

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN
Zakład Technologii Inteligentnych
Pracownia Inżynierii Bezpieczeństwa



Grzegorz Knor

Identyfikacja, modelowanie i sterowanie polami temperatury w konstrukcjach betonowych

rozprawa doktorska

Promotor
prof. dr hab. inż. Jan Holnicki-Szulc
IPPT PAN

Warszawa 2014

Imagine a world in which every single person on the planet is given free access to the sum of all human knowledge.

Jimmy Wales

Streszczenie

Podstawowym zadaniem dysertacji jest stworzenie systemu do numerycznej symulacji rozkładu temperatury w elementach betonowych w trakcie ich twardnienia oraz późniejszej eksploatacji. Znajomość pól temperatury w betonowych elementach masywnych jest bardzo istotna ze względu na związane z nimi niepożądane naprężenia termiczne mogące spowodować osłabienie konstrukcji na skutek spękań. Praca zgodnie z tytułem podzielona jest na trzy współzależne części. Pierwsza z nich – *identyfikacja* – podejmuje problem jednoczesnego wyznaczenia zmiennych w czasie i przestrzeni funkcji opisujących parametry termofizyczne betonu oraz wewnętrznego źródła ciepła generowanego podczas egzotermicznych reakcji uwadniania składników cementu. Problem identyfikacji parametrów rozwiązywany jest za pomocą odwrotnego zagadnienia przepływu ciepła w walcowej formie pomiarowej (forma wraz systemem akwizycji danych jest przedmiotem zgłoszenia patentowego) przy użyciu bezgradientowych metod optymalizacji globalnej. W drugiej części – *modelowanie* – na podstawie wyznaczonych funkcji obliczane jest pole temperatury w obiektach o bardziej skomplikowanej geometrii. Uzyskane wyniki symulacji numerycznych zestawiane są z pomiarami doświadczalnymi w celu walidacji zaproponowanego modelu. Trzecia część rozprawy – *sterowanie* – dotyczy sterowania polami temperatury. Pod tym pojęciem rozumiany jest system optymalnego chłodzenia konstrukcji, który ma zapobiegać negatywnym skutkom nierównomiernego rozkładu temperatury w obiekcie. W tym celu rozwiązywane jest zagadnienie optymalizacyjne, którego zadaniem jest najbardziej korzystne rozmieszczenie rur z cieczą chłodzącą, dobór odpowiedniej średnicy rur, czy prędkości przepływu i temperatury cieczy. Proponowane rozwiązanie ma zastosowanie przede wszystkim podczas dojrzewania betonu, kiedy to wzrost temperatury następuje na skutek egzotermicznych reakcji chemicznych. Na dwie pierwsze części składają się zarówno rozwiązania numeryczne, jak i pomiary doświadczalne, część trzecia opiera się tylko na modelu teoretycznym.

Abstract

The main goal of the dissertation is to create a numerical simulation system of a temperature evolution in concrete elements during their hardening and later exploitation. The knowledge about temperature fields in a massive concrete structure is very important due to linked with them undesired thermal stresses, which can cause a weakening of the structure because of thermal cracking. As the title shows the work is splitted into three interdependent parts. The first part – *identification* – deals with the problem of simultaneous determination of functions which describe thermophysical properties of concrete and internal heat source generated during the exothermic hydration reactions. All functions are time and space dependent. The identification task is solved by means of the inverse heat transfer problem in cylindrical measurement mold (the device with the temperature measurement system was patented). Non-gradient global optimization algorithms are used to solve it. In the second part – *modelling* – based on the determined functions the temperature field in objects with more complicated geometry is calculated. Obtained results from numerical simulations are compared with experimental measurements to validate the proposed model. The third part of dissertation – *control* – deals with control of temperature fields. Under this term the optimal pipe cooling system is understood. This system should prevent the negative results of non-uniform temperature field in the object. To do this the optimization problem is solved, which deals with the best location of cooling pipes, choice of the appropriate pipe diameter, the cooling liquid flow velocity and inlet water temperature. The proposed solution firstly is used during the maturing of concrete structures where temperature increases due to the exothermic chemical reactions. Two first parts consist of both numerical and experimental approach, the third part is based only on the theoretical model.

Podziękowania

Praca była współfinansowana ze środków Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego w ramach Programu Operacyjnego Innowacyjna Gospodarka, nr projektu POIG.01.01.02-24-005/09.

Osobiście dziękuję przede wszystkim uczestnikom ww. projektu, którzy przyczynili się do powstania dysertacji. Szczególne podziękowania należą się profesorowi Michałowi Glinickiemu za liczne dyskusje, pomysły i współpracę. Dziękuję także promotorowi profesorowi Janowi Holnickiemu-Szulcowi za opiekę naukową i merytoryczną nad doktoratem oraz za wsparcie na każdym etapie pracy.

Dziękuję mojej żonie Karolinie za wsparcie i motywację do pracy.

Symbole i skróty

Lista symbolii i skrótów użytych w pracy

a	–	promień rury
A	–	pole powierzchni
$Blaine$	–	powierzchnia właściwa cementu według Blaine'a
c	–	ciepło właściwe betonu
c_p	–	ciepło właściwe piasku
c_w	–	ciepło właściwe wody
D_H	–	średnica rury
E	–	energia aktywacji
E_b	–	moduł sprężystości
\mathbf{f}	–	przestrzenny operator różniczkowy
f_c	–	wytrzymałość na ściskanie
f_t	–	wytrzymałość na rozciąganie
h	–	współczynnik wymiany ciepła
i	–	entalpia właściwa
I	–	bezwładność cieplna
J	–	strumień wilgoci
k	–	przewodnictwo cieplne betonu
K	–	współczynnik modyfikacji
k_c	–	przewodnictwo cieplne cementu
k_{fa}	–	przewodnictwo cieplne popiołu lotnego
k_g	–	przewodnictwo cieplne kruszywa grubego
k_{hp}	–	przewodnictwo cieplne uwodnionych produktów
k_m	–	przewodnictwo cieplne zaprawy
k_{ref}	–	przewodnictwo cieplne betonu w warunkach odniesienia
k_p	–	współczynnik przewodnictwa cieplnego piasku
k_{ra}	–	przewodnictwo cieplne powietrza
k_s	–	przewodnictwo cieplne kruszywa drobnego
k_{Tw}	–	współczynnik proporcjonalności Dufoura
k_w	–	przewodnictwo cieplne wody
k_{wT}	–	współczynnik termodyfuzji
k_{ww}	–	współczynnik proporcjonalności dyfuzji

m	–	masa
\mathbf{m}	–	funkcja monitorująca rozmiar kroku przestrzennego
M	–	funkcja dojrzałości
n_{fw}	–	zawartość niezwiązanej wody
n_g	–	zawartość kruszywa grubego
n_{hp}	–	zawartość uwodnionych produktów
n_{ra}	–	zawartość powietrza
n_s	–	zawartość kruszywa drobnego
n_{uc}	–	zawartość niezhydratyzowanego cementu
n_{ufa}	–	zawartość niezhydratyzowanego popiołu lotnego
n_{wfree}	–	zawartość wody nieużytej podczas hydratacji
n_{wgel}	–	zawartość wody żelowej
n_{whp}	–	zawartość wody użytej podczas hydratacji i reakcji pucolanowych
p	–	objętość zaprawy w jednostkowej objętości betonu
p_{C3A}	–	stosunek masowy C_3A do całkowitej zawartości cementu
p_{C4AF}	–	stosunek masowy C_4AF do całkowitej zawartości cementu
p_{FA}	–	część zastąpienia cementu popiołem lotnym
p_{FACaO}	–	zawartość CaO w popiele lotnym
p_{SLAG}	–	część zastąpienia cementu żuzłem
q	–	wydzielone ciepło
Q	–	przepływ cieczy
q_0	–	strumień ciepła
q_∞	–	całkowite wydzielone ciepło
$q_{max,20}$	–	maksymalna wartość wydzielonego ciepła w temperaturze 20°C
q_r	–	wydzielone ciepło w temperaturze referencyjnej
$qual$	–	jakość siatki MES
r	–	stopień hydratacji
R	–	promień betonowego walca
R_f	–	współczynnik utwierdzenia (ang. <i>Restraint factor</i>)
R_g	–	uniwersalna stała gazowa
R_h	–	średnia wilgotność względna betonu
r_{hy}	–	aktualny średni stopień hydratacji cementu
r_{mrs}	–	rząd metody różnic skończonych
r_{poz}	–	aktualny stopień reakcji pucolanowych popiołu lotnego
t	–	czas
T	–	temperatura betonu
\mathcal{T}	–	prognozowana temperatura powietrza
T_0	–	temperatura początkowa betonu
T^c	–	temperatura obliczona na podstawie modelu
t_e	–	wiek efektywny
T_Γ	–	temperatura na brzegu
T^m	–	temperatura zmierzona w eksperymencie
t_{max}	–	czas wystąpienia temperatury maksymalnej
T_{max}	–	temperatura maksymalna
\dot{T}_{max}	–	maksymalna szybkość wzrostu temperatury

T_{ot}	– temperatura otoczenia
T_p	– temperatura piasku
u	– prędkość cieczy
\mathbf{u}	– wektor zmiennych niezależnych
V	– objętość
v_E	– szybkość parowania
v_w	– prędkość wiatru
\mathbf{x}	– wektor zmiennych zależnych przestrzennych
x, y, z	– współrzędne przestrzenne
α	– dyfuzyjność cieplna betonu
α_c	– współczynnik rozszerzalności cieplnej
α_{str}	– współczynnik strat cieplnych
$\boldsymbol{\alpha}$	– zbiór szukanych parametrów
β	– współczynnik określający warunek brzegowy Neumanna
γ	– współczynnik skośności
δT_{max}	– maksymalna różnica temperatur
Δt_n	– krok czasowy, czas próbkowania
ΔT_{max}	– maksymalny przyrost temperatury
ϵ	– emisyjność betonu
ϵ_{tsc}	– odporność na obciążenie rozciągające
Θ	– temperatura wody
Θ_0	– temperatura początkowa wody/temperatura wody na wlocie
Θ_n	– nieujemne przyrosty temperatury
Λ	– długość krzywej
μ	– wartość średnia
ν	– lepkość kinematyczna płynu
ξ_i	– i-ty składnik mieszanki betonowej
ρ	– gęstość betonu
ρ_p	– gęstość nasypowa piasku
σ	– naprężenie
\mathfrak{S}	– odchylenie standardowe
σ_B	– stała Stefana-Boltzmannna
ϕ_r	– wilgotność względna
χ	– współczynnik określający warunek brzegowy Neumanna
ω_i	– procentowa zawartość i-tego składnika mieszanki
ACI	– <i>American Concrete Institute</i>
GA	– algorytm genetyczny
GPS	– algorytm poszukiwania bezpośredniego <i>Generalized Pattern Search</i>
GSS	– algorytm poszukiwania bezpośredniego <i>Generating Set Search</i>
IHTP	– odwrotne zagadnienie przepływu ciepła (ang. <i>inverse heat transfer problem</i>)
JCI	– <i>Japan Concrete Institute</i>

MADS	–	algorytm poszukiwania bezpośredniego <i>Mesh Adaptive Search</i>
MAE	–	średni błąd bezwzględny
ME	–	błąd średni
MES	–	metoda elementów skończonych
popiół W	–	popiół lotny wapienny
$RMSE$	–	pierwiastek ze średniego błędu kwadratowego
RPC	–	równanie przewodnictwa ciepła
∇	–	operator gradientu
$\frac{\partial}{\partial n}$	–	pochodna normalna
Δ	–	Operator Laplace'a

Spis treści

Streszczenie	ii
Abstract	iii
Podziękowania	iv
Symbole i skróty	v
1 Wstęp	1
1.1 Motywacja	1
1.2 Cel i zakres pracy	4
1.3 Uwagi ogólne i układ pracy	8
1.4 Przegląd literatury	12
1.4.1 Identyfikacja	12
1.4.2 Modelowanie	19
1.4.3 Sterowanie	23
2 Modelowanie pól temperatury	31
2.1 Funkcja dojrzałości	33
2.2 Równanie przewodnictwa ciepła	39
2.3 Numeryczny model temperatury betonu	42
2.3.1 Model jednowymiarowy	42
2.3.2 Równania MES dla równania przepływu ciepła	45
2.4 Model temperatury otoczenia	51
2.5 Weryfikacja modeli numerycznych	54
2.6 Analiza wrażliwości modelu termicznego 2D	57
3 Identyfikacja parametrów termicznych betonu	65
3.1 Sformułowanie problemu	65
3.2 Metoda rozwiązania	69
4 Sterowanie polami temperatury	81
4.1 Sformułowanie problemu	81
4.2 Metoda rozwiązania	83

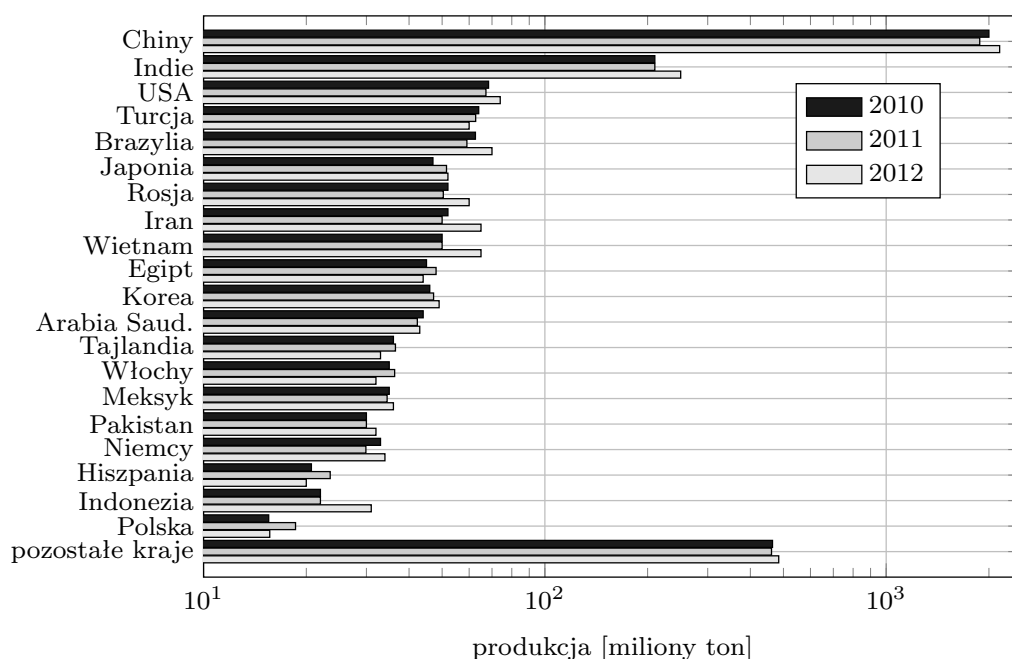
5	Pomiary temperatury	97
5.1	Wprowadzenie	97
5.2	Pomiary jednowymiarowe	98
5.3	Pomiary dwuwymiarowe	103
5.4	Pomiary trójwymiarowe	106
5.5	Materiały	112
6	Dyskusja wyników	121
6.1	Właściwości formy walcowej	121
6.2	Pomiary temperatury 1D	126
6.3	Rozwiązanie problemu odwrotnego	129
6.4	Pomiary i model dwuwymiarowy	134
6.5	Pomiary i model trójwymiarowy	142
6.6	Optymalny system chłodzenia	159
6.7	Parametry termiczne	169
7	Podsumowanie	179
7.1	Podsumowanie i wnioski	179
7.2	Oryginalne koncepcje i osiągnięcia pracy	181
	Spis Ilustracji	183
	Spis Tablic	187
	Literatura	189

Rozdział 1

Wstęp

1.1 Motywacja

Beton jest najpowszechniej wykorzystywanym materiałem konstrukcyjnym wytworzonym przez człowieka. Według raportu amerykańskiej agencji naukowo-badawczej United States Geological Survey w 2013 roku światowa produkcja cementu, najważniejszego składnika betonu, wyniosła 4000 milionów ton [1]. Oznacza to, że roczna produkcja betonu na jednego mieszkańca Ziemi jest w przybliżeniu równa 1m^3 , a co za tym idzie wartość infrastruktury betonowej jest zwykle większą częścią majątku narodowego poszczególnych krajów. Rysunek 1.1 przedstawia produkcję cementu na świecie w latach 2010-2012. Widoczna jest globalna tendencja zwyżkowa produkcji tego spoiwa. W nieujętej w zestawieniu US Geological Survey Polsce w ostatnich latach wyprodukowano odpowiednio: 15,52(2010 r.) 18,60(2011 r.), 15,63(2012 r.) i 14,45(2013 r.) milionów ton cementu [3]. Wartość betonu jako materiału konstrukcyjnego dla gospodarki krajowej została podkreślona w ogłoszonym w 2011 roku przez polski rząd Krajowy Program Badań na nadchodzące lata. Obejmuje on sześć interdyscyplinarnych kierunków badań naukowych i prac rozwojowych, spośród których jeden z punktów dotyczy nowoczesnych technologii materiałowych. Zadanie to obejmuje w szczególności opracowanie nowych konstrukcji i materiałów bezpiecznych dla zdrowia i środowiska, a jednocześnie o dużej trwałości. Jest ono szczególnie ważne ze względu na dużą eksploatację zasobów naturalnych oraz wysoką emisję gazów cieplarnianych podczas produkcji cementu. Zmusza to producentów i naukowców do poszukiwania nowych rozwiązań materiałowych minimalizujących koszty środowiskowe i ekonomiczne. Jednym z pomysłów jest użycie ubocznych produktów przemysłowych, które mogą zastąpić część cementu w zaprawach betonowych. Obecnie głównym źródłem energii elektrycznej w Polsce są elektrownie opalane węglem. Ponadto w Bełchatowie znajduje się największa na świecie elektrownia opalana węglem brunatnym. W związku z tym w warunkach naszej gospodarki produkowane są duże ilości popiołów, które to mogą zastąpić część cementu i w efekcie obniżyć koszty produkcji oraz wywrzeć pozytywny wpływ na środowisko. W latach 2009-2013 realizowany był projekt „Innowacyjne spoiwa cementowe i betony z dodatkiem popiołu lotnego wapiennego”, którego głównym celem było opracowanie nowego rodzaju cementu z dodatkiem popiołu lotnego wapiennego (popiołu W) z



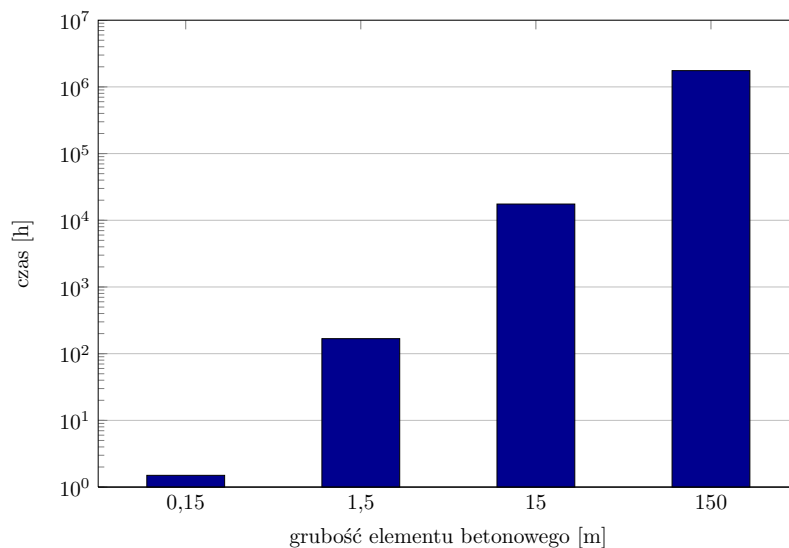
Rysunek 1.1: Produkcja cementu na świecie w latach 2010-2012 (na podstawie danych z raportów [2, 3])

elektrowni w Bełchatowie [4]. Badania przeprowadzone w ramach projektu koncentrowały się przede wszystkim na dostarczeniu nowych, bardziej wydajnych pod względem ekonomicznym i ekologicznym rozwiązań materiałowych, spełniających również wymagania dotyczące trwałości wytwarzanych elementów i konstrukcji. Do tego celu zastosowano tradycyjne badania i testy laboratoryjne oraz narzędzia informatyczne pozwalające na lepszą ocenę właściwości betonu. Niniejsza rozprawa doktorska dotyczy w głównej mierze aspektu numerycznego wspomnianego projektu wspartego badaniami doświadczalnymi. Oczywiście mnogość zjawisk zachodzących w betonie w trakcie dojrzewania i starzenia się konstrukcji jest zbyt duża aby temat mógł zostać wyczerpany w jednej pracy. Dlatego też jako przedmiot badań wybrany został aspekt termiczny poruszanego zagadnienia. Do wyznaczenia pola temperatury w twardniejącym betonie potrzebna jest znajomość parametrów materiałowych takich jak ciepło właściwe, czy współczynnik przewodnictwa ciepła oraz intensywność źródła ciepła związanego z egzotermiczną reakcją hydratacji składników cementu. Parametry te zależą od składu chemicznego składników mieszanki betonowej oraz ich proporcji, a także zmieniają się w trakcie procesu twardnienia ze względu na przemiany fazowe zachodzące w materiale betonowym. Dodatkowo w przypadku popiołu W z elektrowni w Bełchatowie skład chemiczny nie jest stały i zmienia się w zależności od dostawy (patrz Tablica 1.1, np. zawartość CaO zmienia się w zakresie 20,6%–31,3%), co implikuje również zmienność parametrów termofizycznych potrzebnych do określenia rozkładu temperatury. Dlatego też podjęto próbę identyfikacji charakterystyk betonów z dodatkiem popiołu lotnego wapiennego za pomocą punktowych pomiarów temperatury w walcowej formie pomiarowej oraz rozwiązania odwrotnego zagadnienia przepływu ciepła. Na podstawie uzyskanych rezultatów

składnik	Dostawa 1 16.03.2010	Dostawa 2 19.05.2010	Dostawa 3 28.06.2010	Dostawa 4 10.11.2010	Dostawa 5 25.03.2011
SiO_2	33,62%	35,41%	40,17%	45,17%	40,88%
Al_2O_3	19,27%	21,86%	24,02%	20,79%	19,00%
Fe_2O_3	5,39%	6,11%	5,93%	4,58%	4,25%
CaO	31,32%	25,58%	22,37%	20,60%	25,97%
MgO	1,85%	1,49%	1,27%	1,49%	1,73%
SO_3	4,50%	4,22%	3,07%	2,96%	3,94%
K_2O	0,11%	0,13%	0,20%	0,19%	0,14%
Na_2O	0,31%	0,16%	0,15%	0,23%	0,13%
P_2O_5	0,17%	0,16%	0,33%	0,14%	0,10%
TiO_2	1,21%	1,22%	1,01%	1,37%	1,52%
Mn_2O_3	0,07%	0,06%	0,06%	0,06%	0,04%
SrO	0,20%	0,17%	0,16%	0,13%	0,17%
ZnO	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%
CaO_{wolny}	2,87%	1,24%	1,46%	1,18%	1,07%

Tablica 1.1: Skład chemiczny pięciu kolejnych dostaw popiołu W z elektrowni w Bełchatowie [5, 6]

możliwe jest precyzyjne wyznaczenie rozkładów temperatury i skojarzonych z nimi pól naprężeń termicznych. Informacja taka jest istotna na etapie projektowania konstrukcji betonowych, ponieważ pozwala uniknąć niepożądanych spękań wywołanych gradientami temperatury. Jest to szczególnie ważne przy projektowaniu masywnych elementów takich jak np. betonowe osłony reaktorów elektrowni atomowych. Przechodząc jednak do coraz bardziej masywnych konstrukcji wytworzonych z betonu namnaża się problem związany z odprowadzaniem ciepła z wnętrza dojrzewającego obiektu betonowego do otoczenia. Na Rysunku 1.2 został przedstawiony szacunkowy czas dochodzenia do równowagi termicznej elementów betonowych o różnej grubości: ściany o grubości 150mm, która staje się termicznie stabilna po 1,5h; ściana o grubości 1,5m potrzebuje w przybliżeniu tygodnia do osiągnięcia podobnych warunków; odpowiednio ściana o grubości 15m - 2 lata i masywny element betonowy (np. zaporę) o grubości 152m - 200lat [7]. W przypadku najbardziej masywnych obiektów mitygowanie naprężeń termicznych odbywa się poprzez wprowadzenie systemu rur chłodzących do konstrukcji, za pomocą których odprowadzane jest ciepło z jej wnętrza. W opracowaniach branżowych [8, 9], występują ogólne wskazania dotyczące rozmieszczenia rur, ich rozmiarów, przepływu cieczy chłodzącej, czy też temperatury cieczy. Aby odnieść te wskazania do konkretnego problemu w niniejszej rozprawie rozwiązano zagadnienie projektowania optymalnego systemu rur chłodzących, w taki sposób aby zminimalizować maksymalną temperaturę mogącą wystąpić w analizowanym obiekcie jednocześnie minimalizując maksymalne gradienty temperatury.

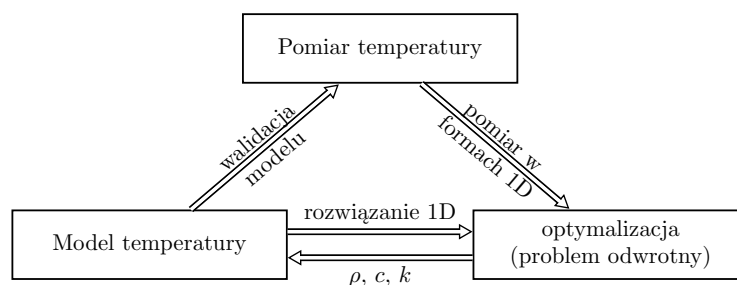


Rysunek 1.2: Szacunkowy czas dochodzenia do równowagi termicznej elementów betonowych o różnej grubości [7]

1.2 Cel i zakres pracy

W pracy przedstawiono innowacyjną procedurę monitorowania procesu twardnienia betonów, w której zasadniczą rolę odgrywa bazujący na metodzie elementów skończonych model efektów termicznych, pozwalający szacować temperaturę twardniejącego ustroju betonowego. Modelowanie rozkładu temperatury odbywa się na podstawie indywidualnych parametrów materiałowych (ciepło właściwe, przewodnictwo cieplne, ciepło twardnienia) charakteryzujących każdy rodzaj betonu, które wyznaczane są w warunkach laboratoryjnych. Zgodnie z normą europejską PN-EN-197-1:2002 obecnie w Polsce dostępnych jest 27 cementów powszechnego użytku, co w połączeniu z dużą ilością dodatków (i zmiennością ich składu) skutkuje tym, że oszacowanie wydzielonego ciepła na podstawie składu jest zadaniem bardzo trudnym. Aby zidentyfikować parametry termiczne konkretnego betonu należy wykonać szereg testów laboratoryjnych, które są czasochłonne oraz nierzadko kosztowne. Jednym z celów niniejszej pracy jest zaproponowanie alternatywnej metody identyfikacji tych parametrów. Dokonuje się tego za pomocą rozwiązania problemu odwrotnego na podstawie punktowych pomiarów temperatury betonu w formie walcowej. Wyznaczone parametry termiczne są traktowane jako dane wejściowe do modelu ewolucji temperatury. Oznacza to, że na podstawie trzydobowego pomiaru temperatury samonagrzewania się betonu możliwe jest oszacowanie temperatury w obiekcie o innej geometrii. Wiedza taka pozwala wyznaczyć rozkład naprężeń termicznych w konstruowanym obiekcie, co dzięki odpowiednio przedsięwziętym krokom umożliwia uniknięcie potencjalnych zniszczeń materiału. Omawiany model składa się z trzech powiązanych ze sobą modułów:

- pomiaru temperatury,
- numerycznego modelu przewodnictwa ciepła,



Rysunek 1.3: Schemat blokowy metody identyfikacji i wyznaczania pól temperatury

- rozwiązania jednowymiarowego, odwrotnego zagadnienia przewodzenia ciepła.

Schemat obrazujący powiązania pomiędzy poszczególnymi elementami został przedstawiony na Rysunku 1.3. Model numeryczny 1D jest zasadniczym elementem procedury rozwiązywania zagadnienia odwrotnego przewodnictwa ciepła, za pomocą której identyfikowane są parametry termiczne badanej mieszanki betonowej. Został on zaimplementowany w środowisku MATLAB¹. Na podstawie rozwiązania numerycznego oraz punktowych pomiarów temperatury w formie walcowej możliwe jest zdefiniowanie funkcji celu, będącej wejściem do procedury optymalizacyjnej. Funkcja celu definiowana jest w standardowy sposób jako suma kwadratów różnic pomiędzy temperaturą zmierzoną T^m a temperaturą obliczoną na podstawie modelu T^c . Wartości T^c zależne są od zbioru szukanych parametrów α określających wartości parametrów materiałowych. W celu poprawy uwarunkowania i stabilności rozwiązania problemu optymalizacyjnego stosowane są techniki regularyzacyjne (regularyzacja Tichonowa) przy implementacji numerycznej. Do rozwiązania zagadnienia odwrotnego przepływu ciepła w formach walcowych użyty został heurystyczny algorytm poszukiwania bezpośredniego (ang. *direct search*). Jest to metoda, która nie wymaga informacji na temat gradientu funkcji celu. Przy użyciu wyznaczonych parametrów termicznych możliwa jest symulacja rozkładu temperatury w blokach masywnych o bardziej skomplikowanej geometrii wykonanych z tych mieszanek. Dwuwymiarowy model numeryczny został również zaimplementowany w środowisku MATLAB wykorzystując metodę elementów skończonych. Model ten, przy zadanych parametrach mieszanki betonowej, jest przeznaczony do walidacji modelu 1D oraz do szacowania pola temperatury w rzeczywistych obiektach. Walidacja modelu 1D polega na ocenie przydatności wyznaczonych parametrów termicznych mieszanki na podstawie porównania zmierzonych rozkładów temperatury w próbkach 2D i 3D z wynikami symulacji pola temperatury w takiej próbce. Do walidacji procedury numerycznej użyto pomiarów temperatury w formach o kształcie trapezu (2D) oraz pomiarów temperatury w blokach masywnych w warunkach połowych (3D). W przypadku struktur trójwymiarowych do obliczania rozkładów temperatury użyto własnego oprogramowania 2D oraz modelu stworzonego w programie COMSOL Multphysics². Znając rozkład temperatury oraz zagrożenia mogące płynąć z jej zbyt wysokiej wartości (bądź też gradientów temperatury) możliwe

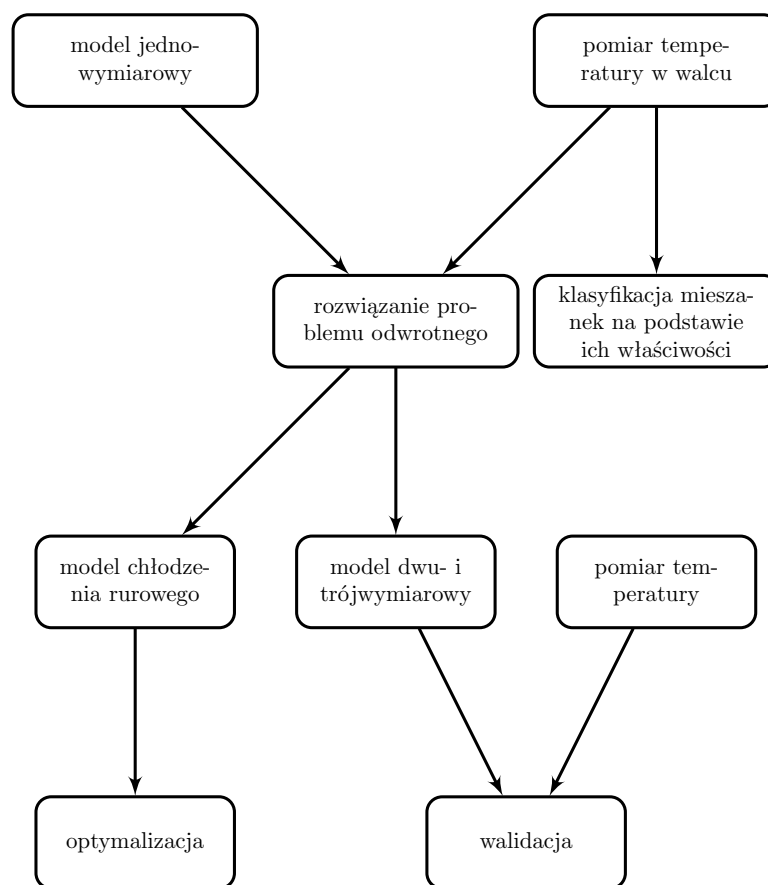
¹www.mathworks.com

²www.comsol.com

jest zapobieganie takim sytuacjom. Można to zrealizować na przykład za pomocą wstępnego chłodzenia zaprawy, zastąpienia części wody lodem, zaplanowania odpowiedniej izolacji termicznej, użycia rur chłodzących obiekt w trakcie twardnienia, rozpoczęcia betonowania w porze nocnej, etc. W niniejszej pracy podjęto temat systemu chłodzenia za pomocą wbudowanego obiegu wody. Rozwiązania takie zostały z powodzeniem zastosowane w wielu rzeczywistych konstrukcjach (np. zapora Hoovera na rzece Kolorado [8], pylony mostu Świętokrzyskiego w Warszawie [10]). Przy instalacji systemu chłodzącego należy zdecydować m.in. jaka średnica rur będzie optymalna, jak rozmieścić rury, aby osiągnąć najlepsze chłodzenie, jaka powinna być temperatura chłodziwa lub jaka prędkość przepływu będzie optymalna. Dobór tych parametrów można potraktować jako zagadnienie optymalizacyjne, tzn. za pomocą odpowiednio skonstruowanej funkcji celu można zaproponować najbardziej wydajny w danym przypadku system chłodzący. Zaletą takiego podejścia jest możliwość zaplanowania wbudowanego systemu rur chłodzących, który byłby użyteczny nie tylko podczas twardnienia betonu, ale także w późniejszym etapie eksploatacji np. podczas wystąpienia sytuacji wyjątkowej, w której np. jedna ze stron elementu masywnego narażona była by na działanie wysokiej temperatury, co mogłoby doprowadzić do spękania konstrukcji i utraty szczelności. Taka hipotetyczna sytuacja może mieć miejsce np. podczas awarii elektrowni atomowej czy podczas pożarów. Uzupełnieniem złożonego procesu modelowania rozkładów temperatury jest uproszczony opis termicznych właściwości mieszanek za pomocą kilku parametrów o charakterze technicznym wyznaczanych na podstawie zarejestrowanych przebiegów temperatury. Parametry takie jak: maksymalna zarejestrowana temperatura w próbie walcowej w czasie twardnienia betonu, czas wystąpienia szczytu temperatury, średni i maksymalny gradient temperatury oraz maksymalne tempo wzrostu temperatury mogą być wykorzystane do wstępnego porównywania różnych mieszanek i oceny ich przydatności do konstrukcji masywnych elementów betonowych. Podjęto też próbę odszukania związku między wartościami parametrów technicznych a składem mieszanki betonowej, a zwłaszcza zależności zawartości dodatków (popiół), rodzajem cementu i rodzajem kruszywa. Pomiary temperatury w trakcie dojrzewania materiałów betonowych wykonywane były standardowo za pomocą czujników półprzewodnikowych, ponadto w kilku przypadkach uzupełniane były pomiarami z kamery termowizyjnej.

Reasumując, głównym celem rozprawy jest próba zastosowania abstrakcyjnych metod matematycznych do opisu zjawisk zachodzących w materiałach betonowych podczas ich twardnienia. Praca łączy w sobie szeroki zakres tematów związanych zarówno ze stroną matematyczno-numeryczną problemu oraz częścią eksperymentalną związaną ze zjawiskami termicznymi, które mają wpływ na przebieg procesu kształtowania struktury betonu. Tematyka ta wpisuje się w najnowsze kierunki badań nad materiałami betonowymi. Zależności pomiędzy poszczególnymi częściami pracy zostały przedstawione na schemacie z Rysunku 1.4. Główne cele naukowe i elementy nowatorskie to:

- stworzenie fenomenologicznego modelu efektów termicznych w materiałach na bazie spoiw cementowych opartego na sformułowaniu i rozwiązaniu odwrotnego problemu przepływu ciepła bez wnikania w naturę przemian fazowych,



Rysunek 1.4: Schemat blokowy przedstawiający koncepcję procedury badawczej

- identyfikacja charakterystyk termicznych betonów z dodatkami popiołu lotnego wapiennego w trakcie ich dojrzewania,
- uwzględnienie postaci funkcyjnych opisujących współczynniki termofizyczne, zależnych od składu oraz od historii przebiegu temperatury,
- rozwiązanie zagadnienia optymalnego rozmieszczenia czujników temperatury oraz zaprojektowanie odpowiednich kształtów form do pomiarów testowych na podstawie uzyskanych wyników symulacji dla różnych przypadków,
- monitorowanie rozwoju procesów termicznych w dojrzewającym betonie,
- projektowanie systemów łagodzących koncentracje termiczne w betonach w ich fazie dojrzewania i eksploatacji w celu zabezpieczenia przed rozwojem spękań i utratą szczelności.

Zaś użyte metody badawcze sprowadzają się do:

- rozwiązania odwrotnego problemu przewodnictwa ciepła (metodą numeryczną) w celu wyznaczenia intensywności zmiennych w czasie źródeł ciepła generowanych w jednowymiarowej próbce betonowej na podstawie monitorowanego rozwoju pola temperatury (pomiar eksperymentalny),

- numerycznego modelowania rozwoju pola temperatury w procesie samonagrzewania betonu, wykorzystując zmienne w czasie parametry termiczne wyznaczone na podstawie rozwiązania problemu odwrotnego,
- weryfikacji eksperymentalnej modelu rozwoju pola termicznego za pomocą pomiarów temperatury w obiektach rzeczywistych,
- rozwiązania problemu projektowania optymalnego systemu chłodzącego łagodzącego naprężenia termiczne mogące powstać w fazie dojrzewania bądź w fazie eksploatacyjnej (np. w przypadku awarii reaktora elektrowni atomowej).

1.3 Uwagi ogólne i układ pracy

Autor pracy zdaje sobie sprawę ze stopnia skomplikowania podjętego tematu dlatego też zostały poczynione świadome uproszczenia mające na celu skupienie się na wybranych aspektach zagadnienia. W niniejszym paragrafie zostały wyszczególnione zastosowane symplifikacje oraz zaprezentowany został układ całej dysertacji.

Podstawową pominiętą w przedstawionych rozważaniach kwestią jest zbrojenie betonu. Pręty zbrojeniowe zastosowane po raz pierwszy przez Josepha Moniera w 1849 roku (opatentowane w 1867 roku, pierwszy most z żelbetu został zbudowany w 1889 roku) weszły na stałe do technologii betonu [11]. Ze względu na proponowaną metodę wyznaczania parametrów termicznych materiałów cementowych wpływ zbrojenia na rozwój temperatury w obiekcie nie został uwzględniony. Autor ma jednak świadomość, że zastosowanie tego rodzaju rozwiązania nie jest termicznie obojętne. Ilustracją tego faktu jest Tablica 1.2 pokazująca wpływ zbrojenia na efektywną wartość współczynnika przewodnictwa cieplnego oraz gęstość betonu. Wraz z dodatkiem zbrojenia zarówno współczynnik przewodnictwa jak i gęstość materiału rosną, co wpływa na zmianę dyfuzyjności cieplnej materiału i w efekcie szybkość rozchodzenia się ciepła w ośrodku. W dalszych pracach zbrojenie może zostać uwzględnione w pierwszym podejściu poprzez zmianę wartości współczynników termofizycznych na wartości efektywne uwzględniające procentową zawartość zbrojenia w mieszance betonowej (tzw. homogenizacja). W bardziej realistycznym przypadku należy rozwiązać problem uwzględniający dwa rodzaje materiałów, np. przy użyciu jednowymiarowych elementów skończonych opisując zmiany temperatury w prętach zbrojeniowych. Jest to możliwe przy użyciu komercyjnych pakietów obliczeniowych MES. Warto odnotować, że w literaturze przedmiotu można odnaleźć takie modele. Na przykład Nagy [12] zaproponował uproszczony model termomechaniczny zbrojonej konstrukcji betonowej.

Kolejny aspekt dotyczy systemu chłodzenia rurowego. Należy wspomnieć, że wprowadzenie rur chłodzących ma istotny wpływ na wytrzymałość konstrukcji betonowych i jeśli taki system jest używany powinien on oczywiście być uwzględniony na etapie planowania. Wokół rur chłodzących występują koncentracje naprężeń. Przykład ilustrujący ten fakt został przedstawiony na Rysunku 1.5b, na którym widoczne jest zdjęcie odlewu betonowego z plastikową rurką, która służyła do umieszczenia czujników temperatury. Efektem ubocznym było chłodzenie masy betonowej, przy

gęstość	k	zbrojenie	komentarz
1800	1,15	0%	beton o średniej gęstości
2000	1,35	0%	
2200	1,65	0%	
2400	2,00	0%	beton o wysokiej gęstości
2300	2,30	1%	
2400	2,50	2%	

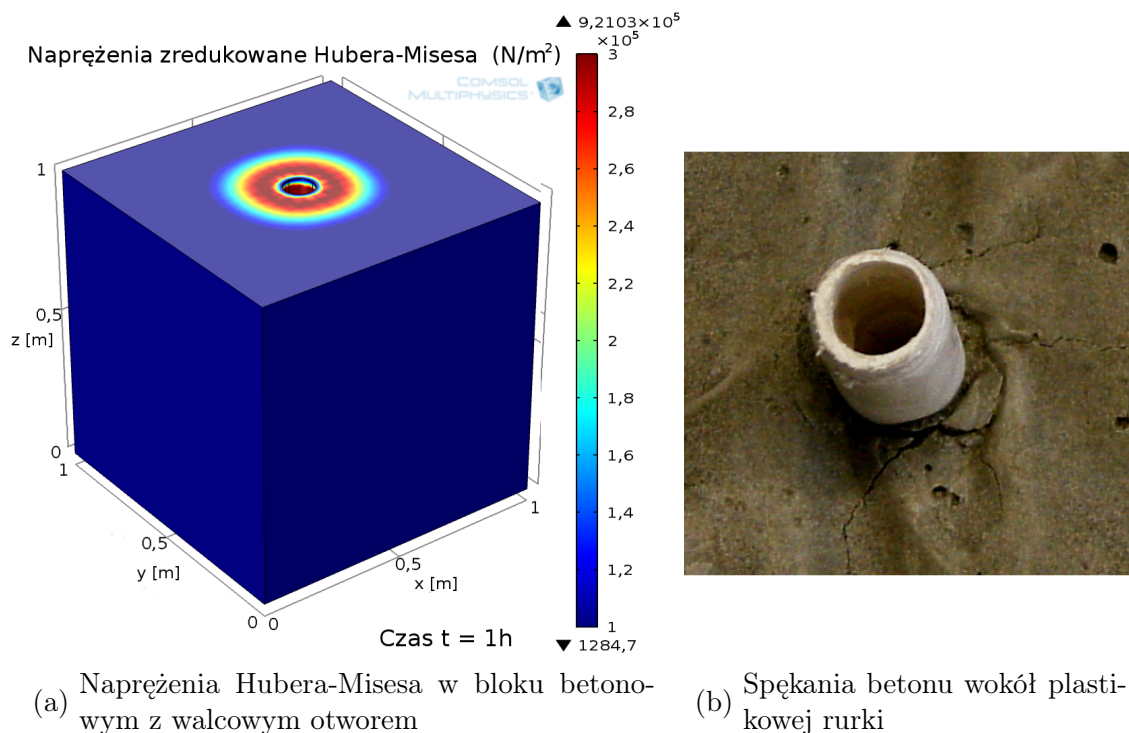
Tablica 1.2: Szacunkowe wartości współczynnika przewodnictwa cieplnego dla betonów o różnej gęstości z różną zawartością prętów zbrojeniowych (na podstawie [13])

czym czynnikiem chłodzącym było powietrze o temperaturze otoczenia. Widoczne są koncentryczne spękania spowodowane koncentracją naprężeń wokół rurki. Potwierdza to uproszczony model naprężeń termicznych w sześcianie z betonu o długości krawędzi 1m z centralnie umieszczonym walcowym otworem. Rysunek 1.5a przedstawia wynik liniowo-termo-sprężystego modelu numerycznego. Blok betonowy o właściwościach termofizycznych podanych w Tablicy 1.3 był ogrzewany jednorodnym źródłem ciepła o mocy 100W/m^3 przez jedną godzinę. Temperatura otoczenia T_{ot} wynosiła 20°C . Strumień ciepła na brzegach bloku był proporcjonalny do różnicy temperatury betonu i temperatury otoczenia $q_0 = h(T_{ot} - T)$. Przy czym $h = 10\frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$ dla ścianek zewnętrznych i $h = 15\frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$ dla ścianek walca. W przypadku modelu mechanicznego wybrano swobodne warunki brzegowe. Po upływie jednej godziny średnia temperatura bloku wynosiła około 40°C , zaś naprężenia zredukowane Hubera-Misesa sięgały 1MPa. Zjawisko koncentracji naprężeń jest potęgowane w momencie przepływu cieczy chłodzącej o znacznie niższej temperaturze niż temperatura betonu. Jednak bilansując zalety i wady takiego rozwiązania w bardzo masywnych konstrukcjach betonowych korzystne jest stosowanie chłodzenia rurowego. W niniejszej dysertacji aspekt lokalnych naprężeń termicznych (wokół rury) przy optymalizacji rozmieszczenia rur chłodzących został pominięty.

współczynnik rozszerzalności cieplnej	$10^{-6}[\text{K}^{-1}]$
gęstość	$2300[\text{kg m}^{-3}]$
przewodnictwo cieplne	$1,8[\frac{\text{W}}{\text{mK}}]$
ciepło właściwe	$1200[\frac{\text{J}}{\text{kgK}}]$
moduł Younga	$25[\text{GPa}]$
liczba Poissona	0,33

Tablica 1.3: Właściwości betonu użyte w uproszczonym modelu termomechanicznym

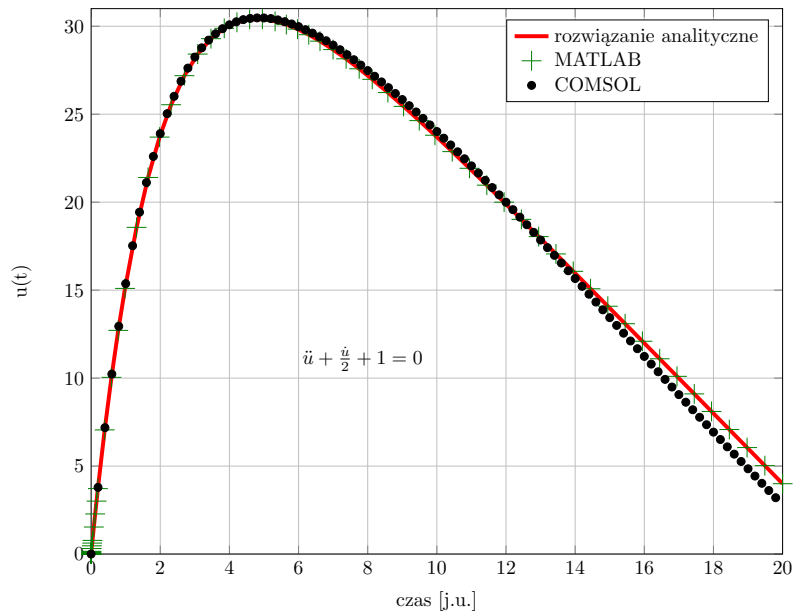
Na krótką uwagę zasługuje również kwestia wyboru do badań cementu CEM I jako spoiwa referencyjnego. Cement portlandzki CEM I jest najbardziej popularnym rodzajem cementu w powszechnym użyciu na całym świecie. Jednak na rynku dostępne są cementy wieloskładnikowe, które są spoiwami o niższej kalorycz-



Rysunek 1.5: Wpływ rury chłodzącej na trwałość betonu

ności i naturalne mogłoby wydawać się ich porównanie z cementami z domieszką popiołów W. Niemniej to głównie cement portlandzki CEM I używany był jako baza do innowacyjnych spoiw z dodatkiem popiołu lotnego wapiennego, stąd też właściwości nowowytworzonych spoiw odnoszone są do cementu CEM I. Należy jednak podkreślić, że zaproponowana w rozprawie metoda jest uniwersalna i niezależna od rodzaju wybranego spoiwa. Będący zaś przedmiotem badań w projekcie POIG popiół lotny wapienny pochodzący z elektrowni Bełchatów został wyselekcjonowany ze względu na jego właściwości potencjalnie najlepiej pozwalające na jego zastosowanie w betonie i cemencie.

