ENU       = PROPS(2)
      EK        = PROPS(3)
      EEDAM     = PROPS(4)
      NTABLE    = PROPS(5)
21     DO K1=1,NTABLE
          TABLE(K1) = PROPS(5+K1)
      END DO
      EBULK3 = EMOD / (ONE-TWO*ENU)
      EG2    = EMOD / (ONE+ENU)
      EG     = EG2/TWO
      EG3    = THREE*EG
      ELAM   = (EBULK3-EG2)/THREE
      EKK    = EBULK3/THREE
      EDAMAGE=STATEV(2+2*NTENS)
31     DO K1=1, NDI
          DO K2=1, NDI
              DDSDDE(K2, K1)=ELAM
          END DO
          DDSDDE(K1, K1)=(EG2+ELAM)
      END DO
      DO K1=NDI+1, NTENS
          DDSDDE(K1, K1)=EG
      END DO
41     CALL ROTSIG(STATEV( 1 ), DROT, EELAS, 2, NDI, NSHR)
      CALL ROTSIG(STATEV(NTENS+1), DROT, EPLAS, 2, NDI, NSHR)
      EQPLAS=STATEV(1+2*NTENS)
```

```

DO K1=1, NTENS
  EELAS (K1)=EELAS (K1)+DSTRAN (K1)
  DO K2=1, NTENS
    STRESS (K2)=STRESS (K2) + (ONE-EDAMAGE)*DDSDDE (K2, K1)*DSTRAN (K1)
  END DO
END DO
PEL = ( STRESS (1)+STRESS (2)+STRESS (3) )/THREE
QEL = (STRESS (1)-STRESS (2)) * (STRESS (1)-STRESS (2)) +
1 (STRESS (2)-STRESS (3)) * (STRESS (2)-STRESS (3)) +
1 (STRESS (3)-STRESS (1)) * (STRESS (3)-STRESS (1))
DO K1=NDI+1, NTENS
  QEL=QEL+SIX*STRESS (K1)*STRESS (K1)
END DO
QEL=SQRT (QEL/TWO)
CALL UHARDM (SY, HH, EQPLAS, NTABLE, TABLE, EMOD)
SBURZYN = ONE/(TWO*EK) * ( THREE*(EK-ONE)*PEL +
1 SQRT (FNINE*(EK-ONE)**2*PEL**2
2 +FOUR*EK*QEL**2) ) -ONE/EK*SY
61 IF (SBURZYN .GT. ZERO) THEN
  CALL NEWTON (EQPLAS, DEPL, NTABLE, TABLE,
1 EMOD, EKK, EG, EG2, EG3, EK,
2 PEL, DEP, PP, QEL, DEQ, QQ,
3 NPT, NOEL, NELAB, NEIPT, EDAMAGE, DEXX, EEDAM)
EQPLAS = EQPLAS + DEPL
EDAMAGE = EDAMAGE + DEXX
DO K1=1, NDI
  FLOW (K1)=THREE/TWO* (STRESS (K1)-PEL) /QEL
71 END DO
DO K1=NDI+1, NTENS
  FLOW (K1)=THREE/TWO*STRESS (K1) /QEL
END DO
CALL STIFFNESSMATRIX (DDSDDE, STRESS, EQPLAS, TABLE, NTABLE,
1 EMOD, EKK, EG, EG2, EG3, EK,
2 PEL, DEP, PP, QEL, DEQ, QQ,
3 NDI, NTENS, NPT, NOEL, NELAB, NEIPT, EDAMAGE)
DO K1=1, NDI
  STRESS (K1) = STRESS (K1) - (ONE-EDAMAGE)*EKK*DEP -
1 (ONE-EDAMAGE)*EG2*DEQ*FLOW (K1)
81 EPLAS (K1) = EPLAS (K1) + ONE/THREE*DEP +
1 DEQ*FLOW (K1)
EELAS (K1) = EELAS (K1) - EPLAS (K1)
END DO
DO K1=NDI+1, NTENS
  STRESS (K1) = STRESS (K1) - (ONE-EDAMAGE)*EG2*DEQ*FLOW (K1)
  EPLAS (K1) = EPLAS (K1) + DEQ*FLOW (K1)
  EELAS (K1) = EELAS (K1) - EPLAS (K1)
END DO
91 SMISESM = (STRESS (1)-STRESS (2)) * (STRESS (1)-STRESS (2)) +
1 (STRESS (2)-STRESS (3)) * (STRESS (2)-STRESS (3)) +
1 (STRESS (3)-STRESS (1)) * (STRESS (3)-STRESS (1))
DO K1=NDI+1, NTENS
  SMISESM=SMISESM+SIX*STRESS (K1)*STRESS (K1)
END DO
SMISESM=SQRT (SMISESM/TWO)
DO K1=1, NTENS
  STATEV (K1)=EELAS (K1)
  STATEV (K1+NTENS)=EPLAS (K1)
101 END DO
STATEV (1+2*NTENS) = EQPLAS
STATEV (2+2*NTENS) = EDAMAGE
C
END SUBROUTINE UMAT
SUBROUTINE NEWTON (EQPLAS, DEPL, NTABLE, TABLE,
1 EMOD, EKK, EG, EG2, EG3, EK,
2 PEL, DEP, PP, QEL, DEQ, QQ,
3 NPT, NOEL, NELAB, NEIPT, EDAMAGE, DEXX, EEDAM )
INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
111 DIMENSION TABLE (NTABLE)
PARAMETER (ZERO = 0.D0, ONE=1.D0, TWO=2.D0, THREE=3.D0,
1 FOUR = 4.D0, SIX=6.D0, FNINE=9.D0, TOLER = 1.D-6)
DEP = ZERO
DEQ = ZERO

```