Tak jak zostało wspomniane wcześniej do wykonania obliczeń numerycznych użyto dwóch pakietów numerycznych: środowiska MATLAB i COMSOL Multiphysics. Prezentowane wykresy zawierające wyniki uzyskane za pomocą programu COMSOL będą w dalszej części pracy opatrzone logiem producenta dla łatwiejszego rozróżnienia, który z pakietów został użyty w danym przypadku. Zaletą wynikającą z użycia pakietu obliczeniowego MATLAB jest m.in. fakt, że program nie wymaga kompilacji, zatem jakiegokolwiek zmiany w kodzie są natychmiast uwzględniane bez potrzeby ponownej przebudowy całego projektu. Mimo że MATLAB jest językiem interpretowanym, to posiada on bardzo wydajne algorytmy do pracy z macierzami (także macierzami rzadkimi) oraz wektorami, które stanowią podstawę metody elementów skończonych [14]. Dlatego też kwestia wydajności pomiędzy MATLABem a innymi językami (np. C++, Fortran) nie jest do końca rozstrzygnięta. Dodatkową zaletą MATLABa jest możliwość skompilowania kodu do wersji wykonywalnej, której wykonanie jest niezależne od tego czy na danej maszynie jest zainstalowany MA-



Rysunek 1.6: Porównanie rozwiązania równania $\ddot{u} + \frac{\dot{u}}{2} + 1 = 0$ w pakiecie MATLAB i COMSOL z rozwiązaniem analitycznym

TLAB, co pozwala na dogodną ewentualną dystrybucję programu. Ponadto autor zdecydował się na zaimplementowanie rozwiązania numerycznego modelu przepływu ciepła 1D i 2D w środowisku MATLAB mimo dostępnego oprogramowania komercyjnego np. COMSOL Multiphysics. Podyktowane było to celami edukacyjnymi, a także dokładnością wykonywanych obliczeń numerycznych. W przypadku omawianego modelu przepływu ciepła integralną częścią zagadnienia jest numeryczne rozwiązanie układu równań różniczkowych zwyczajnych, co jest szczególnie istotne w przypadku rozwiązania jednowymiarowego problemu odwrotnego. Algorytmy dostępne w środowisku MATLAB są wydajniejsze i bardziej dokładne niż w przypadku programu COMSOL. Dokładność rozwiązania równania różniczkowego na wybranym przykładzie równania $\ddot{u} + \frac{\dot{u}}{2} + 1 = 0$ przedstawia Rysunek 1.6. Czerwoną linią zostało naniesione rozwiązanie analityczne analizowanego równania dla warunku początkowego $u(0) = 0$. Zielone krzyżyki reprezentują rozwiązania uzyskane w programie MATLAB, zaś czarne kropki w programie COMSOL. Widoczna jest lepsza dokładność rozwiązania uzyskana za pomocą pakietu MATLAB. Jednak przewagą programu COMSOL są z pewnością gotowe i wydajne procedury MES oraz bogato rozbudowany postprocessing, co jest niewątpliwą zaletą w przypadku trójwymiarowych analiz numerycznych.

W trakcie prac nad rozprawą przeprowadzono szereg eksperymentów numerycznych. Ze względu na złożoność obliczeniową rozwiązywanych problemów do ich rozwiązania użyty został komputer dużej mocy GRAFEN znajdujący się w Instytucie Podstawowych Problemów Techniki w Warszawie.

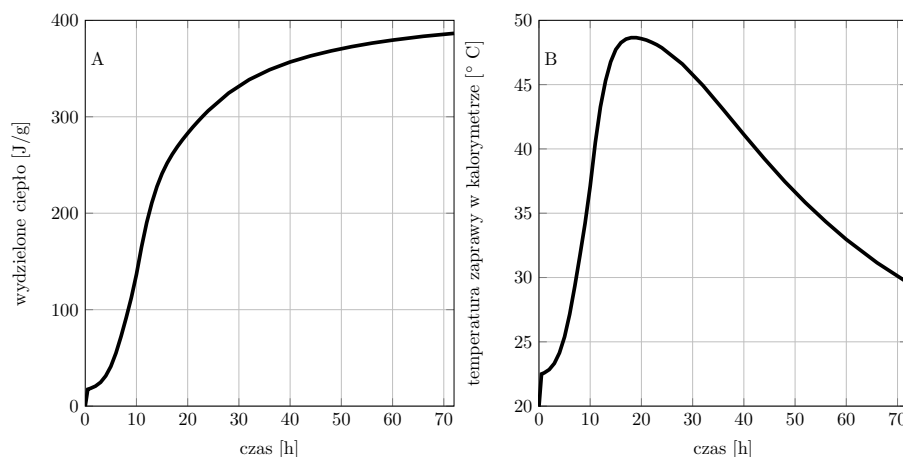
Niniejsza praca została podzielona na siedem rozdziałów. Po ogólnym wprowadzeniu do tematu i przeglądzie literatury zawartym w niniejszej części, rozdział 2 zawiera opis modelowania pól temperatury. Został tam wyprowadzony model MES.

Rozdział 3 przedstawia sformułowanie i metody rozwiązania zagadnienia odwrotnego przepływu ciepła. W kolejnym rozdziale przedstawione jest rozwinięcie zaadaptowanego z literatury modelu systemu chłodzenia rurowego wraz z rozwiązaniem problemu optymalizacyjnego. W rozdziale 5 przedstawiono szczegóły dotyczące pomiarów temperatury w elementach betonowych oraz opisano charakterystykę używanych materiałów. W rozdziale 6 przeprowadzona jest obszerna dyskusja uzyskanych rezultatów oraz weryfikacja eksperymentalna założeń badawczych. Praca zakończona jest podsumowaniem oraz wyszczególnieniem oryginalnych osiągnięć i koncepcji zawartych w niniejszej pracy. Użyte symbole wymienione są w liście na samym początku pracy oraz w treści dysertacji po ich pierwszym pojawieniu się w tekście.

1.4 Przegląd literatury

1.4.1 Identyfikacja

W niniejszej pracy pod pojęciem identyfikacji rozumiane są metody mające na celu wyznaczenie funkcji opisujących właściwości termofizyczne mieszanek betonowych. Podstawowym parametrem determinującym wzrost temperatury w obiektach betonowych jest energia cieplna wydzielana podczas hydratacji spoiw cementowych. Tradycyjnie ciepło hydratacji wyznacza się na podstawie badań normowych. Normy europejskie i przyjęte na ich podstawie normy polskie podają dwie metody badania ciepła hydratacji cementów: metodę rozpuszczania PN-EN 196-8 i metodę semiadiabatyczną PN-EN 196-9 znaną także jako metoda Langavanta [15]. Istotą metody semiadiabatycznej jest pomiar temperatury zaprawy cementowej w kalorymetrze i obliczenie na tej podstawie ilości wydzielonego ciepła. Przykładowy wynik pomiaru ciepła uwodnienia według normy PN-EN 196-9 w przypadku zaprawy cementowej z cementem CEM I 42,5R z cementowni Górażdże został przedstawiony na Rysunku 1.7. Należy jednak odnotować, że procedury opisane we wspomnianych wytycznych zostały zaprojektowane do badań normowych zapraw cementowych i mają ograniczony stopień zastosowania do badania ciepła twardnienia betonów zawierających kruszywo grube ze względu na konstrukcję naczyń Dewara, w którym przeprowadzane są badania. Powyższe metody zostały szczegółowo omówione w raporcie stowarzyszenia RILEM, gdzie przedstawiono również należyte definicje [16]. Ponadto zgodnie z opisem metody Langavanta pomiar temperatury prowadzi się relatywnie rzadko - początkowo co godzinę, a później co 4 godziny. Jest to wystarczające do wyznaczenia ciepła hydratacji tradycyjnych zapraw betonowych, jednak w przypadku trzydobowego pomiaru ciepła twardnienia betonów zawierających popioły lotne ze spalania węgla w energetyce, występuje zjawisko przesuwania się maksimum temperatury wytwarzanej w badanym betonie w zależności od jego składu [17] i dlatego też potrzebne są pomiary o wyższej częstotliwości próbkowania w celu określenia momentu wystąpienia tego maksimum. Ponadto na potrzeby modelu numerycznego bardziej odpowiednią formą pomiaru są pomiary przeprowadzane w warunkach izotermicznych [18], ponieważ szybkość wydzielania ciepła zależy również od temperatury betonu [19]. Przybliżony wzór na oszacowanie wydzielonego ciepła podczas twardnienia zaproponowano w zgłoszeniu patentowym [20]. Zapisuje się go



Rysunek 1.7: Badanie ciepła uwodnienia wykonane w Instytucie Mineralnych Materiałów Budowlanych w Krakowie, w dniach 19-IV-2010 – 22-IV-2010 metodą semia-diabatyczną wg. PN-EN 196-8. A - wydzielone ciepło, B - temperatura zaprawy w kalorymetrze

następująco:

$$q = \sum_{n=1}^{4320} c \Delta t_n + V \frac{(51,5898 + 0,2394 \cdot \Theta_n) \Theta_n \cdot 60}{1000 \cdot m} \quad (1.1)$$

gdzie: q to wydzielone ciepło, c - ciepło właściwe badanej mieszanki, Δt_n - czas pomiędzy kolejnymi pomiarami, Θ_n kolejne nieujemne przyrosty temperatury, m masa badanej mieszanki i V - objętość. Powyższy wzór jest jednak wzorem przybliżonym, którego celem jest kategoryzacja pod względem kaloryczności różnych mieszanek i jego użyteczność z punktu widzenia modelu numerycznego jest znikoma. Dodatkowo autorzy sugerują użycie stałej wartości parametru c . Oczywiście ciepło właściwe nie jest stałe dla różnych mieszanek. Może ono wraz z przewodnictwem cieplnym zostać wyznaczone np. metodą *hot wire* [21] lub za pomocą metod ultradźwiękowych [22]. Zwięzły opis standardowych technik wyznaczania parametrów termicznych betonów został przedstawiony w pracy [23]. Niestety właściwości termiczne betonu są najczęściej parametrami ignorowanymi i najmniej zrozumianymi dla ogółu inżynierii betonu i budownictwa [23] i mimo ich zmienności najczęściej wartości współczynników termofizycznych przyjmowane są jako stałe (np. [24]), niezależne od wieku betonu, a często nawet składu. Przegląd wartości współczynników materiałowych stosowanych przez różnych autorów został przedstawiony w pracy [25]. Standardowym podejściem jest uzależnienie wartości danego parametru ξ od składu mieszanki [26]:

$$\xi = \sum_{i=1}^n \omega_i \xi_i \quad (1.2)$$

gdzie ω_i oznacza procentową zawartość składnika o wartości szukanego parametru ξ_i (na przykład współczynnika przewodnictwa cieplnego, ciepła właściwego), n oznacza ilość składników betonu. Jednak w przypadku materiałów betonowych z dodatkami popiołów o zmiennym składzie odnotowuje się wpływ składu chemicznego

na właściwości termiczne [17, 27]. Skład mineralny mieszanki ma duży wpływ na właściwości betonu, które są ważne z punktu widzenia konstrukcji masywnych jak moduł Younga, współczynnik rozszerzalności cieplnej, czy odporność na obciążenie rozciągające [28]. Istnieje wiele prac, w których autorzy badali wpływ dodatków na właściwości termiczne betonu. Na przykład Liwu [29] badał wpływ dodatków takich jak popiół lotny, żużel wielkopiecowy i skała płonna z urobku węgla kamiennego na temperaturę i naprężenia termiczne w betonie w młodym wieku. Według uzyskanych wyników maksymalna temperatura zmniejsza się wraz z ilością dodatków, jednak w niektórych przypadkach mamy do czynienia ze wzrostem naprężeń. Z kolei Choktaweeakarn i inni [30] zbadali wpływ m.in. popiołu lotnego wapiennego na współczynnik przewodnictwa cieplnego betonu. Według autorów wartość tego współczynnika spada wraz ze wzrostem dodatków zastępujących cement zgodnie z zaproponowanym wzorem:

$$k(t) = n_g k_g + n_s k_s + n_{wfree}(t) k_w + n_{uc}(t) k_c + n_{ufa}(t) k_{fa} + n_{ra} k_{ra} + n_{hp}(t) k_{hp} \quad (1.3)$$

gdzie:

- $n_{hp}(t) = 1 - (n_{uc}(t) + n_{ufa}(t) + n_{wfree}(t) + n_g + n_s + n_{ra})$,
- $n_{uc}(t) = n_{c0} \left(1 - \frac{r_{hy}(t)}{100}\right)$,
- $n_{ufa}(t) = n_{fa0} \left(1 - \frac{r_{poz}(t)}{100}\right)$,
- $n_{wfree} = n_{w0} - n_{whp}(t) - n_{wgel}(t)$,

ponadto: k – przewodnictwo cieplne betonu, k_g – przewodnictwo cieplne kruszywa grubego, k_s – przewodnictwo cieplne kruszywa drobnego, k_w – przewodnictwo cieplne wody, k_c – przewodnictwo cieplne cementu, k_{fa} – przewodnictwo cieplne popiołu lotnego, k_{ra} – przewodnictwo cieplne powietrza, k_{hp} – przewodnictwo cieplne uwodnionych produktów, n_{fw} – zawartość niezwiązanej wody, n_{uc} – zawartość niezhydratyzowanego cementu, n_{ufa} – zawartość niezhydratyzowanego popiołu lotnego, n_{hp} – zawartość uwodnionych produktów, n_g – zawartość kruszywa grubego, n_s – zawartość kruszywa drobnego, n_{ra} – zawartość powietrza, n_{wfree} – zawartość wody nie zużytej podczas hydratacji, n_{whp} – zawartość wody użytej podczas hydratacji i reakcji pucolanowych, n_{wgel} – zawartość wody żelowej (silnie umocowanej w strukturze betonu), r_{hy} – aktualny średni stopień hydratacji cementu, r_{poz} – aktualny stopień reakcji pucolanowych popiołu lotnego. Jednak potencjalne trudności przy wyznaczaniu parametrów występujących w wyrażeniu 1.3 obniżają jego użyteczność do proponowanego w tej pracy modelu numerycznego.

Z kolei według modelu Campbella-Allena i Thorne'a [31] przewodnictwo cieplne betonu zmienia się według zależności:

$$k = k_m \left(2M - M^2\right) \frac{k_m k_g (1 - M)^2}{k_g M + k_m (1 - M)} \quad (1.4)$$

gdzie:

- $M = 1 - (1 - p)^{\frac{1}{3}}$,

- k_m – przewodnictwo cieplne zaprawy,
- p – objętość zaprawy w jednostkowej objętości betonu.

Inną propozycję przedstawił Kim [32], który na podstawie przeprowadzonych pomiarów proponuje następującą zależność współczynnika przewodnictwa cieplnego od temperatury betonu T :

$$k = k_{ref} [0,293 + 1,01n_g] \cdot [0,8 (1,62 - 1,54(w/b)) + 0,2R_h] \cdot [1,05 - 0,0025T] \cdot [0,86 + 0,0036(s/a)] \quad (1.5)$$

gdzie:

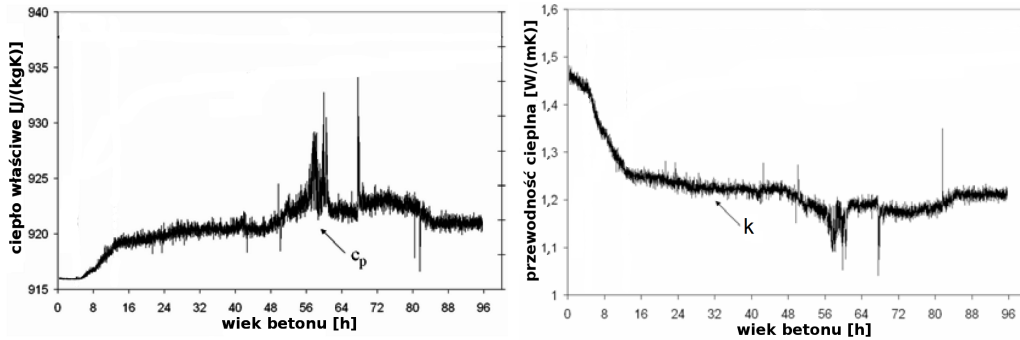
- R_h – średnia wilgotność względna betonu ($R_h = 1$ w standardowych warunkach),
- k_{ref} – zmierzone przewodnictwo cieplne betonu przy założeniu wartości współczynników: $n_g = 0,7$, $w/b = 0,4$, $s/a = 0,4$, $T = 20^\circ\text{C}$, $R_h = 1$,
- w/b - stosunek wodno spoiwowy,
- s/a - stosunek zawartości piasku do kruszywa.

Są to tylko przykładowe propozycje zaczerpnięte z literatury. Pokazują one jednak, że współczynnik przewodnictwa cieplnego, a także pozostałe parametry termofizyczne opisujące materiał betonowy są zmienne i zmienność ta powinna być uwzględniona chociaż nie wszyscy autorzy stosują się do tego stwierdzenia. Potwierdzeniem tej tezy jest choćby przegląd właściwości młodego betonu przedstawiony w pracy [33]. Ogólne wnioski wysunięte przez autora cytowanej pracy można podsumować następująco: ciepło właściwe silnie zależy od stosunku wodno cementowego i warunków twardnienia (maleje wraz ze wzrostem stopnia hydratacji), zaś współczynnik przewodnictwa cieplnego można przyjąć jako stały ($1 \text{ W}/(\text{m K})$). Odmiennie wyniki badań eksperymentalnych zostały przedstawione w artykule [22]. Na Rysunkach 1.8 i 1.9 przedstawiono wykresy zaczerpnięte z tej pracy. Są to odpowiednio ewolucja w czasie ciepła właściwego oraz współczynnika przewodnictwa cieplnego dla wybranej mieszanki betonowej od momentu jej zarobienia. Kształty obu krzywych dobitnie pokazują, że w przypadku młodego betonu parametry te nie są stałe. W literaturze przedmiotu dyskusyjna jest jednak ich postać funkcyjna. W przeciwieństwie do wyników przedstawionych na wykresie z Rysunku 1.8 np. De Schutter [34] w proponowanym przez siebie modelu używa ciepła właściwego w postaci funkcji malejącej:

$$c(r) = c(r = 1)(1,15 - 0,15r) \quad (1.6)$$

gdzie $c(r = 1)$ to ciepło właściwe dojrzałego betonu, a r stopień hydratacji. Dyfuzyjność cieplna w cytowanym artykule definiowana jest również jako funkcja malejąca:

$$\alpha(r) = \alpha(r = 1)(1,10 - 0,10r) \quad (1.7)$$



Rysunek 1.8: Zmiany ciepła właściwego betonu podczas twardnienia [22] Rysunek 1.9: Zmiany przewodności cieplnej betonu podczas twardnienia [22]

Zakładając stałą gęstość betonu można wysnuć wniosek, że współczynnik przewodnictwa cieplnego wynosi w tym modelu:

$$k(r) = \rho\alpha(r = 1)c(r = 1) \left(1,265 - 0,28r + 0,015r^2\right) \quad (1.8)$$

Oznacza to że dla wartości parametru r z przedziału 0-1 przewodność cieplna jest także funkcją malejącą. Podobne wyrażenie opisujące zmianę ciepła właściwego wraz z dojrzewaniem betonu można odnaleźć w pracy Bertagnoliego [35]. Autor używa wzoru na ciepło właściwe w postaci:

$$c(r) = c(r = 1)(1,25 - 0,25r) \quad (1.9)$$

Jednocześnie przewodnictwo cieplne maleje wraz ze stopniem reakcji. Także w artykule [36] proponowana jest formuła opisująca współczynnik k w zależności od stopnia hydratacji w postaci liniowej funkcji malejącej:

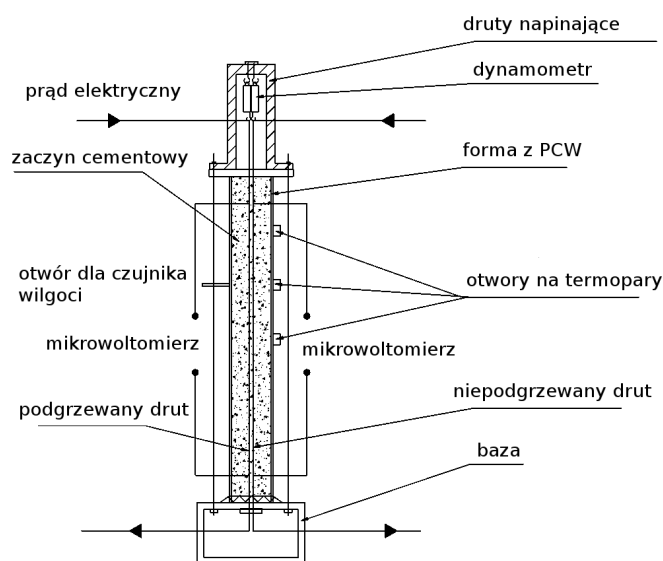
$$k(r) = k(r = 1) (1,33 - 0,33r) \quad (1.10)$$

Powyższe modele są kalibrowane na podstawie badań doświadczalnych. Różnice pomiędzy modelami mogą wynikać choćby z rozrzutu wyników pomiarów kaloryczności zapraw cementowych pomiędzy różnymi laboratoriami. W Tabelicy 1.4 zostały zestawione wartości ciepła hydratacji w przypadku pięciu różnych cementów otrzymane na podstawie 3 metod pomiarowych w 24 niezależnych laboratoriach [37]. Na przykład analizując wyniki dla cementów C4 i C5 można spostrzec, że rezultaty otrzymane metodą normową EN 196-9 różnią się znacząco od wyników uzyskanych za pomocą kalorymetrii izotermicznej HCC. Różnice pomiędzy poszczególnymi wynikami są większe niż suma ich odchyleń standardowych.

Zaprezentowane powyżej przykłady wskazują na niespójność różnych podejść. Różnice mogą oczywiście być konsekwencją różnego składu używanych mieszanek (np. w pracy [34] model dotyczy betonu z dodatkiem żużla wielkopieczowego). Pokazuje to jednak, że właściwości termofizyczne powinny być wyznaczane dla każdej mieszanki z osobna. Tak jak wspomniano wcześniej jedną z używanych metod jest tzw. metoda *hot wire*. W metodzie tej używana jest walcowa forma pomiarowa [38] zaprezentowana na Rysunku 1.10. Forma ta swoją konstrukcją jest zbliżona do tzw.

metoda	cement C1	cement C2	cement C3	cement C4	cement C5
EN 196-8	261 ± 20J/g	191 ± 18J/g	207 ± 19J/g	248 ± 8J/g	229 ± 18J/g
EN 196-9	272 ± 24J/g	188 ± 39J/g	205 ± 24J/g	243 ± 5J/g	222 ± 1J/g
HCC-AI	278 ± 13J/g	198 ± 24J/g	228 ± 17J/g	263 ± 18J/g	248 ± 21J/g
HCC-TAM	280 ± 10J/g	208 ± 13J/g	234 ± 14J/g	268 ± 13J/g	254 ± 15J/g
HCC-OI	248 ± 31J/g	174 ± 29J/g	202 ± 29J/g	217 ± 31J/g	226 ± 22J/g

Tablica 1.4: Wyznaczone wartości wydzielonego ciepła w przypadku pięciu różnych cementów na podstawie badań wykonanych w różnych laboratoriach [37]. Rodzaj badanych cementów i szczegóły na temat użytych metod zostały opisane tamże



Rysunek 1.10: Walcowa forma pomiarowa używana w metodzie *hot wire* [38]

jednowymiarowej formy pomiarowej używanej do pomiarów temperatury podczas twardnienia betonu w niniejszej dysertacji. W literaturze przedmiotu można spotkać również inne przykłady wykorzystania form wykonanych z rur PCW o dobrej izolacji. Ma to głównie na celu zbliżenie się do warunków adiabatycznych podczas pomiarów temperatury [29]. Zaletą takiego podejścia jest możliwość zastosowania jednowymiarowego równania przewodnictwa ciepła do opisu ewolucji temperatury w formie walcowej [5, 39]. Ułatwia to rozwiązanie zagadnienia odwrotnego przepływu ciepła w celu wyznaczenia charakterystyk cieplnych materiałów [40]. Sam problem odwrotny jest bardzo częstym tematem artykułów i konferencji naukowych (na przykład [41, 42]) i ma bardzo szerokie spektrum aplikacji. Teoria i zastosowanie klasycznych metod odwrotnego zagadnienia przepływu ciepła zostały opisane m.in. w następujących podręcznikach [43, 44, 45]. Warto jednak odnotować, że zadania odwrotne należą do zagadnień trudno rozwiązywalnych i jeszcze stosunkowo niedawno niewielu badaczy zajmowało się tym problem. Dopiero przełomowa praca Andrieja Tichonowa [46] na temat regularyzacji zadań źle postawionych oraz dynamiczny rozwój metod komputerowych i mocy obliczeniowej spowodowały lawinowy wzrost zainteresowania zagadnieniami odwrotnymi. W literaturze przedmiotu można od-

należć szereg pozycji dotyczących tego tematu. Na przykład w pracy [47] autor wyznacza współczynnik przejmowania ciepła podczas suszenia korzenia selera. Liu i inni wyznaczają współczynnik dyfuzji dla czerwonego dębu [48]. Kim i inni zajmują się odwrotną identyfikacją zależnych od temperatury parametrów termofizycznych anizotropowych materiałów kompozytowych [49] (autorzy za pomocą problemu odwrotnego wyznaczają jednocześnie współczynnik przewodnictwa cieplnego oraz ciepło właściwe nagrzewając badaną próbkę w kontrolowany sposób). Waszczyszyn opisuje zastosowanie sieci neuronowych do rozwiązywania problemów odwrotnych z zakresu mechaniki budowli [50]. Jankowski wykorzystuje metodę dystorsji wirtualnych do identyfikacji parametrów w zagadnieniach dotyczących monitorowania stanu technicznego konstrukcji [51, 52]. W odniesieniu do materiałów o matrycy cementowej np. Czél [53] zaproponował rozwiązanie odwrotnego problemu przewodnictwa ciepła (bez źródeł ciepła) do wyznaczenia przewodności cieplnej za pomocą algorytmów genetycznych przy użyciu tzw. metody BICOND. W metodzie tej długi wydrążony cylinder jest ogrzewany w ten sposób żeby wywołać radialny przepływ ciepła w próbce. Mierzona temperatura w osi cylindra i na jego brzegu używana jest do wyznaczenia wartości szukanego parametru (autorzy przeprowadzili jedynie eksperyment numeryczny). W swoim kolejnym artykule ci sami autorzy rozwiązują tak samo sformułowane zagadnienie wyznaczając tym razem jednocześnie ciepło właściwe i współczynnik przewodnictwa cieplnego [54]. Z kolei Ukrainczyk przedstawił sposób wyznaczania dyfuzyjności cieplnej za pomocą numerycznego rozwiązania jednowymiarowego problemu odwrotnego przepływu ciepła [55]. Inna metoda szacowania zmiennego w czasie współczynnika przewodnictwa cieplnego podczas hydratacji zapraw cementowych za pomocą sterowania temperaturą na brzegach badanych próbek została zaprezentowana w pracy [56]. Jednak pomimo mnogości pozycji dotyczących omawianego zagadnienia, zgodnie z wiedzą autora, tylko dwie prace o podobnej tematyce [57, 58] zostały dotychczas opublikowane. Autorzy pierwszej cytowanej pracy wyznaczają zmienne w czasie parametry termiczne betonu tylko dla syntetycznych danych, nie uwzględniają ponadto ich zależności od historii procesu jak ma to miejsce w rzeczywistym obiekcie, gdzie wartości parametrów termicznych zmieniają się wraz ze stopniem dojrzałości betonu a nie explicite z czasem. Do testów numerycznych używana jest hipotetyczna jednowymiarowa forma pomiarowa o wysokości 2m oraz forma dwuwymiarowa. Problem odwrotny rozwiązywany jest za pomocą algorytmów genetycznych. Na podstawie przeprowadzonych symulacji autorzy pozytywnie oceniają przydatność zaproponowanej metody. W drugiej z cytowanych prac [58] autorzy przedstawiają podobną metodę wyznaczania ciepła hydratacji oraz pozostałych właściwości termicznych. Nazwa metody, *prism method*, pochodzi od kształtu form pomiarowych (są to drewniane formy z izolacją z polistyrenu na wybranych ściankach), które używane są w eksperymencie. Autorzy do opisu transportu ciepła w czterech formach pryzmatycznych używają jednowymiarowego modelu numerycznego. Temperatura rejestrowana jest wzdłuż osi form. Dwie formy przechowywane są w temperaturze pokojowej, jedna forma dojrzewa w zmiennych warunkach temperaturowych (na zmianę w piecyku i w pomieszczeniu laboratoryjnym), zaś czwarta forma (dłuższa od pozostałych) dojrzewa przez dwa tygodnie w piecyku żeby hydratacja była zaniedbywalna, a następnie jest cyklicznie chłodzona i nagrzewana,

żeby wyznaczyć szybkość ucieczki ciepła przez ścianki. Cała procedura testowana była na bloku betonowym o wymiarach 300mm × 500mm × 1000mm. W tym przypadku do wyznaczenia szukanych parametrów została użyta metoda najmniejszych kwadratów. Oprócz wspomnianych powyżej metod możliwe są oczywiście inne scenariusze optymalizacji, np. przy użyciu algorytmów rojowych, bądź symulowanego wyżarzania (dowodzona zbieżność do minimum globalnego [59]), jednak czas zbiegania do rozwiązania dla tych algorytmów może być nieakceptowalnie długi [60]. W niniejszej rozprawie rozwiązanie odwrotnego zagadnienia przepływu ciepła odbywa się za pomocą metody optymalizacji globalnej - poszukiwania wzorca [61, 62]. Algorytm poszukiwania wzorca jest zbieżny [60] oraz bardziej wydajny w stosunku do metod gradientowych w przypadku funkcji celu posiadającej wiele minimów lokalnych [60]. W celu poprawy stabilności rozwiązania problemu odwrotnego często używane są różne techniki regularyzacyjne. Np. w cytowanej powyżej pracy [53] używana jest regularyzacja Tichonowa, jednak stosowane są również inne metody jak np. regularyzacja Alifanowa [63], Lavrentirva [64] czy metoda Becka [65].

Warto nadmienić, że niektórzy autorzy proponują alternatywne procedury wyznaczania ciepła hydratacji oparte np. na sieciach neuronowych [66]. W tym przypadku na podstawie dostępnych danych kalorymetrycznych próbuje się uczyć sieci, żeby wyznaczały ciepło hydratacji dla nowych materiałów. Innym przykładem może być wykorzystanie algorytmów genetycznych do oszacowania ciepła hydratacji betonów z dodatkiem żużla wielkopieczowego i pumeksu bazaltowego [67].

Bardzo ważnym aspektem z punktu widzenia identyfikacji parametrów termofizycznych betonów, o którym należy również wspomnieć, jest pomiar temperatury. Najczęściej pomiary wykonywane są za pomocą termopar [68], czujników półprzewodnikowych [69], czy też termometrów oporowych [70]. Znane i wykorzystywane są również inne rozwiązania takie jak pomiar za pomocą zintegrowanych układów elektro-mechanicznych MEMS [71], za pomocą światłowodowej siatki Bragga [72], za pomocą termografii [73], lub przy użyciu czujników temperatury na podczerwień (Rysunek 1.11) [74]. W ramach dotychczasowej pracy badawczej w IPPT PAN został stworzony system pomiarowy do rejestracji temperatury w twardniejącym betonie, który wraz z formą pomiarową był przedmiotem zgłoszenia patentowego [20].

1.4.2 Modelowanie

Modelowanie w niniejszej pracy rozumiane jest jako użycie języka matematyki do opisu zachowania wybranego układu fizycznego. Wyczerpujący przegląd modeli numerycznych w odniesieniu do materiałów betonowych został przedstawiony w monografii [75]. Modelowanie w przypadku ewolucji pól temperatury na skutek hydratacji cementu może być realizowane za pomocą narzędzi umożliwiających analizę mikrostruktury betonu (np. [76, 77], ponadto obszerny przegląd ostatnich osiągnięć w tej dziedzinie został przedstawiony w pracy [78]), na podstawie której wyciągane są wnioski na temat makroskopowego zachowania się materiału. Badania w skali mikro skupiają się na reakcjach chemicznych w skali molekularnej [79]. Innym podejściem jest modelowanie fenomenologiczne niewnikające w mikrostrukturę materiału i takie też podejście zostało zastosowane w tej dysertacji. Literatura przed-



Rysunek 1.11: Pomiar temperatury za pomocą termometru na podczerwień [74]

miotu jest bogata w pozycje dotyczące wyznaczania temperatury w obiektach betonowych za pomocą metod numerycznych. Standardowym podejściem do rozwiązania problemu jest metoda różnic skończonych [80] oraz metoda elementów skończonych [34], wykorzystywane są również inne techniki symulacji jak np. metoda elementów kompozytowych (ang. *CEM, Composite Element Method*) [81]. Problematykę zmian temperaturowych twardniejącego betonu oraz ich skutki, tj. naprężenia termiczne i odkształcenia, uwarunkowane również ograniczeniem swobody przemieszczeń konstrukcji, omówiono wyczerpująco w monografiach Kiernożyckiego [26] i Klemczak [25]. Ponadto Majewski oraz Klemczak [82] stworzyli program komputerowy do numerycznej symulacji pola temperatury - *POLTEM*. Z kolei Witakowski w swojej monografii [18] sformułował termodynamiczną teorię dojrzewania w zastosowaniu do konstrukcji masywnych z betonu. Jest on także autorem systemu obliczeniowego *CONCRETE* [83]. Również w literaturze zagranicznej znaleźć można liczne przykłady modelowania temperatury w obiektach betonowych na skutek samonagrzewania się konstrukcji. Z powodzeniem stosowane są zarówno modele jednowymiarowe [84], dwuwymiarowe [85, 86] jak i trójwymiarowe [87, 35, 88]. Istniejące modele bazują na rozwiązaniu równania przewodnictwa ciepła, różnią się jednak sposobem implementacji i stopniem skomplikowania. Można np. odnaleźć modele dedykowane do obliczania temperatury w przypadku betonów z cementami zawierającymi popioły lotne czy żużel wielkopiecowy [24, 89, 90]. Warto dodać, że wraz z ewolucją temperatury obliczane mogą być efekty wilgotnościowe w konstrukcjach betonowych [25, 91] oraz że często model termiczny jest nieodłączną częścią modelu mechanicznego [92]. Jednak zasadniczą różnicą jest sposób uwzględnienia właściwości termofizycznych analizowanych materiałów. W paragrafie dotyczącym identyfikacji zostały przytoczone wybrane propozycje dotyczące ciepła właściwego oraz przewodności cieplnej. Poniżej zaprezentowano kilka propozycji funkcji opisujących ciepło hydratacji. Na przykład analityczna postać funkcji źródeł q zaproponowana w pracy [93] opisywana jest za pomocą dwóch nieznanymi parametrów a i

b , które zgodnie z propozycją autora powinny zostać wyznaczone eksperymentalnie:

$$q(t_e) = q_\infty \frac{a \cdot b \cdot \exp(-a(\ln t_e)^{-b})}{t_e (\ln t_e)^{b+1}} \quad (1.11)$$

gdzie q_∞ to całkowite ciepło wydzielone podczas hydratacji cementu, zaś wiek efektywny t_e obliczany jest zgodnie ze wzorem 2.3 przedstawionym w rozdziale 2.

W pracy De Schutter'a [89] odnaleźć można dwie inne propozycje. Są to kolejno dla cementu portlandzkiego:

$$q = c \cdot q_{max,20} \cdot e^{\frac{E}{R_g} \left(\frac{1}{293,15} - \frac{1}{273,15+T} \right)} \sin^a(\pi r) \cdot e^{-br} \quad (1.12)$$

gdzie $a = 0,667$, $b = 3$, $c = 2,5968$ oraz energia aktywacji $E = 33,5\text{kJ/mol}$. R_g to uniwersalna stała gazowa, zaś $q_{max,20}$ to maksymalna wartość wydzielonego ciepła w temperaturze 20°C oraz r oznacza stopień hydratacji. W przypadku cementu zawierającego żużel wielkopieczowy wydzielone ciepło opisywane jest funkcją dwumodalną, ponieważ autor wyróżnia dwie reakcje egzotermiczne: tzw. reakcję P - związaną z hydratacją klinkieru portlandzkiego tudzież reakcję S związaną z hydratacją żużla. W tym przypadku wydzielone ciepło q zapisywane jest jako suma dwóch członów:

$$q = q_P + q_S \quad (1.13)$$

gdzie q_P to ciepło wydzielone w reakcji P, zaś q_S ciepło wydzielone w reakcji S i dane są odpowiednio następującymi wzorami:

$$q_P = c_P \cdot q_{P,max,20} \cdot e^{\frac{E_P}{R_g} \left(\frac{1}{293,15} - \frac{1}{273,15+T} \right)} \sin^{a_P}(\pi r_P) \cdot e^{-b_P r_P} \quad (1.14)$$

$$q_S = q_{S,max,20} \cdot e^{\frac{E_S}{R_g} \left(\frac{1}{293,15} - \frac{1}{273,15+T} \right)} \sin^{a_S}(\pi r_S) \quad (1.15)$$

wartości liczbowe parametrów występujących w powyższych wzorach zależą od rodzaju użytego cementu (w cytowanym artykule przykładowe dane przedstawione są w tabeli 2 na stronie 596), zaś indeksy P oraz S odnoszą się odpowiednio do reakcji P i reakcji S. Również autorzy pracy [94] wprowadzają dwie różne funkcje opisujące źródło ciepła. Zdaniem autorów najczęściej stosowaną postacią funkcyjną jest pochodna po czasie temperatury zmierzonej w warunkach adiabatycznych. Dla zwykłego cementu proponują:

$$T_{ad}(t) = T_0 \left(1 - e^{-mt} \right) \quad (1.16)$$

gdzie m jest parametrem wyznaczanym doświadczalnie, jego wymiar to 1/dzień. Dla materiałów z dodatkami mineralnymi równanie 1.16 jest uzupełniane o drugi analogiczny człon:

$$T_{ad}(t) = T_1 \left(1 - e^{-m_1 t} \right) + T_2 \left(1 - e^{-m_2 t} \right) \quad (1.17)$$

W tym przypadku m_1 i m_2 wyznaczone są na podstawie pomiarów. Kolejne dwie propozycje opisujące wydzielanie się ciepła hydratacji w warunkach adiabatycznych zostały przedstawione w artykule [95]. Jest to model Wesche'a:

$$q = q_\infty e^{at_e^b} \quad (1.18)$$

Oraz funkcja zaproponowana przez Jonassona:

$$q = q_{\infty} e^{a \left(\log \left(1 + \frac{t}{\tau_k} \right) \right)} \quad (1.19)$$

Parametry a , b , τ_k we wzorach 1.18 i 1.19 są uzyskiwane na podstawie pomiarów. W modelu Jonassona 1.19 parametr a często przybiera wartość -1 . Jeszcze inna propozycja pojawia się w cytowanej wcześniej pracy [58], gdzie wzór na wydzielone ciepło zapisuje się w postaci:

$$q = q_r \exp \left(\frac{E}{R_g} \left(\frac{1}{T_r + 273,15} - \frac{1}{T + 273,15} \right) \right) dt \quad (1.20)$$

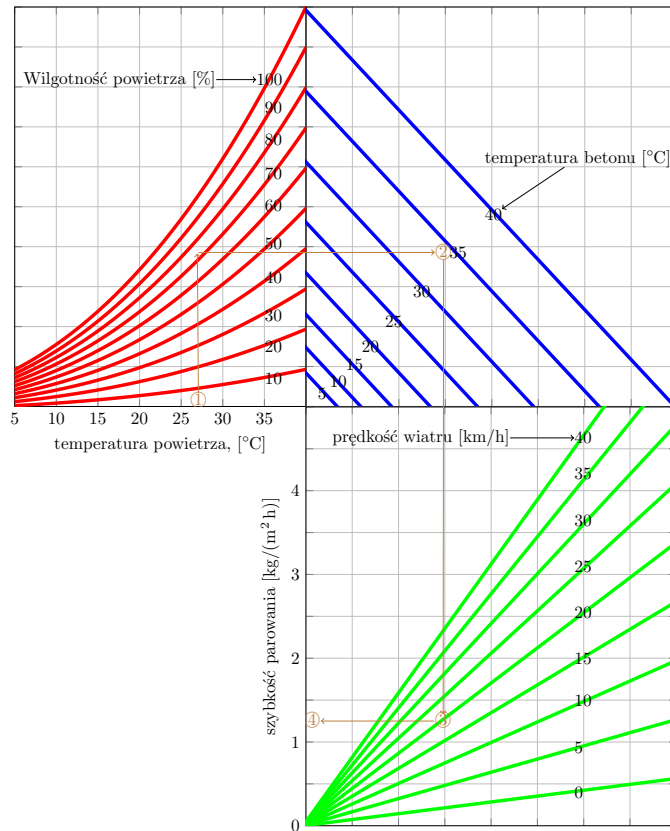
gdzie T_r – wybrana temperatura odniesienia, q_r – funkcja opisująca wartość wydzielonego ciepła w temperaturze referencyjnej. Autorzy podają dwie propozycje odnośnie funkcji q_r . Według pierwszej sugestii jest to funkcja odcinkami liniowa, zaś na podstawie uzyskanych pomiarów zaproponowali funkcję:

$$q_r(q_{norm}) = \begin{cases} g_1 (q_{norm} + g_3)^2 e^{-g_2 (q_{norm} + g_3)^3} & \text{jeśli } q_{norm} < 30 \\ C \cdot q_{norm}^{1,5} & \text{jeśli } q_{norm} \geq 30 \end{cases} \quad (1.21)$$

parametry g_1 , g_2 oraz g_3 mogą zostać wyznaczone na podstawie pomiarów, zaś parametr C jest wyznaczany na podstawie warunku ciągłości funkcji i jej pochodnej. Wartość q_{norm} wyznaczana jest jako całka z funkcji q w przedziale czasu $t_0 - t$:

$$q_{norm} = \int_{t_0}^t q(x, t') dt' \quad (1.22)$$

Postaci wymienionych powyżej funkcji opisujących źródło ciepła uwarunkowane są założeniami modeli numerycznych przyjmowanych przez ich autorów. Oczywiście aby rozwiązać równania opisujące ewolucję temperatury w konstrukcji betonowej należy ponadto uwzględnić warunki brzegowe określające wymianę ciepła z otoczeniem. Przy modelowaniu elementów betonowych w warunkach polowych uwzględniane są warunki pogodowe [86] oraz rodzaj pielęgnacji. Wpływają one na szybkość wymiany ciepła, która jest proporcjonalna do różnicy temperatur i zależna m.in. od rodzaju i długości okresu deskowania ale także na szybkość odprowadzania wody z wykonywanych konstrukcji. Zależności te w sposób ilościowy opisał np. Epifanow [96], który zajmował się wpływem temperatury otoczenia oraz prędkości wiatru na współczynnik wymiany ciepła betonu z otoczeniem. W pracy Lee [97] badany jest współczynnik wymiany ciepła betonu z otoczeniem w zależności od prędkości wiatru, temperatury otoczenia, warunków dojrzewania oraz współczynnika przewodnictwa. Uzyskane rezultaty przedstawione są w Tablicy 1.5 i będą one wykorzystywane w dalszej części niniejszej dysertacji. Przydatnym narzędziem przy podejmowaniu decyzji o pielęgnacji może być nomogram, służący do wyznaczania ilości wody odparowanej z betonu w zależności od wilgotności i temperatury powietrza, temperatury betonu oraz prędkości wiatru [98]. Przykładowy diagram tego typu został przedstawiony na Rysunku 1.12. Dla celów modelu numerycznego uwzględniającego pola wilgotnościowe



Rysunek 1.12: Nomogram do wyznaczania ilości odparowanej wody z betonu w zależności od: temperatury powietrza, wilgotności względnej powietrza, temperatury betonu i prędkości wiatru [100, 99]

bardziej użyteczna jest jednak postać funkcyjna opisująca szybkość odparowywania wody [99]:

$$v_E = 5([T + 18]2,5 - \phi_r[T_{ot} + 18]2,5)(v_w + 4) \cdot 10^{-6} \quad (1.23)$$

gdzie: v_E - szybkość parowania [kg/(m² h)], ϕ_r - wilgotność względna wyrażona w procentach/100, v_w - prędkość wiatru [km/h]. W przypadku temperatury otoczenia, gdy niedostępne są prognozy, używane są modele uproszczone uwzględniające dobową zmienność temperatury otoczenia [86]. Istnieje jednak możliwość użycia modeli bardziej realistycznych opartych np. na średnich temperaturach wieloletnich [101].