```

EPL = EQPLAS
EDAMAG0 = EDAMAGE
IDEBU0 = 0
IDEBU0D = 0
DO I=1,50
121 CALL UHARDM(SY,HH,EPL,NTABLE, TABLE,EMOD)
PP = PEL - (ONE-EDAMAGE)*EKK*DEP
QQ = QEL - (ONE-EDAMAGE)*EG3*DEQ
PRWTQ = SQRT(FNINE*(EK-ONE)**2*PP**2+FOUR*EK*QQ**2)
PRWT = FNINE*(EK-ONE)**2*PP**2+FOUR*EK*QQ**2
GG = ONE/(TWO*EK)*(THREE*(EK-ONE)*PP+PRWTQ)-ONE/EK*SY
DGDQ = TWO*QQ/PRWTQ
DGDQD = ONE/(TWO*EK)*(THREE*(EK-ONE) +
1 FNINE*(EK-ONE)**2*PP/PRWTQ)
131 DGDEPL = -ONE/EK*HH
D2GDQ2 = (TWO*PRWTQ-FOUR*TWO*EK*QQ**2/PRWTQ)/PRWT
D2GDP2 = ONE/(TWO*EK)*(FNINE*(EK-ONE)**2*PRWTQ
1 -FNINE*(EK-ONE)**2*PP**2*TWO*FNINE*(EK-ONE)**2/
2 (TWO*PRWTQ))/PRWT
D2GDQDP = -TWO*FNINE*(EK-ONE)**2*PP*QQ/PRWTQ**3
D2GDQDPDQ = D2GDQDP
D2GDQDEPL = ZERO
D2GDPDEPL = ZERO
DDEPLDDEP = PP/SY
DDEPLDDEQ = QQ/SY
141 DDEPLDP = DEP/SY
DDEPLDQ = DEQ/SY
DDEPLDEPL = -HH*(PP*DEP+QQ*DEQ)/(SY*SY)
C11 = ONE/(ONE-DDEPLDEPL)
DEPLDDEP = C11*(DDEPLDDEP - EKK*DDEPLDP)
DEPLDDEQ = C11*(DDEPLDDEQ - EG3*DDEPLDQ)
A11 = DGDQ +
1 DEP*(-EKK*D2GDQDPDQ + D2GDQDEPL*DDEPLDDEP)-
2 DEQ*(-EKK*D2GDP2 + D2GDPDEPL*DDEPLDDEP)
A12 = -DGDQ +
1 DEP*(-EG3*D2GDQ2 + D2GDQDEPL*DDEPLDDEQ) +
3 -DEQ*(-EG3*D2GDPDQ + D2GDPDEPL*DDEPLDDEQ)
A21 = -EKK*DGDQD + DGDEPL*DDEPLDDEP
A22 = -EG3*DGDQ + DGDEPL*DDEPLDDEQ
B1 = -DEP*DGDQ + DEQ*DGDQD
B2 = -GG
CDEP = B1*(A22/(A11*A22-A21*A12)) + B2*(-A12/(A11*A22-A12*A21))
CDEQ = B1*(-A21/(A11*A22-A21*A12)) + B2*(A11/(A11*A22-A12*A21))
DEP = DEP + CDEP
DEQ = DEQ + CDEQ
161 PP = PEL - (ONE-EDAMAGE)*EKK*DEP
QQ = QEL - (ONE-EDAMAGE)*EG3*DEQ
DEPL = (QQ*DEQ + PP*DEP)/SY
DEXX = DEPL*EEDAM
EPL = EQPLAS + DEPL
EDAMAG0 = EDAMAGE + DEXX
IF (EDAMAG0 .GT. 0.9D0) THEN
DEXX = 0.9D0-EDAMAGE
EDAMAG0 = EDAMAGE + DEXX
END IF
171 CALL UHARDM(SY,HH,EPL,NTABLE, TABLE,EMOD)
PRWTQ = SQRT(FNINE*(EK-ONE)**2*PP**2+FOUR*EK*QQ**2)
PRWT = FNINE*(EK-ONE)**2*PP**2 + FOUR*EK*QQ**2
GG = ONE/(TWO*EK)*(THREE*(EK-ONE)*PP+PRWTQ)-ONE/EK*SY
DGDQ = TWO*QQ/PRWTQ
DGDQD = ONE/(TWO*EK)*(THREE*(EK-ONE) +
1 FNINE*(EK-ONE)**2*PP/PRWTQ)
F1 = DEP*DGDQ - DEQ*DGDQD
F2 = GG
IF ((ABS(F1) .LT. TOLER) .AND. (ABS(F2) .LT. TOLER)) THEN
181 GO TO 10
END IF
END DO
C
10 CONTINUE
C
END SUBROUTINE NEWTON
SUBROUTINE STIFFNESSMATRIX(DDSDDE,STRESS,EQPLAS, TABLE,NTABLE,

```

```

1          EMOD, EKK, EG, EG2, EG3, EK,
2          PEL, DEP, PP, QEL, DEQ, QQ,
191 3          NDI, NTENS, NPT, NOEL, NELAB, NEIPT, EDAMAGE)
      INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
C
      DIMENSION STRESS (NTENS), DDSDE (NTENS, NTENS),
1          EIEI (NTENS, NTENS), EIES (NTENS, NTENS), ESEI (NTENS, NTENS),
2          ESES (NTENS, NTENS), EDED (NTENS, NTENS), DEVIAT (NTENS),
3          TABLE (NTABLE)
C
      PARAMETER (ZERO = 0.D0, ONE = 1.D0, TWO = 2.D0, THREE=3.D0,
1          FOUR = 4.D0, SIX = 6.D0, FNINE= 9.D0)
201 IDEBUG = 0
      CALL UHARDM (SY, HH, EQPLAS, NTABLE, TABLE, EMOD)
      PRWTQ = SQRT (FNINE*(EK-ONE)**2*PP**2+FOUR*EK*QQ**2)
      PRWT = FNINE*(EK-ONE)**2*PP**2+FOUR*EK*QQ**2
C
      DGDQ = TWO*QQ/PRWTQ
      DGDQ = ONE/(TWO*EK)*(THREE*(EK-ONE) +
1          FNINE*(EK-ONE)**2*PP/PRWTQ)
C
      D2GDQ2 = (TWO*PRWTQ-FOUR*TWO*EK*QQ**2/PRWTQ)/PRWT
211 C
      D2GDP2 = ONE/(TWO*EK)*(FNINE*(EK-ONE)**2*PRWTQ
1          -FNINE*(EK-ONE)**2*PP**2*TWO*FNINE*(EK-ONE)**2/
2          (TWO*PRWTQ))/PRWT
C
      D2GDQDP = -TWO*FNINE*(EK-ONE)**2*PP*QQ/PRWTQ**3
      D2GDPDQ = D2GDQDP
      DGDEPL = -ONE/EK*HH
      D2GDQDEPL = ZERO
      D2GDPDEPL = ZERO
221 DDEPLDDEP = PP/SY
      DDEPLDDEQ = QQ/SY
      DDEPLDP = DEP/SY
      DDEPLDQ = DEQ/SY
      DDEPLDEPL = -HH*(PP*DEP+QQ*DEQ)/(SY*SY)
      C11 = ONE/(ONE- DDEPLDEPL)
      DEPLDDEP = C11*(DDEPLDDEP - EKK*DDEPLDP)
      DEPLDDEQ = C11*(DDEPLDDEQ - EG3*DDEPLDQ)
      DEPLDP = C11*DDEPLDP
      DEPLDQ = C11*DDEPLDQ
231 A11 = -EKK*DGDP
      A12 = -EG3*DGDQ
      A13 = DGDP
      A14 = DGDQ
      A15 = DGDEPL
      A21 = DGDQ - DEP*EKK*D2GDQDP + DEQ*EKK*D2GDP2
      A22 = -DGDP + DEQ*EG3*D2GDPDQ - DEP*EG3*D2GDQ2
      A23 = DEP*D2GDQDP - DEQ*D2GDP2
      A24 = DEP*D2GDQ2 - DEQ*D2GDPDQ
      A31 = DEPLDDEP - EKK*DEPLDP
241 A32 = DEPLDDEQ - EG3*DEPLDQ
      A33 = DEPLDP
      A34 = DEPLDQ
      B11 = -(A11*A22)/A21 + A12 - (A15*A31*A22)/A21 + A15*A32
      B22 = -(A11*A23)/A21 + A13 - (A15*A31*A23)/A21 + A15*A33
      B33 = -(A11*A24)/A21 + A14 - (A15*A31*A24)/A21 + A15*A34
      C11 = (A22*B22)/(A21*B11) - A23/A21
      C12 = (A22*B33)/(A21*B11) - A24/A21
      C21 = -B22/B11
      C22 = -B33/B11
251 PPM = (STRESS(1)+STRESS(2)+STRESS(3))/THREE
      DO K1=1, NDI
          DEVIAT (K1)=STRESS (K1) - PPM
      END DO
      DO K1=NDI+1, NTENS
          DEVIAT (K1)=STRESS (K1)
      END DO
      DO K1=1, NTENS
          DO K2=1, NTENS
              EIEI (K1, K2)=ZERO
261          END DO

```