1.4.3 Sterowanie

Pod pojęciem sterowanie rozumiane jest manipulowanie polami temperatury w masywnych konstrukcjach mające na celu zapobieganie potencjalnym zagrożeniom, które mogą być skutkiem zbyt wysokiej temperatury w obiekcie. Powszechnie w użyciu są różne definicje masywności w odniesieniu do konstrukcji betonowych. Na przykład Witakowski [102] wprowadza współczynnik masywności pozornej konstrukcji $m_p = \frac{A_p}{V}$, gdzie V to objętość elementu, a A_p powierzchnia elementu chłodzona przez otaczające powietrze. Przy takiej definicji przyjmuje się, że konstrukcja

temperatura otoczenia →		$T = 20^\circ\text{C}$				$T = 30^\circ\text{C}$			
prędkość wiatru →		$0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$2,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$4,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$2,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$4,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
war. dojrz.	$k \frac{\text{W}}{\text{mK}}$	współczynnik wymiany ciepła $h_a \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$							
bez osłony	1,7	8,1	11,7	13,9	19,7	8,3	13,0	14,7	20,9
	1,9	9,1	13,3	15,8	22,3	9,5	14,8	16,7	23,7
	2,1	10,3	15,0	17,6	25,0	10,7	16,6	18,7	26,5
	2,3	11,3	16,5	19,5	27,5	11,7	17,7	20,7	29,3
pokrowiec termoizolacyjny	1,7	3,1	3,6	4,0	4,3	3,6	3,8	4,4	5,1
	1,9	3,4	4,0	4,7	5,6	4,0	4,3	5,0	5,8
	2,1	3,9	4,6	5,2	6,3	4,5	4,8	5,5	6,5
	2,3	4,3	5,1	5,6	6,9	5,0	5,3	6,1	7,2
pokrowiec termoizolacyjny + osłona foliowa	1,7	1,8	2,0	2,3	3,3	1,9	2,3	3,3	3,6
	1,9	2,2	2,3	2,6	3,8	2,2	2,5	3,4	4,0
	2,1	2,4	2,6	3,0	4,3	2,4	2,9	3,9	4,5
	2,3	2,6	2,9	3,3	4,7	2,6	3,2	4,4	5,0

Tablica 1.5: Współczynnik wymiany ciepła betonu z otoczeniem w zależności od temperatury otoczenia, prędkości wiatru, przewodności cieplnej i rodzaju pielęgnacji [97]

jest masywna (ma dużą masywność) jeśli $m_p < 2\text{m}^{-1}$, małą jeśli $m_p > 15\text{m}^{-1}$, zaś w pozostałych przypadkach określana jest jako średnia. Według kryterium zaproponowanego w pracach [103] i [26] najmniejszy wymiar elementu masywnego powinien mieć co najmniej 0,5m. Z kolei Amerykański Instytut Betonu (ACI, ang. *American Concrete Institute*) [7] podaje ogólną definicję w myśl której elementy masywne to obiekty, które są na tyle duże, iż należy podjąć działania mające na celu odprowadzanie nadmiernej ilości ciepła powstającej podczas hydratacji cementu oraz przeciwdziałanie związanymi z tym zmianami objętości w celu zminimalizowania ryzyka spękań. Kryteria spękania mogą opierać się na mechanicznych właściwościach betonu, np. pęknięcie wystąpi gdy naprężenie rozciągające jest większe niż wytrzymałość na rozciąganie [95]. Co w ujęciu inżynierskim można zapisać jako:

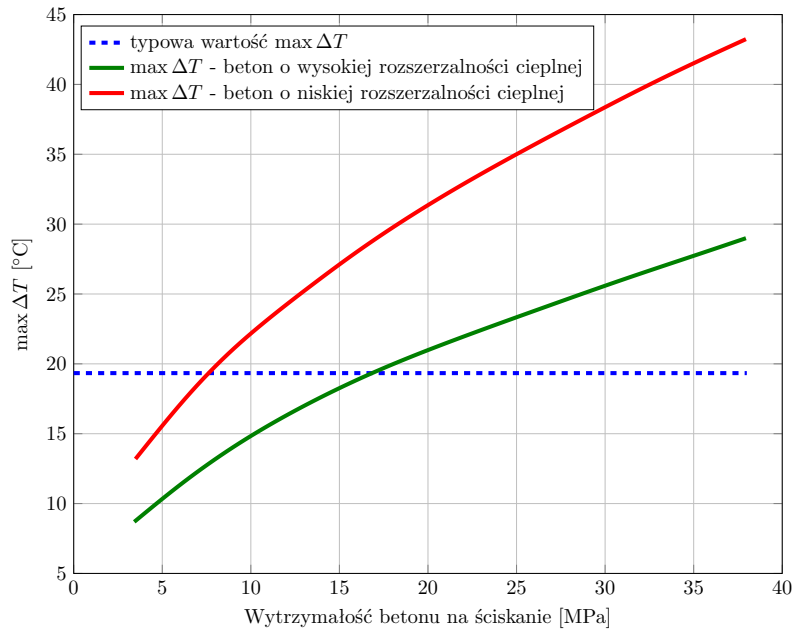
$$\frac{|\min(0, \sigma(t, x))|}{f_{ct}(t, x)} \leq k \quad (1.24)$$

gdzie $k \leq 1$ to zakładany współczynnik bezpieczeństwa, σ naprężenia rozciągające, zaś f_{ct} wytrzymałość na rozciąganie.

Natomiast proste kryteria dotyczące spękań betonu biorą pod uwagę tylko i wyłącznie różnice temperatury w wybranych punktach obiektu. Warunek temperaturowy może być określony zależnością [95]:

$$|T(t, x_1) - T(t, x_2)| \leq 15^\circ\text{C} \quad (1.25)$$

Oznacza to, że w danej chwili różnica temperatury w dwóch dowolnych punktach obiektu powinna być mniejsza niż 15°C aby w trakcie dojrzewania nie pojawiły się zarysowania na skutek efektów termicznych. Bardziej rygorystyczne wymagania stawiane są betonowi używanemu do budowy osłon reaktorów jądrowych [105],

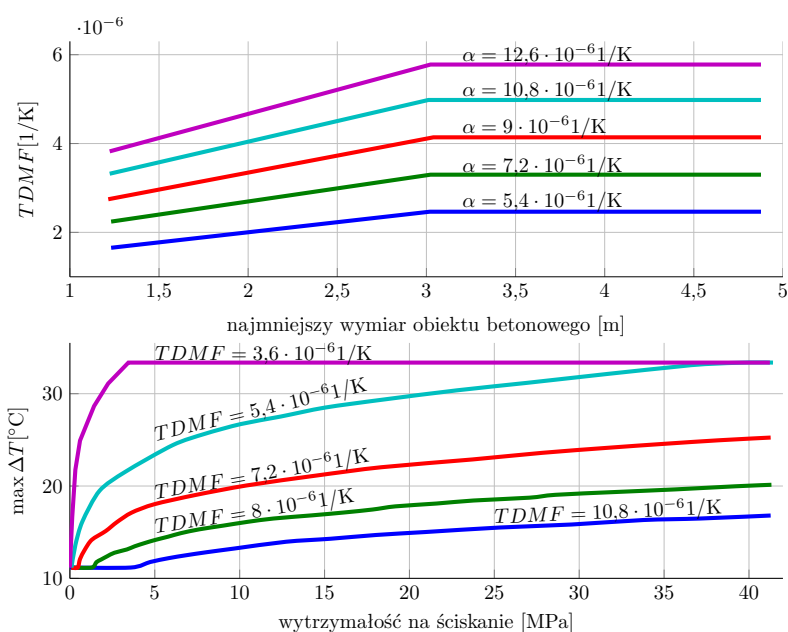


Rysunek 1.13: Maksymalna temperatura dopuszczalna w przypadku betonów o różnym współczynniku rozszerzalności cieplnej (na podstawie [104])

ze względu na konsekwencje wystąpienia wczesnych rys termiczno skurczowych w osłonach reaktorów atomowych [106, 107]. Powszechnie przyjęta, na podstawie europejskich doświadczeń eksploatacyjnych, maksymalna dopuszczalna różnica temperatur jest nieco wyższa niż wartość określona wzorem 1.25 i wynosi 19 °C [104]. Zdaniem autorów cytowanego artykułu wartość ta odnosi się jednak tylko do betonu niezbrojonego. Zaś w przypadku użycia zbrojenia zwiększa się dopuszczalny zakres różnic temperatury, w związku z czym autorzy pracy [104] proponują następujące wyrażenie do wyznaczania maksymalnej temperatury dopuszczalnej $\max \Delta T$ [°C]:

$$\max \Delta T = \frac{\epsilon_{tsc}}{KR_f\alpha_c} \quad (1.26)$$

gdzie: ϵ_{tsc} - odporność na obciążenie rozciągające, α_c - współczynnik rozszerzalności cieplnej, R_f - współczynnik utwierdzenia (ang. *Restraint factor*; $R_f = 0$ - oznacza brak utwierdzenia, $R_f = 1$ - pełne utwierdzenie), K - współczynnik modyfikacji ($K = 0,8$ w przypadku długotrwałego obciążania i pełzania). Dla typowych wartości $\epsilon_{tsc} = 90 \cdot 10^{-6}$, $\alpha_c = 8 \cdot 10^{-6}/K$, $R_f = 0,38$ oraz $K = 0,8$ maksymalna temperatura wynosi 37 °C i jest znacznie wyższa od powszechnie przyjętej wartości. Wykres na Rysunku 1.13 przedstawia zależność maksymalnej dopuszczalnej temperatury od wytrzymałości betonu na ściskanie w przypadku betonów o różnych współczynnikach rozszerzalności cieplnej w odniesieniu do powszechnie przyjętej wartości dopuszczalnej temperatury. Można zaobserwować, że zgodnie z tym kryterium dopuszczalne wartości różnic temperatury są w większości wyższe niż standardowo przyjmowana różnica 19 °C, jednak istnieją obszary, w których do pęknięcia może dojść już przy niższych różnicach temperatury. Z kolei naukowcy z University of Texas proponują użycie tzw. współczynnika TDMF (ang. *Temperature Difference*

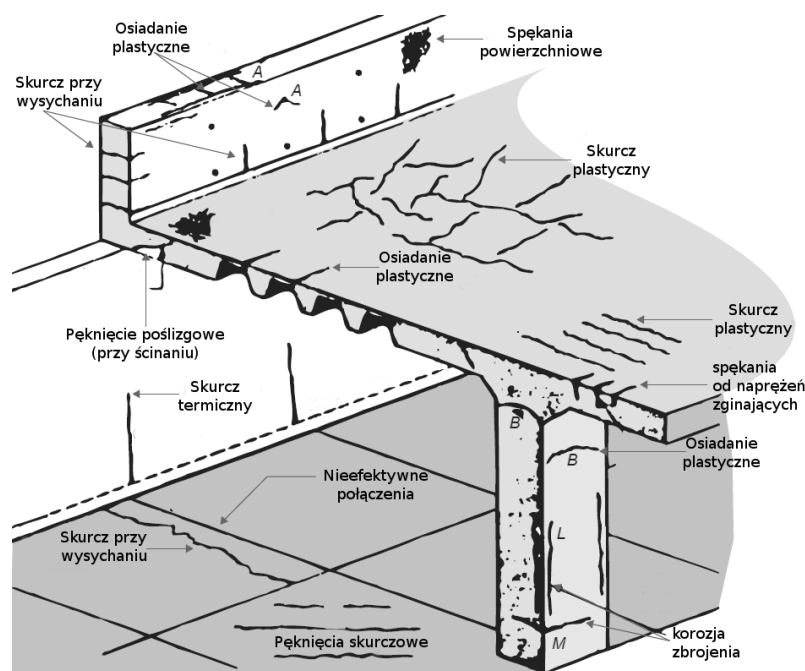


Rysunek 1.14: Współczynnik TDMF i maksymalna dopuszczalna temperatura wyznaczona na jego podstawie [109]

Modification Factor) [108, 109] na podstawie którego obliczana jest maksymalna dopuszczalna temperatura. Wartości liczbowe dla betonów o różnym współczynniku rozszerzalności cieplnej można odczytać z dolnego wykresu przedstawionego na Rysunku 1.14. Ten sam zespół badawczy zwraca jednak uwagę, że dokładniejsze oszacowanie ryzyka spękań powinno polegać na ocenie gradientów temperatury [110]. Szczególnie, że gradienty temperatury są także groźne w trakcie eksploatacji konstrukcji betonowej. Fu i inni [111] przeprowadzili numeryczne analizy wpływu obciążeń cieplnych, wykazując, że gradienty temperatury rosną wraz z czasem ekspozycji na źródło ciepła. Z taką sytuacją możemy mieć do czynienia w przypadku pożaru czy awarii elektrowni atomowej. Innym, najprostszym kryterium wystąpienia spękań może być maksymalna temperatura jaka wystąpiła podczas samonagrzewania się betonu [112]. Lawrence [113] stwierdza, iż temperatura powyżej 70 °C powoduje mikrospeknięcia. Należy jednak pamiętać, że speknięcia termiczne stanowią tylko jedną klasę uszkodzeń. Na Rysunku 1.15 zaczerpniętym z pracy [114] przedstawione są różne rodzaje spękań w hipotetycznym obiekcie betonowym. Neville [115] wymienia trzy ogólne przyczyny spękań:

- temperatura - wpływ bezpośredni i pośredni
- samoczynne wysychanie i skurcz
- degradacja betonu (zamarzanie, reakcja alkaliczna, etc.)

Niezależnie od zastosowanego kryterium należy podjąć działania mające na celu kontrolowanie pól temperatury w masywnych konstrukcjach betonowych. Wyczerpujący przegląd technik sterowania temperaturą został przedstawiony w monografiach



Rysunek 1.15: Spękania w hipotetycznym elemencie betonowym - źródło [114]

Bofanga Zhu [116] i Povindara Mehty [28]. Do praktyk obniżających maksymalną temperaturę w obiektach masywnych można zaliczyć np. wstępne chłodzenie składników, które na dużą skalę rozpoczęło się po roku 1940 (budowa zapory wodnej Norfolk) i miało głównie zastosowanie przy budowie bardzo masywnych obiektów [28]. Na przykład dodatek kruszonego lodu do mieszanki betonowej pozwala obniżyć temperaturę wylewanego betonu o 6°C [28]. Jest to istotne choćby w świetle zaleceń instytutu ACI, według którego maksymalna dopuszczalna temperatura świeżo ułożonego betonu nie powinna przekraczać 35°C [100]. Inną techniką jest chłodzenie mieszanki betonowej ciekłym azotem [117]. Ograniczenie maksymalnej temperatury betonu jest także osiągalne poprzez sterowanie składem mieszanki, np. przez zastąpienie części cementu popiołem lotnym wapiennym [17] czy użycie mielonego granulowanego żużla wielkopiecowego [118]. W celu zmniejszenia różnic temperatury pomiędzy powierzchnią obiektu betonowego i jego wnętrzem powszechnie stosuje się odpowiednią izolację [104]. Z kolei doświadczenia z budowy zapory Hoovera (zapora w momencie wybudowania była największym obiektem na świecie zbudowanym z betonu, zdjęcie budowli zamieszczono na Rysunku 1.16) dostarczyły informacji na temat jak projektować wbudowany, rurowy system chłodzenia. Podczas budowy zapory rozwiązanie to zostało użyte po raz pierwszy w historii [7]. O potrzebie użycia systemu chłodzącego w trakcie twardnienia betonu w tak masywnym obiekcie świadczy jej szacunkowy czas dochodzenia do równowagi termicznej. Według Myersa [120] gdyby zapora Hoovera została wylana jednocześnie, a nie partiami, to wystudzenie jej do temperatury otoczenia zajęłoby 125 lat. Od lat 30 ubiegłego wieku chłodzenie rurowe stało się powszechną praktyką podczas budowy konstrukcji masywnych z betonu i zostało m.in. zastosowane podczas budowy pylonu mostu Świętokrzyskiego w Warszawie [10]. Zdjęcie przedstawiające instalacje chłodzące na fundamencie py-



Rysunek 1.16: Widok na zaporę Hoovera z lotu ptaka - źródło [119]



Rysunek 1.17: Instalacja chłodząca na fundamencie pylonu mostu Świętokrzyskiego - źródło [10]

lonu mostu Świętokrzyskiego znajduje się na Rysunku 1.17. Przez lata doświadczeń eksploatacyjnych wypracowano szereg wytycznych dotyczących instalacji systemu chłodzenia rurowego. Przykładowe rekomendacje można odnaleźć w raportach Amerykańskiego Instytutu Betonu [8, 9]. Warto odnotować, że jako czynnik chłodzący stosowana jest nie tylko woda, ale też powietrze [121, 122]. Samo zagadnienie modelowania wpływu rur z cieczą chłodzącą na temperaturę betonu jest tematem poruszonym w wielu artykułach naukowych. Ze względu na relatywnie dużą ilość konstrukcji hydrotechnicznych wznoszonych w Azji temat ten jest często podejmowany przez badaczy z tego regionu [123, 124, 125, 126, 127]. W niniejszej dysertacji zaadoptowany i rozbudowany został model zaproponowany w pracach [112, 120, 128]. Jest on szczegółowo omówiony w rozdziale dotyczącym sterowania. Inna propozycja numerycznego opisu systemu chłodzenia rurowego została przedstawiona np. w pracy [94]. Autorzy rozwiązują to zagadnienie za pomocą trójwymiarowego modelu MES, zaś wpływ rur chłodzących uwzględniany jest poprzez wprowadzenie równoważnego równania przewodnictwa ciepła w betonie. Oznacza to, iż wpływ sieci rur na temperaturę betonu jest uwzględniany za pomocą tzw. empirycznych funkcji chłodzących (ang. *cooling functions*), które mogą być traktowane jako ujemne źródło ciepła (ciepło zaabsorbowane przez wodę chłodzącą). Z kolei Chen zaproponował rozwiązanie problemu metodą elementów kompozytowych [129]. W niniejszej rozprawie doktorskiej podjęto temat optymalizacji systemu chłodzenia. Według wiedzy autora zastosowane przez niego podejście nie zostało wcześniej opisane w literaturze przez innych badaczy. Pierwsze wyniki zostały przedstawione w pracach [130, 131, 132].

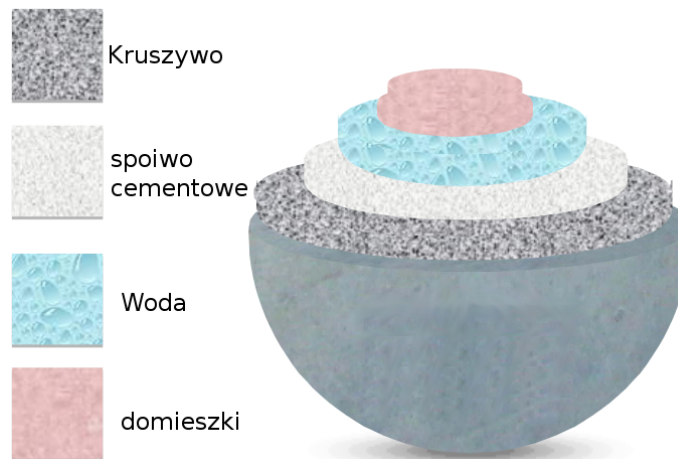
Rozdział 2

Modelowanie pól temperatury

Z naukowego punktu widzenia beton to materiał porowaty i ziarnisty, który powstaje ze zmieszania cementu, kruszywa grubego i drobnego, wody oraz domieszek i dodatków (Rysunek 2.1). Po połączeniu składników rozpoczyna się szereg reakcji chemicznych [134], wskutek których kształtują się właściwości betonu - jest to proces twardnienia. Proces wiązania cementu jest reakcją egzotermiczną, podczas której uwalniają się relatywnie duże ilości ciepła na skutek egzotermicznej hydratacji składników cementu. Energia cieplna wydzielona w trakcie procesu twardnienia betonu może spowodować znaczne wzrosty temperatury masywu betonowego, które przy nieodpowiedniej pielęgnacji betonu mogą doprowadzić do wzrostów temperatury zagrażających trwałości wykonywanego elementu, ponieważ zmiany objętościowe betonu wywołane zmianami temperatury wywołują ryzyko spękania materiału, zwłaszcza w młodym betonie. Wynika to z faktu, że w początkowym okresie dojrzewania wytrzymałość materiału jest niska, zaś naprężenia wywoływane zróżnicowaniem temperatury są znaczące. Dlatego ważne jest aby móc monitorować rozwój temperatury w obiekcie i przeciwdziałać takim sytuacjom. Szczególnie istotne ze względów praktycznych jest poznanie procesu twardnienia betonów w elementach masywnych, ponieważ są to zjawiska szkodliwe, mające zasadniczy wpływ na obniżenie trwałości i innych parametrów funkcjonalnych konstrukcji betonowych. Powstałe naprężenia termiczne wynikające z różnic temperatury między rdzeniem a powierzchnią elementu mogą spowodować zarysowania bądź spękania konstrukcji. Dlatego z punktu widzenia projektanta istotna jest wiedza na temat ilości wydzielonego ciepła i ewolucji temperatury w obiekcie już na etapie planowania. Możliwe są dwie strategie określania pola temperatury w twardniejących elementach betonowych:

1. pomiar temperatury w trakcie dojrzewania rzeczywistej konstrukcji,
2. oszacowanie pola temperatury w obiekcie rzeczywistym za pomocą modelu numerycznego.

Zaletą pierwszego rozwiązania jest możliwość kontroli procesu dojrzewania betonu on-line. Pomiar temperatury pozwala m.in. na ocenę stopnia dojrzałości konstrukcji, wskazanie bezpiecznego czasu usunięcia szalunku czy sprawdzenie prawidłowości wybranego rozwiązania materiałowego. Do wad należy zaliczyć ograniczoną możliwość



Rysunek 2.1: Skład betonu [133]

reakcji w sytuacji awaryjnej np. przy przekroczeniu maksymalnej dopuszczalnej temperatury w obiekcie. Dlatego drugie rozwiązanie - numeryczny model temperatury - stanowi dobre uzupełnienie systemu pomiarowego. Za pomocą systemu numerycznego przewidywania temperatury możliwe jest m.in. zaprojektowanie optymalnej mieszanki dla danej konstrukcji, wybór odpowiedniego programu pielęgnowania minimalizującego ryzyko wystąpienia rys termicznych, czy zaproponowanie optymalnego systemu chłodzenia, doboru zbrojeń, etc. Do opisu zmian temperatury w elementach betonowych przyjęto fenomenologiczny model temperatury tj. niewnikający w mikrostrukturę materiału. Twardniejący beton w takim modelu jest traktowany jako samonagrzewający się materiał bez wyróżnionych kierunków przepływu ciepła (model izotropowy) o określonych (w każdym punkcie przestrzeni i w każdej chwili) parametrach termicznych (ciepło właściwe, współczynnik przewodnictwa cieplnego oraz intensywność wydzielania się ciepła reakcji egzotermicznych). W modelu matematycznym wielkości te nie są określone, a ich identyfikacja może być dokonana dopiero przy użyciu modelu numerycznego i danych empirycznych. Z matematycznego punktu widzenia model ten bazuje na liniowym równaniu przewodnictwa cieplnego ze źródłami ciepła. Cały problem jest jednak nieliniowy i trudny do identyfikacji, ponieważ współczynniki tego równania zależą od czasu i od historii temperatury modelowanego obszaru twardniejącego betonu. Wynika to z faktu, że szybkość reakcji egzotermicznych, a więc szybkość wydzielania się ciepła w betonie, zależy od temperatury oraz od stopnia przereagowania substratów tych reakcji. W związku z tym do opisu zagadnienia używane jest równanie przewodnictwa ciepła sprzężone z równaniem opisującym stopień dojrzałości betonu. W dalszej części tego rozdziału zostanie kolejno przedstawiona idea funkcji dojrzałości, wyprowadzenie równania przewodnictwa cieplnego dla betonu oraz opisane zostaną wykorzystane w dalszej części modele numeryczne.

2.1 Funkcja dojrzałości

Budując model numeryczny ewolucji temperatury w konstrukcjach betonowych należy uwzględnić szybkość dojrzenia betonu. Jak ważne jest to zagadnienie niech pokaże przykład katastrofy budowlanej, która miała miejsce 2 marca 1973 roku podczas budowy 26-piętrowego budynku mieszkalnego Skyline Plaza w Crossroads Bailey w hrabstwie Fairfax (Wirginia, USA). Na skutek zawalenia się wznoszonego budynku (patrz Rysunek 2.2) zginęło 14 pracowników budowlanych, a 35 zostało rannych [135]. W ramach dochodzenia ustalono, że przyczyną zawalenia się całej budowli było osunięcie się stropu pomiędzy 22 a 23 piętrem. Bezpośrednią przyczyną katastrofy było zbyt wczesne usunięcie podpór spod świeżo wylanego stropu. Okazało się, że w czasie prowadzenia prac średnia temperatura zarejestrowana na pobliskim lotnisku wynosiła średnio około 7°C , w związku z tym twardnienie wylanego betonu zachodziło wolniej niż przy wyższych temperaturach. Inżynierowie budowy nie uwzględnili tego czynnika podczas decyzji o usunięciu szalunków i podpór, co okazało się tragiczne w skutkach. Efektem tego i innych wypadków o podobnych przyczynach stało się powszechne stosowanie wskaźnika dojrzałości, na podstawie którego można np. szacować przyrost wytrzymałości twardniejącego betonu. Nawet w krajach, w których nie ma stosownych norm dotyczących uwzględniania dojrzałości (np. Francja) stosuje się rozwiązania z uwzględnieniem funkcji dojrzałości [136]. Do obliczenia wartości wskaźnika potrzebna jest znajomość historii temperatury procesu (na którą ma wpływ m.in. temperatura otoczenia, tak jak w przypadku omawianej wyżej katastrofy). Jedną z pierwszych zaproponowanych prób obliczania stopnia dojrzałości młodego betonu opierała się o definicję dojrzałości M jako obszaru pomiędzy poziomem temperatury bazowej T_0 a temperaturą betonu w czasie $T(t)$ [137]. Powyższą definicję można zapisać w postaci następującego wzoru:

$$M = \int_0^t (T(t') - T_0) dt' \approx \sum_0^t (T(t') - T_0) \Delta t' \quad (2.1)$$

występująca we wzorze 2.1 wartość temperatury bazowej przyjmowana jest najczęściej jako $T_0 = -10^\circ\text{C}$ - jest to temperatura poniżej której nie zachodzi wiązanie cementu [138].

Dzieląc wyrażenie podcałkowe we wzorze 2.1 przez różnicę wybranej temperatury referencyjnej¹ T_{ref} i temperatury bazowej T_0 otrzymujemy tzw. funkcję dojrzałości betonu β_T :

$$\beta_T = \frac{T - T_0}{T_{ref} - T_0} \quad (2.2)$$

Za pomocą funkcji dojrzałości można obliczyć wiek równoważny betonu² t_e :

$$t_e = \int_0^t \beta_T(t') dt' \quad (2.3)$$

¹W Europie standardowo używana jest wartość $T_{ref} = 20^\circ\text{C}$, zaś w Stanach Zjednoczonych zwyczajowo przyjmuje się $T_{ref} = 23^\circ\text{C}$ [140]. W niniejszej pracy używana jest wartość $T_{ref} = 20^\circ\text{C}$.

²funkcjonują również następujące nazwy: wiek/czas ekwiwalentny, wiek/czas efektywny, które używane są zamiennie w niniejszej pracy.



Rysunek 2.2: Budynek Skyline Plaza w Crossroads Bailey po katastrofie budowlanej w 1973 roku - źródło [139]

gdzie t oznacza czas, zaś t' jest zmienną całkowania o wymiarze czasu. W literaturze można odnaleźć kilka propozycji definicji funkcji dojrzałości. Pierwszą kategorię stanowi rodzina funkcji zależnych tylko od historii temperatury, bez uwzględniania składu chemicznego betonu. Przykładowe propozycje to:

- bazująca na równaniu 2.2 formuła proponowana m.in. przez Bergströma [141]:

$$\beta_T = \frac{T + 10}{30} \quad (2.4)$$

- funkcja wykładnicza używana m.in. przez Rastrupa [142]:

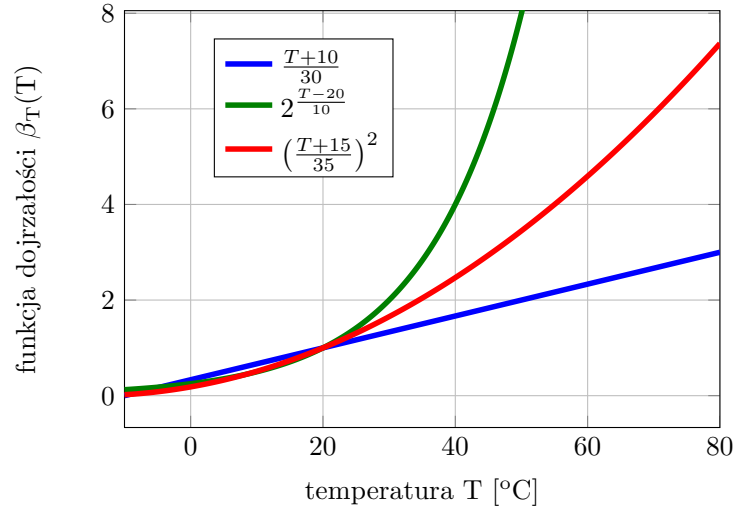
$$\beta_T = 2^{\frac{T-20}{10}} \quad (2.5)$$

- zależność potęgowa proponowana w pracy Röhlinga [143]:

$$\beta = \left(\frac{T + 15}{35} \right)^d \quad (2.6)$$

gdzie $d \approx 2$

Porównanie wartości wyżej wymienionych funkcji dla zakresu temperatury od -10°C do 80°C zostało przedstawione na Rysunku 2.3. Poniżej temperatury referencyjnej



Rysunek 2.3: Porównanie trzech propozycji definicji funkcji dojrzałości

$T_{ref} = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ trzy proponowane postaci funkcji dojrzałości dają zbliżone wartości. Niestety dla wyższych temperatur rozbieżność pomiędzy poszczególnymi funkcjami jest bardzo duża. Funkcje dojrzałości typu 2.4, 2.5 czy 2.6 były wykorzystywane do lat 70-tych XX wieku, kiedy to zostały zastąpione bardziej złożoną zależnością zaproponowaną przez Freieslebena Hansena i Pederesena [144]. Autorzy na podstawie badań wpływu historii temperatury na rozwój wytrzymałości na ściskanie betonu (Rysunek 2.4) i w oparciu o tzw. energię aktywacji (pozorną energię aktywacji [145]³) zaproponowali zależności bazującą na wzorze Arrheniusa:

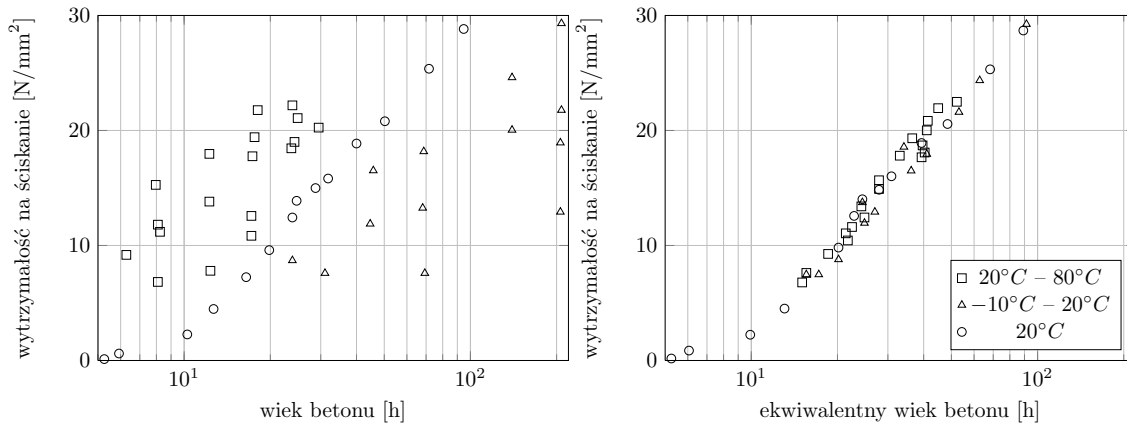
$$\beta_T = \exp\left(\frac{E}{R_g}\left(\frac{1}{293,15} - \frac{1}{T(t) + 273,15}\right)\right) \quad (2.7)$$

gdzie E - energia aktywacji [J/mol], R_g - uniwersalna stała gazowa 8,314J/(mol K). Temperatura T wyrażana jest w stopniach Celsjusza.

Wyniki uzyskane przez autorów pracy [146] przy użyciu powyższej postaci funkcji β_T zostały przedstawione na prawym wykresie na Rysunku 2.4. Widać, że w przypadku badanych materiałów transformacja czasu do czasu efektywnego pozwala uszeregować wytrzymałość na ściskanie uzyskaną dla procesu twardnienia przebiegającego w różnej temperaturze (na Rysunku 2.4 kwadraty oznaczają dane dla temperatur poniżej 20 °C, zaś trójkąty dla temperatur powyżej 20 °C) wzdłuż jednej krzywej odpowiadającej wartościom uzyskanym dla procesu izotermicznego, przebiegającego w temperaturze 20 °C.

We wzorze 2.7 obok zależności od temperatury procesu pojawia się zależność od rodzaju materiału. Mianowicie energia aktywacji E nie jest wartością stałą i w literaturze przedmiotu szeroko dyskutowane są propozycje uzależniania jej od różnych parametrów materiałowych. Na przykład Schindler i wsp. [147] sugerowali, że

³Według autorów pracy [145] używanie określenia "pozorna energia aktywacji" zamiast "energia aktywacji" w przypadku hydratacji cementu jest bardziej poprawne, ponieważ cement jest materiałem wieloskładnikowymi i podczas jego hydratacji każda zachodząca reakcja charakteryzuje się inną energią aktywacji.



Rysunek 2.4: Wynik transformacji czasu do czasu ekwiwalentnego dla danych uzyskanych w teście wytrzymałościowym w przypadku różnych temperatur procesu twardnienia. Dane pochodzą z pracy [146]

wartość energii aktywacji zależy od stosunku wodno cementowego w/c , ale zostało wykazane, że taka zależność nie zachodzi [148]. Ponadto według normy amerykańskiej ASTM C 1074 gdy używany jest cement typu I bez dodatków, rekomendowana jest stała wartość energii aktywacji 40 – 45kJ/mol dla zastosowań estymacji wytrzymałości. Niestety norma ta nie podaje wskazówek jakie wartości E powinny być stosowane w przypadku innych spoiw cementowych. Według innych spotykanych w literaturze propozycji energia aktywacji zapisywana jest jako funkcja temperatury:

- według Jonassona [137]:

$$\frac{E}{R_g} = \Theta_{ref} \left(\frac{30}{T + 10} \right)^{\kappa_3} \quad (2.8)$$

gdzie Θ_{ref} oraz κ_3 są empirycznymi parametrami ustalonymi doświadczalnie. Dla typowych cementów szwedzkich przyjmuje się wartości $\Theta_{ref} = 44,066$ oraz $\kappa_3 = 0,45$

- zgodnie z zaleceniami raportu stowarzyszenia RILEM [16] iloraz energii aktywacji i stałej gazowej przyjmuje się jako (postać zaproponowana przez Freiesleben Hansena i Pedersen [146]):

$$\frac{E}{R_g} = \begin{cases} 4000 & \text{dla } T > 20^\circ\text{C} \\ 4000 + 175(20 - T) & \text{dla } T \leq 20^\circ\text{C} \end{cases} \quad (2.9)$$

Postać energii aktywacji proponowane przez autorów raportu [16] jest obecnie najczęściej stosowana w różnych modelach. Jest ona jednak zdaniem niektórych badaczy niezgodna z prawem Arrheniusa [147] i wartość energii aktywacji powinna być stała dla pełnego zakresu temperatur. Na przykład według autorów pracy [145] energia aktywacji wykazuje plateau we wczesnym wieku betonu (do 30-50% hydratacji) i w tym okresie może być rozpatrywana jako stała, ponadto wpływ temperatury na

materiał	energia aktywacji E [kJ/mol]			
	$w/c = 0,45$		$w/c = 0,60$	
	beton	zaprawa	beton	zaprawa
Typ I	63,6	61,1	48,0	43,6
Typ II	51,1	55,4	42,7	41,1
Typ III	43,6	40,1	44,0	42,6
Typ I + 20% popiołu lotnego	30,0	33,1	31,2	36,6
Typ I + 50% żużłu	44,7	42,7	56,0	51,3
Typ I + przyspieszacz	44,6	54,1	50,2	52,1
Typ I + opóźniacz	38,7	41,9	38,7	34,1

Tablica 2.1: Energia aktywacji dla różnych materiałów betonowych według [149]

rodzaj	E	$\min(E)$	$\max(E)$
cementu	[kJ/mol]	[kJ/mol]	[kJ/mol]
CEM I	45,272	38,926	51,861
CEM II	41,788	39,000	45,185
CEM III	49,955	45,711	54,467
CEM IV	39,978	36,132	46,676
CEM V	37,329	-	-

Tablica 2.2: Energia aktywacji dla różnych rodzajów cementu według [147] na podstawie danych uzyskanych w pracy [150]

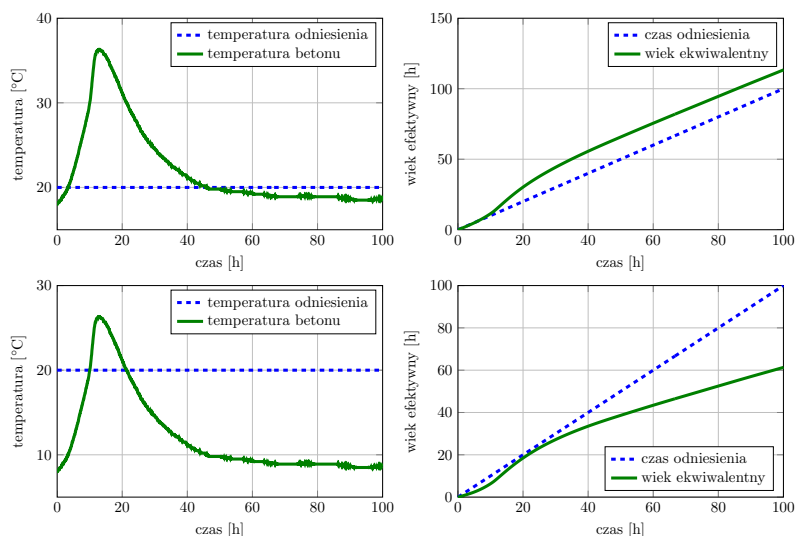
poziom plateau jest nieznaczny. Wyznaczenia wartości energii aktywacji dla różnych rodzajów mieszanek betonowych podjął się Carino [149]. Wyzначzył on wartości energii aktywacji (niezależne od temperatury) dla szerokiego zakresu materiałów. Uzyskane przez niego wyniki zostały zestawione w Tablicy 2.1. Wartość energii aktywacji dla mieszanek z pięcioma typami cementów została również wyznaczona w pracy [147] na podstawie danych uzyskanych przez Lercha i Forda [150] (wyniki przedstawiono w Tablicy 2.2). Niestety uzyskane przez różnych autorów wyniki nie są spójne i rozbieżności pomiędzy poszczególnymi wynikami przekraczają 20kJ.

W literaturze można również odnaleźć propozycje uwzględnienia wpływu dodatków różnego typu na wartość energii aktywacji. Np. według Schindlera [147] dodatek popiołu lotnego powoduje spadek wartości energii aktywacji, który jest proporcjonalny do zawartości popiołu w mieszance. Odwrotny wpływ ma zaś dodatek żużła wielkopieczowego - wraz ze zwiększeniem tego dodatku w mieszance zwiększa się wartość energii aktywacji. Zależność ta ujęta jest za pomocą poniższego wzoru:

$$E = 22,1 \cdot p_{C_3A}^{0,3} \cdot p_{C_4AF}^{0,25} \cdot Blaine^{0,35} \cdot f_E \quad (2.10)$$

gdzie f_E :

$$f_E = 1 - 1,05 \cdot p_{FA} \cdot \left(1 - \frac{p_{FACaO}}{0,4}\right) + 0,4 \cdot p_{SLAG} \quad (2.11)$$



Rysunek 2.5: Ekwiwalentny wiek betonu przy różnych wartościach temperatury twardnienia

We wzorach 2.10 i 2.11 zastosowano następujące oznaczenia:

- p_{C_3A} - stosunek masy C_3A do całkowitej zawartości cementu,
- p_{C_4AF} - stosunek masy C_4AF do całkowitej zawartości cementu,
- $Blaine$ - powierzchnia właściwa cementu według Blaine'a [m^2/kg],
- p_{FA} - część zastąpienia cementu popiołem lotnym,
- p_{FACaO} - zawartość CaO w popiele lotnym,
- p_{SLAG} - część zastąpienia cementu żuzłem.

Szacując energię aktywacji za pomocą powyższych wzorów otrzymywane są wartości z przedziału 30–50kJ. Zakres ten pokrywa się z danymi dla różnych mieszanek przedstawionymi w Tablicach 2.1 i 2.2. Wadą wzoru 2.11 jest konieczność wykonywania badania składu chemicznego używanych składników betonu. W przypadku dodatku popiołu lotnego wapiennego mamy do czynienia z dużą zmiennością składu, w związku z tym każda dostawa tego składnika wymaga dodatkowych badań laboratoryjnych mających na celu ustalenie proporcji składników. Biorąc pod uwagę powyższe trudności oraz rozbieżności dotyczące wartości energii aktywacji w niniejszej pracy przyjęto energię aktywacji rekomendowaną przez stowarzyszenie RILEM [16] (wzór 2.9). Jednak dzięki zastosowanej procedurze wyznaczania parametrów termofizycznych betonów za pomocą rozwiązania problemu odwrotnego wpływ rodzaju spoiwa na wartość energii aktywacji uwzględniony jest niejawnie. Mianowicie wyznaczone parametry k , c_p oraz S , są w rzeczywistości parametrami efektywnymi, tzn. ich obliczone wartości korygują wpływ nieadekwatnie oszacowanej wartości energii aktywacji.

W dotychczasowych rozważaniach w tym paragrafie czas ekwiwalentny pojawił się tylko w kontekście przyrostu wytrzymałości betonu. Na zakończenie przedstawiony jest przykład obrazujący ideę wieku efektywnego. Szybkość hydratacji cementu jest uzależniona od temperatury, podobnie jak w przypadku innych reakcji chemicznych. Ze wzrostem temperatury wzrasta szybkość hydratacji, a zatem wzrasta szybkość wydzielania ciepła podczas twardnienia. Szybkość hydratacji spoiwa decyduje o stopniu dojrzałości betonu, określonym tzw. wiekiem ekwiwalentnym betonu. Przykładowy przebieg funkcji t_e przedstawiony jest na Rysunku 2.5. Jeśli temperatura betonu jest większa od temperatury referencyjnej $T_{ref} = 20\text{ °C}$, ekwiwalentny wiek betonu jest większy od czasu, który upłynął od momentu zarobienia mieszanki betonowej (górne wykresy na Rysunku 2.5). W przypadku gdy beton jest wylewany w stosunkowo zimnym otoczeniu, jego wiek efektywny może być mniejszy niż wiek faktyczny (dolne wykresy na Rysunku 2.5). Ze wzoru 2.7 wynika, że w przypadku procesu izotermicznego przebiegającego w temperaturze referencyjnej 20 °C , wiek efektywny jest równy wiekowi rzeczywistemu.