```

END DO
DO K1=1,NDI
  DO K2=1,NDI
    EIEI(K1,K2)=ONE
  END DO
END DO
DO K1=1,NTENS
  DO K2=1,NTENS
    EIES(K1,K2)=ZERO
271  END DO
END DO
DO K1=1,NDI
  DO K2=1,NTENS
    EIES(K1,K2)=DEVIAT(K2)
  END DO
END DO
DO K1=1,NTENS
  DO K2=1,NTENS
    ESEI(K1,K2)=ZERO
281  END DO
END DO
DO K1=1,NTENS
  DO K2=1,NDI
    ESEI(K1,K2)=DEVIAT(K1)
  END DO
END DO
DO K1=1,NTENS
  DO K2=1,NTENS
    ESES(K1,K2)=ZERO
291  END DO
END DO
DO K1=1,NTENS
  DO K2=1,NTENS
    ESES(K1,K2)=DEVIAT(K1)*DEVIAT(K2)
  END DO
END DO
DO K1=1,NTENS
  DO K2=1,NTENS
    EDED(K1,K2)=ZERO
301  END DO
END DO
DO K1=1,NDI
  DO K2=1,NDI
    EDED(K1,K2)=-ONE/THREE
  END DO
  EDED(K1,K1) = TWO/THREE
END DO
DO K1=NDI+1,NTENS
  EDED(K1,K1) = ONE/TWO
311  END DO
DO K1=1,NTENS
  DO K2=1,NTENS
    DDSDE(K1,K2) = EKK*(EDAMAGE-EKK*C11)*EIEI(K1,K2) +
1      (EG2*EDAMAGE - SIX*EG**2*DEQ/QEL)*EDED(K1,K2) -
2      THREE*EKK*EG/QEL*C12*EIES(K1,K2) -
3      THREE*EKK*EG/QEL*C21*ESEI(K1,K2) +
4      FNINE*EG**2/(QEL**2)*(-C22+DEQ/QEL)*ESES(K1,K2)
  END DO
END DO
321  END SUBROUTINE STIFFNESSMATRIX
SUBROUTINE UHARDM(SY, HH, EQPLAS, NTABLE, TABLE, EMOD)
INCLUDE 'ABA.PARAM.INC'
DIMENSION TABLE (NTABLE)
PARAMETER (ZERO = 0.D0, ONE=1.D0, TWO=2.D0, THREE=3.D0,
1  FOUR = 4.D0, SIX=6.D0, FNINE=9.D0, TOLER=1.0D-18)
AA=TABLE(1)
BB=TABLE(2)
CC=TABLE(3)
331  IF (EQPLAS .LE. ZERO) THEN
  SY = AA
  HH = 1.D10
ELSE
  SY = AA + BB*EQPLAS

```

```

        HH = BB*1.D3
    END IF
    RETURN
END SUBROUTINE UHARDM

```

B.2 Symulacje CFD dla struktur periodycznych

```

from part import *
2 from material import *
from section import *
from assembly import *
from step import *
from interaction import *
from load import *
from mesh import *
from job import *
from sketch import *
from visualization import *
12 from connectorBehavior import *
import numpy as np
import csv as csv
import os

def foamCae(PARAM):
    JOBNAME = PARAM['jobName']
    NCPUS = PARAM['ncpus']
    MESH SIZE = PARAM['meshSize']
    VISCOSITY = PARAM['viscosity']
22 AA = PARAM['boxSize']
    RR = PARAM['cellRadius']
    VELOCITY1 = PARAM['velocity']
    PRESSURE1 = PARAM['pressure']
    DENSITY = PARAM['density']
    TIMEPERIOD = PARAM['timePeriod']
    NODB = PARAM['nOdb']

    bcNames = ['inlet', 'outlet', 'symY', 'symZ', 'perY', 'perZ', 'wall']
    bcMasks = ['#80000', '#20', '#408208', '#110090', '#204104', '#1002802', '#41041']
32 elemMask = '#f'

    myModel = mdb.Model(modelType=CFD, name=JOBNAME)
    mySketchBall = myModel.ConstrainedSketch(name='ball_sketch', sheetSize=3.0)
    mySketchBall.ConstructionLine(point1=(0.0, -1.5), point2=(0.0, 1.5))
    mySketchBall.FixedConstraint(entity=mySketchBall.geometry[2])
    mySketchBall.CircleByCenterPerimeter(center=(0.0, 0.0), point1=(RR, 0.0))
    mySketchBall.Line(point1=(0.0, RR), point2=(0.0, -RR))
    mySketchBall.autoTrimCurve(curve1=mySketchBall.geometry[3], point1=(-RR, 0.0))

42 myPartBall=myModel.Part(dimensionality=THREE_D, name='ball', type=DEFORMABLE_BODY)
    myPartBall.BaseSolidRevolve(angle=360.0, flipRevolveDirection=OFF, sketch=mySketchBall)

    myPartBall.PartitionCellByPlanePointNormal(cells=myPartBall.cells.getSequenceFromMask(['[
#1]',)),),
        normal=myPartBall.datums[1], point=myPartBall.vertices[0])
    myPartBall.PartitionCellByPlaneThreePoints(cells=myPartBall.cells.getSequenceFromMask(['[
#3]',)),),
        point1=myPartBall.vertices[1], point2=myPartBall.vertices[0],
        point3=myPartBall.vertices[2])
    myPartBall.PartitionCellByPlaneThreePoints(cells=myPartBall.cells.getSequenceFromMask(['[
#f]',)),),
52 point1=myPartBall.InterestingPoint(myPartBall.edges[6], MIDDLE),
    point2=myPartBall.vertices[2], point3=myPartBall.vertices[3])

    mySketchBox=myModel.ConstrainedSketch(name='ball_sketch', sheetSize=3.0)
    mySketchBox.rectangle(point1=(-AA/4, -AA/4), point2=(AA/4, AA/4))

    myPartBox=myModel.Part(dimensionality=THREE_D, name='box', type=DEFORMABLE_BODY)

```

```

myPartBox.BaseSolidExtrude(depth=AA/2, sketch=mySketchBox)

myAssembly=myModel.rootAssembly
myAssembly.DatumCsysByDefault (CARTESIAN)
62
myAssembly.Instance(dependent=ON, name='ibox', part=myPartBox)
myAssembly.translate(instanceList=('ibox', ), vector=(AA/4, AA/4,0.0))
myAssembly.Instance(dependent=ON, name='iball', part=myPartBall)
myAssembly.translate(instanceList=('iball', ), vector=(AA/2, AA/2, AA/2))

myAssembly.InstanceFromBooleanCut(cuttingInstances=(myAssembly.instances['iball'], ),
    instanceToBeCut=myAssembly.instances['ibox'], name='foam', originalInstances=DELETE)

72
myAssembly.Instance(dependent=ON, name='box-1', part=myModel.parts['box'])
myAssembly.translate(instanceList=('box-1', ), vector=(AA/4.0, AA/4.0, 0.0))

myAssembly.InstanceFromBooleanCut(cuttingInstances=(myAssembly.instances['foam-1'], ),
    instanceToBeCut=myAssembly.instances['box-1'], name='foam.cdf', originalInstances=
DELETE)

myAssembly.Instance(dependent=ON, name='foam.cdf-2', part=myModel.parts['foam.cdf'])
myAssembly.rotate(angle=90.0, axisDirection=(0.0, -AA/2, 0.0),
    axisPoint=(AA/2, AA/2, AA/2), instanceList=('foam.cdf-2', ))

82
myAssembly.InstanceFromBooleanMerge(domain=GEOMETRY,
    instances=(myAssembly.instances['foam.cdf-1'],myAssembly.instances['foam.cdf-2']),
    keepIntersections=ON, name='Part-1', originalInstances=DELETE)

myAssembly.LinearInstancePattern(direction1=(1.0, 0.0, 0.0), direction2=(0.0, 1.0, 0.0),
    instanceList=('Part-1-1', ),number1=2, number2=1, spacing1=1.0, spacing2=0.5)

del myModel.parts['foam.cdf']
del myModel.parts['foam']
del myModel.parts['box']
del myModel.parts['ball']
92

myAssembly.InstanceFromBooleanMerge(domain=GEOMETRY,
    instances=(myAssembly.instances['Part-1-1'],
myAssembly.instances['Part-1-1-lin-2-1']),
    keepIntersections=ON, name='foam', originalInstances=DELETE)

myInstance = myAssembly.instances['foam-1']
del myModel.parts['Part-1']
myPart = myModel.parts['foam']

102
del myAssembly.features['Datum_csys-1']
myAssembly.DatumCsysByThreePoints(coordSysType=CARTESIAN,
    name='Datum_csys-1', origin=myInstance.vertices[26], point1=
myInstance.vertices[21], point2=myInstance.vertices[24])

CellAll = myPart.cells
setAll = myPart.Set(cells=CellAll, name='all')
myPart.seedPart(deviationFactor=0.1, minSizeFactor=0.1, size=MESH SIZE)

112
myPart.setMeshControls(elemShape=TET, regions=
myPart.cells.getSequenceFromMask((elemMask, ), ), technique=FREE)

myPart.generateMesh()

for a,b in zip(bcNames,bcMasks):
    myPart.Surface(name=a, side1Faces=myPart.faces.getSequenceFromMask((b), ))

myPart.Set(faces=myPart.faces.getSequenceFromMask((bcMasks[0],),), name=bcNames[0])
myPart.Set(faces=myPart.faces.getSequenceFromMask((bcMasks[1],),), name=bcNames[1])
122

myMat = myModel.Material(name='Material-1')
myMat.Density(table=((DENSITY, ), ))
myMat.Viscosity(table=((VISCOSITY, ), ))
myModel.HomogeneousFluidSection(material='Material-1', name='Section-1')

myPart.SectionAssignment(offset=0.0, offsetField='',offsetType=MIDDLE.SURFACE,
    region=myPart.sets['all'], sectionName='Section-1',

```

```

        thicknessAssignment=FROM.SECTION)
132 myModel.rootAssembly.regenerate()
myModel.FlowStep(name='Step-1', previous='Initial')
myModel.steps['Step-1'].setValues(timePeriod=TIMEPERIOD)

#boundary conditions
myModel.FluidInletOutletBC(createStepName='Step-1',
    distributionType=UNIFORM, fieldName='', localCsys=None,
    momentumType=VELOCITY, name='inlet', pressure=UNSET,
    region=myInstance-surfaces['inlet'], v1=VELOCITY1)

142 myModel.FluidInletOutletBC(createStepName='Step-1',
    distributionType=UNIFORM, fieldName='', localCsys=None,
    momentumType=PRESSURE, name='outlet', pressure=PRESSURE1,
    region=myInstance-surfaces['outlet'])

myModel.FluidWallConditionBC(createStepName='Step-1',
    distributionType=UNIFORM, fieldName='', localCsys=None, name='wall',
    region=myInstance-surfaces['wall'], type=NO.SLIP, v1=0.0, v2=0.0, v3=0.0)

152 myModel.FluidInletOutletBC(createStepName='Step-1', distributionType=UNIFORM,
    fieldName='', localCsys=None, momentumType=VELOCITY, name='symY',
    pressure=UNSET, region=myInstance-surfaces['symY'], v2=0.0)

myModel.FluidInletOutletBC(createStepName='Step-1', distributionType=UNIFORM,
    fieldName='', localCsys=None, momentumType=VELOCITY, name='symZ',
    pressure=UNSET, region=myInstance-surfaces['symZ'], v3=0.0)

myModel.FluidInletOutletBC(createStepName='Step-1', distributionType=UNIFORM,
    fieldName='', localCsys=None, momentumType=VELOCITY, name='perY',
    pressure=UNSET, region=myInstance-surfaces['perY'], v2=0.0)
162 myModel.FluidInletOutletBC(createStepName='Step-1', distributionType=UNIFORM,
    fieldName='', localCsys=None, momentumType=VELOCITY, name='perZ',
    pressure=UNSET, region=myInstance-surfaces['perZ'], v3=0.0)