2.2 Równanie przewodnictwa ciepła

Punktem wyjścia do wyprowadzania równania opisującego ewolucję temperatury w twardniejącym betonie jest empiryczna zależność pomiędzy gęstością przewodzonego strumienia ciepła q_0 i gradientem temperatury w kierunku przepływu energii, która jest wyrażona za pomocą prawa Fouriera. Dla strumienia ciepła przez powierzchnię A zależność ta może być wyrażona jako:

$$q_0 = -kA\nabla T \quad (2.12)$$

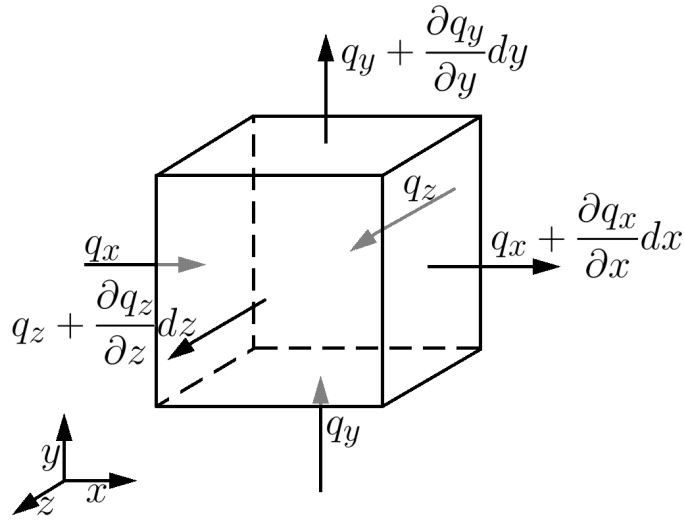
gdzie ∇ oznacza gradient (w przypadku jednowymiarowym $\nabla T = dT/dx$), zaś k współczynnik przewodzenia ciepła $\left[\frac{\text{W}}{\text{mK}}\right]$. W przypadku betonu i wody nie jest konieczne uwzględnianie relaksacji gęstości strumienia ciepła, związanej z przyjęciem skończonej prędkości rozchodzenia się ciepła [151], jednak w ogólności równanie przepływu ciepła dla materiałów porowatych powinno być rozpatrywane wspólnie z równaniem transportu masy (wody/wilgoci) [152] i zgodnie z prawem Dufoura wyrażenie 2.12 musi być uzupełnione o dodatkowy człon związany z polem wilgotnościowym [153]:

$$q_0 = -kA\nabla T - k_{Tw}A\nabla w \quad (2.13)$$

gdzie k_{Tw} to współczynnik proporcjonalności Dufoura. Analogicznie sprzężony strumień wilgoci J jest połączeniem prawa Ficka i Soreta [154]:

$$J = -k_{ww}A\nabla w - k_{wT}A\nabla T \quad (2.14)$$

gdzie k_{ww} jest współczynnikiem proporcjonalności dyfuzji, k_{wT} to współczynnik termodyfuzji. Zdaniem wielu autorów wpływ pól wilgotnościowych na rozkład temperatury w betonie jest znikomy [155, 153], dlatego też w dalszej części tej pracy pola wilgotnościowe nie będą rozważane (w przeglądzie literatury dotyczącym modelowania podano jednak przykłady prac, w których wpływ ten nie jest pomijany). Rozważmy



Rysunek 2.6: Przewodzenie ciepła przez element objętości dV ciała stałego

następnie prostopadłościan wykonany z materiału o gęstości ρ i cieple właściwym c . Bilans energetyczny odniesiony do okresu dt wyraża się następująco [156]:

$$\begin{aligned} & \text{Ciepło doprowadzone do elementu} - \text{ciepło odprowadzone z elementu} + \\ & \text{energia wydzielona w elemencie} = \text{przyrost energii wewnętrznej elementu} \\ & + \text{praca zewnętrzna} \end{aligned}$$

Ze względu na fakt, iż zjawisko przewodzenia ciepła w betonie zachodzi przy stałym ciśnieniu suma po prawej stronie w powyższym wyrażeniu jest równa przyrostowi entalpii właściwej, która powiązana jest z przyrostem temperatury w następujący sposób:

$$m \frac{di}{dt} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad (2.15)$$

Przyrost entalpii w przypadku ciał stałych i cieczy jest w przybliżeniu równy przyrostowi energii wewnętrznej układu [156]. W przypadku betonu, stojąca po lewej stronie bilansu energetycznego energia wytworzona w układzie jest równa ciepłu hydratacji, które wydziela się w wyniku zachodzących reakcji chemicznych. Symbolicznie można ją zapisać jako:

$$q dx dy dz \quad (2.16)$$

Z analizy elementu objętości przedstawionego na Rysunku 2.6 wynika, że energia w wybranym kierunku (np. x) dostarczana jest w postaci strumienia q_x . Po przejściu przez element (długość dx) możemy zapisać strumień wychodzący za pomocą rozwinięcia w szereg Taylora:

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \quad (2.17)$$

zatem przepływ netto w wybranym kierunku będzie równy:

$$q_x - \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) = - \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \quad (2.18)$$

Analogiczny bilans zachodzi w kierunku y i z . Zapisując następnie bilans energetyczny za pomocą wyrażeń 2.15, 2.16 oraz 2.18:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz = -\frac{\partial q_x}{\partial x} dx dy dz - \frac{\partial q_y}{\partial y} dx dy dz - \frac{\partial q_z}{\partial z} dx dy dz + q dx dy dz \quad (2.19)$$

i uwzględniając prawo Fouriera 2.12 oraz dopuszczając anizotropię przewodności cieplnej, po wprowadzeniu oznaczenia $dv \equiv dx dy dz$ otrzymujemy:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} dv = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) dv + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) dv + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) dv + q dv \quad (2.20)$$

Całkując wzór 2.20 po objętości dv otrzymujemy paraboliczne równanie różniczkowe cząstkowe [157] opisujące rozchodzenie się ciepła w elemencie betonowym (tzw. równanie Fouriera-Kirchhoffa):

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q \quad (2.21)$$

Dyskutowany w poprzednim paragrafie wiek efektywny betonu t_e uwzględniany jest poprzez sprzężenie równań 2.21 i 2.3:

$$\begin{aligned} c\rho \frac{\partial T}{\partial t} &= \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k_i \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + q \\ \frac{dt_e}{dt} &= \exp \left(\frac{E}{R_g} \left(\frac{1}{293,15} - \frac{1}{T + 273,15} \right) \right) \end{aligned} \quad (2.22)$$

Przy czym równanie 2.3 zostało zapisane w postaci różniczkowej i jako funkcję dojrzałości przyjęto wyrażenie 2.7.

Obliczenie temperatury za pomocą układu równań zadanych wzorem 2.22 jest możliwe jeżeli znane są warunki początkowe oraz brzegowe. Warunki początkowe przy założeniu, że model opisuje ewolucję temperatury od momentu zarobienia betonu zapisywane są w następującej formie:

$$\begin{aligned} T(x, y, z, t = 0) &= T_0(x, y, z) \\ t_e(x, y, z, t = 0) &= 0 \end{aligned} \quad (2.23)$$

gdzie T_0 - rozkład temperatury w chwili początkowej.

Zaś warunek brzegowy dla równania przewodnictwa ciepła w ogólnej postaci zapisywany jest jako:

$$\kappa \frac{\partial T_\Gamma}{\partial n} = \lambda T_\Gamma + \mu \quad (2.24)$$

gdzie T_Γ - temperatura na brzegach, $\frac{\partial}{\partial n}$ - pochodna normalna, κ , λ , μ - współczynniki opisujące warunki brzegowe.

W przypadku równania różniczkowego zwyczajnego, które opisuje zmiany parametru t_e warunek brzegowy nie jest wymagany.

2.3 Numeryczny model temperatury betonu

2.3.1 Model jednowymiarowy

W przypadku jednowymiarowym równanie przewodnictwa ciepła rozwiązywane jest za pomocą metody linii, która jest połączeniem metody różnic skończonych (dla pochodnych przestrzennych) ze schematem numerycznym Rungego-Kutty (dla pochodnej czasowej) z adaptacyjnym krokiem czasowym [158, 159]. Główną zaletą metody linii jest możliwość łatwego połączenia powstałego układu równań różniczkowych ze sprzężonymi równaniami różniczkowymi opisującym układ (tak jak w przypadku przyjętego modelu dojrzewającego betonu równanie przewodnictwa ciepła jest rozwiązywane jednocześnie z równaniem opisującym efektywny wiek betonu). W przypadku jednowymiarowego równania różniczkowego cząstkowego na przedziale $\mathbf{x}_L \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_R$ w postaci:

$$\mathbf{u}_t = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (2.25)$$

gdzie: \mathbf{u} - wektor zmiennych niezależnych, \mathbf{f} - przestrzenny operator różniczkowy, \mathbf{x} - wektor zmiennych zależnych przestrzennych, $t \geq 0$ - czas, zmienna niezależna, zaś t w indeksie oznacza różniczkowanie po czasie. Metoda linii polega na zamianie prawej strony równania 2.25 w układ równań algebraicznych (np. za pomocą dyskretyzacji metodą różnic skończonych), a następnie rozwiązaniu powstałego, "pół ciągłego" (ang. *semi-discrete*) układu równań różniczkowych zwyczajnych. Rozpatrzmy dla przykładu jednowymiarowe równanie przewodnictwa ciepła bez dodatkowych źródeł z określoną dyfuzyjnością cieplną α :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (2.26)$$

Występującą po prawej stronie równania pochodną cząstkową $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)$ można zastąpić jej przybliżeniem wynikającym z rozwinięcia w szereg Taylora (w tym przypadku) funkcji Temperatury T w otoczeniu punktu x [160]:

$$T(x + \Delta x) = T(x) + \frac{\partial T}{\partial x} \Delta x + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} (\Delta x)^2 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 T}{\partial x^3} (\Delta x)^3 + O(\Delta x)^4 \quad (2.27)$$

lub:

$$T(x - \Delta x) = T(x) - \frac{\partial T}{\partial x} \Delta x + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} (\Delta x)^2 - \frac{1}{6} \frac{\partial^3 T}{\partial x^3} (\Delta x)^3 + O(\Delta x)^4 \quad (2.28)$$

Ze wzorów 2.27 i 2.28 wynika, że $\frac{\partial T}{\partial x}$ jest równe:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial x} &= \frac{T(x) - T(x - \Delta)}{\Delta x} + O(\Delta x) = \frac{T(x + \Delta x) - T(x)}{\Delta x} + O(\Delta x) = \\ &= \frac{T(x + \Delta x) - T(x - \Delta x)}{2\Delta x} + O(\Delta x)^2 \end{aligned} \quad (2.29)$$

Poszczególne przybliżenia pochodnej są nazywane odpowiednio różnicą: wsteczną (ang. *backward*), progresywną (ang. *forward*) oraz centralną (ang. *central*) funkcji. Analogicznie drugą pochodną zapisuje się w poniższy sposób:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T(x + \Delta x) - 2T(x) + T(x - \Delta x)}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x)^2 \quad (2.30)$$

Wprowadzając oznaczenia $T(x_j) = T_j$ dla temperatury w punktach x_j oraz wykorzystując powyższe rozwinięcie dostajemy układ równań różniczkowych:

$$\frac{\partial T_j}{\partial t} = \alpha \left(\frac{T_{j+1} - 2T_j + T_{j-1}}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x)^2 \right) \quad \text{dla } j = 1, 2, \dots, N \quad (2.31)$$

Wartości punktów T_0 oraz T_{N+1} wynikają z zadanych warunków brzegowych. Układ równań różniczkowych 2.31 może być następnie rozwiązany za pomocą dostępnych funkcji do rozwiązywania tego typu zagadnień. W przypadku rozważanego problemu samonagrzewania się betonu układ równań różniczkowych opisujący analizowany przypadek może zostać zapisany następująco:

$$\rho_j c_j \frac{\partial T_j}{\partial t} = \frac{\mathcal{K}(x_j + \Delta x) - \mathcal{K}(x_j - \Delta x)}{2\Delta x} + q_j \quad (2.32)$$

gdzie funkcja \mathcal{K} :

$$\mathcal{K}(x) = k(x) \frac{T(x + \Delta x) - T(x - \Delta x)}{2\Delta x} \quad (2.33)$$

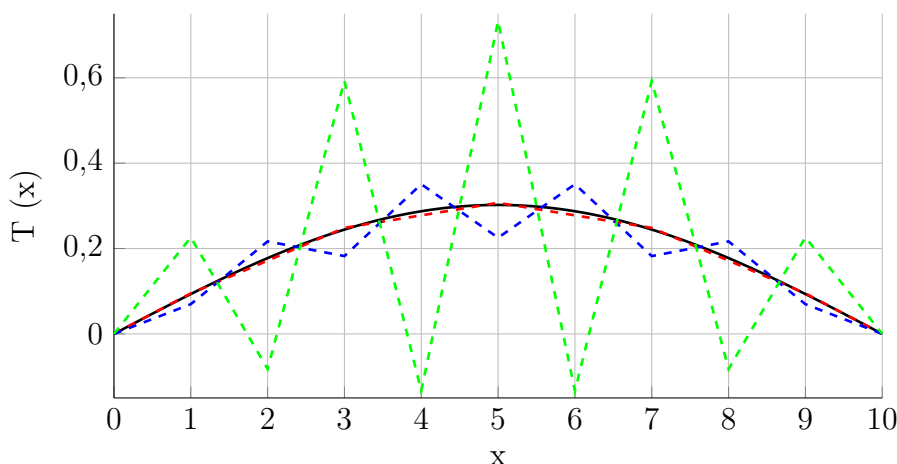
oraz indeks j oznacza wartość danej funkcji w punkcie x_j . Należy zwrócić uwagę, że równania tego typu są często równaniami sztywnymi (ang. *stiff equations*) i do ich rozwiązania należy użyć dedykowanych metod (np. metoda Geara z adaptacyjnym krokiem, która jest opisana w dalszej części pracy). Dodatkowo należy pamiętać, że schemat różnicowy w przypadku równań różniczkowych cząstkowych może prowadzić do niestabilności rozwiązania. Mówi o tym kryterium Couranta-Friedrichsa-Lewy'ego [161]. Rozpatrzmy to na przykładzie równania 2.26. Jeśli pochodna czasowa zostanie zastąpiona przybliżeniem:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T(n + j) - T(n)}{\Delta t} \quad (2.34)$$

i zostaną wprowadzone oznaczenia T^n dla temperatury w chwili t_n , wtedy można zapisać układ równań przybliżający rozwiązanie analityczne łącząc ze sobą wzory 2.34 i 2.30:

$$T_j^{n+1} = T_j^n + \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2} (T_{j+1}^n - 2T_j^n + T_{j-1}^n) \quad (2.35)$$

Na Rysunku 2.7 przedstawione zostało porównanie rozwiązania równania 2.26 dla 3 różnych kroków czasowych: $\Delta t = \{0,5s, 0,53s, 0,56s\}$ (linie przerywane odpowiednio czerwona - - -, niebieska - - - i zielona - - -) z rozwiązaniem analitycznym (czarna linia —) w chwili $t = 10s$. Warunek początkowy został wybrany jako $1 - |x - 5|/5$, zaś warunki brzegowe $T(t,0) = T(t,10) = 0$ oraz parametr $\alpha = 1$. Widać, że dla



Rysunek 2.7: Niestabilność rozwiązania równania 2.26 za pomocą metody różnic skończonych. Linia ciągłą — zostało wykreślone rozwiązanie analityczne, liniami przerywanymi ---, --- i --- rozwiązania numeryczne dla kroków czasowych równych odpowiednio 0,5s, 0,53s i 0,56s

zadanego podziału przestrzennego (w tym przypadku $\Delta x = 1$) rozwiązanie przestaje być stabilne dla kroków czasowych większych niż $\Delta t = \frac{1}{2}$ s co jest zgodne z warunkiem CFL dla tego zagadnienia [160]. Żeby rozwiązanie było stabilne warunek CFL wymaga aby różnicowa liczba Fouriera⁴ spełniała warunek [163]:

$$\Delta Fo = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2} \geq \frac{1}{2} \quad (2.36)$$

Wynika z tego, że aby uniknąć niestabilności numerycznych należy dobrać odpowiedni krok czasowy, co nie zawsze jest łatwe np. w przypadku zmiennych w czasie właściwości materiału. Aby zapewnić dużą dokładność rozwiązania stały krok czasowy powinien być dopasowany do najbardziej niekorzystnych wartości mogących wystąpić w trakcie rozwiązywania. Ze względu na to jawne metody Rungego-Kutty mogą być nieefektywne w tym przypadku i do rozwiązania została użyta funkcja *ode15s* z pakietu MATLAB realizująca algorytm Geara [164] z adaptacyjnym krokiem czasowym. Algorytm opiera się na zamianie np. niejawnej formuły Eulera przez bardziej dokładną formułę niejawną wyższego rzędu:

$$u_j = \sum_{l=1}^{r_{mrs}} \alpha_l u_{j-l} + \beta_0 \frac{du_j}{dt} (t_j - t_{j-1}) \quad (2.37)$$

gdzie r_{mrs} jest rzędem metody różnic wstecznych oraz stałe α_l i β_0 zależą od r_{mrs} (ich optymalne wartości zostały podane w oryginalnej pracy Geara [165]).

Warto zwrócić uwagę, że w literaturze rozważa się również metody rozwiązywania równań różniczkowych z adaptacyjnym podziałem przestrzennym (np. adaptacyjna

⁴W ogólności kryteria stabilności narzucane dla kroków czasowych w przypadku jawnych metod całkowania są odwrotnie proporcjonalne do pewnej potęgi podziału przestrzennego. Najczęściej wykładnik ten jest równy najwyższemu rzędowi pochodnej przestrzennej występującej w danym równaniu [162].

metoda Rothe'go [166]). W metodach tych wprowadza się tak zwaną funkcję monitorującą \mathbf{m} , która kontroluje rozmiar kroku przestrzennego. Jednak na potrzeby analiz w niniejszej dysertacji adaptacyjne metody dyskretyzacji przestrzennej nie będą rozważane.

Metoda linii zaimplementowana jest w pakiecie MATLAB jako funkcja *pdepe*. Na potrzeby rozprawy kod źródłowy funkcji został zoptymalizowany pod kątem rozwiązania problemu odwrotnego określonego układem równań 2.22. W związku z tym zmodyfikowana funkcja *pdepe2* rozwiązuje układ równań postaci:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \mathbf{g}(x, t, \mathbf{u}) \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\mathbf{f}(x, t, \mathbf{u}, \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x}) \right) + \mathbf{q}(x, t, \mathbf{u}, \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x}) \quad (2.38)$$

gdzie funkcja wektorowa \mathbf{u} utożsamiana jest z temperaturą betonu T i wiekiem efektywnym t_e :

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} T \\ t_e \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Zaś funkcje \mathbf{g} , \mathbf{f} oraz \mathbf{q} zdefiniowane są jako:

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} T \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} k \frac{\partial T}{\partial t} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{q} = \begin{bmatrix} q \\ \exp \left(\frac{E}{R} \left(\frac{1}{293,15} - \frac{1}{T+273,15} \right) \right) \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Ponadto ze względu na wielokrotne wywoływanie funkcji *pdepe2* przez procedurę optymalizacyjną nie jest sprawdzana poprawność argumentów wejściowych do programu, co znacznie przyspiesza działanie samej procedury.

2.3.2 Równania MES dla równania przepływu ciepła

Równanie 2.21 w przypadku dwuwymiarowym rozwiązywane jest za pomocą własnego kodu metody elementów skończonych, zaś w przypadku trójwymiarowym użyty został kod komercyjny. Poniżej znajduje się wyprowadzenie sformułowania słabego (sformułowanie Galerkina [167]) dla trójwymiarowego zagadnienia przepływu ciepła. Równania w przypadku dwuwymiarowym można otrzymać pomijając w dalszych rozważaniach pochodne po zmiennej z oraz dobierając odpowiednie funkcje kształtu. Szczegółowe omówienie teorii MES wraz z wyprowadzeniem sformułowania słabego z zasady wariacyjnej można odnaleźć w licznych podręcznikach dotyczących tego tematu np. [168, 169].

Na potrzeby wyprowadzenia równań metody elementów skończonych warunki brzegowe zadane równaniem 2.24 rozdzielane są na dwie kategorie:

- warunki brzegowe Dirichleta

$$T(x, y, z, t) = T_{\Gamma}(x, y, z, t) \quad (2.41)$$

- warunki brzegowe Neumanna

$$k \frac{\partial T}{\partial n} = \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k_y \frac{\partial T}{\partial y} n_y + k_z \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) = \chi T + \beta \quad (2.42)$$

gdzie n_x, n_y, n_z to wektory normalne w kierunku odpowiednio x, y, z , zaś χ oraz β to współczynniki opisujące warunki brzegowe

Sformułowanie słabe dla wybranego elementu skończonego o objętości V dla równania 2.21 możemy zapisać w postaci:

$$\iiint_V \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q - c\rho \frac{\partial T}{\partial t} \right) N_i dV = 0 \quad (2.43)$$

gdzie N_i to i -ta funkcja wagowa, indeks i przebiega po liczbie funkcji wagowych, a dV jest elementem objętości: $dV = dxdydz$. W sformułowaniu Galerkiina rolę funkcji wagowych pełnią wybrane funkcje kształtu i należy utożsamiać te dwa rodzaje funkcji w dalszych rozważaniach. Do trzech pierwszych członów wyrażenia podcałkowego we wzorze 2.43 można zastosować twierdzenie Ostrogradskiego-Gaussa do zamiany całki objętościowej na całkę powierzchniową po powierzchni elementu A :

$$\begin{aligned} & \iiint_V \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right) N_i dV = \\ & \iint_A \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k_y \frac{\partial T}{\partial y} n_y + k_z \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) N_i dA - \\ & \iiint_V \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} + k_y \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial N_i}{\partial y} + k_z \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z} \right) dV \end{aligned} \quad (2.44)$$

Całkę powierzchniową ze wzoru 2.44 możemy rozbić na dwie części: całkę po powierzchni A_D , na której określone są warunki brzegowe Dirichleta oraz całkę po powierzchni A_N z określonymi warunkami brzegowymi Neumanna:

$$\begin{aligned} & \iint_A \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k_y \frac{\partial T}{\partial y} n_y + k_z \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) N_i dA = \\ & \iint_{A_D} \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k_y \frac{\partial T}{\partial y} n_y + k_z \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) N_i dA + \\ & \iint_{A_N} (\chi T + \beta) N_i dA \end{aligned} \quad (2.45)$$

Przy zapisie całki po powierzchni A_N wykorzystano wzór 2.42.

Przy założeniu, że warunki brzegowe Dirichleta są zerowe (rzeczywista wartość temperatury jest uwzględniona na etapie numerycznego rozwiązywania) pierwszy człon w wyrażeniu 2.45 znika i po wstawieniu zależności 2.44 oraz 2.45 do wzoru 2.43 i przeniesieniu niewiadomych na jedną stronę otrzymujemy:

$$\begin{aligned} & \iiint_V \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} + k_y \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial N_i}{\partial y} + k_z \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z} + c\rho \frac{\partial T}{\partial t} N_i \right) dV \\ & - \iint_A \chi T N_i dA = \iiint_V q N_i dV + \iint_A \beta N_i dA \end{aligned} \quad (2.46)$$

Zgodnie z założeniem metody elementów skończonych temperatura w dowolnym punkcie określana jest za pomocą interpolacji n funkcjami kształtu wartości tempe-

ratury T_i w punktach węzłowych:

$$T(x,y,z,t) = (N_1(x,y,z)N_2(x,y,z) \dots N_n(x,y,z)) \begin{pmatrix} T_1(t) \\ T_2(t) \\ \vdots \\ T_n(t) \end{pmatrix} = N^T d \quad (2.47)$$

Założenie takie pozwala pozbyć się pochodnych przestrzennych w równaniu 2.46 i sprowadzić układ równań różniczkowo-całkowych dla wszystkich elementów do postaci układu równań różniczkowych zwyczajnych. Zgodnie z nim występujące w wyrażeniu 2.46 pochodne temperatury można zapisać jako:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1(t) \\ T_2(t) \\ \vdots \\ T_n(t) \end{pmatrix} = B_x^T d \quad (2.48)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1(t) \\ T_2(t) \\ \vdots \\ T_n(t) \end{pmatrix} = B_y^T d \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1(t) \\ T_2(t) \\ \vdots \\ T_n(t) \end{pmatrix} = B_z^T d \quad (2.50)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = (N_1 N_2 \dots N_n) \begin{pmatrix} \dot{T}_1(t) \\ \dot{T}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{T}_n(t) \end{pmatrix} = N^T \dot{d} \quad (2.51)$$

gdzie kropka nad symbolem (np. \dot{d}) oznacza różniczkowanie po czasie.

Wstawiając powyższe wyrażenia w ich skróconej formie do wyprowadzonych wcześniej wzorów otrzymujemy:

$$\begin{aligned} & \iiint_V (c\rho N_i N^T) dV \dot{d} + \iiint_V \left(k_x \frac{\partial N_i}{\partial x} B_x^T + k_y \frac{\partial N_i}{\partial y} B_y^T + k_z \frac{\partial N_i}{\partial z} B_z^T \right) dV d \\ & - \iint_A \chi N_i N^T dA \dot{d} = \iiint_V q N_i dV + \iint_A \beta N_i dA \end{aligned} \quad (2.52)$$

Wyrażenie 2.52 przedstawia i -te równanie układu n równań. Pełny układ można zapisać w zwartej formie jako:

$$\begin{aligned} & \iiint_V (c\rho \mathbf{N} \mathbf{N}^T) dV \dot{\mathbf{d}} + \iiint_V (k_x \mathbf{B}_x \mathbf{B}_x^T + k_y \mathbf{B}_y \mathbf{B}_y^T + k_z \mathbf{B}_z \mathbf{B}_z^T) dV \mathbf{d} \\ & - \iint_A \chi \mathbf{N} \mathbf{N}^T dA \dot{\mathbf{d}} = \iiint_V q \mathbf{N} dV + \iint_A \beta \mathbf{N} dA \end{aligned} \quad (2.53)$$

Jeśli następnie zostaną wprowadzone następujące oznaczenia:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{pmatrix} \quad (2.54)$$

oraz:

$$\mathbf{B}^T = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial N_n}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \cdots & \frac{\partial N_n}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \cdots & \frac{\partial N_n}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.55)$$

wtedy można skrócić zapis poniższego wyrażenia:

$$k_x \mathbf{B}_x \mathbf{B}_x^T + k_y \mathbf{B}_y \mathbf{B}_y^T + k_z \mathbf{B}_z \mathbf{B}_z^T = \mathbf{BCB}^T \quad (2.56)$$

I równanie 2.53 zapisuje się w postaci:

$$\begin{aligned} \iiint_V (c_p \rho \mathbf{NN}^T) dV \mathbf{d} + \left(\iiint_V \mathbf{BCB}^T dV - \iint_A \chi \mathbf{NN}^T dA \right) \mathbf{d} = \\ = \iiint_V q \mathbf{N} dV + \iint_A \beta \mathbf{N} dA \end{aligned} \quad (2.57)$$

i ostatecznie jako:

$$\mathbf{m} \mathbf{d} + (\mathbf{k}_k + \mathbf{k}_\chi) \mathbf{d} = \mathbf{r}_q + \mathbf{r}_\beta \quad (2.58)$$

gdzie poszczególne macierze i wektory zdefiniowane są następująco:

$$\mathbf{k}_k = \iiint_V \mathbf{BCB}^T dV \quad (2.59)$$

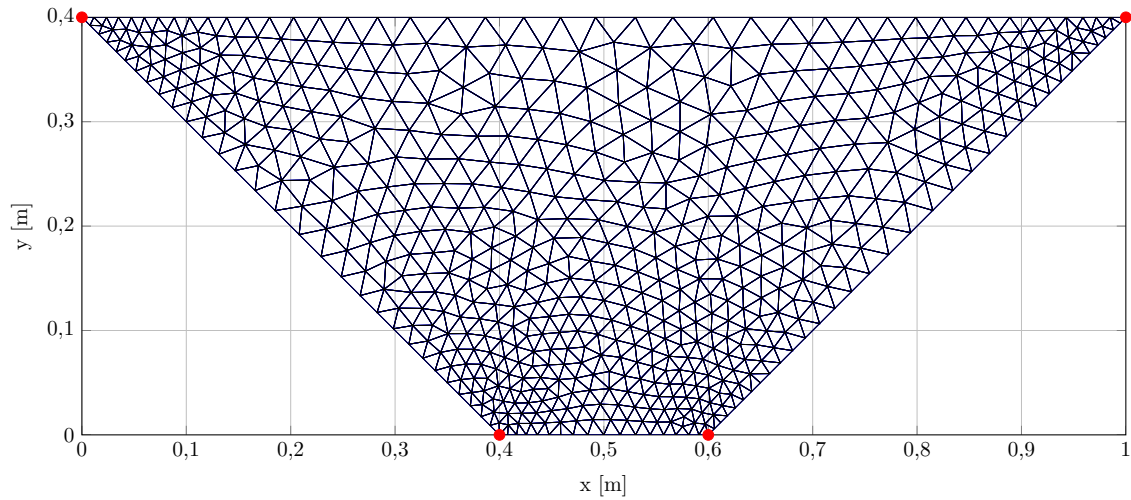
$$\mathbf{k}_\chi = - \iint_A \chi \mathbf{NN}^T dA \quad (2.60)$$

$$\mathbf{m} = \iiint_V c_p \rho \mathbf{NN}^T dv \quad (2.61)$$

$$\mathbf{r}_q = \iiint_V q \mathbf{N} dV \quad (2.62)$$

$$\mathbf{r}_\beta = \iint_A \beta \mathbf{N} dA \quad (2.63)$$

Dysponując taką postacią równań należy wyznaczyć macierze \mathbf{m} , \mathbf{k}_k , \mathbf{k}_χ , \mathbf{r}_q , \mathbf{r}_β dla danego problemu na podstawie wybranych funkcji kształtu oraz danych na temat właściwości termofizycznych betonu oraz uwzględnić ewentualne warunki brzegowe w postaci Dirichleta. Powstały układ równań różniczkowych uzupełniany jest o sprzężone równania opisujące ewolucję wieku ekwiwalentnego dla każdego węzła siatki. W przypadku dwuwymiarowym uzyskany układ równań rozwiązywany jest podobnie jak w omawianej w poprzednim paragrafie metodzie linii za pomocą algorytmu Geara [170]. Ze względu na zależność od czasu i temperatury funkcji źródła

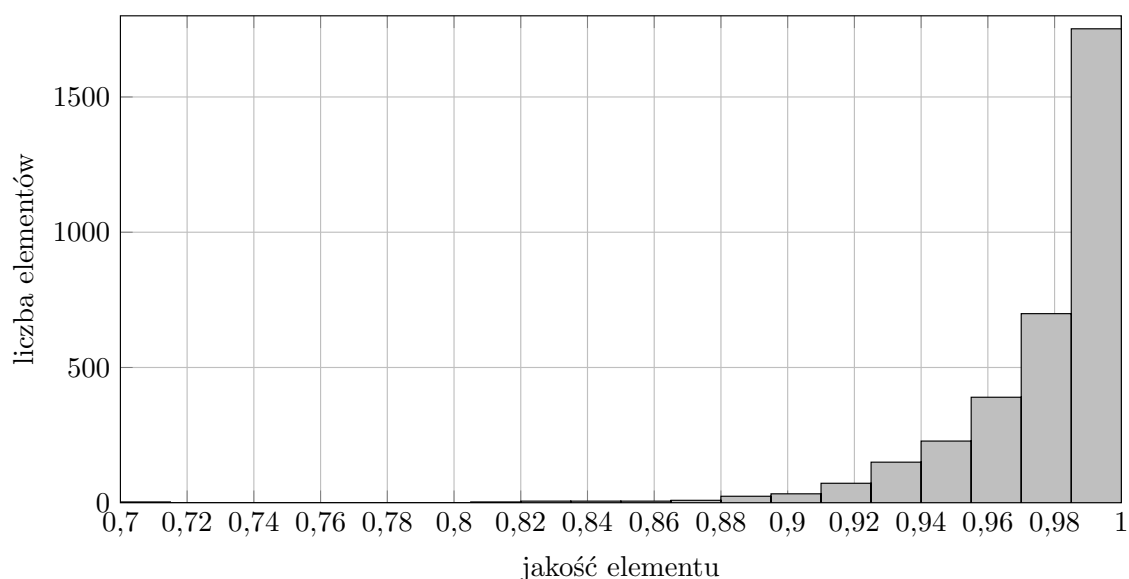


Rysunek 2.8: Przykładowa siatka elementów skończonych

ciepła q oraz właściwości termicznych modelowanego obiektu do rozwiązania zagadnienia stosowane jest rozwiązanie wykorzystujące tzw. macierz mas. Wybór funkcji kształtu jest zdeterminowany podziałem przestrzennym analizowanej domeny oraz wyborem rzędu samych funkcji. Dyskretyzacja w metodzie elementów skończonych polega na podziale modelowanego obiektu na małe elementy (tzw. elementy skończone), dla których rozwiązanie przybliża się za pomocą zakładanych z góry funkcji kształtu, a faktyczne obliczenia wykonuje się tylko w węzłach siatki podziału. Najczęściej stosowanymi elementami w przypadku dwuwymiarowym są trójkąty, ze względu na łatwość podziału obszarów o skomplikowanych kształtach. Do dyskretyzacji dziedziny na potrzeby niniejszej dysertacji użyto algorytmu zaproponowanego w pracy [171]. Zgodnie z pomysłem przedstawionym przez autorów tej pracy węzły siatki trójkątnej (topologia podziału jest zadana za pomocą algorytmu Delaunay'a [172]) znajdują się miejscach wyznaczonych przez punkty równowagi wirtualnej kratownicy, której węzły i pręty pokrywają się z zadaniem podziałem. Przykładowy wynik działania algorytmu przedstawia Rysunek 2.8. Jakość siatki dla elementów trójkątnych jest wyrażana za pomocą parametru $qual$ zdefiniowanego jako [173]:

$$qual = \frac{4\sqrt{3}A}{h_1^2 + h_2^2 + h_3^2} \quad (2.64)$$

gdzie A jest polem powierzchni wybranego elementu, h_1 , h_2 , h_3 to kolejne długości boków elementu. Wartość parametru $qual$ zmienia się w przedziale $[0 - 1]$, przy czym 0 oznacza element zdegenerowany, zaś 1 element regularny. W przypadku siatki przedstawionej na Rysunku 2.8 minimalna jakość elementu wynosi 0,7122, a średnia jej wartość dla wszystkich trójkątów jest równa 0,9769. Oznacza to bardzo dobrą jakość wygenerowanej siatki. Histogram wartości parametru $qual$ dla wszystkich elementów rozważanej siatki został przedstawiony na wykresie na Rysunku 2.9. Kolejnym krokiem dyskretyzacji powierzchni jest określenie węzłów siatki leżących na brzegu aby w dalszym etapie obliczeń nałożyć odpowiednie warunki brzegowe. Koncepcja algorytmu polega na sprawdzeniu liczby elementów trójkątnych, do któ-



Rysunek 2.9: Histogram jakości elementów skończonych dla siatki z Rysunku 2.8

rych przynależy konkretny odcinek powstały z połączenia dwóch wybranych węzłów. Dla odcinków znajdujących się na brzegu dzielonego obszaru liczba przynależnych elementów wynosi jeden, w pozostałych przypadkach jest większa. Po zidentyfikowaniu elementów brzegowych następuje budowa układu równań. Idea akumulacji macierzy opisujących układ polega na dodaniu wartości opisujących relację pomiędzy dwoma konkretnymi węzłami siatki do odpowiedniego miejsca w macierzy. Ze względu na to, że każdy wierzchołek sąsiaduje tylko z kilkoma innymi węzłami, macierz wynikowa jest macierzą rzadką (ang. *sparse matrix*). Z uwagi na wydajność metod numerycznych rozwiązujących układ równań oraz na uwarunkowanie macierzy należy dążyć do tego, aby macierze rzadkie opisujące problem były macierzami wstęgowymi (ang. *band matrix*). Dokonuje się tego poprzez odpowiednią numerację węzłów, aby węzły leżące blisko siebie w sensie geometrycznym znajdowały się również w nieodległych komórkach macierzy. Powoduje to szybsze rozwiązanie problemu z powodu mniejszej liczby przetwarzanych danych (kwadratową macierz wstęgową o rozmiarze $n \times n$ można przechowywać $n \cdot k$ komórkach pamięci zamiast w n^2 , gdzie k jest liczbą niezerowych pasm w macierzy).

W przypadku modelu trójwymiarowego do rozwiązania zagadnienia użyto programu COMSOL Multiphysics (wersja 4.4). Skorzystano z dwóch wbudowanych modułów programu:

- *Heat Transfer in Solids (ht)* - odpowiedzialny za modelowanie przepływu ciepła,
- *Domain ODEs and DAEs (dode)* - obliczanie stowarzyszonego parametru t_e .

Wartości ciepła właściwego, współczynnika przewodnictwa cieplnego oraz ciepła hydratacji zostały zadane w postaci funkcji interpolacyjnych. Pozostałe szczegóły dotyczące zaimplementowanego modelu zostały omówione w dalszej części rozprawy przy dyskusji wyników.

2.4 Model temperatury otoczenia

Uzyskanie poprawnych wyników numerycznych w przypadku symulacji obiektu w warunkach polowych jest zadaniem znacznie trudniejszym niż w kontrolowanej sytuacji laboratoryjnej. Warunki brzegowe dla danego zagadnienia powinny uwzględniać radiację słoneczną, promieniowanie z otoczenia (przykładowe rodzaje warunków brzegowych zostały przedstawione na Rysunku 2.10), warunki wietrzne, czy dobowe wahania temperatury, które to mają wpływ na szybkość wymiany ciepła z otoczeniem (patrz Tablica 1.5). Wymaga to przede wszystkim uzupełnienia modelu przepływu ciepła w betonie o wiarygodny model temperatury powietrza. Model ten powinien być uzupełniony w ramach możliwości o dostępne prognozy pogody bądź dane historyczne na podstawie których można oszacować temperaturę otoczenia dla okresu w którym wykonywane będzie betonowanie. W niniejszej pracy użyto modelu zaproponowanego przez Cesaraccio i innych [101]. Model opisuje dzienną zmienność temperatury poprzez podział doby na trzy okresy:

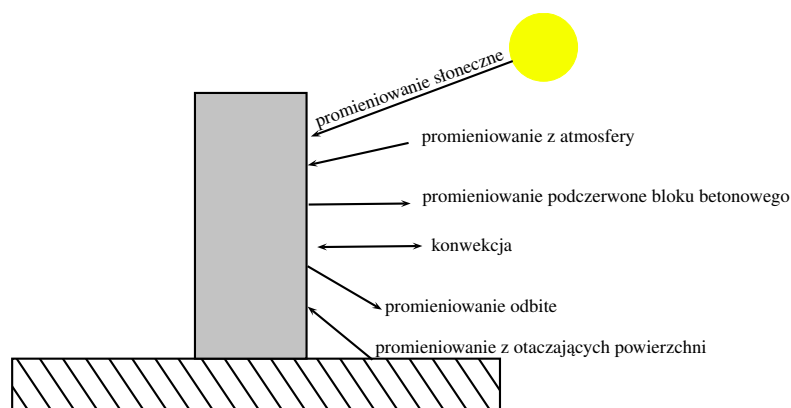
- od wschodu Słońca do chwili wystąpienia maksymalnej temperatury w ciągu dnia - interpolacja za pomocą funkcji sinusoidalnej,
- od chwili wystąpienia maksymalnej temperatury do zachodu Słońca - interpolacja za pomocą funkcji sinusoidalnej,
- od zachodu Słońca do wchodu Słońca - przybliżenie za pomocą funkcji pierwiastkowej.

Zależności te ujęte są za pomocą poniższego wzoru:

$$T_{ot}(t) = \begin{cases} T_n + a \sin\left(\frac{t-H_n}{H_x-H_n} \frac{\pi}{2}\right) & H_n < t \leq H_x \\ T_0 + R \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{t-H_x}{4} \frac{\pi}{2}\right) & H_x < t \leq H_0 \\ T_0 + b\sqrt{t-H_0} & H_0 < t \leq H_p \end{cases} \quad (2.65)$$

gdzie:

- T_n - minimalna temperatura powietrza
- H_n - godzina wschodu Słońca (czas wystąpienia temperatury T_n)
- T_x - maksymalna temperatura powietrza
- H_x - czas wystąpienia maksymalnej temperatury powietrza T_x , w przyjętym modelu $H_x = H_0 - 4$
- T_p - minimalna temperatura powietrza kolejnego dnia
- H_p - godzina wchodu Słońca kolejnego dnia (czas wystąpienia temperatury T_p)
- $T_0 = T_x - 0,39(T_x - T_p)$
- H_0 - godzina zachodu Słońca



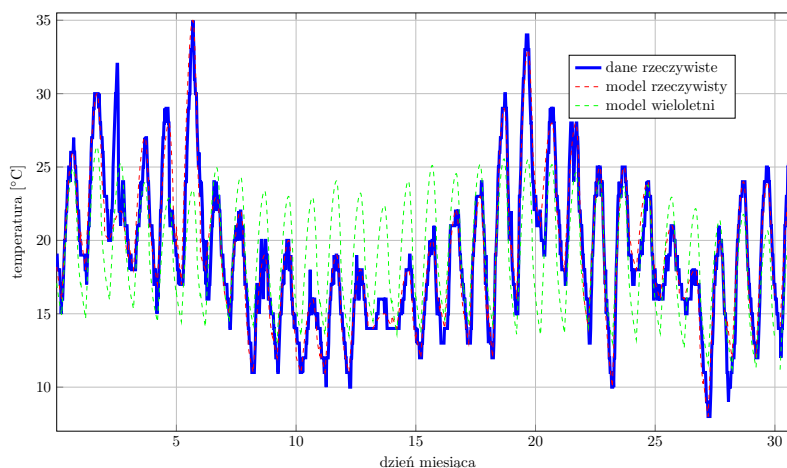
Rysunek 2.10: Przykładowe rodzaje warunków brzegowych, które powinny być uwzględnione w przypadku wyznaczania temperatury obiektów betonowych w warunkach polowych

- $a = T_x - T_n$
- $R = T_x - T_0$
- $b = \frac{T_p - T_0}{\sqrt{H_p - H_0}}$

Wykres na Rysunku 2.11 przedstawia temperaturę zarejestrowaną w Warszawie w sierpniu 2012 roku⁵ wraz z wynikami dwóch modeli. Pierwszy z nich, tzw. model rzeczywisty (przerywana, czerwona linia na Rysunku 2.11), bazuje na równaniu 2.65 oraz maksymalnych i minimalnych temperaturach zaczerpniętych bezpośrednio z pomiarów z sierpnia 2012 roku. Zgodność przewidywanej temperatury ze zmierzoną temperaturą powietrza jest bardzo dobra, co dowodzi, że proponowany model jest wystarczający do potrzeb modelowania temperatury w konstrukcjach betonowych. Wyjątek stanowi 3 dzień sierpnia, kiedy maksymalna temperatura w ciągu dnia została zanotowana o godzinie 13, zaś w przyjętym modelu za temperaturę maksymalną przyjmowana jest wartość T_x odczytana na cztery godziny przed zachodem Słońca. Przerywaną linią zieloną na Rysunku 2.11 naniesiony został rezultat tzw. modelu wieloletniego. W modelu tym maksymalne i minimalne temperatury występujące w równaniu 2.65 zostały przyjęte na podstawie średnich wieloletnich dla danego dnia dla Warszawy. Zgodność z zarejestrowanymi wartościami temperatury jest oczywiście znacznie gorsza niż w przypadku modelu rzeczywistego, ale w przypadku braku prognoz pogody jest to jedyna możliwość uwzględnienia wpływu warunków atmosferycznych na temperaturę we wznoszonej konstrukcji betonowej. Ponadto w celu oceny jakości modelu wieloletniego porównano jakość przewidywania temperatury za pomocą tego modelu z numeryczną prognozą pogody dostarczaną przez Interdyscyplinarne Centrum Modelowania Matematycznego i Komputerowego Uniwersytetu Warszawskiego⁶. Do weryfikacji poprawności zastosowano następujące

⁵Historyczne wartości temperatury dostępne są na stronach Amerykańskiego Archiwum Danych Meteorologicznych - www.ncdc.noaa.gov

⁶Prognoza pogody ICM dostępna jest pod adresem www.meteo.pl.