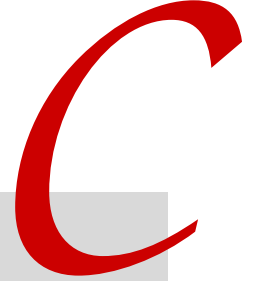
CellAll = myPart.cells
volume = myPart.getVolume(CellAll)
porosity = volume/0.5

172 myModel.fieldOutputRequests['F-Output-1'].setValues(numIntervals=NODB)
myAssembly.regenerate()
myJob = mdb.Job(atTime=None, description='', memory=90,
    memoryUnits=PERCENTAGE, model=JOBNAME, name=JOBNAME, numCpus=NCPUS,
    numDomains=NCPUS, queue=None, scratch='', type=ANALYSIS, waitHours=0, waitMinutes=0)
myJob.submit()
myJob.waitForCompletion()
return porosity

#####
182 work_directory = '┐'
pathFile = '┐'

PARAM= {'jobName': 'job-',
    'ncpus': 4,
    'meshSize': 0.05,
    'viscosity': 0.001,
    'boxSize': 1.0,
    'cellRadius': 0.5,
    'velocity': 1.0,
    'pressure': 10.0,
192 'density': 1.0,
    'timePeriod': 10.0,
    'nOdb': 20,
    }
porosity = foamCae(PARAM)

```



Analityczne formuły

C.1 Model konstytutywny litego korundu

Pochodne funkcji granicznej

$$\begin{aligned}\phi &= \frac{1}{2k} \left[3(k-1)p + \sqrt{9(k-1)^2 p^2 + 4kq^2} \right] - \sigma_Y = 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial p} &= \frac{1}{2k} \left[3(k-1) + \frac{9(k-1)^2 p}{\sqrt{9(k-1)^2 p^2 + 4kq^2}} \right] \\ \frac{\partial \phi}{\partial q} &= \frac{2q}{\sqrt{9(k-1)^2 p^2 + 4kq^2}} \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial p^2} &= \frac{1}{2k} \left[\frac{9(k-1)^2 \sqrt{9(k-1)^2 p^2 + 4kq^2} - 9(k-1)^2 p \frac{18(k-1)^2 p}{2\sqrt{9(k-1)^2 p^2 + 4kq^2}}}{9(k-1)^2 p^2 + 4kq^2} \right] \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial q^2} &= \frac{2\sqrt{9(k-1)^2 p^2 + 4kq^2} - 2q \frac{8kq}{2\sqrt{9(k-1)^2 p^2 + 4kq^2}}}{9(k-1)^2 p^2 + 4kq^2} \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial q \partial p} &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial p \partial q} = -\frac{18(k-1)^2 pq}{[9(k-1)^2 p^2 + 4kq^2]^{\frac{3}{2}}}\end{aligned}$$

Macierz styczna

$$\delta \Delta \boldsymbol{\sigma} = (2G\mathbf{I}' + K\mathbf{1} \otimes \mathbf{1}) \delta \Delta \boldsymbol{\varepsilon} - K \delta \Delta \varepsilon_p \mathbf{1} - 2G \delta \Delta \varepsilon_q - 2G \delta \Delta \varepsilon_q \delta \mathbf{n}$$

$$\delta \Delta \varepsilon_p = C_{11} \delta p^t + C_{12} \delta q^t$$

$$\delta \Delta \varepsilon_q = C_{21} \delta p^t + C_{22} \delta q^t$$

$$\delta \Delta \boldsymbol{\sigma} = (2G\mathbf{I}' + K\mathbf{1} \otimes \mathbf{1}) \delta \Delta \boldsymbol{\varepsilon} - K (C_{11} \delta p^t + C_{12} \delta q^t) \mathbf{1} - 2G (C_{21} \delta p^t + C_{22} \delta q^t) \mathbf{n} - 2G \Delta \varepsilon_q \delta \mathbf{n}$$

$$\delta p^t = K \delta \Delta \varepsilon \mathbf{1}$$

$$\delta q^t = \frac{3}{2q^t} \sigma'^t \delta \sigma'^t$$

$$\delta n = \delta n^t = \frac{3}{2q^t} \delta \sigma'^t - \frac{3}{2(q^t)^2} \delta q^t \sigma'^t$$

$$\begin{aligned} \delta \Delta \sigma &= (2GI' + K\mathbf{1} \otimes \mathbf{1}) \delta \Delta \varepsilon + \\ &- K \left(C_{11} K \delta \Delta \varepsilon \mathbf{1} + C_{12} \frac{3}{2q^t} \sigma'^t \delta \sigma'^t \right) \mathbf{1} + \\ &- 2G \left(C_{21} K \delta \Delta \varepsilon \mathbf{1} + C_{22} \frac{3}{2q^t} \sigma'^t \delta \sigma'^t \right) \mathbf{n} + \\ &- 2G \Delta \varepsilon_q \left(\frac{3}{2q^t} \delta \sigma'^t - \frac{3}{2(q^t)^2} \frac{3}{2q^t} \sigma'^t \delta \sigma'^t \sigma'^t \right) \end{aligned}$$

$$\delta \sigma'^t = 2GI' \delta \Delta \varepsilon$$

$$\mathbf{n} = \frac{3}{2q^t} \sigma'^t$$

$$\begin{aligned} \delta \Delta \sigma &= (2GI' + K\mathbf{1} \otimes \mathbf{1}) \delta \Delta \varepsilon + \\ &- K^2 C_{11} \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} \delta \Delta \varepsilon - K C_{12} \frac{3}{2q^t} 2G \sigma'^t \otimes \mathbf{1} \delta \Delta \varepsilon + \\ &- 2G C_{21} K \frac{3}{2q^t} \sigma'^t \otimes \mathbf{1} \delta \Delta \varepsilon - 2G C_{22} \frac{3}{2q^t} \frac{3}{2q^t} 2G \sigma'^t \otimes \sigma'^t \delta \Delta \varepsilon + \\ &- 2G \Delta \varepsilon_q \frac{3}{2q^t} 2GI' \delta \Delta \varepsilon + 2G \Delta \varepsilon_q \frac{3}{2(q^t)^2} \frac{3}{2q^t} 2G \sigma'^t \otimes \sigma'^t \delta \Delta \varepsilon \end{aligned}$$

Bibliografia

- Ambrosi, D. i Preziosi, L. Modeling injection molding processes with deformable porous preforms. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, **61**:22–42, 2000. (Cytowany na stronie [25](#), [81](#).)
- Andrews, E.W., Gibson, L.J. i Ashby, M.F. The creep of cellular solids. *Acta Materialia*, **47**:2853–2863, 1999. (Cytowany na stronie [23](#).)
- Atherton, T.J. i Kerbyson, D.J. Size invariant circle detection. *Image and Vision Computing*, **17**:795–803, 1999. (Cytowany na stronie [29](#).)
- Binner, J., Chang, H. i Higginson, R. Processing of ceramic-metal interpenetrating composites. *Journal of the European Ceramic Society*, **29**:837–842, 2009. (Cytowany na stronie [24](#).)
- Boomsma, K., Poulikakos, D. i Ventikos, Y. Simulations of flow through open cell metal foams using an idealized periodic cell structure. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, **24**:825–834, 2003. (Cytowany na stronie [25](#).)
- Brackbill, J.U., Kothe, D.B. i Zemach, C. A continuum method for modeling surface tension. *Journal of Computational Physics*, **100**:335–354, 1992. (Cytowany na stronie [25](#).)
- Burzyński, W. *Studium nad hipotezami wyteżenia*. Akademia Nauk Technicznych Lwów, 1928. (Cytowany na stronie [68](#).)
- Chen, C., Lu, T.J. i Fleck, N.A. Effect of imperfections on the yielding of two-dimensional foams. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **47**:2235–2272, 1999. (Cytowany na stronie [67](#).)
- D'Angelo, C., Ortona, A. i Colombo, P. Influence of the loading direction on the mechanical behavior of ceramic foams and lattices under compression. *Acta Materialia*, **61**: 5525–5534, 2013. (Cytowany na stronie [23](#).)

- De Giorgi, M., Carofalo, A., Dattoma, V., Nobile, R. i Palano, F. Aluminium foams structural modelling. *Computers and Structures*, **88**:25–35, 2010. (Cytowany na stronie 22.)
- Fiedler, T., Öchsner, A., Gracio, J. i Kuhn, G. Structural modeling of the mechanical behavior of periodic cellular solids: open-cell structures. *Mechanics of Composite Materials*, **41**:277–290, 2005. (Cytowany na stronie 21.)
- Gibson, L.J. i Ashby, M.F. *Cellular solids Structure and properties*. Cambridge University Press, 1999. (Cytowany na stronie 18, 21, 23.)
- Guessasma, S., Babin, P., Della Valle, G. i Dendievel, R. Relating cellular structure of open solid food foams to their Youngs modulus finite element calculation. *International Journal of Solids and Structures*, **45**:2881–2896, 2008. (Cytowany na stronie 22.)
- Hardenacke, V. i Hohe, J. Assessment of space division strategies for generation of adequate computational models for solid foams. *International Journal of Mechanical Sciences*, **52**:1772–1782, 2010. (Cytowany na stronie 22.)
- Hodge, A.M. i Dunand, D.C. Measurement and modeling of creep in open-cell NiAl foams. *Metallurgical and Materials Transactions A*, **34A**:2003–2353, 2003. (Cytowany na stronie 23.)
- Holmquist, T.J., Templeton, D.W. i Bishnoi, K.D. Constitutive modeling of aluminum nitride for large strain, high-strain rate, and high-pressure applications. *International Journal of Impact Engineering*, **25**:211–231, 2001. (Cytowany na stronie 23.)
- Hutter, C., Zenklusen, A., Kuhn, S. i Rohr, P. Large eddy simulation of flow through a streamwise-periodic structure. *Chemical Engineering Science*, **66**:519–529, 2011. (Cytowany na stronie 25.)
- Huu, T.T., Lacroix, M., Huu, C.P., Schweich, D. i Edouard, D. Towards a more realistic modeling of solid foam: Use of the pentagonal dodecahedron geometry. *Chemical Engineering Science*, **64**:5131–5142, 2009. (Cytowany na stronie 21.)
- James, L., Austin, S., Moore, C.A., Stephens, D., Walsh, K.K. i Wesson, G.D. Modeling the principle physical parameters of graphite carbon bfoam. *Carbon*, **48**:2418–2424, 2010. (Cytowany na stronie 22.)
- Jang, W., Kyriakides, S. i Kraynik, A.M. On the compressive strength of open-cell metal foams with Kelvin and random cell structures. *International Journal of Solids and Structures*, **47**:2872–2883, 2010. (Cytowany na stronie 23.)
- Jang, W.Y., Kraynik, A.M. i Kyriakides, S. On the microstructure of open-cell foams and its effect on elastic properties. *International Journal of Solids and Structures*, **45**:1845–1875, 2008. (Cytowany na stronie 21.)

- Jeon, I., Asahina, T., Kang, K.J., Im, S. i Lu, T.J. Finite element simulation of the plastic collapse of closed-cell aluminum foams with X-ray computed tomography. *Mechanics of Materials*, **42**:227–236, 2010. (Cytowany na stronie 20.)
- Jhaver, R. i Tippur, H. Processing, compression response and finite element modeling of syntactic foam based interpenetrating phase composite (IPC). *Materials Science and Engineering*, **499**:507–517, 2009. (Cytowany na stronie 24.)
- Kachanov, L.M. On time to failure in creep conditions. *Izv. Ak. Nauk SSSR OTN*, **8**: 26–31, 1958. (Cytowany na stronie 69.)
- Kanaun, S. i Tkachenko, O. Mechanical properties of open cell foams: Simulations by laguerre tessellation procedure. *International Journal of Fracture*, **140**:305–312, 2006. (Cytowany na stronie 22.)
- Kikuchi, K., Ikeda, K., Okayasu, R., Takagi, K. i Kawasaki, A. Structural dependency of three-dimensionally periodic porous materials on elastic properties. *Materials Science and Engineering*, **528**:8292–8298, 2011. (Cytowany na stronie 21.)
- Kirca, M., Gülb, A., Ekincic, E., Yardimc, F. i Mugana, A. Computational modeling of micro-cellular carbon foams. *Finite Elements in Analysis and Design*, **44**:45–52, 2007. (Cytowany na stronie 22.)
- Konopka, K. i Szafran, M. Fabrication of $Al_2O_3 - Al$ composites by infiltration method and their characteristic. *Journal of Materials Processing Technology*, **175**:266–270, 2006. (Cytowany na stronie 17, 24.)
- Kopanidis, A., Theodorakakos, A., Gavaises, E. i Bouris, D. 3D numerical simulation of flow and conjugate heat transfer through a pore scale model of high porosity open cell metal foam. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **53**:2539–2550, 2010. (Cytowany na stronie 25.)
- Kou, D.P., Li, J.R., Yu, J.L. i Cheng, H.F. Mechanical behavior of open-cell metallic foams with dual-size cellular structure. *Scripta Materialia*, **59**:483–486, 2008. (Cytowany na stronie 22.)
- Kowalczyk, P. Elastic properties of cancellous bone derived from finite element models of parameterized microstructure cells. *Journal of Biomechanics*, **36**:961–972, 2003. (Cytowany na stronie 21.)
- Lacoste, E., Mantaux, O. i Danis, M. Numerical simulation of metal matrix composites and polymer matrix composites processing by infiltration: a review. *Composites: Part A*, **33**:1605–1614, 2002. (Cytowany na stronie 25.)