Rysunek 2.11: Temperatura w sierpniu 2012 w Warszawie - porównanie modeli z pomiarami

wskaźniki sprawdzalności [174]: błąd średni ME (ang. *Mean Error*), średni błąd bezwzględny MAE (ang. *Mean Absolute Error*) i pierwiastek ze średniego błędu kwadratowego $RMSE$ (ang. *Root Mean Squared Error*). Są one zdefiniowane następującymi wzorami:

- błąd systematyczny:

$$ME = (1/n) \sum_{i=1}^n (f_i - o_i) \quad (2.66)$$

gdzie: f - prognoza, o - obserwacja, n - rozmiar próbki weryfikacyjnej

- średni błąd bezwzględny:

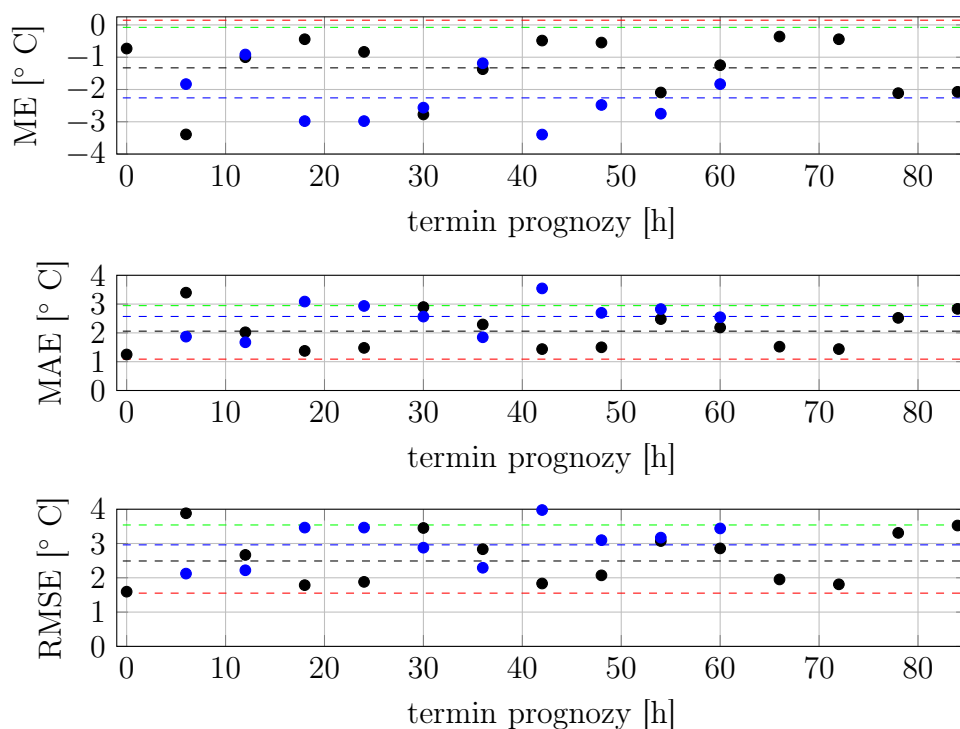
$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |f_i - o_i| \quad (2.67)$$

- pierwiastek ze średniego błędu kwadratowego:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (f_i - o_i)^2} \quad (2.68)$$

Porównanie wyżej zdefiniowanych miar dla modelu COAMPS (ang. *Coupled Ocean-Atmosphere Mesoscale Prediction System*) oraz modelu UM (ang. *Unified Model*) dostarczanych przez ICM⁷ z modelem zaadaptowanym w tej pracy przedstawiają wykresy na Rysunku 2.12. Uzyskane średnie wartości miar błędów wynoszą odpowiednio: dla modelu rzeczywistego $ME = 0,1465$, $MAE = 1,0886$ oraz $RMSE = 1,5526$; dla modelu wieloletniego $ME = -0,0749$, $MAE = 2,9455$ oraz $RMSE = 3,5401$. W przypadku modelu wieloletniego średnie wartości tych miar zbliżone są do najgorszych wartości uzyskanych na podstawie numerycznych prognoz prognozy. Potwierdza to przydatność wybranego modelu.

⁷Miesięczne wskaźniki sprawdzalności numerycznej prognozy pogody dostępne są pod adresem weryfikacja.icm.edu.pl.



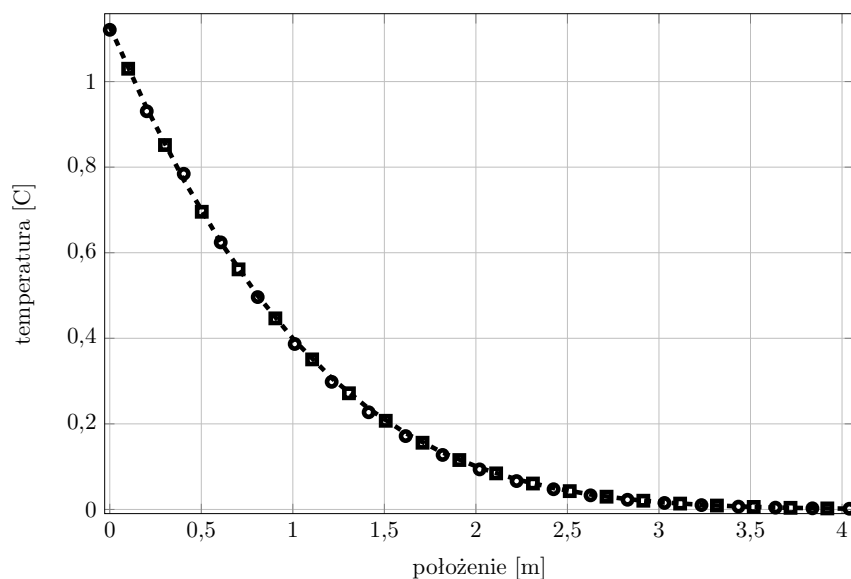
Rysunek 2.12: Niebieskie (•) i czarne (•) punkty oznaczają odpowiednio błędy prognoz na podstawie modelu UM i COAMPS w zależności od terminu prognozy. Liniami przerywanymi przedstawiono średnie wartości błędów prognoz: - - - - dla modelu temperatury bazującego na średnich wieloletnich, - - - dla modelu temperatury bazującego na pomiarach rzeczywistych, - - - dla modelu COAMPS i - - - dla modelu UM

2.5 Weryfikacja modeli numerycznych

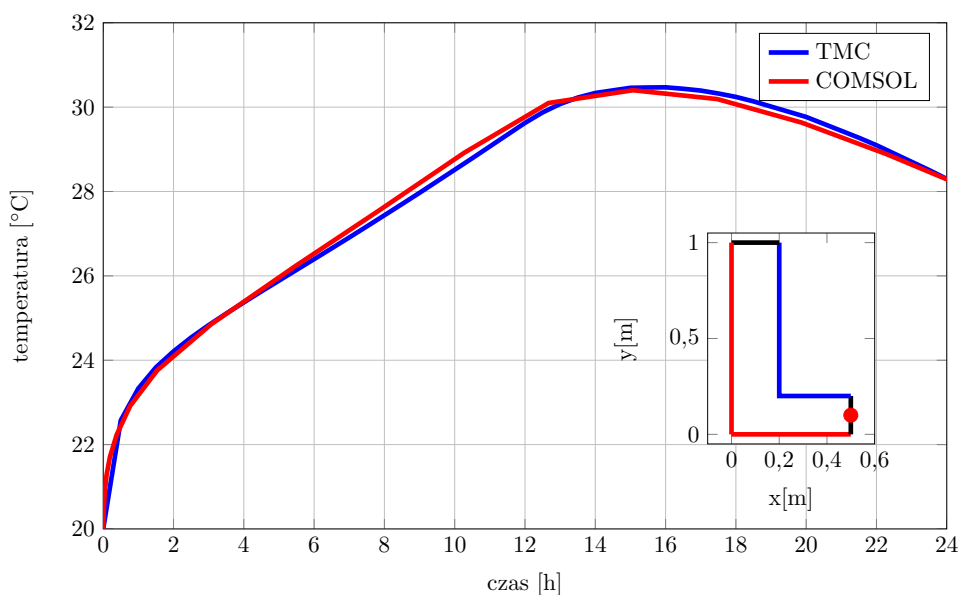
Weryfikacja zbudowanego autorskiego programu polega na porównaniu wyników rozwiązania analitycznego i numerycznego [175]. Jako przykład zostało wybrane zagadnienie opisujące ewolucję temperatury w pręcie o szerokości 1m i długości 20m o zadanej temperaturze początkowej 0°C . Rozważany pręt jest izolowany termicznie na brzegach z wyjątkiem lewego krańca, gdzie strumień ciepła przekazywany z otoczenia wynosi 1W . Ciepło właściwe jest równe $1\frac{\text{J}}{\text{kgK}}$, przewodność cieplna $1\frac{\text{W}}{\text{mK}}$, gęstość $1\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Dla tak postawionego problemu istnieje rozwiązanie analityczne w przybliżeniu jednowymiarowym dane następującym wzorem [168]:

$$T(x,t) = 2\sqrt{\frac{t}{\pi}} \left[e^{-\frac{x^2}{4t}} - \frac{x}{2}\sqrt{\frac{\pi}{t}} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{t}}\right) \right] \quad (2.69)$$

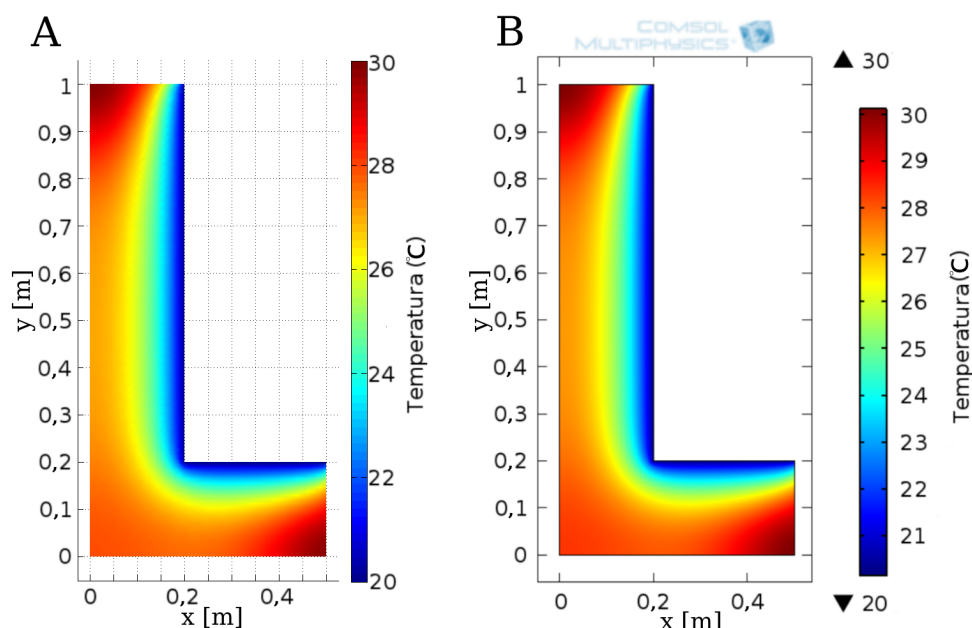
Na Rysunku 2.13 zostało przedstawione porównanie wyniku modelu dwuwymiarowego MES oraz jednowymiarowej metody linii ze ścisłym rozwiązaniem danym wzorem 2.69. Zgodność rozwiązań numerycznych z postacią analityczną zarówno w przypadku modelu jednowymiarowego jak i dwuwymiarowego jest bardzo dobra. Dodatkowo w celu potwierdzenia czy autorski program nie zawiera błędów porów-



Rysunek 2.13: Porównanie rozkładu temperatury w pręcie w chwili $t = 1s$. Linia ciągła reprezentuje rozwiązanie analityczne dane wzorem 2.69, kwadraty reprezentują numeryczne rozwiązanie problemu 1D metodą linii, zaś kółka oznaczają rozwiązanie za pomocą dwuwymiarowego programu MES



Rysunek 2.14: Porównanie przebiegów temperatury w obiekcie o kształcie litery L (jego wymiary przedstawia mniejszy wykres) w punkcie o współrzędnych $x = 0,5m$, $y = 0,1m$ (czerwony punkt na mniejszym wykresie) obliczonych za pomocą autorzkiego programu TMC (linia niebieska) i pakietu COMSOL (linia czerwona)



Rysunek 2.15: Porównanie rozkładów temperatury w obiekcie o kształcie litery L w chwili $t = 10\text{h}$ obliczonych za pomocą autorskiego programu TMC (wykres A) i pakietu COMSOL (wykres B)

nano wyniki obliczeń numerycznych z programem COMSOL. W tym celu wykonano dwuwymiarowy model testowy obiektu o kształcie litery L. Jego dokładne wymiary mogą zostać odczytane z małego wykresu na Rysunku 2.14. Parametry termiczne, warunki początkowe oraz brzegowe zostały dobrane w następujący sposób:

- współczynnik przewodnictwa ciepła $k = 1\text{W}/(\text{m K})$,
- ciepło właściwe $c = 1000\text{J}/(\text{kg K})$,
- gęstość $\rho = 2200\text{kg}/\text{m}^3$,
- wewnętrzne źródło ciepła zostało zadane za pomocą następującego wzoru:

$$q(t) = \begin{cases} 100 \cdot t & \text{dla } t < 12\text{h} \\ -100 \cdot t + 2400 & \text{dla } t \geq 12\text{h} \end{cases} \quad (2.70)$$

- temperatura początkowa obiektu $T_0 = 20^\circ\text{C}$,
- temperatura otoczenia $T_{ot} = 30^\circ\text{C}$,
- izolacja termiczna na krawędziach oznaczonych kolorem czerwonym na małym wykresie z Rysunku 2.14,
- ustalona temperatura $T_\Gamma = 20^\circ\text{C}$ na krawędziach oznaczonych kolorem niebieskim na małym wykresie z Rysunku 2.14,








- swobodna wymiana ciepła z otoczeniem poprzez krawędzie oznaczone kolorem czarnym na małym wykresie z Rysunku 2.14. Przy czym przyjęto wartość współczynnika wymiany ciepła $h = 10\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$.

Czas symulacji wynosił 24h. Na większym wykresie z Rysunku 2.14 przedstawiona została zmiana temperatury w punkcie o współrzędnych $x = 0,5\text{m}$, $y = 0,1\text{m}$ modelowanego obiektu. Przebieg temperatury obliczonej za pomocą autorskiego programu TMC (linia niebieska) z zadowalającą dokładnością zgadza się z wynikami uzyskanymi za pomocą programu COMSOL. Na kolejnym wykresie (Rysunek 2.15) zaprezentowano rozkład pola temperatury w całym obiekcie w chwili $t = 10\text{h}$. Rysunek 2.15A przedstawia wynik z programu TMC, zaś Rysunek 2.15B pole temperatury obliczone w pakiecie COMSOL. Również w tym przypadku uzyskana zgodność jest bardzo dobra, co potwierdza poprawność oprogramowanych metod.

2.6 Analiza wrażliwości modelu termicznego 2D

Tak jak dyskutowano wcześniej każdy z członów równania przewodnictwa cieplnego 2.22 zależy od wieku betonu. Mimo, że taki model najbardziej odpowiada sytuacji rzeczywistej, wielu autorów publikacji decyduje się pominąć te zależności tłumacząc ten fakt bądź zbyt małą zmiennością używanych parametrów, bądź niedostatecznymi badaniami zależności parametrów termicznych od wieku betonu lub też niewspółmiernym do korzyści skomplikowaniem modelu numerycznego. Poniżej przedstawiona jest analiza wpływu wartości stałych materiałowych na rozkłady temperatury w przykładowym dwuwymiarowym elemencie betonowym. Kształt analizowanego obiektu został przedstawiony na ilustracji w poprzednim paragrafie (Rysunek 2.8) i odpowiada on kształtem tzw. dwuwymiarowej formie pomiarowej, która była używana podczas eksperymentów. Na potrzeby analizy wrażliwości modelu 2D dolna podstawa trapezu oraz jego ściany boczne są izolowane termicznie, zaś przez górną krawędź zachodzi swobodna wymiana ciepła z otoczeniem. Wyniki obliczeń zostały zaprezentowane w postaci krzywych odpowiadających przebiegom temperatury w czasie w siedmiu punktach elementu betonowego o następujących współrzędnych (x, y) : (10cm, 35cm), (25cm, 40cm), (30cm, 15cm), (30cm, 28cm), (50cm, 7cm), (50cm, 21cm), (50cm, 34cm). Rysunek 2.16 przedstawia legendę, według której oznaczane są rezultaty symulacji rozkładu temperatury w punktach o podanych współrzędnych w dalszej części tego rozdziału. Jeśli nie zaznaczono inaczej, to w symulacji zostały użyte następujące parametry:

- gęstość betonu $\rho = 2400\text{kg}/\text{m}^3$,
- ciepło właściwe $c = \left(890 + \frac{260}{604800}t_e\right) \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$ (wiek równoważny t_e jest wyrażony w sekundach),
- współczynnik przewodnictwa ciepła $k = \left(2,25 - \frac{0,64}{604800}t_e\right) \frac{\text{W}}{\text{mK}}$ (wiek równoważny t_e jest wyrażony w sekundach),
- temperatura początkowa $T_0 = 20^\circ\text{C}$,

	$x = 0,30\text{m}, y = 0,28\text{m}$		$x = 0,50\text{m}, y = 0,34\text{m}$
	$x = 0,30\text{m}, y = 0,15\text{m}$		$x = 0,50\text{m}, y = 0,21\text{m}$
	$x = 0,25\text{m}, y = 0,40\text{m}$		$x = 0,50\text{m}, y = 0,07\text{m}$
	$x = 0,1\text{m}, y = 0,35\text{m}$		

Rysunek 2.16: Legenda do wykresów przedstawionych w dalszej części rozdziału (kolorami wyróżniono przebieg temperatury w punktach o podanych współrzędnych)

- temperatura otoczenia $T_{ot} = 20^\circ\text{C}$,
- współczynnik wymiany ciepła z otoczeniem $H = 9\text{W}/(\text{m}^2 \text{K})$,
- czas symulacji: trzy doby,
- ciepło twardnienia zadano w postaci analitycznej: $S = \frac{1056000 \cdot \exp(-12 \ln(t_e)^{-2,2})}{t_e \ln(t_e)^{3,2}}$ (wiek równoważny t_e wyrażony jest w godzinach).

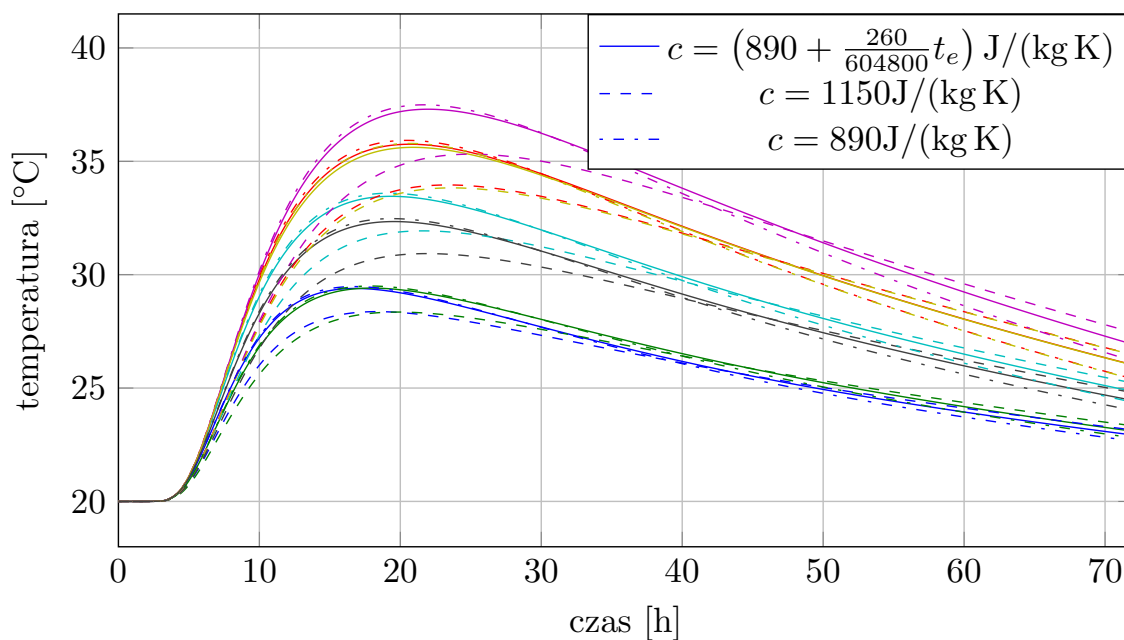
W pierwszej kolejności przeanalizowany został wpływ ciepła właściwego betonu na rozkład temperatury. Na Rysunku 2.17 przedstawiono rozkład temperatury w trzech następujących przypadkach w punktach opisanych legendą 2.16:

1. $c = 1150\text{J}/(\text{kg K})$ - wyniki oznaczone linią ---- na Rysunku 2.17,
2. $c = 890\text{J}/(\text{kg K})$ - wyniki oznaczone linią - - - - na Rysunku 2.17,
3. $c = \left(890 + \frac{260}{604800}t_e\right)\text{J}/(\text{kg K})$ - wyniki oznaczone linią — na Rysunku 2.17.

Zgodnie z definicją, ciepło właściwe to ciepło potrzebne do zwiększenia temperatury ciała o jednostkowej masie o jedną jednostkę, zatem ciało o mniejszym cieple właściwym przy tej samej postaci funkcji ciepła twardnienia powinno osiągać większą temperaturę. Przy czym zgodnie z założeniami modelu numerycznego przyjętego w pracy ta sama postać analityczna ciepła twardnienia nie oznacza tych samych wartości w danej chwili w całym obiekcie, ponieważ ciepło wydzielone w danym punkcie ciała zależy od historii temperatury w tym punkcie. Analizując wyniki przedstawione na Rysunku 2.17 istotnie maksymalną temperaturę osiąga beton, w przypadku którego wartość ciepła właściwego jest minimalna (przypadek 2). Z kolei w przypadku 1 temperatura w początkowym okresie twardnienia osiąga wartości najniższe, jednak powyżej drugiej doby, kiedy ciepło hydratacji wydzielane jest ze zdecydowanie mniejszą intensywnością, najwyższa temperatura betonu odnotowywana jest właśnie w tym przypadku. Jest to konsekwencją większej bezwładności cieplnej I , którą definiuje się jako pierwiastek z iloczynu ciepła właściwego, współczynnika przewodzenia ciepła oraz gęstości materiału [176]:

$$I = \sqrt{k\rho c} \quad (2.71)$$

Zbliżone temperatury w początkowym okresie samonagrzewania się betonu w przypadku 2 i 3 wynikają z faktu zbliżonych wartości ciepła właściwego w początkowym



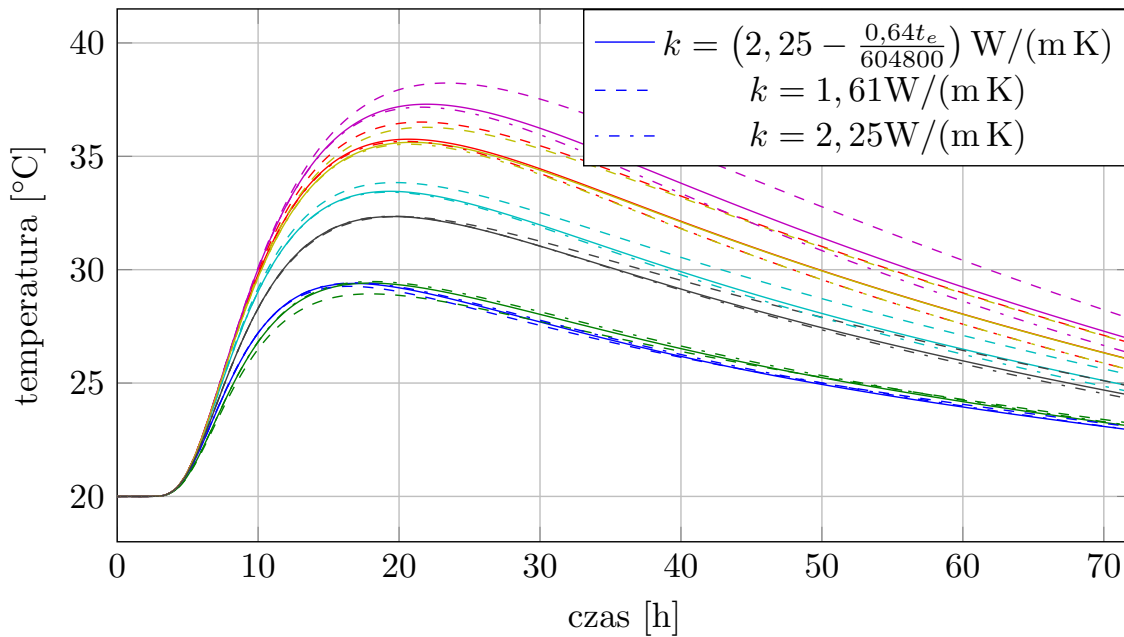
Rysunek 2.17: Zestawienie wyników trzech symulacji przy różnych wartościach ciepła właściwego (kolejne krzywe przedstawiają temperaturę w punktach o współrzędnych według Rysunku 2.16)

okresie symulacji. Maksymalne różnice temperatury zarejestrowane w tych samych punktach sięgają $3\text{ }^{\circ}\text{C}$, należy jednak podkreślić, że funkcja ciepła hydratacji została dobrana tak, aby maksymalna temperatura wynosiła około $35\text{ }^{\circ}\text{C}$, co jest umiarkowaną temperaturą w twardniejących elementach masywnych. Warto również odnotować, że wartość parametru c w modelu numerycznym ma pośredni wpływ na czas wystąpienia temperatury maksymalnej, który opóźnia się wraz ze wzrostem wartości ciepła właściwego.

W drugiej kolejności przeanalizowany został wpływ współczynnika przewodnictwa cieplnego na rozkład temperatury. Ponownie rozważono trzy różne przypadki:

1. $k = 2,25\text{ W}/(\text{m K})$ - wyniki oznaczone linią - - - - na Rysunku 2.18,
2. $k = 1,61\text{ W}/(\text{m K})$ - wyniki oznaczone linią - - - - na Rysunku 2.18,
3. $k = \left(2,25 - \frac{0,64t_e}{604800}\right)\text{ W}/(\text{m K})$ - wyniki oznaczone linią — na Rysunku 2.18.

Rysunek 2.18 zawiera zestawienie rozkładów temperatury w trzech omawianych przypadkach. Zgodnie z definicją współczynnik przewodnictwa cieplnego określa zdolność substancji do przewodzenia ciepła. W tych samych warunkach więcej ciepła przepływa przez substancję o większym współczynniku przewodności cieplnej. Oznacza to, że w przypadku rozważanego elementu betonowego, w którym przez jedną ze ścian odbywa się swobodna wymiana ciepła z otoczeniem, wyższa wartość współczynnika k powinna korelować z niższą wartością temperatury. Faktycznie maksymalne wartości temperatury osiągnięte są w przypadku 2. Na uwagę zasługuje fakt, że różnice temperatury obliczone dla tych samych punktów przy różnych



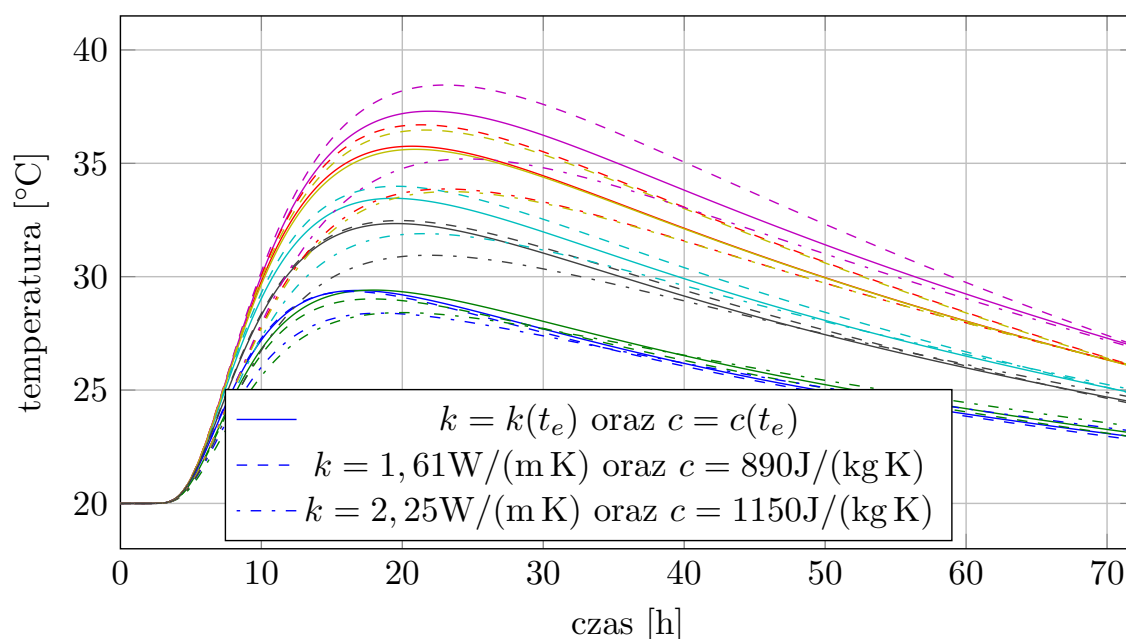
Rysunek 2.18: Zestawienie wyników trzech symulacji dla różnych wartości współczynnika przewodnictwa ciepła (kolejne krzywe przedstawiają temperaturę w punktach o współrzędnych według Rysunku 2.16)

wartościach współczynnika przewodnictwa cieplnego są relatywnie mniejsze niż w przypadku ciepła właściwego i nie przekraczają 2°C , mimo że podobnie jak w przypadku ciepła właściwego wartości minimalne i maksymalne zostały dobrane na podstawie skrajnych wartości tych parametrów odnalezionych w literaturze przedmiotu. W przypadkach 1 i 3 obliczona temperatura jest zbliżona w pierwszej fazie procesu ze względu na zbliżone wartości współczynnika k w początkowym okresie symulacji.

Następnie rozpatrzono jednoczesny wpływ ciepła właściwego c i współczynnika przewodnictwa cieplnego k na rozkład temperatury. W tym celu rozważono trzy wymienione poniżej przypadki:

1. $k = 2,25\text{W}/(\text{m K})$ oraz $c = 1150\text{J}/(\text{kg K})$ - wyniki oznaczone linią $\cdots\cdots$ na Rysunku 2.19,
2. $k = 1,61\text{W}/(\text{m K})$ oraz $c = 890\text{J}/(\text{kg K})$ -wyniki oznaczone linią $\cdots\cdots$ na Rysunku 2.19,
3. $k = \left(2,25 - \frac{0,64t_e}{604800}\right)\text{W}/(\text{m K})$ oraz $c = \left(890 + \frac{260}{604800}t_e\right)\text{J}/(\text{kg K})$ - wyniki oznaczone linią — na Rysunku 2.19.

Uzyskany rozkład temperatury w powyższych przypadkach w punktach opisanych legendą z Rysunku 2.16 zostały przedstawione na Rysunku 2.19. Zgodnie z rezultatami uzyskanymi wcześniej największą temperaturę osiągnięto w przypadku 2 (minimalne założone wartości k i c), zaś najmniejsze w przypadku 1 (maksymalne założone wartości k i c). Wynik ten jest oczywiście konsekwencją wzoru 2.71 określającego



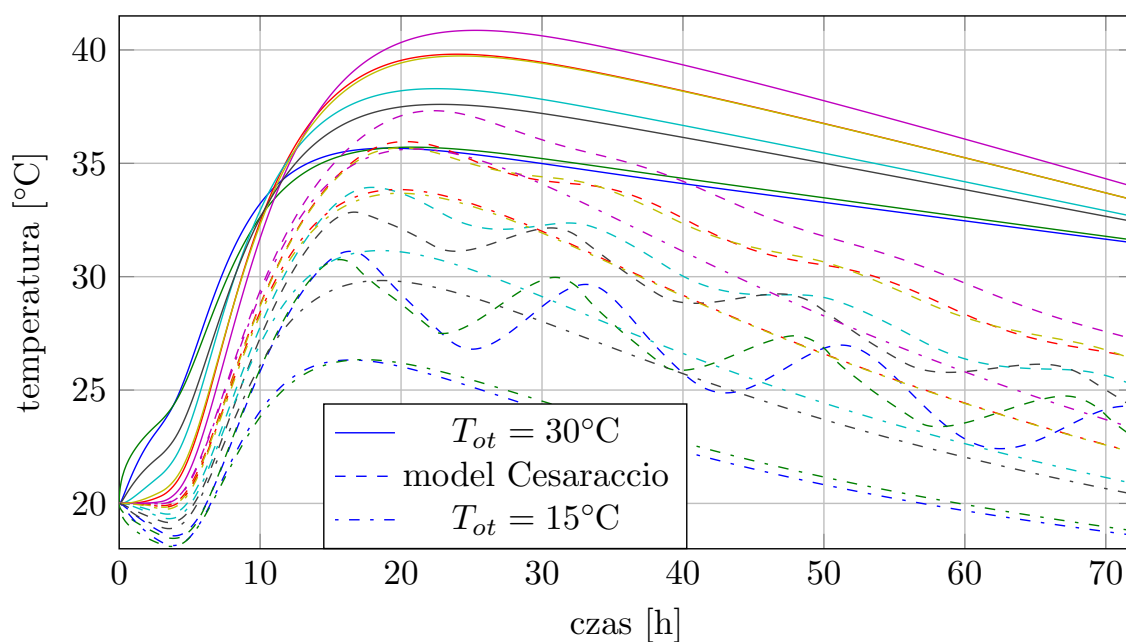
Rysunek 2.19: Zestawienie trzech wyników symulacji dla różnych wartości współczynników k i c (kolejne krzywe przedstawiają temperaturę w punktach o współrzędnych według Rysunku 2.16)

bezwładność cieplną. Maksymalna różnica temperatury zarejestrowana w tych samych punktach, wynosiła około $3,5^{\circ}\text{C}$, co stanowi około 19% wyznaczonego zakresu temperatury. Oznacza to, że różnice w oszacowaniu parametrów k i c nakładają się na siebie. Wyniki dla parametrów zależnych od czasu (punkt 3) ponownie plasują się pomiędzy przypadkami, w których przyjęto stałą wartość k i c , jednak różnice stały się bardziej znaczące.

W rozważanych poprzednio przypadkach przyjęto uproszczenie dotyczące stałej temperatury otoczenia. Aby model wierniej odwzorowywał rzeczywistość powinien on uwzględniać również czynnik zmiennej temperatury otoczenia. We wcześniejszej części dysertacji został opisany model temperatury otoczenia. Jego wpływ wraz z dwoma innymi przypadkami na rozkład temperatury w betonie został przeanalizowany w dalszej części. Trzy rozważone przypadki zróżnicowanej temperatury otoczenia to:

1. stała temperatura otoczenia $T_{ot} = 15^{\circ}\text{C}$ - wyniki oznaczone linią \cdots na Rysunku 2.20,
2. zmienna temperatura otoczenia zgodnie z modelem 2.65 - wyniki oznaczone linią $----$ na Rysunku 2.20,
3. stała temperatura otoczenia $T_{ot} = 30^{\circ}\text{C}$ - wyniki oznaczone linią $—$ na Rysunku 2.20.

Dane do modelu opisanego wzorem 2.65 przyjęto dla średnich wieloletnich temperatur w sierpniu w Warszawie (Rysunek 2.11). Rysunek 2.20 przedstawia zestawienie

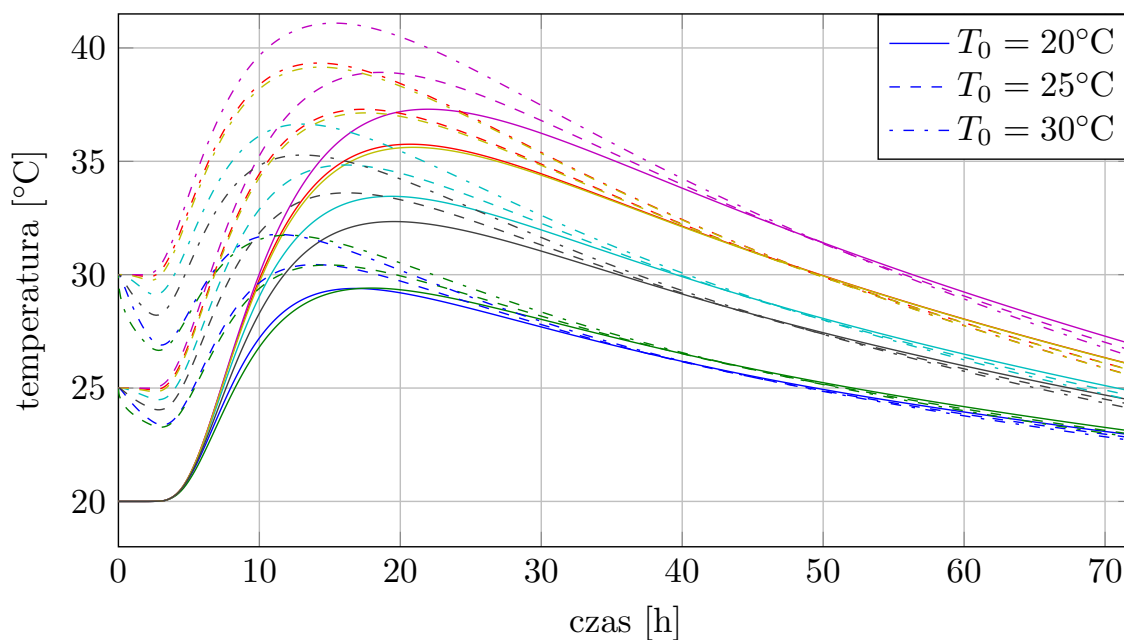


Rysunek 2.20: Zestawienie wyników symulacji w trzech przypadkach temperatury otoczenia T_{ot} (kolejne krzywe przedstawiają temperaturę w punktach o współrzędnych według Rysunku 2.16)

uzyskanych wyników trzech omawianych wyżej przypadkach. Zgodnie z intuicją, maksymalne wartości są osiągane w przypadku temperatury otoczenia wynoszącej 30°C , najniższe w przypadku temperatury otoczenia 15°C , zaś wartości pośrednie dla zmiennej w czasie temperatury otoczenia. Jednocześnie można zaobserwować, iż zmiany temperatury otoczenia mają mniejszy wpływ na temperaturę w głębszych warstwach elementu betonowego. Na uwagę zasługuje spostrzeżenie, że piętnastostopniowa różnica temperatury otoczenia (przypadek 1 i 3) powoduje zbliżone różnice maksimum temperatury, jak w przypadku jednoczesnego wpływu ciepła właściwego i współczynnika przewodnictwa cieplnego. Pokazuje to jak istotny jest dobór odpowiednich wartości parametrów k i c .

Jako ostatni przykład analizy wrażliwości modelu zbadany został wpływ temperatury początkowej betonu na obliczone wartości temperatury. Podwyższona temperatura składników mieszanki betonowej może wpływać na właściwości reologiczne mieszanki betonowej, a przez to także na cechy użytkowe stwardniałego betonu [177]. Dlatego też wykonano symulację w trzech przypadkach, aby zbadać czułość modelu na warunki początkowe:

1. temperatura początkowa betonu $T_0 = 20^{\circ}\text{C}$ - wyniki oznaczone linią — na Rysunku 2.21,
2. temperatura początkowa betonu $T_0 = 25^{\circ}\text{C}$ - wyniki oznaczone linią ---- na Rysunku 2.21,
3. temperatura początkowa betonu $T_0 = 30^{\circ}\text{C}$ - wyniki oznaczone linią - - - - na Rysunku 2.21.



Rysunek 2.21: Zestawienie wyników symulacji w trzech przypadkach temperatury początkowej (kolejne krzywe przedstawiają temperaturę w punktach o współrzędnych wg Rysunku 2.16)

Na Rysunku 2.21 przedstawiono rozkład temperatury w powyższych przypadkach w punktach opisanych legendą z Rysunku 2.16. Z przedstawionych wykresów widać, że wyższa temperatura początkowa powoduje wyższą temperaturę w analizowanym bloku betonowym. Na uwagę jednak zasługuje fakt, że procesy rozpoczynające się przy wyższej temperaturze generują również większe różnice temperatury podczas procesu twardnienia, co podwyższa ryzyko wystąpienia spękań termicznych [115]. Jest to ważny wniosek, ponieważ szczególnie w okresie letnim temperatura składników może być dość wysoka i negatywnie wpływać na późniejsze właściwości wykonanych konstrukcji.

Wyniki uzyskane w tej części pracy pokazują, że zaimplementowany model daje poprawne wyniki, które zgadzają się z intuicją, ponadto obrazują one jaki wpływ na wyznaczony rozkład temperatury mogą mieć wartości parametrów zawarte w modelu. Szczegółowa analiza wyników modelu odniesionych do wykonanych pomiarów temperatury przedstawiona jest w rozdziale 6.