- Latus, P. i Nowak, M. Analiza wpływu początkowego rozkładu parametru uszkodzenia na pracę ustrojów prętowych. *Czasopismo Techniczne Politechniki Krakowskiej*, **9**:75–86, 2010. (Cytowany na stronie 69.)

- Lee, J. i Fenves, G.L. Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures. *Journal of Engineering Mechanics*, **124**:892–900, 1998. (Cytowany na stronie 23.)
- Li, J.R., Cheng, H.F., Yu, J.L. i Han, F.S. Effect of dual-size cell mix on the stiffness and strength of open-cell aluminum foams. *Materials Science and Engineering*, **362**: 240–248, 2003. (Cytowany na stronie 22.)
- Lianxi, H., Yiwen, Y., Shoujing, L. i Xinying, X. Investigation on the kinetics of infiltration of liquid aluminium into an alumina fibrous preform. *Journal of Materials Processing Technology*, **94**:227–230, 1999. (Cytowany na stronie 25, 83.)
- Lu, H.Y. i Lee, W.B. A simplified approach for the simulation of metal flow in a cylindrical sleeve diecasting cavity. *Journal of Materials Processing Technology*, **91**:116–120, 1999. (Cytowany na stronie 25.)
- Lubliner, J., Oliver, J., Oller, S. i Oñate, E. A plastic–damage model for concrete. *International Journal of Solids and Structures*, **25**:299–326, 1989. (Cytowany na stronie 23.)
- Luxner, M., Stampfl, J. i Pettermann, H.E. Finite element modeling concepts and linear analyses of 3D regular open cell structures. *Journal OF Materials Science*, **40**:5859–5866, 2005. (Cytowany na stronie 21.)
- Maire, E., Fazekasb, A., Salvob, L., Dendievelb, R., Youssefa, S., Cloetensc, P. i Letangd, J.M. X-ray tomography applied to the characterization of cellular materials. Related finite element modeling problems. *Composites Science and Technology*, **63**:2431–2443, 2003. (Cytowany na stronie 20.)
- Mao, X., Shimai, S. i S., Wang. Gelcasting of alumina foams consolidated by epoxy resin. *Journal of the European Ceramic Society*, **28**, 2008. (Cytowany na stronie 18.)
- Martins, G.P., Olson, D.L. i Edwards, G.R. Modeling of infiltration kinetics fo liquid metal processing of composites. *Metallurgical Transactions B*, **19B**:95–101, 1988. (Cytowany na stronie 25.)
- Michailidis, N., Stergioudi, F., Omar, H. i Tsipas, D.N. An image-based reconstruction of the 3D geometry of an al open-cell foam and fem modeling of the material response. *Mechanics of Materials*, **42**:142–147, 2010. (Cytowany na stronie 20, 23.)
- Mills, N.J. The wet Kelvin model for air flow through open-cell polyurethane foams. *Journal of Materials Science*, **40**:5845–5851, 2005. (Cytowany na stronie 25.)
- Mohsen-Karimian, S.A. i Straatman, A.G. CFD study of the hydraulic and thermal behavior of spherical-void-phase porous materials. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, **29**:292–305, 2008. (Cytowany na stronie 24, 25.)
- Nieh, T.G., Higashi, K. i Wadsworth, J. Effect of cell morphology on the compressive properties of open-cell aluminum foams. *Materials Science and Engineering*, **283**:105–110, 2000. (Cytowany na stronie 23.)

- Nowak, M., Nowak, Z., Pęcherski, R.B., Potoczek, M. i Śliwa, R.E. On the reconstruction method of ceramic foam structures and the methodology of young modulus determination. *Archive of Metallurgy and Materials*, **58**:1219–1222, 2013. (Cytowany na stronie 28.)
- Ortega, F.S., Rodrigues, J.A. i Pandolfelli, V.C. Elastic modulus of gelcast cellular ceramics at high temperatures. *American Ceramic Society Bulletin*, **x**:9101–9106, 2006. (Cytowany na stronie 24, 70, 71.)
- Patro, D. i Jayaram, V. Kinetics of pressureless infiltration of Al-Mg melts into porous alumina preforms. *Metallurgical and Materials Transactions B*, **39B**:108–115, 2008. (Cytowany na stronie 25.)
- Pęcherski, R., Szeptyński, P. i M., Nowak. An extension of Burzyński hypothesis of material effort accounting for the third invariant of shear tensor. *Archives of Metallurgy and Materials*, **56**:503–508, 2011. (Cytowany na stronie 68.)
- Peng, H.X., Fan, Z., Evans, J.R.G. i Busfield, J.J.C. Microstructure of ceramic foams. *Journal of the European Ceramic Society*, **20**:807–813, 2000. (Cytowany na stronie 21.)
- Peng, L.M., Cao, J.W., Noda, K. i Han, K.S. Mechanical properties of ceramic-metal composites by pressure infiltration of metal into porous ceramics. *Materials Science and Engineering*, **374**:1–9, 2004. (Cytowany na stronie 24.)
- Pietrzak, K., Jach, K., Kalinski, D., Chmielewski, M. i Morgiel, J. Processing and microstructure of $Al_2O_3 - Cu$ composite material interpenetrating network type. *Journal of European Ceramic Society*, **27**:1273–1279, 2007. (Cytowany na stronie 24.)
- Poniznik, Z., Salit, V., Basista, M. i Gross, D. Effective elastic properties of interpenetrating phase composites. *Computational Materials Science*, **44**:813–820, 2008. (Cytowany na stronie 24.)
- Potoczek, M. Gelcasting of alumina foams using agarose solutions. *Ceramics International*, **34**:661–667, 2008. (Cytowany na stronie 13, 17, 18, 56, 57.)
- Potoczek, M. *Kształtowanie mikrostruktury piankowych materiałów korundowych*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, 2012. (Cytowany na stronie 19, 58, 59, 70, 71.)
- Potoczek, M. i Śliwa, R.E. Microstructure and physical properties of $AlMg/Al_2O_3$ interpenetrating composites fabricated by metal infiltration into ceramic foams. *Archives of Metallurgy and Materials*, **56**:1265–1269, 2011. (Cytowany na stronie 14, 24.)