Rozdział 3

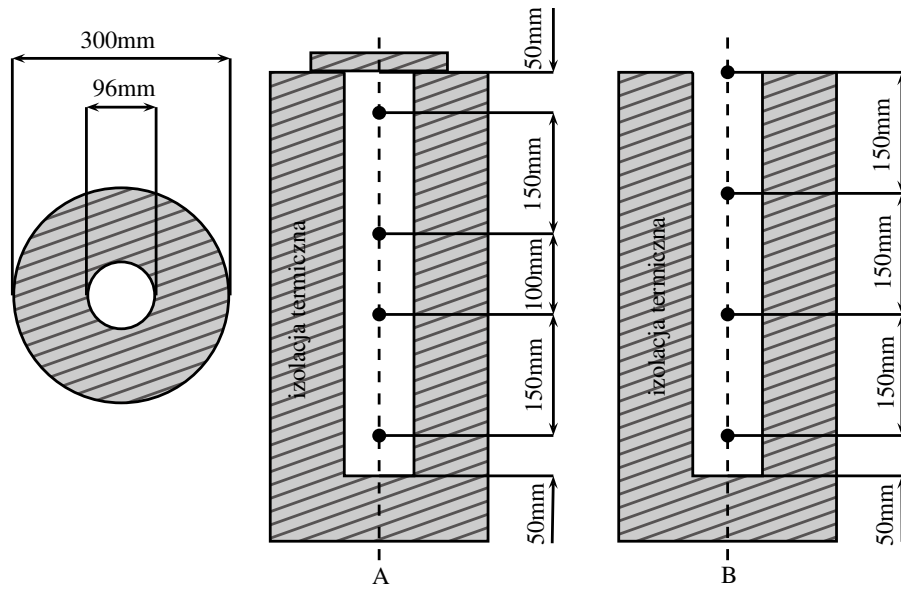
Identyfikacja parametrów termicznych betonu

3.1 Sformułowanie problemu

Analiza wrażliwości modelu termicznego przedstawiona w poprzednim rozdziale pokazuje jak istotne z punktu widzenia dokładnej symulacji numerycznej jest wyznaczenie parametrów występujących w równaniu transportu ciepła w przypadku obiektów wykonanych z betonu. Celem poniższego rozdziału pracy jest przedstawienie sposobu identyfikacji parametrów termicznych betonu. Istotą proponowanej metody są punktowe pomiary temperatury w tzw. jednowymiarowych próbkach betonowych, a następnie identyfikacja termicznych właściwości betonów jako funkcji stopnia dojrzałości betonu. Uzyskane w ten sposób parametry są wykorzystywane do obliczania rozkładu pola temperatury dla obiektów masywnych o dowolnej geometrii. Do opisu ewolucji temperatury używany jest model jednowymiarowy. Szczegóły dotyczące pomiarów temperatury oraz argumentacja przemawiająca za użyciem jednowymiarowego równania przewodnictwa cieplnego przedstawione są w rozdziale 5. Na potrzeby obecnych rozważań wystarczający jest schemat omawianej formy wraz z rozmieszczeniem czujników temperatury przedstawiony na Rysunku 3.1. Formę stanowi izolowany termicznie cylinder z komorą pomiarową o wysokości 500mm i średnicy 96mm. Do pomiarów wykorzystano dwie konfiguracje rozmieszczenia czujników temperatury (Rysunek 3.1 A i B), ponadto część pomiarów wykonywanych było w formie z pokrywą z polistyrenu (Rysunek 3.1 A), zaś część w formie bez pokrywy, co umożliwiała swobodną wymianę ciepła z otoczeniem przez górną powierzchnię (Rysunek 3.1 B). Zadanie identyfikacji rozwiązywane jest jako zagadnienie optymalizacyjne. W tym celu formułowana jest funkcja celu w postaci kwadratu normy euklidesowej z różnicy temperatury zmierzonej w eksperymencie \mathbf{T}^m i temperatury obliczonej na podstawie modelu numerycznego \mathbf{T}^c :

$$E = \|\mathbf{T}^m - \mathbf{T}^c\|^2 \quad (3.1)$$

Przy czym zarówno \mathbf{T}^m jak i \mathbf{T}^c są wektorami zawierającymi zbiór wartości temperatur w wybranych odstępach czasu i wybranych punktach analizowanej formy. Ponadto wartości \mathbf{T}^c zależne są od zbioru szukanych parametrów α określających



Rysunek 3.1: Rozmieszczenie czujników w walcowych formach pomiarowych. A - forma z pokrywą z polistyrenu, B - forma bez pokrywy, umożliwiającą swobodną wymianę ciepła z otoczeniem przez górną powierzchnię

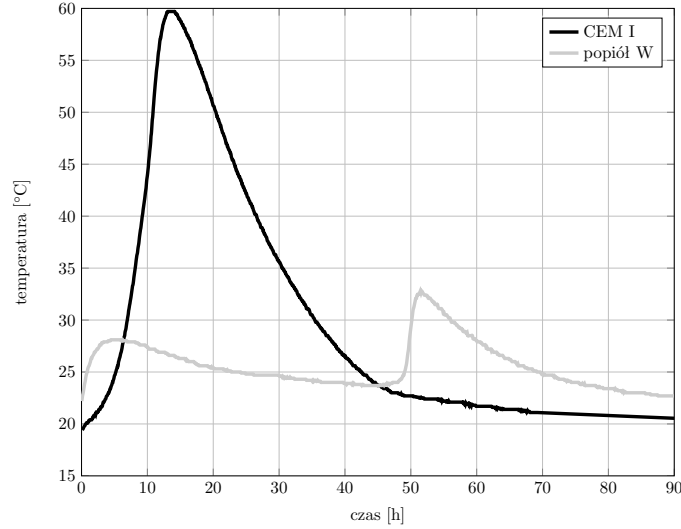
wartości ciepła hydratacji q , ciepła właściwego c i przewodności cieplnej k , co symbolicznie można zapisać jako:

$$E(\boldsymbol{\alpha}) = (\mathbf{T}^m - \mathbf{T}^c(\boldsymbol{\alpha}))^T (\mathbf{T}^m - \mathbf{T}^c(\boldsymbol{\alpha})) \quad (3.2)$$

W analizowanym przypadku wykorzystywane są pomiary z czterech czujników temperatury ($N_{cz} = 4$) (Rysunek 3.1) rejestrowane w minutowych odstępach czasu przez 3 doby od zarobienia mieszanki ($N_p = 4320$). W przypadku takiej konfiguracji eksperymentu funkcję celu wyrażoną wzorem 3.2 można zapisać jako:

$$E(\boldsymbol{\alpha}) = \sum_{i=1}^{N_{cz}} \sum_{j=1}^{N_p} (T_{ij}^m - T_{ij}^c(\boldsymbol{\alpha}))^2 \quad (3.3)$$

Określenie postaci szukanych funkcji q , c oraz k może być dokonane na wiele sposobów. Komfortowa sytuacja z punktu widzenia zagadnienia optymalizacyjnego występuje w przypadku gdy znana jest postać analityczna szukanych funkcji, pozwala to na ograniczenie szukanych parametrów do minimum i ułatwia to proces optymalizacji. Przykładowa postać analityczna funkcji opisującej endogenne źródło ciepła została podana w przeglądzie literatury - wzór 1.11. Pozwala ona na opis funkcji q jedynie za pomocą dwóch nieznanymi parametrów a i b . Niestety uogólnienie analitycznej postaci na dowolny rodzaj cementu (czy bardziej ogólnie mieszanki betonowej) może prowadzić do bardzo skomplikowanych wyrażeń zależnych od dużego zbioru nieznanymi parametrów, których wywołanie z punktu widzenia analizy numerycznej jest bardzo kosztowne. Szczególnie, że na podstawie przeprowadzonych badań zaobserwowano, iż stosowanie dodatków do betonu w postaci popiołów lot-



Rysunek 3.2: Przebieg zmian temperatury w czasie w twardniejącym betonie ze spoiwem na bazie cementu CEM I oraz popiołu lotnego wapiennego

nych ma znaczący wpływ na ewolucję temperatury [17]. Na przykład stosując do datek popiołu lotnego wapiennego przesunięciu ulega czas wystąpienia maksimum temperatury, zmniejsza się też wartość temperatury maksymalnej. Na Rysunku 3.2 przedstawiono ewolucję temperatury dla dwóch wybranych mieszanek betonowych w formie walcowej, zmierzoną na wysokości 50mm od spodu formy w konfiguracji B. Linia czarną wykreślono temperaturę dla standardowej mieszanki zawierającej tylko cement CEM I w spoiwie. Jest to typowy kształt (jednomodalny) otrzymywany podczas pomiarów temperatury w próbkach jednowymiarowych. Dla kontrastu linią szarą naniesiono przebieg temperatury w mieszance eksperymentalnej, w której spoiwo stanowił popiół lotny. Charakter krzywej opisującej rozwój temperatury zmienił się diametralnie - obniżeniu uległa temperatura maksymalna oraz zarejestrowano wystąpienie dwóch maksimum temperatury. W tym przypadku funkcja źródeł zdefiniowana wzorem 1.11 jest niewystarczająca do opisu wydzielania się ciepła podczas hydratacji. Z tego względu proponowana w niniejszej dysertacji metoda do opisu ewolucji w czasie parametrów materiałowych wykorzystuje interpolację funkcjami przedziałami liniowymi [39]. Ciepło twardnienia, w analogii do interpolacji znanej z metody elementów skończonych, parametryzowane jest w przestrzeni wieku efektywnego t_e w następujący sposób:

$$q(t_e) = \sum_{l=1}^L q_l N_l(t_e) \quad (3.4)$$

gdzie kolejne funkcje interpolacyjne N_l są zdefiniowane jako:

$$N_l(t) = \begin{cases} \frac{t-\tau_{l-1}}{\tau_l-\tau_{l-1}} & \tau_{l-1} \leq t < \tau_l \\ 1 - \frac{t-\tau_l}{\tau_{l+1}-\tau_l} & \tau_l \leq t < \tau_{l+1} \\ 0 & \text{w p.p.} \end{cases} \quad (3.5)$$

zaś τ jest wektorem zawierającym L węzłów interpolacji. Długość wektora τ jest zależna od dokładności z jaką ma być odtworzona funkcja źródeł, jednak należy mieć na uwadze, że zbyt duża liczba szukanych parametrów w problemie optymalizacyjnym utrudnia jego rozwiązanie poprzez pogorszenie uwarunkowania zadania. W przypadku ciepła właściwego i współczynnika przewodnictwa cieplnego założono odcinkami liniową zależność tych parametrów od wieku efektywnego. Funkcje te parametryzuje się za pomocą następujących zależności:

- ciepło właściwe c :

$$c = \begin{cases} a_c t_e + b_c & 0 \leq t_e \leq 72\text{h} \\ c_\infty & t_e > 72\text{h} \end{cases} \quad (3.6)$$

- współczynnik przewodzenia ciepła k :

$$k = \begin{cases} a_k t_e + b_k & 0 \leq t_e \leq 72\text{h} \\ k_\infty & t_e > 72\text{h} \end{cases} \quad (3.7)$$

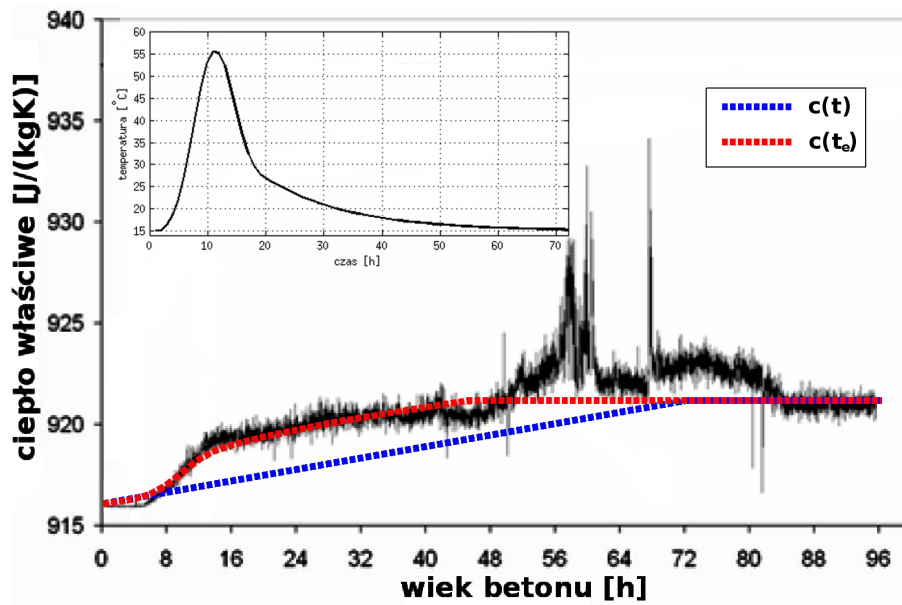
gdzie a_c , b_c , a_k oraz b_k to poszukiwane parametry, zaś wartości c_∞ tudzież k_∞ wynikają z warunku ciągłości funkcji opisujących k i c :

$$\begin{aligned} c_\infty &= 72a_c + b_c \\ k_\infty &= 72a_k + b_k \end{aligned} \quad (3.8)$$

Pojawiające się we wzorach 3.4, 3.6 i 3.7 nieznane parametry składają się na wektor α występujący w wyrażeniu 3.2 określającym funkcję celu:

$$\alpha = [q_1, q_2, \dots, q_L, a_c, b_c, a_k, b_k] \quad (3.9)$$

Idea parametryzacji ciepła właściwego i współczynnika przewodnictwa cieplnego według wzorów 3.6 oraz 3.7 opiera się przede wszystkim na obserwacjach doświadczalnych, które zostały zaprezentowane w cytowanej wcześniej pracy [22]. Wyniki pomiarów przedstawione na wykresach z Rysunków 1.8 oraz 1.9 wskazują na nieliniową zależność wartości dyskutowanych funkcji od czasu. Na wykresie z Rysunku 3.3 przedstawiono dopasowanie dwóch funkcji opisujących ciepło właściwe do wyników pomiarów pochodzących z pracy [22]. Kolorem niebieskim oznaczono funkcję zadaną wzorem 3.6 zależną jednak od czasu t , a nie od wieku efektywnego t_e . Zgodność z pomiarem eksperymentalnym nie jest zadowalająca. Jakościowy przebieg zmian wartości ciepła właściwego jest natomiast dobrze odtwarzany za pomocą proponowanej funkcji zależnej do wieku efektywnego (przerwana linia czerwona na wykresie 3.3). Przy czym wartość zmiennej niezależnej t_e została policzona zgodnie ze wzorem 2.3 na podstawie ewolucji temperatury przedstawionej na wykresie w lewym górnym rogu Rysunku 3.3. Również w przypadku współczynnika przewodnictwa cieplnego kształt funkcji jest zbliżony (patrzy Rysunek 1.9). Pokazuje to, że zaproponowana postać funkcji $k(t_e)$ i $c(t_e)$ może poprawnie odwzorowywać sytuację rzeczywistą. Dodatkowym argumentem potwierdzającym słuszność przyjętego założenia są propozycje uzależniania funkcji k i s od stopnia hydratacji przedstawione w przeglądzie literatury (wzory 1.6, 1.9, 1.10). Oznacza to że dynamika zmian wartości ciepła



Rysunek 3.3: Zmierzone eksperymentalnie ciepło właściwe [22] wraz z proponowaną parametryzacją w przestrzeni czasu (linia niebieska) i przestrzeni wieku efektywnego (linia czerwona). Wykres w lewym górnym rogu przedstawia założoną temperaturę procesu na podstawie której obliczony został wiek efektywny t_e

właściwego czy przewodnictwa cieplnego uzależniona jest od szybkości reakcji uwodnienia składników cementu. W używanym podejściu wiek ekwiwalentny t_e również implicite odzwierciedla dynamikę zachodzących reakcji.

3.2 Metoda rozwiązania

Minimalizacja funkcji celu zadanej wzorem 3.3 odbywa się za pomocą algorytmu poszukiwania wzorcem (ang. *pattern search*) [178] nazywanego również poszukiwaniem bezpośrednim (ang. *direct search*) [179]. Jest to metoda rozwiązywania zagadnień optymalizacyjnych niewymagającą informacji na temat gradientu funkcji celu. W trakcie procesu optymalizacji potrzebna jest tylko znajomość wartości funkcji. Pozwala to (w przeciwieństwie do tradycyjnych metod optymalizacji) wyznaczyć minimum funkcji celu, która nie jest różniczkowalna (lub policzenie gradientu następuje z trudnością), bądź posiada nieciągłości. Algorytm poszukiwania wzorcem jest zbieżny, co można dowieść matematycznie [180]. Oczywiście inne schematy optymalizacyjne jak klasyczne metody gradientowe, algorytm Levenberga-Marquardta [181], algorytmy genetyczne [182], algorytmy rojowe [183] czy symulowane wyżarzanie [184] mogą być również stosowane.

Wybór algorytmu do rozwiązania postawionego problemu podyktowany był właściwościami funkcji celu. Standardowo gradientowe metody optymalizacji wykorzystywane są w przypadku gdy funkcja celu jest ciągła, gładka i dobrze zdefiniowana w obszarze poszukiwania. Ponadto nie powinna być wysoce zaszumiona oraz czas wy-

konania funkcji nie może być kosztowny numerycznie ze względu na dużą liczbę wywołań. Jednak w przypadku rozważanej optymalizacji pojedyncze wywołanie funkcji celu, w trakcie którego de facto rozwiązywane jest równanie przewodnictwa ciepła, zajmuje relatywnie dużo czasu. Ponadto wartość funkcji zależy od pomiarów eksperymentalnych obciążonych zakłóceniami. Dodatkowo wynikiem procedury gradientowej jest z reguły najbliższe minimum lokalne, zaś w przypadku rozważanego problemu celem jest optimum globalne. W literaturze przedmiotu dowodzi się, że np. algorytm symulowanego wyżarzania jest zbieżny do globalnego minimum [59] jednak w ogólności czas rozwiązania tą metodą jest niakceptowalnie długi. Dlatego też zdecydowano się użyć wspomnianego algorytmu poszukiwania wzorca, który w prawdzie nie gwarantuje zbieżności do globalnego optimum, ale metoda ta jest mniej wrażliwa na minima lokalne niż algorytmy gradientowe. Algorytm ten jest oprogramowany w pakiecie MATLAB jako funkcja *patternsearch*. Dostępne są również implementacje tego algorytmu w ramach projektów niekomercyjnych, np. NOMAD [185].

Idea używanego algorytmu opiera się na pojęciu wzorca - zbiorze wektorów w przestrzeni wielowymiarowej, gdzie wymiar przestrzeni związany jest z liczbą szukanych parametrów. Postać wzorca zależy od używanego algorytmu i wybranego rozmiaru bazy definiującej wzorce. Funkcja *patternsearch* z pakietu MATLAB ma zaimplementowane 3 algorytmy:

- GPS - *Generalized Pattern Search* [186]
- GSS - *Generating Set Search* [187]
- MADS - *Mesh Adaptive Search* [188]

W przypadku algorytmu GPS używana jest baza zawierająca $2P$ lub $P+1$ wektorów wzorca, gdzie P oznacza liczbę szukanych zmiennych. Na przykład w przypadku 3 zmiennych niezależnych algorytm GPS, w zależności od wyboru używa 6 wektorów wzorca zdefiniowanych jako:

$$\begin{aligned} w_1 &= [1, 0, 0] & w_2 &= [0, 1, 0] & w_3 &= [0, 0, 1] \\ w_4 &= [-1, 0, 0] & w_5 &= [0, -1, 0] & w_6 &= [0, 0, -1] \end{aligned} \quad (3.10)$$

lub 4 wektorów rozpinających tę samą przestrzeń:

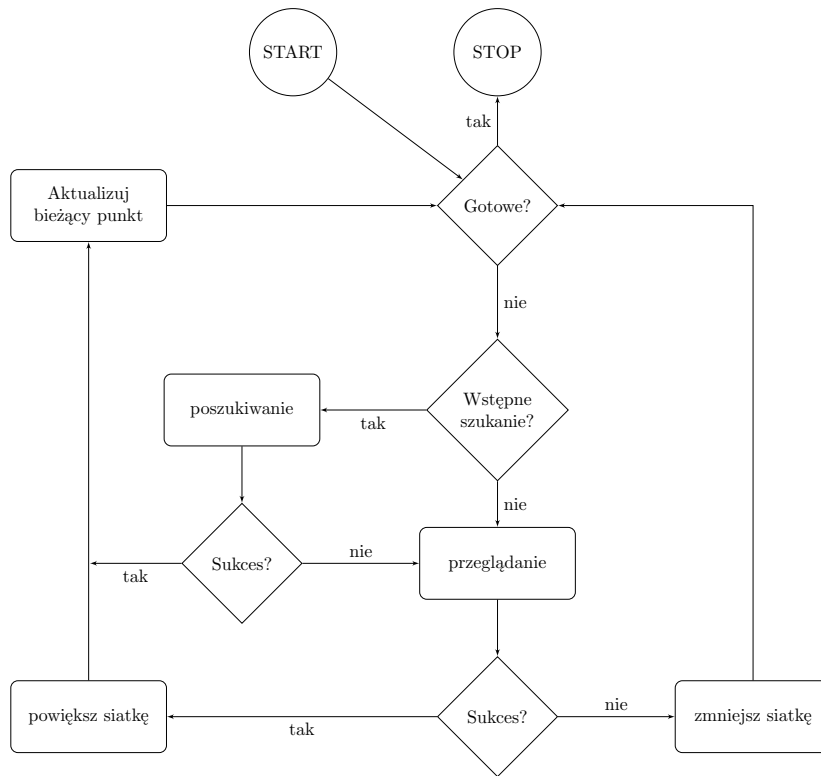
$$w_1 = [1, 0, 0] \quad w_2 = [0, 1, 0] \quad w_3 = [0, 0, 1] \quad w_4 = [-1, -1, -1] \quad (3.11)$$

Drugi zaimplementowany algorytm, GSS, używa takiej samej bazy wzorców jak algorytm GPS w przypadku braku ograniczeń na obszar poszukiwania. Jeśli natomiast zagadnienie optymalizacyjne posiada ograniczenia wektory definiujące wzorce tworzone są zgodnie z algorytmem opisanym w pracy [180]. Z kolei w przypadku algorytmu MADS zbiór wektorów jest dobierany losowo [188]. Szukanie wartości optymalnych w metodzie poszukiwania bezpośredniego odbywa się poprzez przeszukiwanie wartości funkcji celu na zbiorze punktów nazywanych siatką (ang. *mesh*). W każdym kroku tworzona jest nowa siatka, której generacja przebiega dwuetapowo: w pierwszym etapie tworzony jest zbiór wektorów d_i poprzez przemnożenie każdego wzorca w_i przez aktualny rozmiar siatki, następnie zbiór wektorów d_i jest

dodawany do aktualnego optymalnego punktu wyznaczonego w poprzedniej iteracji. W zależności od powodzenia konkretnej iteracji rozmiar siatki jest zwiększany gdy znaleziono mniejszą wartość funkcji celu niż dotychczasowy punkt optymalny, bądź zmniejszany w przeciwnym wypadku. Zmiana rozmiaru siatki następuje poprzez wymnożenie jej aktualnego rozmiaru przez współczynnik skalujący, który standardowo wynosi 2 w przypadku znalezienia punktu dla którego wartość funkcji celu jest mniejsza niż dla dotychczasowego punktu optymalnego i 0,5 w przeciwnym wypadku. Wyszukiwanie punktów optymalnych kontynuowane jest do momentu, aż zostanie spełnione jedno z kryteriów zatrzymania procedury:

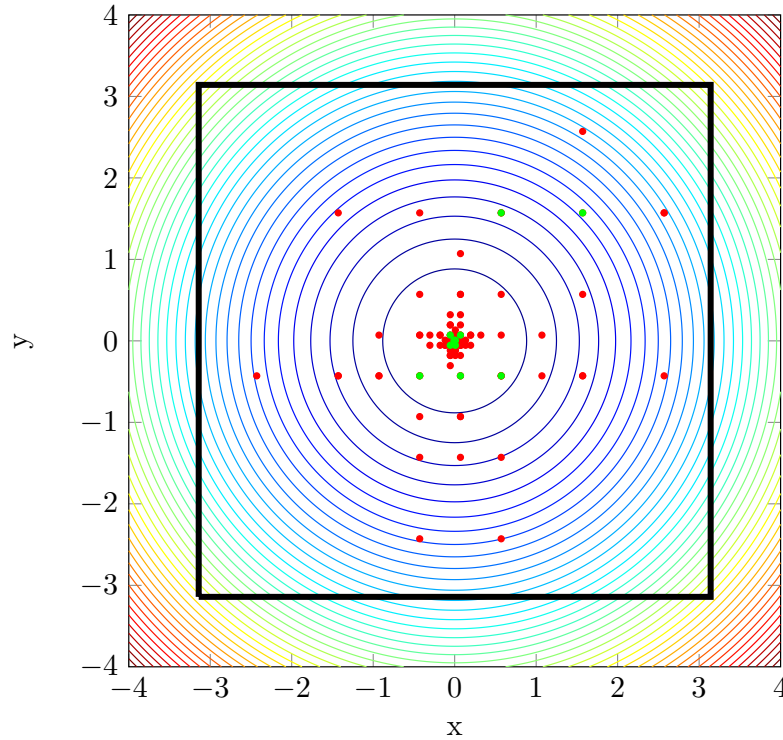
- rozmiar siatki jest mniejszy od zadanego,
- liczba iteracji przekracza zadaną wartość,
- liczba wywołań funkcji celu jest większa niż zadana wartość,
- czas obliczeń przekracza zadaną wartość,
- odległość pomiędzy optymalnymi punktami z dwóch ostatnich udanych przeszukiwań są mniejsze niż zadana wartość,
- różnica pomiędzy wartością funkcji z dwóch ostatnich udanych przeszukiwań jest mniejsza niż zadana wartość.

Aby poprawić wydajność działania algorytmu poszukiwania bezpośredniego w każdej iteracji możliwe jest dołączenie pomocniczego algorytmu szukającego, który uruchamiany jest przed etapem przeglądania wartości funkcji celu w punktach wyznaczonych przez siatkę. Jego zadaniem jest również dostarczenie optymalnego punktu w danym kroku działania algorytmu. Jeśli za pomocą procedury poszukiwania wyznaczony zostanie punkt, dla którego wartość funkcji celu jest lepsza niż w poprzedniej iteracji algorytm przechodzi do kolejnego kroku, gdy poszukiwanie się nie powiedzie rozpoczynana jest procedura przeglądania kandydatów wyznaczonych za pomocą siatki. Funkcja *patternsearch* oferuje wbudowane, pomocnicze algorytmy poszukiwania, są to np. algorytmy genetyczne [182], czy algorytm Nelder'a-Mead'a (sympleksowa metoda spadku) [189]. Dodatkowo istnieje możliwość zdefiniowania własnej funkcji poszukującej. Użycie dodatkowej metody szukania pozwala przyspieszyć optymalizację oraz uzyskać lepsze rezultaty w wyszukiwaniu globalnym. Schemat blokowy z Rysunku 3.4 przedstawia opisany powyżej sposób postępowania. Działanie algorytmu poszukiwania bezpośredniego na przykładzie paraboloidy zadanej równaniem $f(x, y) = x^2 + y^2$ przedstawia Rysunek 3.5. Kolorowymi okręgami naniesiony został wykres poziomicowy rozważanej funkcji. Poszukiwanie minimum funkcji odbywa się na ograniczonym obszarze $\Omega = \{-\pi < x < \pi, -\pi < y < \pi\}$ zaznaczonym grubą czarną linią. Punkt startowy wybrano jako $p_0 = \left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$. Użyto algorytmu GPS z 4 wzorcami. Początkowy rozmiar siatki m wynosi 1, zatem po wyznaczeniu wartości funkcji f w punkcie p_0 testowane są 4 kolejne punkty $p_1^1 = \left(\frac{\pi-2}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, $p_2^1 = \left(\frac{\pi+2}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, $p_3^1 = \left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi-2}{2}\right)$, $p_4^1 = \left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi+2}{2}\right)$. Przeglądanie kończy się sukcesem, ponieważ $f(p_1^1) < f(p_0)$ i w efekcie rozmiar siatki jest zwiększany do wartości $m = 2$. Zatem w kolejnym kroku testowany jest następujący zestaw punktów: $p_1^2 = \left(\frac{\pi-2}{2}, \frac{\pi-4}{2}\right)$,



Rysunek 3.4: Schemat blokowy algorytmu *patternsearch*

$p_2^2 = \left(\frac{\pi+2}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, $p_3^2 = \left(\frac{\pi-6}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$. W tym przypadku zbiór kandydatów jest trzejelementowy, ponieważ punkt $\left(\frac{\pi-2}{2}, \frac{\pi+4}{2}\right)$ nie należy do obszaru Ω . Ze względu na spełnienie warunku $f(p_1^2) < f(p_1^1)$ iteracja ponownie kończy się powodzeniem, zatem w kolejnym kroku rozmiar siatki wynosi $m = 4$. W konsekwencji zbiór punktów do przeszukania w kolejnej iteracji jest zbiorem pustym, zatem iteracja kończy się niepowodzeniem - tzn. nie odnaleziono punktu dla którego wartość funkcji celu jest mniejsza niż w poprzednim kroku działania algorytmu. W związku z tym rozmiar siatki jest zmniejszany - $m = 2$ i wyznaczane są wartości funkcji w następujących punktach: $p_1^4 = \left(\frac{\pi-2}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, $p_2^4 = \left(\frac{\pi-2}{2}, \frac{\pi-8}{2}\right)$, $p_3^4 = \left(\frac{\pi-6}{2}, \frac{\pi-4}{2}\right)$, $p_4^4 = \left(\frac{\pi+2}{2}, \frac{\pi-4}{2}\right)$. W tym przypadku $f(p_i^4) > f(p_1^2)$ dla $i = 1, 2, 3, 4$, zatem ponownie iteracja nie kończy się sukcesem i rozmiar siatki zmniejszono do $m = 1$. W piątym kroku testowane są punkty: $p_1^5 = \left(\frac{\pi-2}{2}, \frac{\pi-2}{2}\right)$, $p_2^5 = \left(\frac{\pi-2}{2}, \frac{\pi-6}{2}\right)$, $p_3^5 = \left(\frac{\pi-4}{2}, \frac{\pi-4}{2}\right)$, $p_4^5 = \left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi-4}{2}\right)$. Krok ten kończy się sukcesem ponieważ $f(p_3^4) < f(p_1^2)$. Procedura kontynuuje swoje działanie w analogiczny sposób do momentu spełnienia jednego z warunków zatrzymania. Na Rysunku 3.5 wszystkie punkty testowe należące do obszaru Ω zostały oznaczone czerwonymi kropkami, dodatkowo punkty optymalne w danej iteracji zostały oznaczone kolorem zielonym. W celu usprawnienia procesu poszukiwania wartości optymalnej funkcji celu w przypadku rozwiązywanego zagadnienia estymacji parametrów termofizycznych betonów powyższe postępowanie jest nieco zmodyfikowane. Po pierwsze ze względu na relatywnie długi czas wywoływania funkcji celu jej wartości we wszystkich testowych punktach są przechowywane w pamięci komputera



Rysunek 3.5: Przykład działania algorytmu poszukiwania bezpośredniego. Poszukiwanie minimum funkcji $f(x, y) = x^2 + y^2$ na obszarze $\Omega = \{-\pi < x < \pi, -\pi < y < \pi\}$ z punktu startowego $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

aby zapobiec sytuacji wielokrotnego wywoływania funkcji w tych samych punktach. Po drugie program kończy przeszukiwanie w danej iteracji w momencie odnalezienia lepszego punktu od dotychczas optymalnego, ponadto kolejność wyboru punktów z siatki w danej iteracji jest losowa. Tak jak większość procedur optymalizacyjnych używany algorytm wymaga podania początkowych wartości szukanych parametrów. W przypadku źródła ciepła najczęściej wykorzystywane są stałe wartości w przedziale 0 – 72h z założeniem liniowego zaniku dla czasów powyżej 72h. Punkty startowe w przypadku ciepła właściwego i współczynnika przewodnictwa ciepła zwykle wybierane są w sposób losowy według następujących reguł:

- ciepło właściwe: $c_0 = 100 \cdot rand() + 1000$
- współczynnik przewodnictwa cieplnego: $k_0 = rand() + 1,5$

gdzie $rand()$ oznacza liczbę pseudolosową z rozkładu jednostajnego z zakresu $[0 - 1]$. Również początkowy rozmiar siatki w algorytmie jest wylosowywany. Z tego względu zagadnienie optymalizacyjne rozwiązywane jest co najmniej 20-krotnie w przypadku każdej testowanej mieszanki i ostateczny rezultat jest uśrednieniem wszystkich realizacji procedury. Tak jak wspomniano każde wywołanie funkcji celu wymusza rozwiązanie jednowymiarowego równania przewodnictwa ciepła w celu wyznaczenia ewolucji temperatury betonu w formie walcowej. Do rozwiązania tego zagadnienia używane są warunki brzegowe Dirichleta. Oznacza to że zmierzona w eksperymencie

za pomocą skrajnych czujników temperatura wykorzystywana jest jako informacja przy rozwiązywaniu postawionego zagadnienia. Powoduje to, że w rzeczywistości szukane parametry termofizyczne wyznaczone są na podstawie dopasowania temperatury zmierzonej i obliczonej za pomocą dwóch środkowych czujników. Ponadto do jednowymiarowego równania przewodnictwa ciepła wprowadzona jest informacja na temat utraty ciepła przez ścianki formy. Szczegółowa dyskusja tego aspektu przedstawiona jest w dalszej części pracy. Należy również odnotować, iż w przypadku zagadnienia odwrotnego przepływu ciepła mamy do czynienia z estymacją parametrów w różnej skali, np. wartość współczynnika przewodnictwa cieplnego jest rzędu 10^0 , zaś wartość ciepła właściwego rzędu 10^3 . Narzuca to potrzebę skalowania szukanych parametrów w celu poprawy uwarunkowania numerycznego zadania. Ponadto na szukane parametry nakładane są ograniczenia eliminujące ich potencjalnie niefizyczne wartości (np. ujemne ciepło twardnienia). Tego rodzaju ograniczenia nałożone na dziedzinę prowadzą w gruncie rzeczy do sformułowania nowej funkcji celu, która w ogólności może zostać zapisana w postaci:

$$\mathcal{E}(\boldsymbol{\alpha}) = E(\boldsymbol{\alpha}) - \sum_{i=1}^{m_n} \lambda_i s_i \log(s_i - g_i(\boldsymbol{\alpha})) + \sum_{i=m_n+1}^{m_t} \lambda_i h_i(\boldsymbol{\alpha}) + \frac{\varrho}{2} + \sum_{i=m_n+1}^{m_t} h_i(\boldsymbol{\alpha})^2 \quad (3.12)$$

gdzie kolejne symbole oznaczają:

- λ_i - i -ty mnożnik Lagrange'a,
- s_i - składowa wektora przesunięć,
- ϱ - funkcja kary,
- g_i - nierówności nakładające ograniczenia na poszukiwane elementy,
- h_i - równania nakładające ograniczenia na poszukiwane elementy,
- m_n - liczba nierówności nakładających ograniczenia na poszukiwane elementy,
- m_t - liczba równań nakładających ograniczenia na poszukiwane elementy.

Dokładny algorytm postępowania w takim przypadku oraz konstrukcja funkcji celu zadanej wzorem 3.12 zostały przedstawione w pracach [190, 191, 179].

Tak jak wspomniano wcześniej, jeśli na podstawie rozwiązania odwrotnego zagadnienia przepływu ciepła wyznaczana jest niewielka liczba parametrów, np. stała wartość ciepła właściwego, funkcja celu zadana wzorem 3.3 jest stabilna i wystarczająca do rozwiązania tak postawionego zagadnienia [43]. Jednak w przypadku szacowania znacznie większej liczby nieznanymi parametrów (np. sparametryzowanej postaci ciepła twardnienia q) w rozwiązaniu mogą pojawić się niefizyczne oscylacje ze względu na złe postawienie zadania w sensie Hadamarda. Aby zapobiec takim sytuacjom powszechnie stosowane są techniki regularyzacyjne. W przypadku identyfikacji modeli nieliniowych często stosowana jest regularyzacja Tichonowa [192]. Ogólnie ujmując regularyzacja polega na zastąpieniu rozważanego zagadnienia poprzez problem przybliżony, którego rozwiązanie jest bardziej stabilne numerycznie

i mniej wrażliwe na błędy. Jako ilustrację tego zagadnienia rozważmy symulowany rozkład temperatury w formie pomiarowej B z Rysunku 3.1. Na potrzeby analizy przyjęto następujące założenia:

- ciepło właściwe $c = 1150\text{J}/(\text{kg K})$
- przewodnictwo cieplne $k = 2,25\text{W}/(\text{m K})$
- gęstość betonu $\rho = 2400\text{kg}/\text{m}^3$
- ciepło twardnienia:

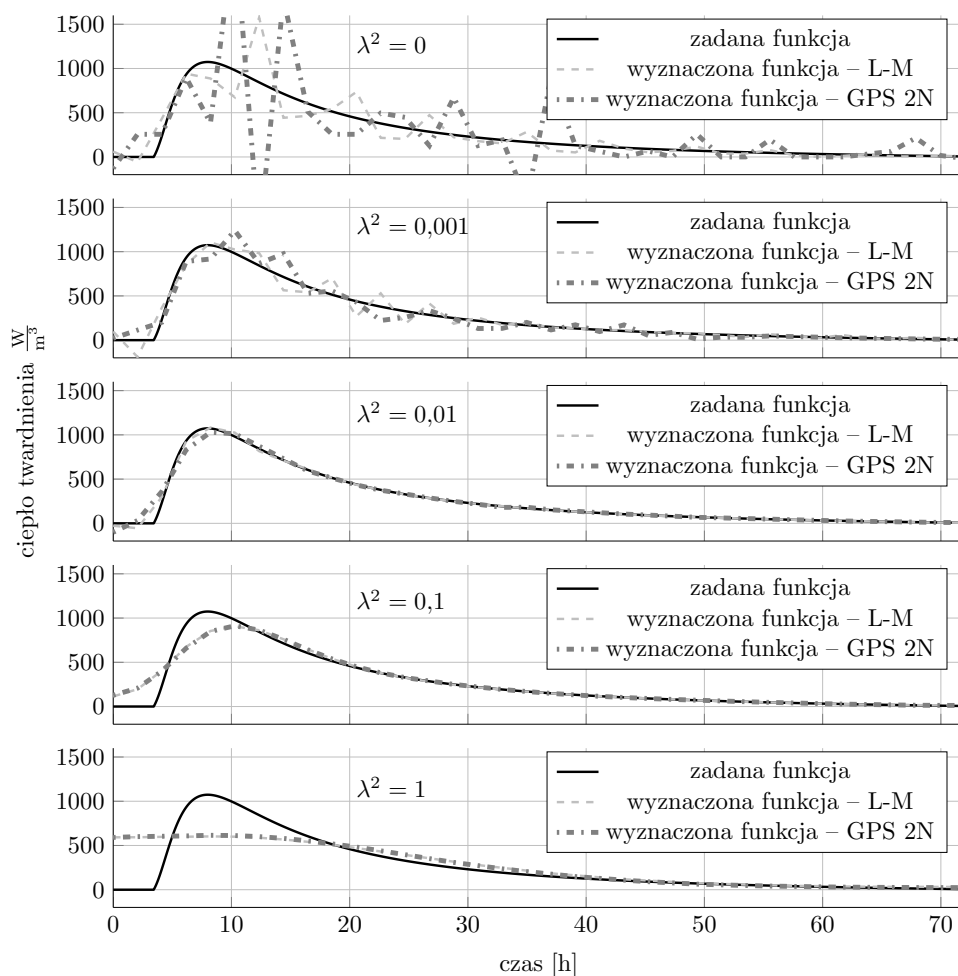
$$q(t) = \begin{cases} 0 & t < 8500\text{s} \\ \max\left(0, \frac{1056000 \exp(-12 \log(t)^{-2,2})}{t \log(t)^{3,2}} - 80\right) & t \geq 8500\text{s} \end{cases} \quad (3.13)$$

Celem optymalizacji było tylko wyznaczenie przebiegu w czasie funkcji opisującej ciepło twardnienia zadanej wzorem 3.13, pozostałe parametry były ustalone zgodnie z powyższymi założeniami. W tym celu użyto wzoru 3.4 ze zmienną $L = 36$, co oznacza, że do wyznaczenia ciepła twardnienia użyto 36 parametrów. Po zastosowaniu regularyzacji Tichonowa pierwszego rzędu funkcja celu zadana wzorem 3.3 zapisywana jest jako:

$$E(\boldsymbol{\alpha}) = \sum_{i=1}^{N_{cz}} \sum_{j=1}^{N_p} (T_{ij}^m - T_{ij}^c(\boldsymbol{\alpha}))^2 + \lambda \int_0^{t_{max}} \left(\frac{dq^*}{dt}\right)^2 dt \quad (3.14)$$

gdzie λ oznacza parametr regularyzacyjny, t_{max} czas symulacji, zaś q^* to wyznaczone źródło ciepła. Zagadnienie zostało rozwiązane na dwa sposoby. Za pomocą gradientowego algorytmu optymalizacji nieliniowej Levenberga-Marquardta, który jest często stosowany w problemach odwrotnych [43] oraz za pomocą szczegółowo omówionego w tym rozdziale algorytmu poszukiwania bezpośredniego GPS. Rozwiązanie zagadnienia odwrotnego w przypadku obydwu algorytmów zaprezentowane jest na Rysunku 3.6. Za pomocą szarych linii kreskowych ---- naniesiono wyniki algorytmu Levenberga-Marquardta, zaś za pomocą szarych linii punktowych algorytmu GPS. Kolejne wykresy prezentują rozwiązania zadania dla różnych wartości parametru regularyzacyjnego λ . Można zaobserwować silne oscylacje w przypadku rozwiązania zadania bez regularyzacji ($\lambda = 0$). Wraz ze wzrostem wartości parametru λ rozwiązanie staje się bardziej gładkie i w przypadku $\lambda = 0,1$ poszukiwane rozwiązanie q^* dość dobrze odwzorowuje zadaną funkcję q . Jednak dalsze zwiększanie wartości λ powoduje „nadmierne wygładzanie” wektora estymowanych parametrów, co skutkuje dużym odstępstwem wartości funkcji q od q^* . W obu przypadkach zależność stopnia wygładzenia rozwiązania q^* od parametru regularyzacyjnego jest podobna. Należy dodać, że w analizowanym przypadku użyto symulowanych danych bez zakłóceń, które również mają wpływ na jakość regularyzacji.

W przypadku rozwiązywania postawionego zadania należy wspomnieć, że rozmieszczenie węzłów interpolacji nie musi być jednostajne, co więcej odpowiedni dobór ich rozmieszczenia ułatwia proces estymacji szukanych parametrów. Na Rysunku 3.7

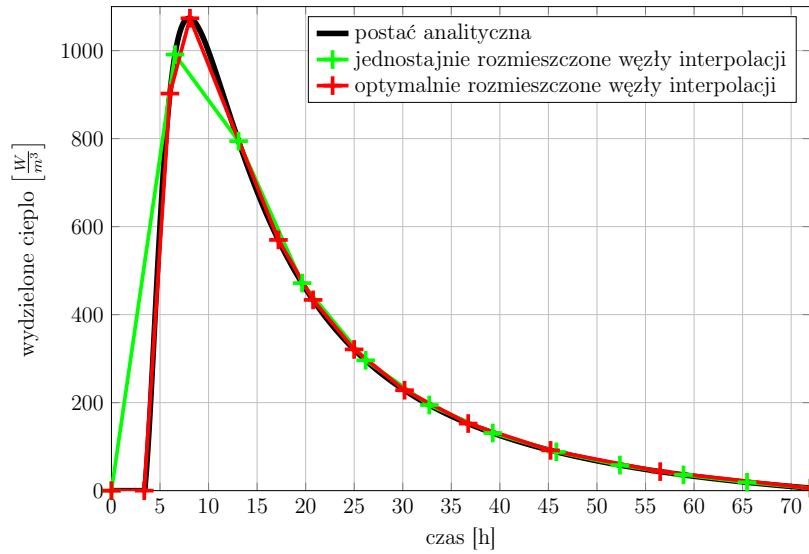


Rysunek 3.6: Wpływ parametru regularyzacyjnego na stabilność rozwiązania

przedstawiono ilustrację tego zagadnienia. Czarną ciągłą linią narysowana jest funkcja opisująca ewolucję ciepła zadaną wzorem 3.13. Jej wartość przybliżana jest za pomocą interpolacji liniowej z dwunastoma węzłami interpolacji. Zadanie może zostać rozwiązane na dwa sposoby:

- węzły interpolacji mogą zostać rozmieszczone równomiernie (wynik oznaczony linią **+** na Rysunku 3.7, krzyżyki oznaczają położenie kolejnych węzłów),
- rozmieszczenie węzłów interpolacji może być dokonane w taki sposób aby różnica pomiędzy kształtami obu krzywych była jak najmniejsza (wynik oznaczony linią **+** na Rysunku 3.7, krzyżyki oznaczają położenie kolejnych węzłów).

Uzyskany wynik ilustruje dyskutowany już fakt, że sam dobór funkcji aproksymującej wpływa na jakość rozwiązania. W tym przypadku wybrano dwie funkcje odcinkami liniowe z tą samą liczbą węzłów, jednak w przypadku równomiernego rozłożenia węzłów jakość odwzorowania oryginalnej funkcji jest znacznie gorsza. Oczywiście wybór a priori rozmieszczeń węzłów interpolacyjnych nie jest możliwy niemniej jednak



Rysunek 3.7: Porównanie zadanej, analitycznej postaci źródła ciepła (linia **—**) z jej liniową interpolacją na podstawie równomiernie rozmieszczonych węzłów (linia **+—**) oraz węzłów interpolacji wybranych w taki sposób aby różnica kształtów była minimalna (linia **+—**)

na podstawie zmierzonych zmian temperatury w próbce walcowej można zwiększyć zagęszczenie węzłów w obszarze występowania temperatury maksymalnej jednocześnie zmniejszając liczbę węzłów w przypadku czasów dla których temperatura betonu spada, a co za tym idzie wydzielenie ciepła jest mniej intensywne.

Na zakończenie tego rozdziału przedstawiony został przykładowy rezultat działania procedury optymalizacyjnej dla symulowanego rozkładu temperatury w formie jednowymiarowej. Dla zadanych parametrów:

- ciepło właściwe:

$$c = \begin{cases} (0,625t_e + 950) \frac{\text{J}}{\text{kgK}} & 0 \leq t_e < 72\text{h} \\ 995 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} & t_e \geq 72\text{h} \end{cases} \quad (3.15)$$

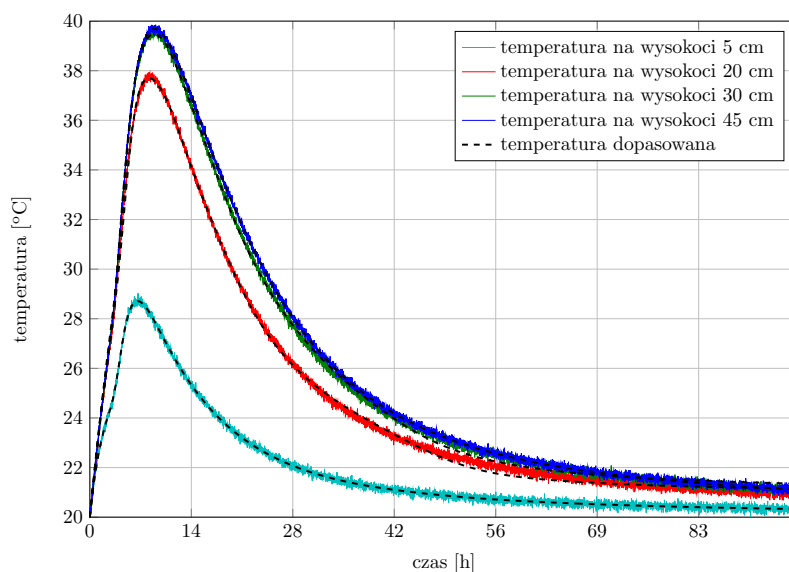
- współczynnik przewodnictwa ciepła:

$$k = \begin{cases} (1,7 - 0,0056t_e) \frac{\text{W}}{\text{mK}} & 0 \leq t_e < 72\text{h} \\ 1,3 \frac{\text{W}}{\text{mK}} & t_e \geq 72\text{h} \end{cases} \quad (3.16)$$

- funkcja źródeł:

$$q = 2640000 \frac{e^{-12 \log(t_e)^{-2,2}}}{t_e \log(t_e)^{3,2}} \quad (3.17)$$

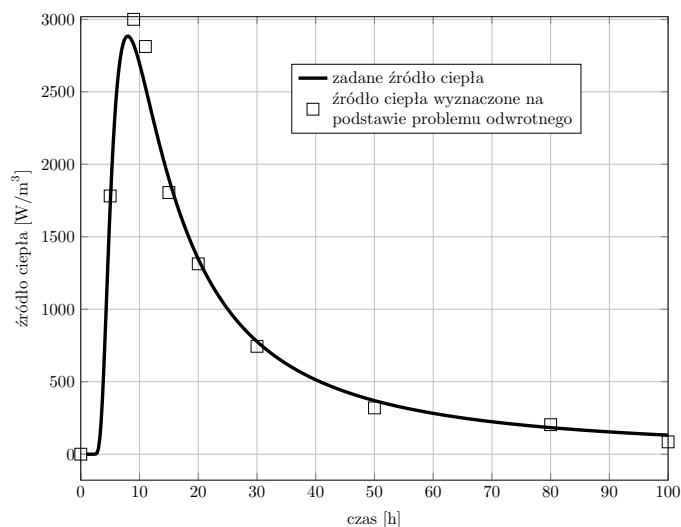
został wygenerowany rozkład temperatury w formie walcowej. Przy czym współczynniki we wzorach 3.15, 3.16 oraz 3.17 zostały dobrane w ten sposób aby ich



Rysunek 3.8: Porównanie rozkładu temperatury założonej (kolorowe linie) oraz obliczonej na podstawie wyznaczonych parametrów z modelu odwrotnego (czarne, przerywane linie)

wartości były zbliżone do rzeczywistych wartości występujących w betonie. Dodatkowo do obliczonej na podstawie zadanych parametrów temperatury został dodany biały szum gaussowski o średniej wartości 0°C i odchyleniu standardowym $0,09^{\circ}\text{C}$ aby zasymulować błędy pomiarowe. Do odtworzenia zadanych wartości użyto 10 parametrów do opisu funkcji źródła ciepła oraz po dwa parametry opisujące odpowiednio ciepło właściwe i współczynnik przewodnictwa ciepła. Na Rysunku 3.8 przedstawiono porównanie rozkładu temperatury obliczonej z użyciem funkcji zadanych wzorami 3.15-3.17 oraz na podstawie wyznaczonych parametrów. Obliczona temperatura została oznaczona kolorowymi liniami, zaś temperatura dopasowana za pomocą czarnych, przerywanych linii. Rozmieszczenie czujników pomiarowych odpowiadało konfiguracji A z Rysunku 3.1. Zgodność rozkładów temperatury jest bardzo dobra. Na kolejnym wykresie (Rysunek 3.9) przedstawiona została funkcja q zadana wzorem 3.17 wraz z jej oszacowaniem za pomocą rozwiązania problemu odwrotnego. Wyznaczone wartości zostały oznaczone na wykresie z Rysunku 3.9 za pomocą kwadratów. Również w tej kwestii uzyskana zgodność jest zadowalająca. Przy czym do wyznaczenia źródła ciepła użyto nierównomiernie rozmieszczonych węzłów interpolacji w celu ułatwienia optymalizacji. Oszacowane wartości parametrów określających ciepło właściwe i przewodność cieplną przedstawiono w Tabelicy 3.1. W przypadku współczynnika przewodnictwa zgodność z zadanymi wartościami jest niemal idealna (maksymalny błąd względny¹ $\delta_k = 1,8\%$), zaś dla ciepła właściwego otrzymane rezultaty są mniej dokładne jednak błąd względny δ_c nie przekracza 6%. Osiągnięta zgodność pomiędzy zagadnieniem wprost i problemem odwrotnym po-

¹Błąd względny określa się wzorem $|\delta_x| = \left| \frac{x-x_0}{x_0} \right| \cdot 100\%$, gdzie x - wartość mierzona, x_0 - wartość dokładna.



Rysunek 3.9: Porównanie zadanej, analitycznej postaci źródła ciepła (linia ciągła) z wartościami wyznaczonymi na podstawie problemu odwrotnego

	przewodność cieplna		ciepło właściwe	
	a_k	b_k	a_c	b_c
parametry zadane	-0,0056	1,7	0,625	950
parametry wyznaczone	-0,0053	1,701	1,619	934,59

Tablica 3.1: Rozwiązanie problemu odwrotnego dla symulowanych danych. Porównanie zadanych współczynników określających ciepło właściwe i współczynnik przewodnictwa ciepła z wartościami wyznaczonymi za pomocą rozwiązania problemu odwrotnego

zwała twierdzić, że proponowana procedura może być stosowana do rzeczywistych pomiarów temperatury. Analizując uzyskane wyniki należy zwrócić uwagę, że wykres z Rysunku 3.9 przedstawia rozwiązanie zagadnienia odwrotnego nie jako funkcję czasu rzeczywistego, tak jak wyniki termicznych pomiarów w próbkach 1D, lecz jako funkcję temperaturowego równoważnika czasu dojrzewania t_e . Jednak z postaci wzorów 2.3 i 2.7 opisujących wielkość t_e łatwo zaobserwować, że przy stałej temperaturze procesu $T = 20^\circ\text{C}$ czas efektywny t_e jest równy czasowi rzeczywistemu t . Zatem wykres ten może być odczytywany jako wydajność źródła ciepła zmierzona w warunkach izotermicznych i w takiej też formie będą prezentowane wykresy ciepła twardnienia w dalszej części pracy.

Rozdział 4

Sterowanie polami temperatury

4.1 Sformułowanie problemu

Zgodnie z informacjami przedstawionymi w przeglądzie literatury sterowanie polem temperatury w masywnych konstrukcjach betonowych może odbywać się między innymi za pomocą następujących narzędzi:

- właściwego doboru mieszanki,
- stosowania odpowiedniej izolacji,
- wstępnego chłodzenia mieszanki przed betonowaniem,
- betonowania w mniejszych porcjach,
- chłodzenia konstrukcji w trakcie twardnienia.

Zmiana składu mieszanki np. poprzez zmniejszanie zawartości cementu niesie jednak za sobą zagrożenie, że przygotowany beton nie będzie spełniał kryteriów dotyczących urabialności, czy zakładanej wytrzymałości po pełnym stwardnieniu. Zatem aby takie metody mogły być stosowane przy budowie konstrukcji masywnych muszą być one poprzedzone szeregiem badań laboratoryjnych. Oprócz doboru rodzaju spoiwa możliwa jest również zmiana stosowanego kruszywa. Stwierdzono np. że wraz ze zwiększaniem rozmiaru kruszywa w betonie zmniejsza się ilość potrzebnej wody (a co za tym idzie cementu, przy stałym reżimie w/c)[28]. Także w ramach projektu „Innowacyjne spoiwa cementowe i betony z wykorzystaniem popiołu lotnego wapiennego” szukano optymalnego składu poprzez zmianę proporcji zawartości cementu i popiołu lotnego wapiennego w spoiwie. Wyniki te są po części dyskutowane w rozdziale 6 oraz zostały szeroko omówione w raportach technicznych i publikacjach z projektu POIG [193].

Podobnie odpowiedni dobór izolacji oraz sposobu pielęgnacji betonu pozwala na kontrolę temperatury. Prawidłowo zaprojektowana izolacja termiczna zmniejsza wpływ temperatury otoczenia (co jest szczególnie ważne podczas betonowania w ekstremalnych temperaturach). Ponadto jej głównym celem jest zapobieganie występowania gradientów temperatury mogących prowadzić do spękań konstrukcji,

na przykład po osiągnięciu temperatury maksymalnej, ważne jest aby chłodzenie obiektu zachodziło powoli.

Kolejny sposób, czyli wstępne obniżenie temperatury mieszanki betonowej jest stosowany szczególnie przy betonowaniu w wysokich temperaturach, ponieważ takie warunki zwiększają szybkość hydratacji przy jednoczesnym obniżeniu czasu operacyjnego i urabialności. Według [194] wzrost temperatury otoczenia o $\sim 5,6^{\circ}\text{C}$ powoduje zmniejszenie czasu operacyjnego o 30%. Ponadto na podstawie badań tego samego autora zwiększenie temperatury otoczenia o $\sim 11^{\circ}\text{C}$ powoduje opad stożka o $\sim 2\text{cm}$. Pokazuje to że niższe temperatury betonowania są korzystne. Według ACI schłodzenie betonu skutkuje obniżeniem temperatury w twardniejącej konstrukcji o zbliżoną wartość [8]. Sam zabieg ochładzania zaprawy przed betonowaniem może być wykonany na kilka sposobów:

- poprzez użycie schłodzonej wody - pozwala to obniżyć temperaturę w późniejszym stadium nawet o 5°C ,
- poprzez użycie wody zmieszanej z lodem,
- za pomocą wstępnego chłodzenia ciekłym azotem (rozwiązanie to jest relatywnie kosztowne).

Często stosowanym rozwiązaniem jest także optymalne porcjowanie betonu. Tzn. betonowanie w mniejszych porcjach pozwala na zmniejszenie maksymalnej temperatury konstrukcji, ze względu na łatwiejsze odprowadzenie generowanego ciepła do otoczenia.

W przypadku chłodzenia konstrukcji w trakcie twardnienia najczęściej stosowaną metodą jest chłodzenie za pomocą wody przepływającej przez system rur zatopionych w konstrukcji. Chłodzenie rurowe po raz pierwszy zastosowano przy konstrukcji zapory Hoovera w 1933 roku. Wężownice wykonane ze stalowych rur o średnicy 25mm i grubości ścianki 1,5–1,8mm kładzione były na spodzie każdej warstwy wylewanego betonu. Pionowe rozmieszczenie było zatem równe grubości warstwy, zaś poziome wynosiło 1,5–3m [116]. W niniejszej pracy skupiono się na systemie chłodzenia rurowego. Do matematycznego opisu tego zjawiska równanie przewodnictwa ciepła w elementach betonowych jest sprzęgane z równaniem opisującym transport ciepła w rurach chłodzących zainstalowanych w konstrukcji betonowej. Za pomocą takiego podejścia możliwe jest oszacowanie wpływu systemu chłodzącego na rozkład temperatury w obiekcie. Jednak zasadniczym pytaniem na które ma odpowiedzieć poniższy rozdział jest: „Jak zaprojektować optymalny system chłodzenia?”. W celu udzielenia odpowiedzi na to pytanie należy zacząć od tego co może być przedmiotem optymalizacji. Według Myersa [120] są to:

- rodzaj rur:
 - materiał z którego są wykonane
 - średnica i grubość ścian
 - rozmieszczenie rur
 - rodzaj i temperatura cieczy chłodzącej
 - prędkość przepływu cieczy
- } wybór na etapie projektu
- } możliwość dopasowania w trakcie twardnienia

Powyższe aspekty zostały podzielone na dwie grupy: parametry, którymi można sterować tylko na etapie projektu i parametry, których wartość można dopasować także w trakcie twardnienia konstrukcji. Odnośnie pierwszej kategorii parametrów - rodzaju rur, to według raportów ACI [9, 8] powinny być używane materiały niekorodujące (aluminium, cienkościenne rury ze stali nierdzewnej odpornej na agresywne środowisko lub PCW), sugeruje się równomierne rozłożenie rur chłodzących, zaś typowa średnica nominalna rur to 25mm przy grubości ścianki 1,5mm. Oczywiście nie są to jedyne propozycje np. w modelu rozważanym w pracy [129] zewnętrzną średnicę rury przyjęto jako 16mm, a grubość ścianki 2mm. Druga grupa parametrów obejmuje zmienne, których wartość może być zmieniana w trakcie twardnienia. Na przykład można spotkać się z podejściem, według którego obieg wody chłodzącej jest włączany w momencie kiedy beton osiągnie temperaturę 65°C [28]. Jednak lepszym rozwiązaniem wydaje się chłodzenie mieszanki od samego początku, ponieważ w początkowym okresie twardnienia współczynnik sprężystości betonu jest niski, a co za tym idzie ewentualne gradienty temperatury nie niosą za sobą ryzyka spękania. Dlatego też w niniejszej rozprawie wartości wszystkich parametrów mających wpływ na przebieg procesu chłodzenia są ustalane przed rozpoczęciem betonowania i nie podlegają sterowaniu w trakcie tężenia betonu. Podstawowym celem rozważań związanych z zagadnieniem chłodzenia jest wyznaczenie optymalnego rozmieszczenia rur, ale zadanie optymalizacyjne zostało rozwiązane również w przypadku poszukiwania najkorzystniejszych wartości temperatury wody na wlocie T_{w0} , grubości ścianek rur s , prędkości przepływu wody Q oraz średnicy rur D_H .

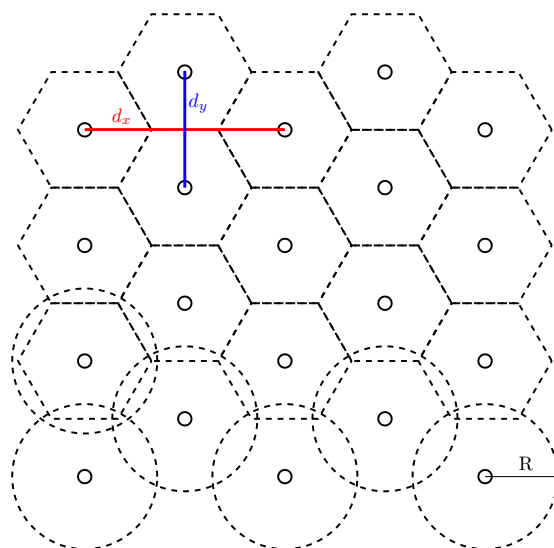
4.2 Metoda rozwiązania

Używane podejście jest rozwinięciem modelu zaproponowanego w cytowanych wyżej pracach [112, 120, 128]. Rozważany jest masywny element betonowy z systemem rur chłodzących, które są rozmieszczone w sposób regularny. Najczęściej przy budowie zapór używa się „prostokątnego rozmieszczenia” rur, tzn. umieszczone są one w wierzchołkach prostokątnej siatki [116]. Jednak według analiz numerycznych wykonanych w pracy [116] nie jest to optymalne rozmieszczenie i efekt chłodzenia jest najlepszy w przypadku rozłożenia rur w środkach sześciokątnej siatki w kształcie plastra miodu, co zostało pokazane na Rysunku 4.1. Każde oczko tego rodzaju siatki można zastąpić okręgiem o promieniu R , którego pole powierzchni jest równe polu powierzchni sześciokąta [8]. Na mocy tego warunku można powiązać promień R z odległościami pomiędzy rurami w następujący sposób:

$$R = \sqrt{\frac{d_x d_y}{\pi}} \quad (4.1)$$

gdzie d_x oznacza odległość pomiędzy rurami w poziomie, zaś d_y w pionie (odległości te zostały oznaczane odpowiednio czerwoną i niebieską linią na Rysunku 4.1).

Jednak według wyników uzyskanych przez [116] aby cylindryczny obszar chłodzenia sprowadzał się do sześciokątnego podziału przedstawionego na Rysunku 4.1 jego pole powierzchni musi zostać zwiększone o 7%, w związku z tym promień walca R



Rysunek 4.1: Sieć rur chłodzących w elemencie masywnym typu plaster miodu oraz równoważne obszary walcowe. Ponadto zaprezentowane są oznaczenia występujące w tekście: d_x , d_y oraz R

dany wzorem 4.1 oblicza się jako:

$$R = \sqrt{\frac{1,07 \cdot d_x d_y}{\pi}} \quad (4.2)$$

Zgodnie z powyższymi założeniami w dalszej części pracy rozważany będzie walec betonowy o promieniu R danym wzorem 4.2 z centralnie umieszczoną rurą chłodzącą o promieniu a . Ze względu na symetrię problemu można założyć, że walec jest izolowany termicznie, zatem warunek brzegowy dla $r = R$ ma postać:

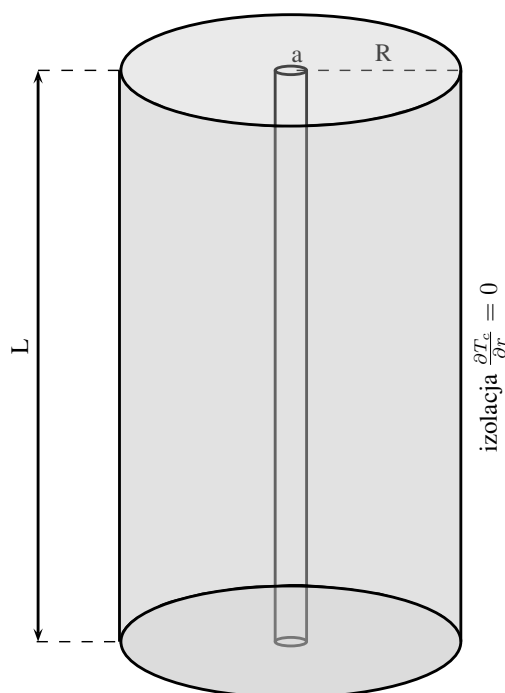
$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (4.3)$$

Układ równań opisujący przewodzenie ciepła w betonie 2.22 w przypadku konstrukcji z rurami chłodzącymi musi zostać uzupełniony o równanie opisujące ewolucję ciepła w rurach z cieczą chłodzącą. Dodatkowo ze względu na przyjętą geometrię zagadnienia układ równań zapisuje się we współrzędnych walcowych:

$$\begin{aligned} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} &= \nabla \cdot (k \nabla T) + q \\ \frac{dt_e}{dt} &= \exp \left(\frac{E}{R_g} \left(\frac{1}{293,15} - \frac{1}{T + 273,15} \right) \right) \\ \rho_w c_w \left(\frac{\partial \Theta}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \Theta \right) &= k_w \Delta \Theta \end{aligned} \quad (4.4)$$

gdzie Θ oznacza temperaturę wody, zaś ρ_w , c_w i k_w , to odpowiednio gęstość, ciepło właściwe i współczynnik przewodnictwa cieplnego dla wody. Zaś dywergencja, gradient i operator Laplace'a we współrzędnych walcowych mają odpowiednio postać:

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r F_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial F_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial F_z}{\partial z} \quad (4.5)$$



Rysunek 4.2: Modelowany wycinek konstrukcji betonowej z centralnie umieszczoną rurą chłodzącą (skala nie jest zachowana)

$$\nabla\Psi = \left[\frac{\partial\Psi}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial\Psi}{\partial\phi}, \frac{\partial\Psi}{\partial z} \right] \quad (4.6)$$

$$\Delta\Xi \equiv \frac{\partial^2\Xi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial\Xi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\Xi}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2\Xi}{\partial z^2} \quad (4.7)$$

Celem niniejszych rozważań jest sformułowanie funkcji celu pozwalającej wyznaczyć optymalne warunki chłodzenia konstrukcji betonowej za pomocą rur z przepływającą przez nie wodą. Jednak numeryczne rozwiązanie układu równań 4.4 jest relatywnie czasochłonne, dlatego też zastosowano szereg uproszczeń, dzięki którym postawiony problem może zostać rozwiązany w akceptowalnym czasie.

Pierwsze uproszczenie odnosi się do symetrii problemu względem kąta ϕ . W związku z tym, że wartość pola temperatury nie zależy od zmiennej ϕ wyrażenia zawierające pochodną po kącie ϕ we wzorach 4.5, 4.6 i 4.7 zerują się. Zgodnie z zaleceniami stowarzyszenia ACI, woda chłodząca powinna przepływać przez rury z prędkością nie pozwalającą na jej ogrzanie więcej niż o 2 – 3°C. Skutkuje to w praktyce przepływem rzędu 15-17 litrów na minutę, co prowadzi do przepływu turbulentnego. Istotnie liczba Reynoldsa Re , która stanowi kryterium stateczności ruchu płynów, zdefiniowana jest w sposób:

$$Re \stackrel{\text{def}}{=} \frac{QD_H}{\nu A} \quad (4.8)$$

gdzie:

- D_H – średnica rury [m],
- Q – przepływ cieczy [m³/s],

- ν – lepkość kinematyczna płynu [m^2/s],
- A - pole powierzchni przekroju [m^2].

Wstawiając do wzoru 4.8 wartości typowe dla zagadnienia przedstawione w Tabelicy 4.1 otrzymujemy liczbę Reynoldsa $Re \approx 13500$. Według Holmana [195] dla przepływu cieczy przez rury należy przyjąć następujące kryteria stateczności: przepływ laminarny $Re < 2000$, przepływ turbulentny $Re > 4000$. Podobne kryterium przedstawione jest w monografii [175] - przepływ burzliwy ma miejsce w przypadku $Re > 2300$. W związku z tym można założyć, że temperatura wody nieznacznie zależy od położenia radialnego oraz ze względu na symetrię osiową jest niezależna od położenia kąowego. Ponadto średnia prędkość cieczy w kierunku promienia jest równa zero. Przy założeniu nieściśliwości cieczy prędkość w kierunku z jest stała i wynosi:

$$u_z = \frac{Q}{A} \quad (4.9)$$

Uwzględniając te fakty możliwe jest uproszczenie równania opisującego ewolucję temperatury wody w rurze poprzez scałkowanie wzdłuż promienia obu stron trzeciego równania ze wzoru 4.4:

$$\int_0^a \rho_w c_w \left(\frac{\partial \Theta}{\partial t} + [0, 0, u_z] \cdot \nabla \Theta \right) r dr = \int_0^a k_w \Delta \Theta r dr \quad (4.10)$$

gdzie $a = \frac{D_H}{2}$ - długość promienia rury Otrzymamy w ten sposób wyrażenie opisujące ewolucję uśrednionej wzdłuż promienia temperatury w rurze $\bar{\Theta}$:

$$\rho_w c_w \left(\frac{a^2}{2} \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t} + u_z \frac{a^2}{2} \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z} \right) = k_w \int_0^a \left(r \frac{\partial^2 \Theta}{\partial r^2} + \frac{\partial \Theta}{\partial r} + r \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} \right) dr \quad (4.11)$$

Występująca w powyższym wzorze prędkość w kierunku z może zostać zastąpiona wyrażeniem 4.9. Natomiast w celu wyrugowania bezpośredniej zależności od Θ z prawej strony wzoru 4.11 należy scałkować przez części drugi człon wyrażenia podcałkowego oraz obliczyć całkę z trzeciego składnika:

$$\begin{aligned} \frac{a^2 \rho_w c_w}{2} \left(\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t} + \frac{Q}{A} \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z} \right) = \\ k_w \left(\int_0^a \left(r \frac{\partial^2 \Theta}{\partial r^2} \right) dr - \int_0^a \left(r \frac{\partial^2 \Theta}{\partial r^2} \right) dr + r \frac{\partial \Theta}{\partial r} \Big|_0^{r=a} + \frac{a^2}{2} \frac{\partial^2 \bar{\Theta}}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (4.12)$$

co po uporządkowaniu prowadzi do wyrażenia:

$$\frac{a^2 \rho_w c_w}{2} \left(\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t} + \frac{Q}{A} \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z} \right) = k_w \left(r \frac{\partial \Theta}{\partial r} \Big|_{r=a} + \frac{a^2}{2} \frac{\partial^2 \bar{\Theta}}{\partial z^2} \right) \quad (4.13)$$

Człon $k_w \frac{\partial \Theta}{\partial r} \Big|_{r=a}$ z powyższego równania może być zastąpiony przez warunek opisujący wymianę ciepła pomiędzy wodą a betonem:

$$k_w \frac{\partial \Theta}{\partial r} \Big|_{r=a} = H (T - \Theta) \approx H (T - \bar{\Theta}) \quad (4.14)$$

parametr	wartość	opis
a	0,0125m	promień rury
A	0,0005m ²	pole powierzchni przekroju rury
c_w	4200 $\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$	ciepło właściwe wody
H	500 $\frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot\text{K}}$	współczynnik wymiany ciepła
k_w	0,59 $\frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$	przewodność cieplna wody
Q	0,00027 $\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$	przepływ cieczy
ρ_w	1000 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	gęstość wody
ν	10 ⁻⁶ $\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$	lepkość kinematyczna wody

Tablica 4.1: Typowe wartości parametrów charakteryzujących zagadnienie chłodzenia wodą obiektów betonowych

gdzie współczynnik wymiany ciepła H zależy od materiału z którego jest wykonana rura oraz jej grubości. Uwzględniając tą zależność można uprościć równanie 4.13 do postaci:

$$\frac{a^2 \rho_w c_w}{2} \left(\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t} + \frac{Q}{A} \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z} \right) = aH (T - \bar{\Theta}) + k_w \frac{a^2}{2} \frac{\partial^2 \bar{\Theta}}{\partial z^2} \quad (4.15)$$

Ze względu na dość szybki przepływ wody w rurach wymiana ciepła poprzez dyfuzję jest zdecydowanie mniejsza od konwekcji. Istotnie wstawiając typowe wartości współczynników występujących w równaniu 4.15 (wykorzystane wartości wymieniono w Tablicy 4.1) otrzymujemy:

$$\frac{(0,0125\text{m})^2 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}}{2} \left(\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t} + \frac{0,00027 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{0,0005\text{m}^2} \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z} \right) = \quad (4.16)$$

$$0,0125\text{m} \cdot 500 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot\text{K}} (T - \bar{\Theta}) + 0,59 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}} \frac{(0,0125\text{m})^2}{2} \frac{\partial^2 \bar{\Theta}}{\partial z^2}$$

Zaś po wykonaniu możliwych działań:

$$328,125 \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t} + 177,188 \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z} = 6,25 (T - \bar{\Theta}) + 0,0000461 \frac{\partial^2 \bar{\Theta}}{\partial z^2} \quad (4.17)$$

Współczynnik stojący przy członie dyfuzyjnym $\frac{\partial^2 \bar{\Theta}}{\partial z^2}$ jest o pięć rzędów wielkości mniejszy od najmniejszego z pozostałych współczynników, co sugeruje jego ograniczony wpływ na wartość obliczonej temperatury. Tezę tę można potwierdzić posługując się liczbą podobieństwa Nusselta Nu , którą definiuje się jako:

$$Nu = \frac{\text{wymiana ciepła na skutek konwekcji}}{\text{wymiana ciepła na skutek przewodzenia}} \quad (4.18)$$

Dla turbulentnego przepływu cieczy w rurze liczbę Nusselta oszacować można za pomocą wzoru Gnielinskiego [196]:

$$Nu = \frac{\frac{f}{8} (Re - 1000) Pr}{1 + 12,7 \sqrt{\frac{f}{8}} (Pr^{2/3} - 1)} \quad (4.19)$$

gdzie współczynnik tarcia f dany jest wzorem:

$$f = (0,79 \ln(Re) - 1,64)^{-2} \quad (4.20)$$

zaś Pr to liczba Prandtla zdefiniowana jako:

$$Pr = \frac{\nu \rho_w c_w}{k_w} \quad (4.21)$$

Zgodnie ze wcześniejszymi obliczeniami liczba Reynoldsa wynosi $Re \approx 13500$, podstawiając typowe wartości do wzoru 4.21 otrzymujemy $Pr \approx 7$, co ostatecznie daje liczbę Nusselta $Nu \approx 104$. Zatem wymiana ciepła na skutek konwekcji jest dominująca w cieczy przepływającej przez rurę. W związku z tym człon $\frac{\partial^2 \bar{\Theta}}{\partial z^2}$ w równaniu 4.15 może zostać opuszczony co prowadzi do zależności:

$$\frac{a^2 \rho_w c_w}{2} \left(\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t} + \frac{Q}{A} \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z} \right) = aH (T - \bar{\Theta}) \quad (4.22)$$

Warunki brzegowe dla tak postawionego problemu są następujące:

- w przypadku równania transportu ciepła w cieczy przepływającej przez rurę określona jest temperatura wody na wlocie:

$$\bar{\Theta}(z = 0, t) = \Theta_0 \quad (4.23)$$

- w przypadku betonu określany jest strumień ciepła na ścianach bocznych rozważanego walca:

$$\begin{cases} k \frac{\partial T}{\partial r} = 0 & \text{dla } r=R \\ k \frac{\partial T}{\partial r} = H(T - \bar{\Theta}) & \text{dla } r=a \end{cases} \quad (4.24)$$

Zaś jako warunki początkowe przyjmuje się:

- stałą temperaturę betonu $T(t = 0, r) = T_0$,
- stałą temperaturę wody $\Theta(t = 0) = \Theta_0$,
- wiek efektywny $t_e(t = 0) = 0$.

Kolejne założenie dotyczy równania przewodnictwa ciepła w betonie. Mianowicie człon dyfuzyjny w kierunku radialnym jest dominujący w stosunku do członu wzdłuż osi z jeśli jest spełniony warunek $R \ll L$, gdzie L jest grubością rozważanego elementu betonowego (czyli wysokością analizowanego walca). Chłodzenie rurowe stosowane jest w przypadku masywnych obiektów betonowych, zatem warunek ten jest spełniony. Oznacza to, że w dalszej analizie równanie przewodnictwa ciepła w betonie zredukowane jest do postaci:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + q \quad (4.25)$$

Ostatnie uproszczenie w przyjętym modelu opiera się na spostrzeżeniu, iż skala czasowa dla wody jest inna niż skala czasowa dla betonu. Wynika to z faktu, że dyfuzyjność termiczna betonu, czyli jego podatność do wyrównania temperatury podczas nagrzewania lub ochładzania w określonych miejscach, jest rzędu $10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$, zaś przepływ wody przez rury chłodzące jest relatywnie szybki i wynosi $\sim 2\text{m/s}$. W związku z tym cząsteczki wody nie „odnotowują” zmiany temperatury betonu, ponieważ w czasie jaki jest potrzebny aby taka zmiana zaszła znajdują się już poza obiektem. W takim wypadku z punktu widzenia cieczy chłodzącej można traktować beton jako stałe źródło energii. A co za tym idzie w przypadku wody rozważane jest równanie ustalonego przepływu ciepła w następującej postaci:

$$\frac{d\bar{\Theta}}{dz} = \frac{2AH}{a\rho_w c_w Q} (T - \bar{\Theta}) = \tilde{H}(T - \bar{\Theta}) \quad (4.26)$$

Równanie 4.26 można rozwiązać analitycznie, co po uwzględnieniu warunku początkowego prowadzi do wyrażenia:

$$\bar{\Theta} = T - (T - \Theta_0) e^{-\tilde{H}z} \quad (4.27)$$

Pojawiający się we wzorach prezentowanych w rozdziale 4 współczynnik wymiany ciepła H można zapisać na kilka sposobów. Na przykład Kim w swojej pracy [124] proponuje za JCI (ang. *Japan Concrete Institute*) liniową zależność tego współczynnika od prędkości przepływającej cieczy u :

$$H = 5,52u + 50 \quad (4.28)$$

Według autorów cytowanej pracy powyższe równanie ma zastosowanie dla prędkości cieczy $20\text{cm/s} \leq u \leq 60\text{cm/s}$. Jego wadą jest to, że nie uwzględnia on materiału, z którego została wykonana rura.

W niniejszej dysertacji używana jest następująca postać współczynnika wymiany ciepła przez rurę:

$$H = \frac{1}{\frac{1}{H'} + \frac{s}{k_r}} \quad (4.29)$$

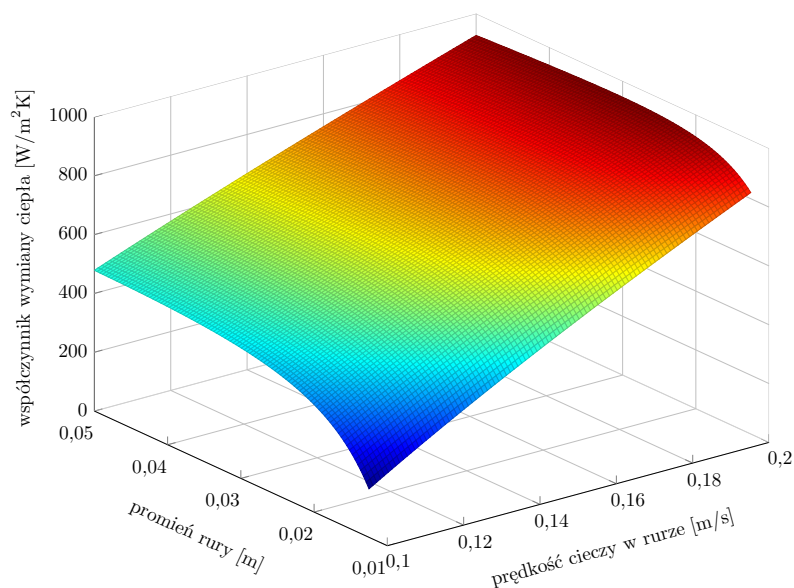
gdzie k_r - współczynnik przewodzenia ciepła materiału rury oraz s grubość rury. Człon H' w przypadku ogrzewania się cieczy może być oszacowany za pomocą równania Dittus'a-Boelter'a [197]:

$$H' = 0,023 \frac{k_w}{d_r} Re^{4/5} Pr^{2/5} \quad (4.30)$$

Jednak to oszacowanie prowadzi do błędów rzędu 25% [196]. Zgodnie z sugestią Bergmana [196] błędy mogą zostać zredukowane do 10% poprzez zastosowanie wyrażenia:

$$H' = \frac{k_w}{d_r} Nu \quad (4.31)$$

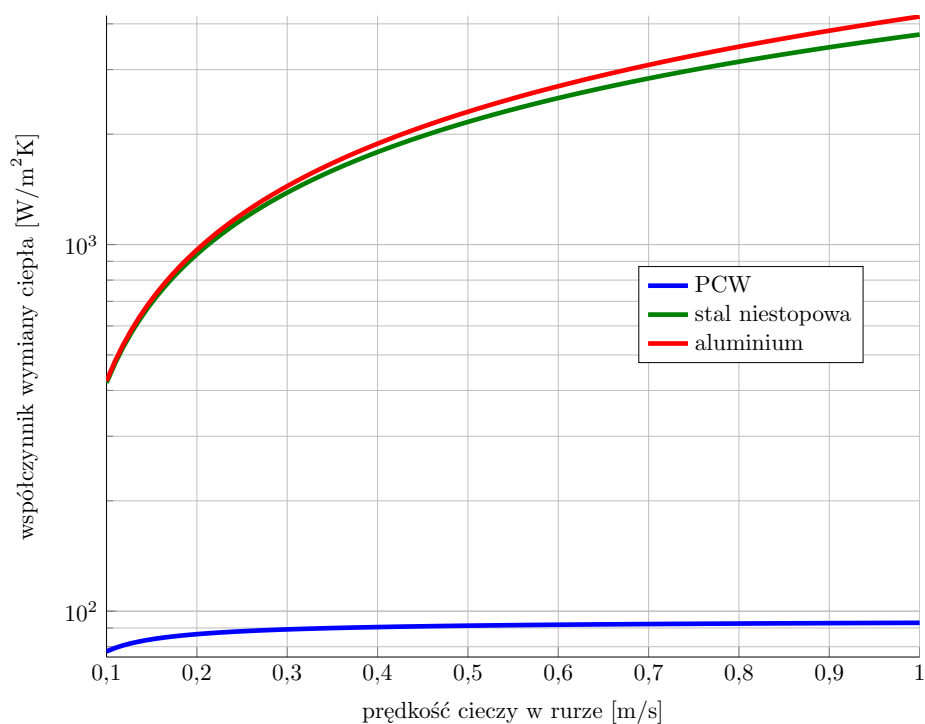
gdzie liczba Nusselta liczona jest za pomocą korelacji Gnielinskiego zdefiniowanej wzorem 4.19.



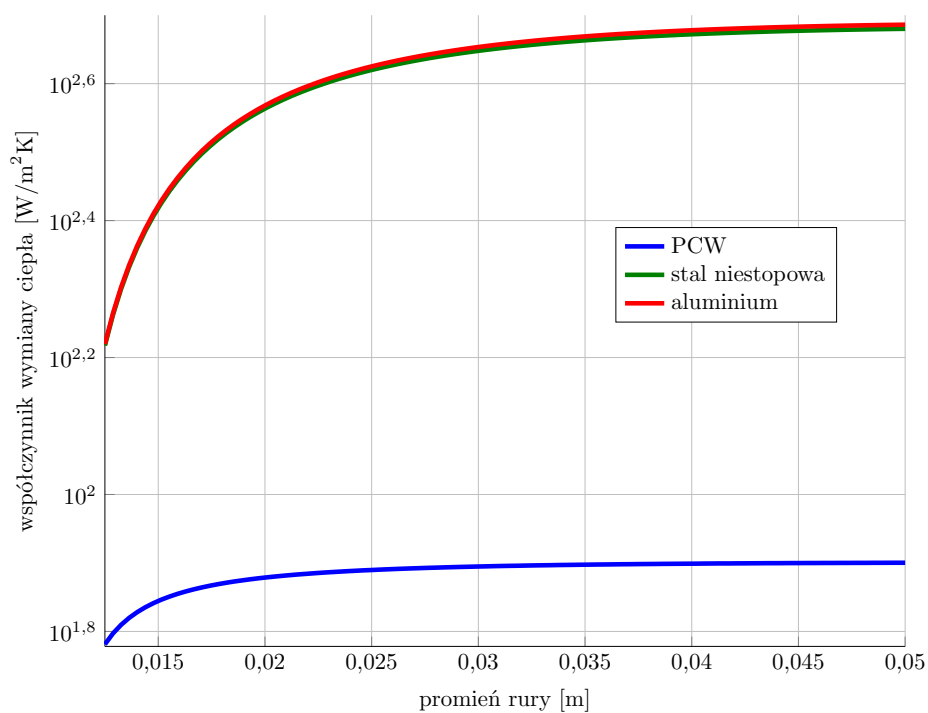
Rysunek 4.3: Zależność współczynnika wymiany ciepła od promienia rury oraz prędkości przepływającej cieczy

Zależność współczynnika wymiany ciepła od promienia rury chłodzącej oraz prędkości przepływającej wody została przedstawiona na Rysunku 4.3. Prezentowany wykres wykreślono przy założeniu, że rura została wykonana ze stali nierdzewnej. W przypadku innych materiałów zależność ta będzie różna. Fakt ten ilustrują wykresy z Rysunku 4.4 oraz Rysunku 4.5, na których zostały przedstawione zależności współczynnika wymiany ciepła od prędkości przepływającej cieczy dla ustalonej wartości promienia $r = 1,27\text{cm}$ (Rysunek 4.5) oraz jako funkcji promienia rury przy ustalonej prędkości $0,1\text{m/s}$ (Rysunek 4.4) dla trzech wybranych materiałów: PCW, stali nierdzewnej i aluminium. Analizując kształt krzywych przedstawionych na wykresie z Rysunku 4.4, można stwierdzić, że dla zakresu prędkości $0,2\text{m/s} - 0,6\text{m/s}$ liniowe przybliżenie wartości współczynnika wymiany ciepła zalecane przez JCI jest wystarczające. Z kolei zależność współczynnika H od promienia w przypadku dużych prędkości przepływu jest niewielka (patrz Rysunek 4.3), dlatego też na wykresie z Rysunku 4.5 zdecydowano się przedstawić tę zależność dla relatywnie małej prędkości cieczy $0,1\text{m/s}$. Dodatkowo na podkreślenie zasługuje głównie zróżnicowanie wartości współczynnika H od rodzaju wykonanego materiału. W przypadku rur PCW współczynnik wymiany ciepła jest o jeden rząd wielkości mniejszy od rur stalowych bądź aluminiowych. Jednak projektując system chłodzenia rurowego należy wziąć pod uwagę także aspekt ekonomiczny. Rury wykonane z tworzywa sztucznego, mimo znacznie gorszych parametrów termicznych, są tańsze od rur stalowych.

Mając sformułowany model można przystąpić do implementacji numerycznej. Na Rysunku 4.6 został przedstawiony schemat blokowy algorytmu wyznaczającego rozkład temperatury w analizowanym cylindrycznym elemencie betonowym. Pierwszy etap to inicjalizacja parametrów modelu. Należy wprowadzić stałe materiałowe, wydajność źródła ciepła, informacje na temat systemu chłodzącego takie jak rodzaj rur (materiał, rozmiar) oraz ich rozmieszczenie i warunki początkowe - temperaturę



Rysunek 4.4: Zależność współczynnika wymiany ciepła od prędkości przepływającej cieczy dla trzech wybranych materiałów. Promień rury chłodzącej wynosi 1,27cm



Rysunek 4.5: Zależność współczynnika wymiany ciepła od promienia rury chłodzącej dla trzech wybranych materiałów dla przepływu wody z prędkością 0,1m/s

betonu i temperaturę wtłaczanej wody. Na mocy przyjętych założeń rozpatrywany walec o długości L dzielony jest na I części, zatem grubość pojedynczej warstwy $\Delta z = L/I$. Na początku rozwiązywane jest równanie przewodnictwa ciepła dla pierwszej warstwy, tzn. w punkcie $z = 0$ m. W punkcie tym na mocy warunków brzegowych temperatura wody w rurze jest ustalona. Obliczany jest rozkład temperatury w betonie w kierunku radialnym. W kolejnym kroku wyznaczana jest ewolucja temperatury wody w rurze w punkcie oddalonym o Δz od poprzedniego. Przy czym do warunków brzegowych dla wody brana jest wartość temperatury betonu obliczona w punkcie poprzednim na styku rury i betonu. Następnie temperatura betonu i wody w kolejnych punktach są obliczane naprzemiennie dla całego elementu. Na podstawie przeprowadzonych symulacji komputerowych wyznaczono optymalną miąższość plastra betonowego Δz na 15cm. Przy czym podstawowym kryterium była dokładność otrzymywanych rezultatów w odniesieniu do czasu potrzebnego na obliczenia, który rośnie liniowo wraz z ilością rozważanych warstw betonu. Na Rysunku 4.7 przedstawiono ewolucję temperatury na brzegach walca betonowego dla tych samych stałych materiałowych, ale przy różnej grubości pojedynczej warstwy. Widać, że dla $\Delta z < 0,15$ m wyniki zbiegają do siebie. W związku z tym wartość ta została użyta do dalszych symulacji numerycznych.

Aby wyznaczyć optymalne z perspektywy chłodzenia konstrukcji betonowych parametry należy w sposób formalny zapisać funkcję celu, która będzie podlegała minimalizacji. Z praktycznego punktu widzenia funkcja celu może zostać sformułowana na kilka sposobów:

1. maksymalna różnica temperatury na jednostkę długości:

$$f = \max \left(\frac{T_c(x,y,z,t) - T_{cl}(x_l,y_l,z_l,t)}{\sqrt{(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2 + (z - z_l)^2}} \right) \quad (4.32)$$

gdzie:

- T_{cl} - najniższa temperatura w analizowanym elemencie w chwili t ,
- x_l, y_l, z_l - współrzędne punktu o najniższej temperaturze w chwili t ,

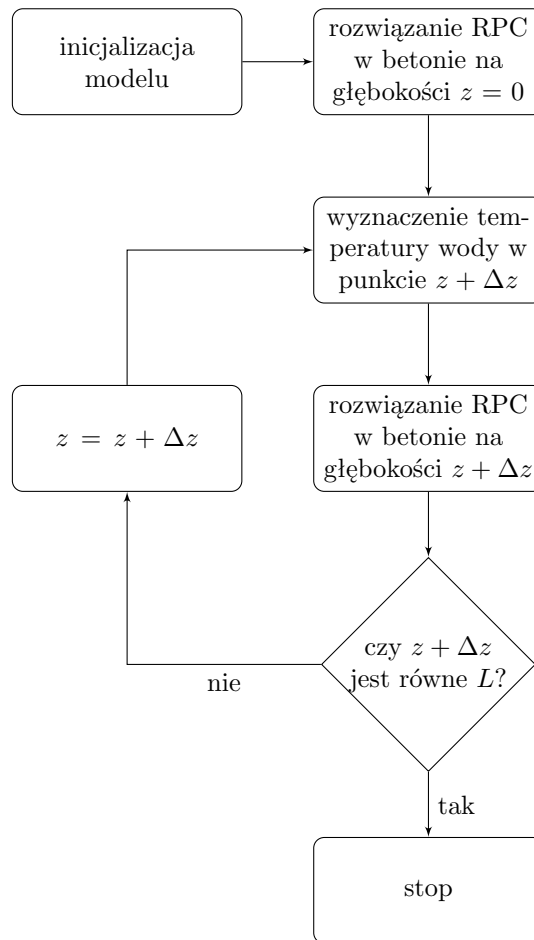
2. maksymalna długość wektora gradientu

$$f = \max \left(\sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)^2} \right) \quad (4.33)$$

3. maksymalna temperatura zarejestrowana podczas twardnienia:

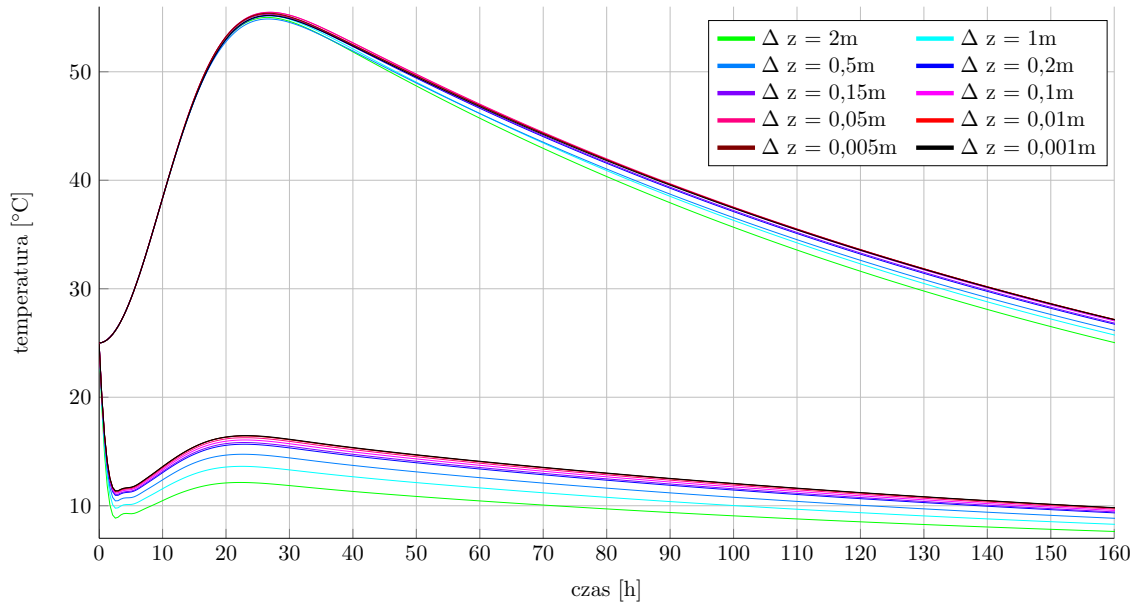
$$f = \max(T) \quad (4.34)$$

Według pierwszej propozycji szukane jest rozwiązanie, które zapewni minimalne różnice temperatury w analizowanym obiekcie betonowym. Wartości te są wyrażane na jednostkę długości, ponieważ ta sama różnica temperatur na różnych odcinkach



Rysunek 4.6: Schemat blokowy algorytmu wyznaczania temperatury betonu i wody w przyjętym modelu. RPC oznacza równanie przewodnictwa ciepła

skutkuje inną wartością naprężeń termicznych. Wadą tego rodzaju funkcji celu jest, że w przypadku analizy numerycznej dla niewielkich różnic temperatury na bardzo małych odległościach zwracane przez funkcję daną wzorem 4.32 wartości są bardzo duże. Wyjściem z sytuacji może być obliczenie średniej po wszystkich wartościach funkcji zamiast wyznaczania jej maksimum. Innym rozwiązaniem jest posłużenie się wzorem 4.33, na podstawie którego wyznaczana jest maksymalna długość wektora gradientu temperatury w obiekcie. Podejście to jest zbliżone do pierwszej metody (wzór 4.32), jednak nie posiada wyżej wspomnianej wady dlatego też w dalszych analizach stosowana jest funkcja celu zadana wzorem 4.33. Tak jak wspomniano we wstępie do dysertacji istotne jest również aby temperatura betonu nie przekroczyła maksymalnej temperatury dopuszczalnej. W związku z tym rozważane jest zagadnienie optymalizacji wielokryterialnej z funkcjami celu zadanymi przez równania 4.33 i 4.34. Zadanie tego typu może być rozwiązane jako klasyczny problem optymalizacyjny po zastąpieniu rozważanych funkcji celu za pomocą ich sumy ważonej. Jednak w rozważanym przypadku przypisanie odpowiednich wag następuje z trudnością, ponieważ bardzo trudne jest oszacowanie, która z funkcji jest ważniejsza oraz które warunki łatwiej osiągnąć z praktycznego punktu widzenia. Ponadto nie



Rysunek 4.7: Optymalna miąższość myślowo wyekstrahowanego plastra betonowego

wszystkie rozwiązania mogą zostać wygenerowane jako liniowe sumy ważone. Dlatego też zdecydowano się rozwiązać zagadnienie optymalizacji dwukryterialnej za pomocą podejścia Pareto. Oznacza to, że szukane są wartości optymalne następującej, dwuwartościowej funkcji celu:

$$\min_{\mathbb{X},t} F = \min_{\mathbb{X},t} \left(\max_{\mathbb{X},t} T, \max_{\mathbb{X},t} \|\nabla T\| \right) \quad (4.35)$$

gdzie \mathbb{X} oznacza zbiór przeszukiwanych parametrów.