- Potoczek, M., Śliwa, R.E., Pęcherski, R.B., Nowak, Z. i Nowak, M. Modelowanie struktury geometrycznej i wytrzymałości na ściskanie pianek ceramicznych. *Rudy i Metale*, **56**:594–598, 2011. (Cytowany na stronie 55.)
- Redenbach, C. Microstructure models for cellular materials. *Computational Materials Science*, **44**:1397–1407, 2009. (Cytowany na stronie 22, 31, 46.)

- Roberts, A.P. i Garboczi, E.J. Elastic properties of model random three-dimensional open-cell solids. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **50**:33–55, 2002. (Cytowany na stronie 23.)
- San Marchi, C., Kouzeli, M., Rao, R., Lewis, J.A. i Dunand, D.C. Alumina-aluminum interpenetrating-phase composites with three-dimensional periodic architecture. *Scripta Materialia*, **49**:861–866, 2003. (Cytowany na stronie 24.)
- Sanders, W.S. i Gibson, L.J. Mechanics of bcc and fcc hollow-sphere foams. *Materials Science and Engineering*, **352**:150–161, 2003. (Cytowany na stronie 21.)
- Scheffler, M. i Colombo, P. *Cellular Ceramics*. Wiley, 2005. (Cytowany na stronie 19.)
- Schwarze, R., Klostermann, J. i Brücker, Ch. Computational fluid dynamic (CFD) simulations of liquid steel infiltration in ceramic foam structures. part i: Fundamentals and validation. *Steel Research Int.*, **82**:56–62, 2011. (Cytowany na stronie 25.)
- Sepulveda, P. Gelcasting of foams for porous ceramics. *American Ceramic Society Bulletin*, **76**, 1997. (Cytowany na stronie 17.)
- Sihna, S. i Roy, A.K. Modeling and prediction of bulk properties of open-cell carbon foam. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **52**:167–191, 2004. (Cytowany na stronie 21.)
- Smorygo, O., Mikutski, V., Marukovich, A., Ilyushchanka, A., Sadykov, V. i Smirnova, A. An inverted spherical model of an open-cell foam structure. *Acta Materialia*, **59**:2669–2678, 2011. (Cytowany na stronie 21.)
- Storm, J., Abendroth, M., Emmel, M., Liedke, Th., Ballaschk, U., Voigt, C., Sieber, T. i Kuna, M. Geometrical modelling of foam structures using implicit functions. *International Journal of Solids and Structures*, **50**:548–555, 2013. (Cytowany na stronie 22.)
- Sullivan, R.M., Ghosn, L.J. i Lerch, B.A. A general tetrakaidecahedron model for open-celled foams. *International Journal of Solids and Structures*, **45**:1754–1765, 2008. (Cytowany na stronie 21.)
- Szafran, M., Rokicki, G. i Lipiec, W. Porowata ceramika infiltrowana metalami i polimerami. *Kompozyty*, **2**:3313–317, 2002. (Cytowany na stronie 24.)
- Tavakoli, R., Babaei, R., Varahram, N. i Davami, P. Numerical simulation of liquid/gas phase flow during mold filling. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **196**:697–713, 2006. (Cytowany na stronie 25.)
- Thompson, W. (Lord Kelvin). On the division of space with minimal partitional area. *Philosophical Magazine*, **24**, 1887. (Cytowany na stronie 20.)
- Vesenjak, M., Öchsner, A. i Ren, Z. Characterization of open-cell cellular material structures with pore fillers. *Materials Letters*, **62**:3250–3253, 2008. (Cytowany na stronie 21.)

- Veyhl, C., Belova, I.V., Murch, G.E. i Fiedler, T. Finite element analysis of the mechanical properties of cellular aluminium based on micro-computed tomography. *Materials Science and Engineering*, **528**:4550–4555, 2011. (Cytowany na stronie 20.)
- Wicklein, M. i Thoma, K. Numerical investigations of the elastic and plastic behaviour of an open-cell aluminium foam. *Materials Science and Engineering*, **397**:391–399, 2005. (Cytowany na stronie 20.)
- Wu, Y., Zhou, W., Wang, B. i Yang, F. Modeling and characterization of two-phase composites by Voronoi diagram in the Laguerre geometry based on random close packing of spheres. *Computational Materials Science*, **47**:951–961, 2010. (Cytowany na stronie 22.)
- Yoo, D.J. Three-dimensional surface reconstruction of human bone using a B-spline based interpolation approach. *Computer-Aided Design*, **43**:934–947, 2011. (Cytowany na stronie 20.)
- Zhang, L., Ferreira, J.M.F., Olhero, S., Courtois, L., Zhang, T., Maire, E. i Rauhe, J.Chr. Modeling the mechanical properties of optimally processed cordierite-mullite-alumina ceramic foams by X-ray computed tomography and finite element analysis. *Acta Materialia*, **60**:4235–4246, 2012. (Cytowany na stronie 20.)
- Zhou, J., Shrotriya, P. i Soboyejo, W.O. Mechanisms and mechanics of compressive deformation in open-cell al foams. *Mechanics of Materials*, **36**:781–797, 2004. (Cytowany na stronie 23.)

Skorowidz

- ABAQUS, 60
- CAD, 22
- ANSYS/FLUENT, 80
- PYTHON, 60
- RVE, 29

- ABAQUS, 69

- ciekłe aluminium, 81

- infiltracja, 24
- infiltracja ciśnieniowa, 79

- kąt zwilżenia, 81
- komórka Gibson-Ashby, 21
- komórka Kelvina, 21
- komórki periodyczne, 20
- kompozyty IPC, 14

- metoda żelowania spienionej zawiesiny, 17
- metoda najmniejszych kwadratów, 32
- mikrotomografia komputerowa, 20, 27
- moduł Younga, 69

- napięcie powierzchniowe, 81

- parametr uszkodzenia, 69
- periodyczne warunki brzegowe, 67
- poryzometria rtęciowa, 33
- powierzchnia zniszczenia, 68
- prawo Hooke'a, 67
- przepuszczalność, 76

- rozkład logarytmiczno-normalny, 32, 45

- siata wokseli, 60
- sitka MES, 60
- skaningowa mikroskopia elektronowa, 18
- Symulacje CFD, 76
- systemy krystalograficzne, 21

- temperatura topnienia, 81
- teselacja Lauerre, 46

- UMAT, 69

- współczynnik Poissona, 69
- wytrzymałość na ściskanie, 73, 86