Aby wyjaśnić sposób postępowania podczas poszukiwania wartości optymalnych wyżej postawionej funkcji celu rozważmy proces w którym sterując liczbą n parametrów otrzymujemy m -elementową odpowiedź, co symbolicznie zapisujemy jako:

$$\mathbf{f} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m \quad (4.36)$$

W omawianym przypadku $n \leq 5$: temperatura wody, grubość ścianki rury, strumień wody przepływający przez rurę, promień rury chłodzącej oraz $m = 2$: maksymalna temperatura i maksymalny gradient. Następnie z przestrzeni \mathbb{R}^n wyodrębniany jest zbiór \mathbb{X} składający się z wektorów parametrów, które są dopuszczalne biorąc pod uwagę ograniczenia fizyczne i inżynierskie. Obraz \mathbb{X} poprzez \mathbf{f} oznacza się jako:

$$\mathbf{f}(\mathbb{X}) = \mathbb{Y} \quad (4.37)$$

W kolejnym kroku ze zbioru \mathbb{Y} wybierane są wektory, które nie są ściśle zdominowane (ang. *strictly dominated*), tzn. spełniona jest zależność:

$$\forall i y_i \leq y_i^* \wedge \exists i y_i < y_i^* \quad (4.38)$$

gdzie \mathbf{y} oznacza testowany wektor, zaś \mathbf{y}^* dowolny wektor z przestrzeni \mathbb{Y} . Powyższy warunek zapisuje się symbolicznie za pomocą operatora \prec :

$$\mathbf{y} \prec \mathbf{y}^* \quad (4.39)$$

Zbiór niezdominowanych rozwiązań z całej dopuszczalnej przestrzeni poszukiwań \mathbb{Y} nazywa się zbiorem optymalnym w sensie Pareto, a rozwiązania tworzą tzw. front Pareto. Oznacza to, że każdy element z tego zbioru nie jest zdominowany przez żadne inne rozwiązanie. Do numerycznego rozwiązania problemu został użyty algorytm BiMADS autorstwa [198]. Algorytm ten bazuje na metodzie poszukiwania wzorcem MADS. Optimum w sensie Pareto wyznaczane jest na podstawie rozwiązania serii problemów jednokryterialnych zbudowanych na podstawie zadanych funkcji celu [198].

Rozdział 5

Pomiary temperatury

5.1 Wprowadzenie

W ramach badań doświadczalnych wykonano szereg pomiarów temperatury elementów betonowych. Celem niniejszego rozdziału jest zaprezentowanie technik pomiarowych oraz uzasadnienie dokonanych wyborów dotyczących geometrii próbek i rozmieszczenia czujników. Pomiary temperatury każdej mieszanki wykonywane były przez co najmniej 3 doby, wyjątki stanowią sytuacje gdy z powodów technicznych pomiar został zakończony we wcześniejszym czasie. Wybór trzydobowego okresu pomiaru podyktowany był faktem, iż większość dostępnych na rynku cementów wydziela ponad 50% całkowitego ciepła hydratacji w pierwszych trzech dniach od zarobienia z wodą [199]. W tym też okresie przebieg zachodzących w betonie reakcji jest najbardziej dynamiczny i na podstawie pomiarów kalorymetrycznych można wyróżnić kilka maksimum funkcji opisującej wydzielanie się ciepła. Są to między innymi [199]:

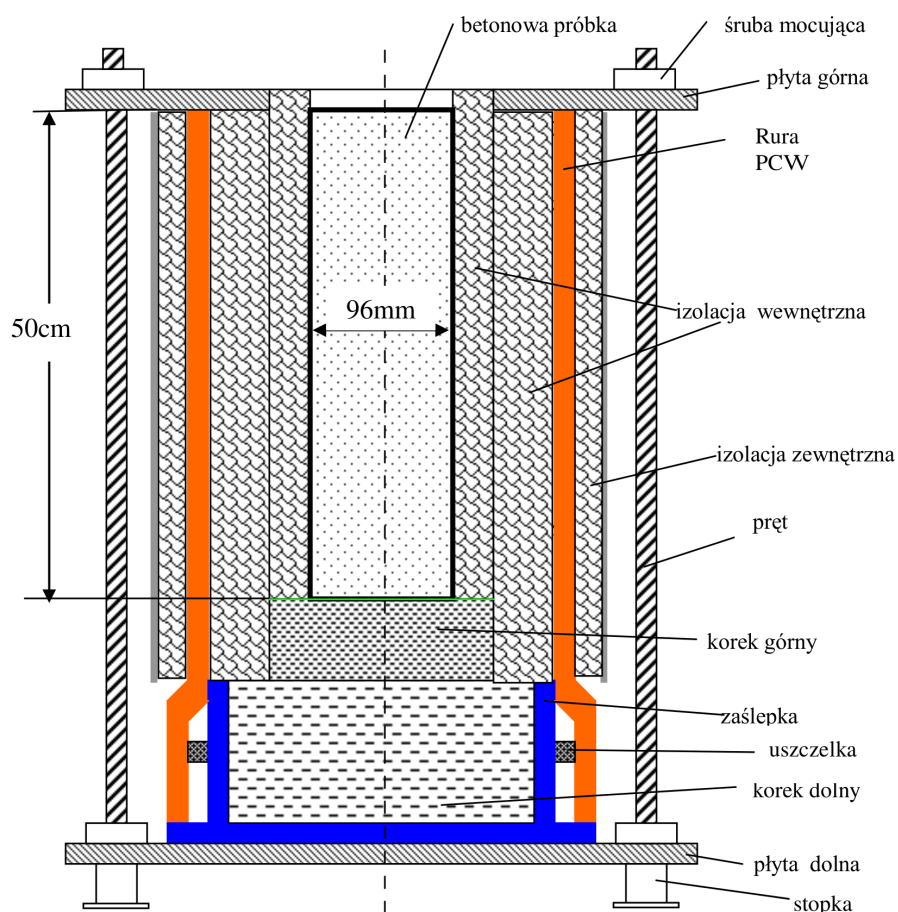
- maksimum, które występuje od razu po zmieszaniu składników z wodą (często jeszcze podczas mieszania) i najczęściej nie jest rejestrowane w trakcie pomiarów,
- maksimum rejestrowane po okresie uśpienia (ang. *dormant period*) związane z hydratacją alitu,
- trzecia i czasami czwarta wartość maksymalna, które obserwowane są na ramieniu drugiego maksimum i mogą być związane z hydratacją fazy glinianowej i ferrytowej,
- w przypadku cementów z dodatkiem żużla wielkopieczowego obserwowane są tzw. maksima „X” i „S”, których źródło jest ciągle przedmiotem dyskusji.

Postać funkcji źródeł ciepła wpływa bezpośrednio na kształt krzywej opisującej ewolucję temperatury w twardniejącej mieszance betonowej, zaś analiza czasów wystąpienia temperatury maksymalnej, czy jej wartości pozwala na wyciągnięcie wniosków dotyczących na przykład przydatności danej mieszanki do konkretnych zastosowań. W rozdziale 6 przedstawiono wyniki tego rodzaju analizy.

Pomiary temperatury zostały wykonane w trzech konfiguracjach, tzw. pomiary jednowymiarowe w formie walcowej, pomiary dwuwymiarowe w formie o kształcie trapezu i połowe pomiary trójwymiarowe w prostokątnych formach. Za pomocą pomiarów w walcowych formach jednowymiarowych możliwa jest m.in. ocena gradientów temperatury jakie mogą powstawać w elementach masywnych podczas twardnienia różnych mieszanek betonowych oraz wyznaczenie parametrów termicznych testowanych mieszanek. Pomiary 2D i 3D służą do walidacji zaproponowanego w pracy modelu numerycznego. Szczegóły dotyczące tych metod przedstawione są w kolejnych częściach tego rozdziału. Ponadto w ostatnim paragrafie rozdziału 5 scharakteryzowane są materiały, w przypadku których wykonane zostały pomiary i których wyniki wykorzystywane są w niniejszej dysertacji.

5.2 Pomiary jednowymiarowe

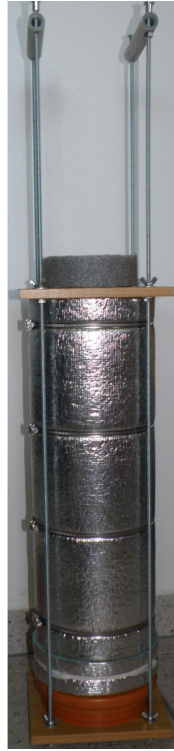
Do wykonania pomiarów jednowymiarowych wykorzystano walcową formę o wysokości 500mm i średnicy wewnętrznej 96mm zaprojektowaną przez A. Ossowskiego. Pojemność komory pomiarowej wynosi w przybliżeniu 3,6 litra. Jej schemat został przedstawiony na Rysunku 5.1. Jest ona zbudowana z cylindrycznej komory pomiarowej, której elementem nośnym jest rura PCW. Komora pomiarowa jest izolowana termicznie od otoczenia za pomocą dwóch warstw pianki polietylenowej o zamkniętych porach. Pianka polietylenowa charakteryzuje się niskim współczynnikiem przewodzenia ciepła wynoszącym około $0,036\text{W}/(\text{mK})$, co gwarantuje dobrą izolację termiczną. Warstwa pianki przylegająca bezpośrednio do betonu nie jest przymocowana do pozostałej części formy, dzięki czemu po zakończeniu pomiarów betonowy odlew może być usunięty z formy bez niszczenia formy. Spodnia część formy składa się z korków wykonanych z twardego styropianu, które dodatkowo uszczelnione są za pomocą uszczelki gumowej i folii aby zapobiec wyciekowi wody przez dno formy. Styropian pełni rolę izolatora termicznego, który minimalizuje ubytek ciepła przez tą część formy. Na górze formy mającym bezpośredni kontakt z otoczeniem została nałożona plastikowa nakładka w celu wstrzymania wymiany wilgoci z otoczeniem. Opcjonalnie górna powierzchnia może być zamykana za pomocą styropianowego korka. Rura PCW od strony zewnętrznej osłonięta jest izolacją piankową z metalizowaną powierzchnią, mającą na celu zmniejszenie ubytku energii cieplnej przez promieniowanie. Fotografie formy 1D wraz z wyprowadzonymi kablami oraz betonowej próbki po wyjęciu z formy są przedstawione na Rysunku 5.2. Wybrany rozmiar formy wynika z konieczności zapewnienia reprezentatywnej objętości betonu z kruzywem. Ponadto pojemność cieplna formy powinna być relatywnie mała w stosunku do ciepła zgromadzonego w całej objętości próbki. Pomiary wykonywane są za pomocą scalonych, krzemowych mierników temperatury firmy National Semiconductors (typ LM 35) rozmieszczonych wzdłuż osi walca. Sondy pomiarowe umieszczone są w hermetycznych osłonach o średnicy zewnętrznej końcówki 7mm. Sondy odporne są na uszkodzenia mechaniczne mogące powstać w trakcie wypełniania formy mieszaną betonową i późniejszego wibracyjnego procesu ubijania próbki. Dodatkowo monitorowana jest temperatura w pomieszczeniu laboratoryjnym podczas pomia-



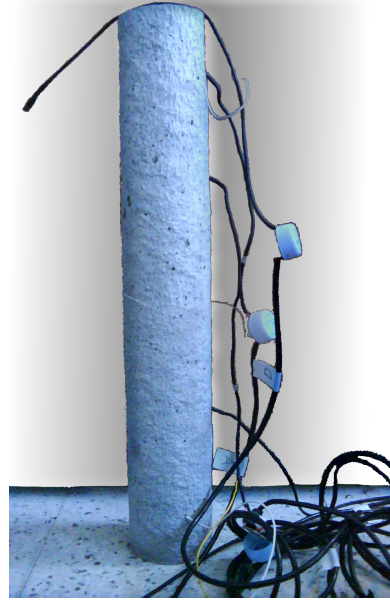
Rysunek 5.1: Schemat konstrukcji formy 1D [200]

rów. Czujniki temperatury podłączone są do rejestratora. Na podstawie obserwacji dynamiki zmiany temperatury podczas samonagrzewania się betonu stwierdzono, że pomiary w odstępach jednonumitowych zapewniają odpowiednią dokładność - rozdzielczość poniżej $0,1^{\circ}\text{C}$. Każda zarejestrowana wartość jest średnią 30 pomiarów wykonanych w odstępach dwusekundowych. Sondy pracują łącznie z oryginalnie zaprojektowaną przez Z. Ranachowskiego i T. Dębowskiego jednostką rejestratora, która została wyposażona w ośmiogodzinny układ podtrzymania napięcia na wypadek awarii zasilania sieciowego, wyświetlacz prezentujący mierzoną temperaturę oraz wskaźnik sygnalizujący poprawność przebiegającego trybu pomiaru. Dane zapisywane są na karcie pamięci SD, a ich transmisja do komputera odbywa się za pomocą kabla USB bądź bezpośrednio poprzez umieszczenie karty w odpowiednim slotcie komputera. Widok rejestratora wraz z zaprojektowanymi sondami do pomiaru temperatury pokazano na Rysunku 5.3. W celu przetestowania poprawności działania jednostki pomiarowej wykonano próbne pomiary, w trakcie których rejestrowano temperaturę otoczenia równoległe tym przyrządem i termometrami kwarcowym i rtęciowym. Różnica wskazań pomiędzy różnymi przyrządami pomiarowymi nie przekraczała 1°C .

Bardzo ważną częścią eksperymentu jest rozmieszczenie czujników temperatury



(a) Zdjęcie jednowymiarowej formy pomiarowej



(b) Betonowy odlew po wyjęciu z formy

Rysunek 5.2: Forma 1D

w badanej formie, tak aby pomiary niosły jak najwięcej informacji. Dlatego też należy zdefiniować kryterium według którego będą rozmieszczone sensory. Przypuśćmy, że chcemy aby czujniki pokrywały zakres temperatury w równych odstępach przy największej występującej różnicy temperatury w próbce w trakcie pomiarów. Jeśli rozkład temperatury w czasie i przestrzeni jest opisywany przez funkcję $T(x,t)$, to czas t_{max} wystąpienia maksymalnej różnicy dany jest wzorem:

$$t_{max} = \max_t \left(\max_x (T(x,t)) - \min_x (T(x,t)) \right) \quad (5.1)$$

W kolejnym kroku należy wyznaczyć długość łuku krzywej $T(x, t_{max})$. Wzór na długość krzywej pomiędzy punktami $x = \xi$ i $x = \zeta$ jest następujący¹:

$$\Lambda_{\xi}^{\zeta} = \int_{\xi}^{\zeta} \sqrt{1 + [T'(x, t_{max})]^2} dx \quad (5.2)$$

Przy założeniu, że rozkład temperatury w ustalonej chwili czasu jest parabolą o postaci:

$$T(x, t_{max}) = ax^2 + bx + c \quad (5.3)$$

¹Wzór jest prawdziwy tylko w przypadku kiedy funkcja i jej pochodna są ciągłe w przedziale $\langle \xi, \zeta \rangle$.



(a) Rejestrator



(b) Czujniki temperatury

Rysunek 5.3: Urządzenie do akwizycji danych

Po podstawieniu wzoru 5.3 do wyrażenia 5.2 otrzymujemy:

$$\Lambda_{\xi}^{\zeta} = \int_{\xi}^{\zeta} \sqrt{4a^2x^2 + 4abx + b^2 + 1} = \left(\frac{x}{2} + \frac{b}{4a} \right) \sqrt{4a^2x^2 + 4abx + b^2 + 1} + \frac{1}{4a} \sinh^{-1} \left(ax + \frac{b}{4a} \right) \Big|_{\xi}^{\zeta} \quad (5.4)$$

Wstawiając odpowiednie granice w całce powyżej dla walca o długości 50cm otrzymujemy długość krzywej opisującej temperaturę. Przy założeniu użycia N czujników odnajdujemy w jakiej odległości l powinny się one znajdować:

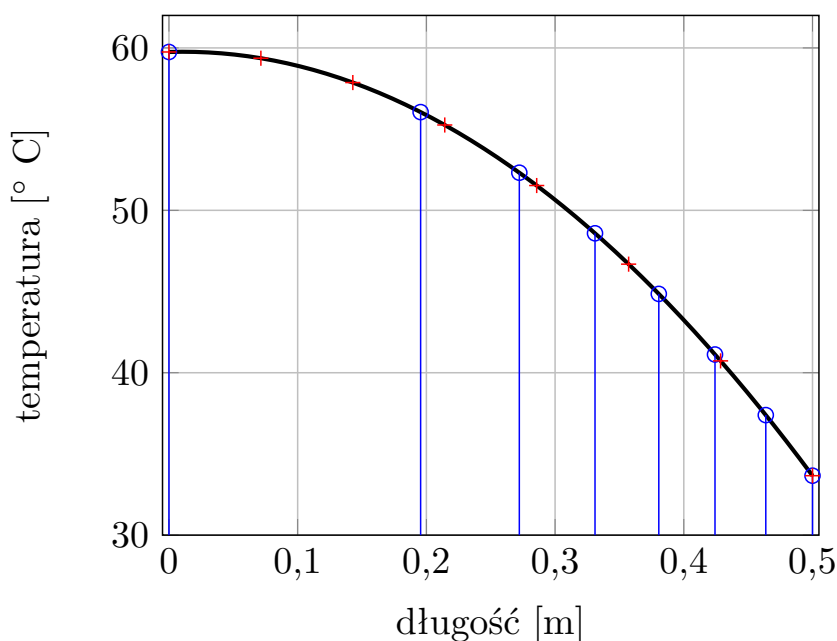
$$l = \frac{\Lambda_0^{50\text{cm}}}{N - 1} \quad (5.5)$$

Następnie posiadając takie informacje możemy rozwiązać numerycznie układ równań poniżej, którego rozwiązaniem będą punkty x_1, x_2, \dots, x_N , w których należy umieścić czujniki:

$$\begin{aligned} \Lambda_0^{x_1} &= l \\ \Lambda_{x_1}^{x_2} &= l \\ &\vdots \\ \Lambda_{x_{N-1}}^{x_N} &= l \end{aligned} \quad (5.6)$$

Wykres na Rysunku 5.4 przedstawia przykładową propozycję rozmieszczenia ośmiu czujników dla symulowanych danych. Profil temperatury został opisany za pomocą paraboli zadanej równaniem 5.3. Na niebiesko zaznaczono wynik rozwiązania układu równań 5.6, zaś na czerwono dla porównania miejsca w których znajdowałyby się

czujniki w przypadku rozmieszczenia ich co $\sim 714\text{mm}$. Oczywiście równomierne rozłożenie czujników w przestrzeni temperatury dla krzywej o największej różnicy pomiędzy maksimum i minimum nie jest konieczne, możemy wybrać inne kryterium, np. takie rozmieszczenie aby dla maksymalnej temperatury czujniki były ułożone równomiernie w przestrzeni temperatury. Wystarczy wtedy zmodyfikować wyrażenie 5.1 i wykonać następane kroki zgodnie z opisem zawartym w tym paragrafie. W przypadku skonstruowanej formy pomiarowej liczba czujników wynosi 4. Należy jednak mieć na uwadze, że rozkłady temperatur zmieniają się dla różnych mieszanek betonowych i obiektywnie najlepsze rozmieszczenie czujników nie istnieje. Ponadto przy doborze rozmieszczenia należało się kierować względami praktycznymi, aby możliwe było wykonanie systemu pomiarowego zgodnie z założonym rozmieszczeniem. Na podstawie wykonanych pomiarów testowych i obliczeń numerycznych zaproponowano dwie konfiguracje czujników w zależności od warunków przeprowadzanego eksperymentu. Najczęściej wykorzystywanym układem czujników jest ich rozmieszczenie na wysokości 50mm, 200mm, 350mm i 500mm od spodu próbki w przypadku użycia styropianowej pokrywy oraz 50mm, 200mm, 350mm i 500mm od spodu próbki w przypadku braku korka styropianowego na górze próbki. Rozmieszczenie takie jest nazywane odpowiednio konfiguracją pomiarową A i B, ich schemat przedstawia Rysunek 3.1.



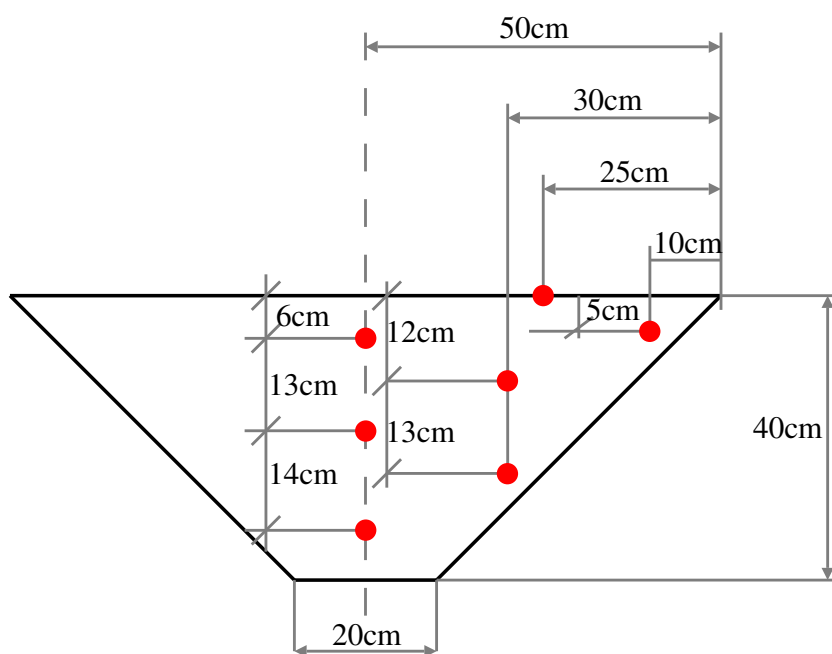
Rysunek 5.4: Propozycja rozmieszczenia czujników dla symulowanego rozkładu temperatury w przypadku użycia 8 sensorów. Czerwone krzyżyki to czujniki rozmieszczone w równych odległościach przestrzennych, zaś niebieskie kółka oznaczają czujnik rozmieszczone w równych odległościach w przestrzeni temperatury

5.3 Pomiary dwuwymiarowe

Pomiary w formie walcowej nie umożliwiają wytworzenia warunków sprzyjających powstawaniu zarysowań termicznych w betonach. Z tego względu oraz z potrzeby walidacji zaproponowanej procedury numerycznej wykonano formę dwuwymiarową w kształcie trapezu, w której oprócz rejestracji temperatury twardnienia możliwe byłoby zaobserwowanie spękań spowodowanych wzrostem temperatury. Grubość takiej próbki wynosi 100mm i jest ona podyktowana obecnością kruszywa o frakcji do 16mm w testowanych mieszankach betonowych. Długość górnej podstawy trapezu stanowiącego komorę pomiarową wynosi 1000mm. Rozmiar górnej powierzchni próbki bierze się z faktu próby zasymulowania warunków jakie panują w bloku masywnym. Ponadto na podstawie pomiarów przeprowadzonych w formach 1D można zaobserwować, że rejestrowana temperatura na wysokościach do 200mm jest zbliżona. Na tej podstawie przyjęto, że do uzyskania odpowiednich gradientów temperatury wystarczy zastosować formę o głębokości 400mm. Długość dolnej podstawy ustalono na 200mm. Całkowita pojemność komory pomiarowej wynosi 24 litry. Zdjęcie próbki betonowej o wyżej wymienionych rozmiarach po rozformowaniu przedstawia Rysunek 5.5, zaś z Rysunku 5.6 można odczytać dokładne wymiary odlewu. Elementami nośnymi całej konstrukcji są dwie laminowane płyty o wymiarach $120\text{cm} \times 60\text{cm} \times 1,6\text{cm}$. Dodatkowo w skład obudowy formy wchodzi dwie ścianki boczne o wymiarach $30\text{cm} \times 50\text{cm} \times 1,6\text{cm}$ oraz płyta dolna o wymiarach $30\text{cm} \times 120\text{cm} \times 1,6\text{cm}$. Pomiędzy płytami a komorą pomiarową znajdują się materiały izolujące termicznie próbkę od otoczenia (styropian i wykładzina korkowa). Wnętrze formy wyłożone jest podobnie jak w przypadku jednowymiarowym pianką polietylenową o zamkniętych porach, zaś uszczelnienie formy stanowi folia budowlana. Konstrukcja formy 2D pozwala na wielokrotne wykonanie doświadczeń na betonach o zróżnicowanym składzie przy względnie małym zużyciu betonu. Forma została wykonana przez A. Ossowskiego. Jej zdjęcie (bez wsadu betonowego) zostało przedstawione na Rysunku 5.7. Widoczne jest oprzyrządowanie do akwizycji danych wraz z czujnikami temperatury umieszczonymi w trzech plastikowych rurkach. W tym przypadku do pomiarów temperatury zastosowano siedem czujników firmy Dallas Semiconductor typu DS18B20. Są to cyfrowe termometry o programowalnej rozdzielczości. Ze względu na symetrię problemu czujniki zostały umieszczone w tej samej części formy. Ich rozmieszczenie ilustruje schemat z Rysunku 5.6. Wyboru położenia każdego z czujników dokonano na podstawie wyników symulacji numerycznych, przy uwzględnieniu przewidywanych gradientów temperatury oraz na podstawie ograniczeń technicznych. Ograniczenia techniczne wynikały z konieczności umieszczenia czujników w plastikowych rurkach w związku z czym zdecydowano się na użycie trzech przewodnic odpowiednio z trzema, dwoma i jednym mierzniakiem. Górna powierzchnia formy nie jest osłonięta styropianem (jednak istnieje możliwość zastosowania korka izolującego), co umożliwia swobodną wymianę ciepła z otoczeniem, aczkolwiek w celu zabezpieczenia przed parowaniem i utratą wody swobodna powierzchnia próbki jest osłonięta folią polietylenową. Forma napełniana jest od góry. Oprócz czujników półprzewodnikowych dodatkowo do bezkontaktowej rejestracji rozkładu temperatury powierzchniowej w czasie twardnienia betonu



Rysunek 5.5: Zdjęcie trapezowej próbki betonu stwardniałego w formie dwuwymiarowej po rozformowaniu

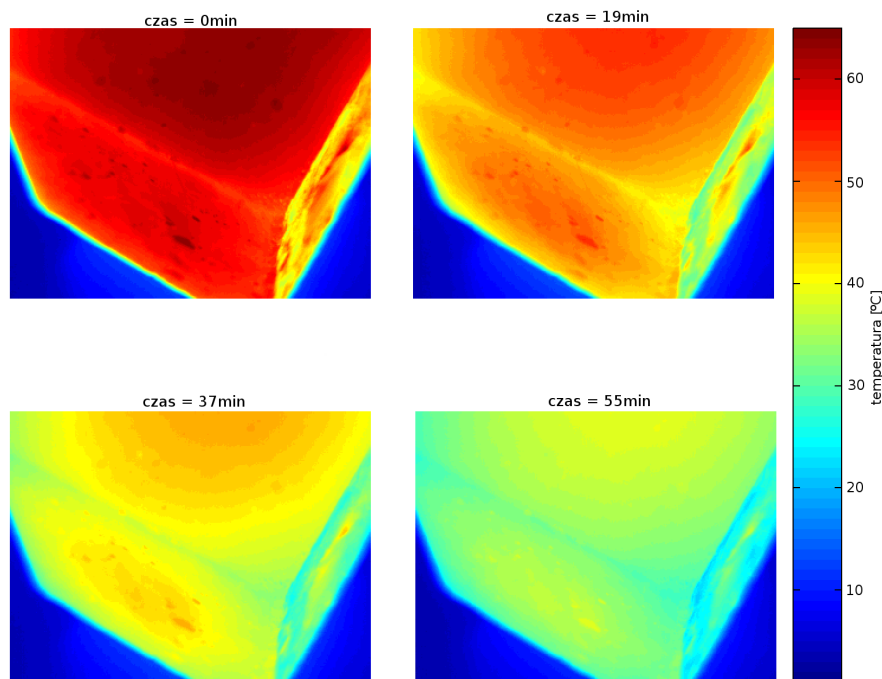


Rysunek 5.6: Rozmieszczenie czujników w formie dwuwymiarowej oraz wymiary badanej próbki



Rysunek 5.7: Stanowisko pomiarowe 2D do badań termicznych twardniejącego betonu. Pusta forma z widocznymi czujnikami i izolacją boczną

zastosowano kamerę termowizyjną FLIR A325 o rozdzielczości $320\text{px} \times 240\text{px}$ i czułości termicznej $0,07^\circ\text{C}$. Kamera była zainstalowana na statywie pod kątem 45° w odległości około 1m od badanej próbki. Kalibracji kamery (doboru odpowiedniego współczynnika emisyjności) dokonano na podstawie porównań wskazań temperatury czujnika powierzchniowego, będącego częścią systemu pomiarowego opisanego powyżej. Zaletą tego typu pomiaru jest informacja ciągła na temat wartości temperatury górnej powierzchni próbki, co pozwala na bardziej precyzyjną weryfikację modelu w stosunku do weryfikacji opartej na pomiarach punktowych. Jednak ze względu na ciągłą potrzebę kalibracji (emisyjność młodego betonu nie jest stała, dodatkowym problemem przy pomiarach tego typu może być foliowa osłona powierzchni betonu zabezpieczająca przed nadmiernym odparowywaniem wody) pomiary termowizyjne są obarczone większym błędem w stosunku do pomiarów kontaktowych. Na Rysunku 5.8 pokazano wyniki testowego pomiaru temperatury podczas stygnięcia nagrzanego kostki betonowej. Wartości temperatury reprezentowane są za pomocą odpowiedniego zabarwienia opisanego w legendzie. Z łatwością można odróżnić obszary o wyższej i niższej temperaturze, np. temperatura na krawędziach bloku spada najszybciej. W rozdziale 6 przedstawione zostały wybrane rezultaty monitorowania temperatury tą metodą na nieosłoniętej powierzchni próbki trapezowej.



Rysunek 5.8: Pomiar temperatury stygnącej kostki betonowej za pomocą kamery termowizyjnej

5.4 Pomiar trójwymiarowe

Pomiary w skali laboratoryjnej uzupełniono o pomiary temperatury w warunkach polowych. Określenie rozkładu temperatury w twardniejących elementach betonowych przeprowadzono w prostokątnych blokach o długości krawędzi rzędu 1m. Bloki były izolowane termicznie na ściankach bocznych i od spodu za pomocą grubej warstwy styropianu. Ścianki formy stanowiła skrzynia wykonana z tworzywa sztucznego wzmocniana od zewnątrz za pomocą zbrojenia, która została przedstawiona na zdjęciu z Rysunku 5.9. Do rejestracji temperatury użyto siedmiu termometrów rezystancyjnych typu PT-100 wraz z automatycznym systemem rejestracji danych. Na zdjęciu z Rysunku 5.10 zaprezentowano formę pomiarową w trakcie pomiarów, na pierwszym planie widoczny jest system akwizycji danych. Pomiary temperatury w blokach masywnych zostały wykonane w laboratorium firmy Hydrobudowa S.A. W sumie w ramach projektu POIG „Innowacyjne spoiwa cementowe i betony z wykorzystaniem popiołu lotnego wapiennego” wykonano 12 pomiarów temperatury twardnienia w blokach masywnych – 6 pomiarów w roku 2011 i 6 pomiarów w roku 2012. Łącznie zbadano 10 różnych kompozycji betonowych. Przy czym poszczególne pomiary różniły się układem sensorów oraz warunkami brzegowymi. Dodatkowo pomiary temperatury podczas twardnienia tych mieszanek zostały wykonane również w formach walcowych w celu wyznaczenia podstawowych parametrów termicznych niezbędnych przy numerycznym obliczaniu rozkładów temperatury w blokach masywnych. Na Rysunkach 5.11–5.16 przedstawione zostało rozmieszczenie czujników



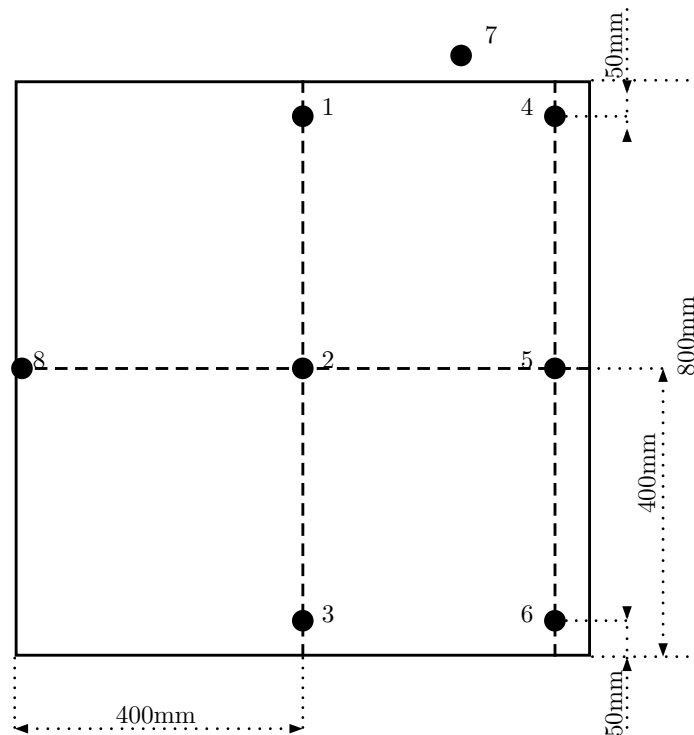
Rysunek 5.9: Forma pomiarowa 3D - widok z góry



Rysunek 5.10: Forma pomiarowa 3D oraz system akwizycji danych

pomiarowych oraz konfiguracja izolacji termicznej w trzech wariantach:

- Rysunek 5.11 i Rysunek 5.12 przedstawiają rozmieszczenie czujników temperatury oraz wymiary bloku pomiarowego użytego podczas pomiarów w 2011 roku. W tym przypadku boczne ścianki formy posiadały izolację termiczną wykonaną z polistyrenu. Wykonano sześć pomiarów w takiej konfiguracji. Były to mieszanki W50 I, W50 II BW, W50 II BSW, W50 II AW, W50 II BVW, których skład zawiera Tablica 5.4,
- Rysunek 5.13 i Rysunek 5.14 przedstawiają rozmieszczenie czujników temperatury oraz wymiary bloku pomiarowego użytego podczas serii pomiarowej z 2012 roku. W tym przypadku jedna boczna ścianka była pozbawiona izolacji termicznej (na Rysunkach 5.13 i 5.14 izolacja termiczna (polistyren) została oznaczona za pomocą kreskowanego obszaru). Wykonano dwa pomiary w ta-

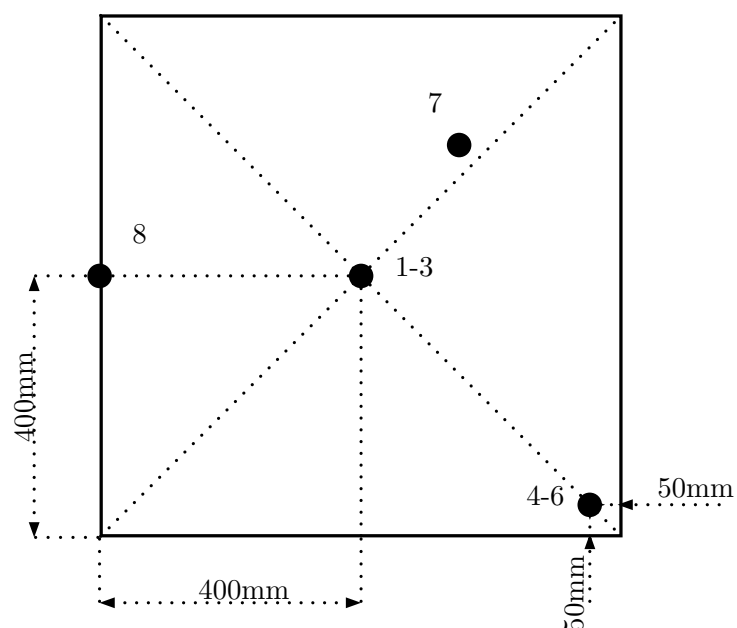


Rysunek 5.11: Wymiary bloku masywnego oraz rozłożenie czujników temperatury z 2011 roku – widok z boku

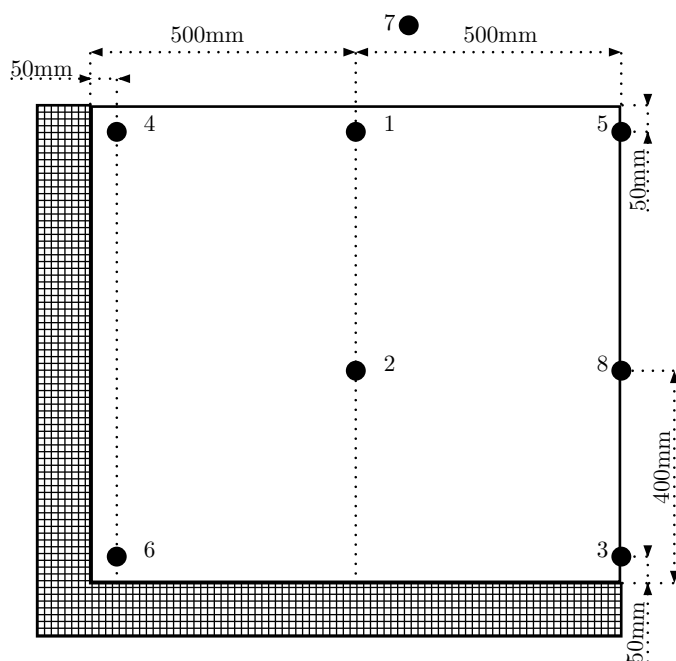
kiej konfiguracji. Były to mieszanki DP 0 oraz DZ 30, których skład zawiera Tablica 5.4,

- Rysunek 5.15 i Rysunek 5.16 przedstawiają rozmieszczenie czujników temperatury oraz wymiary bloku pomiarowego użytego podczas pomiarów wykonanych w 2012 roku. W tym przypadku wszystkie boczne ścianki formy pomiarowej posiadały izolację termiczną wykonaną z polistyrenu. Wykonano cztery pomiary w takiej konfiguracji. Były to mieszanki DP 0, DZ 0, DP 30, DZ 30, których skład zawiera Tablica 5.4.

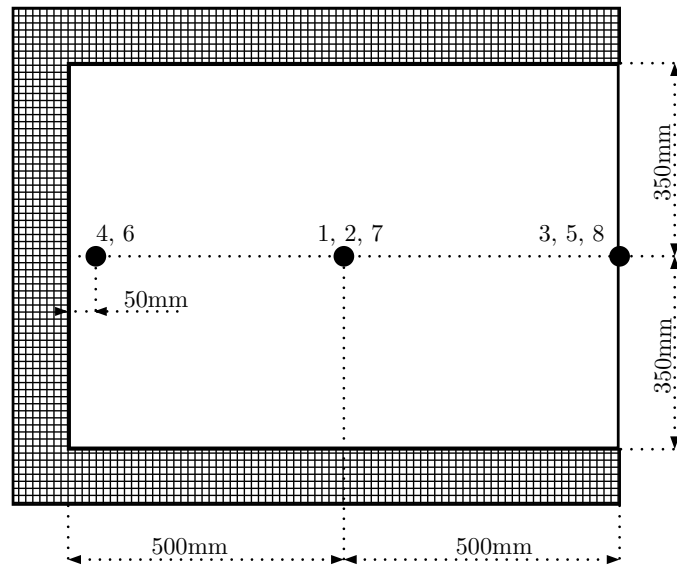
Usunięcie w przypadku dwóch pomiarów izolacji termicznej z bocznej ścianki miało na celu zwiększenie zróżnicowania temperatury w elemencie masywnym w trakcie jego twardnienia, co prowadziło do większych gradientów temperatury. Ponadto na Rysunku 5.17 zostało przedstawione zdjęcie bloków pomiarowych podczas pomiaru w roku 2011, widoczna jest plandeka przykrywająca beton, która ograniczała wpływ temperatury otoczenia na samonagrzewanie się betonu. W pomiarach z 2012 zrezygnowano z tego rodzaju przykrycia.



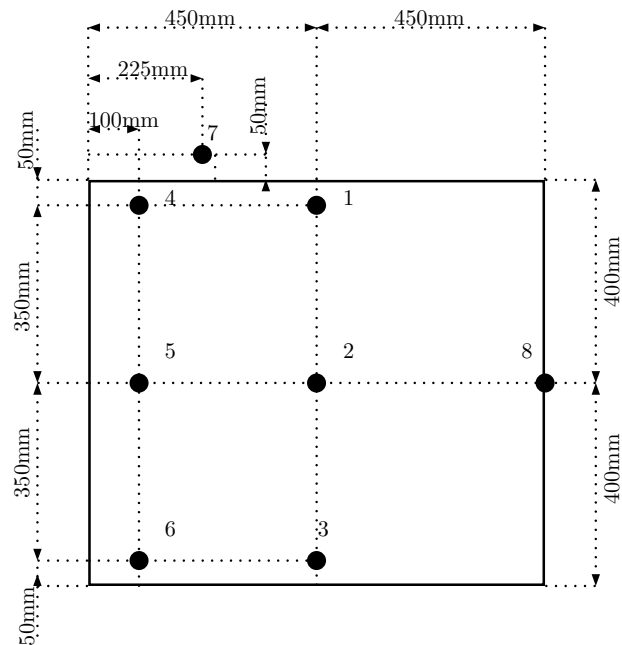
Rysunek 5.12: Wymiary bloku masywnego oraz rozłożenie czujników temperatury z 2011 roku – widok z góry



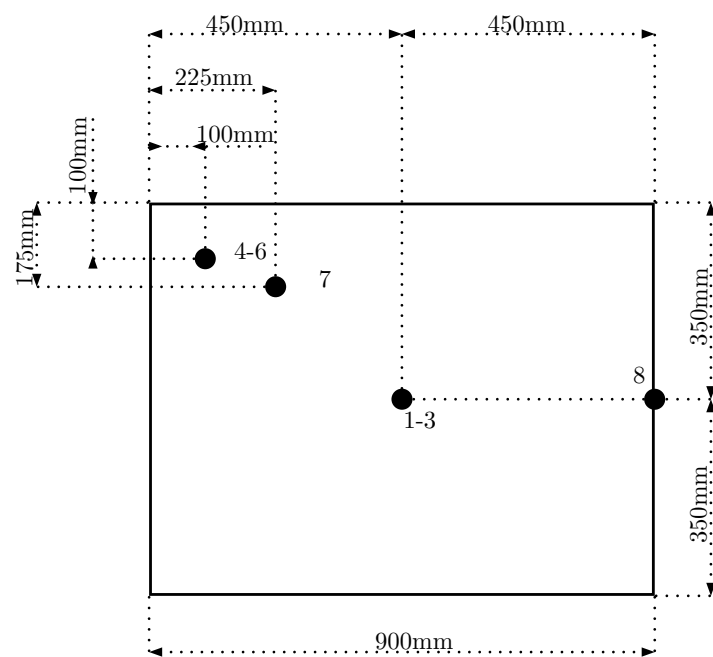
Rysunek 5.13: Wymiary bloku masywnego oraz rozłożenie czujników temperatury z 2012 roku z nieosłoniętą ścianką – widok z boku



Rysunek 5.14: Wymiary bloku masywnego oraz rozłożenie czujników temperatury z 2012 roku z nieosłoniętą ścianką – widok z góry



Rysunek 5.15: Wymiary bloku masywnego oraz rozłożenie czujników temperatury z 2012 roku – widok z boku



Rysunek 5.16: Wymiary bloku masywnego oraz rozłożenie czujników temperatury z 2012 roku – widok z góry



Rysunek 5.17: Formy pomiarowe z blokami masywnymi pod przykryciem

5.5 Materiały

Podczas trwania projektu „Innowacyjne spoiwa cementowe i betony z wykorzystaniem popiołu lotnego wapiennego” wykonano ponad 70 pomiarów temperatury mieszanek betonowych w trakcie twardnienia przy użyciu form jednowymiarowych. W wybranych przypadkach wykonano również pomiar w konfiguracji dwu i trójwymiarowej. Eksperymenty, ze względu na skład, zostały podzielone na następujące serie pomiarowe:

- seria 1 – zaprawy cementowa o stałym stosunku w/c i zmiennej proporcji piasku do cementu,
- seria L – mieszanki betonowe z cementu CEM I i dodatkiem popiołu lotnego wapiennego z Elektrowni Bełchatów lub popiołu lotnego krzemionkowego z Elektrowni Opole, zastępującym część masy cementu,
- seria T – mieszanki betonowe z prototypowych cementów wieloskładnikowych, zawierających popiół lotny wapienny z Elektrowni Bełchatów oraz kruszywo granodiorytowe,
- seria W – mieszanki betonowe z prototypowych cementów wieloskładnikowych, zawierających popiół lotny wapienny z Elektrowni Bełchatów oraz kruszywo wapienne,
- seria P – mieszanki betonowe z cementu CEM I z dodatkiem popiołu lotnego wapiennego z Elektrowni Bełchatów oraz z kruszywem granodiorytowym,
- seria E – mieszanki betonowe z cementu CEM I z dodatkiem popiołu lotnego wapiennego z Elektrowni Bełchatów (partia III) oraz z kruszywem wapiennym,
- seria G – mieszanki betonowe z cementu CEM I z dodatkiem popiołu lotnego wapiennego z Elektrowni Bełchatów (partia V) oraz z kruszywem wapiennym,
- seria Z – mieszanki betonowe z cementu CEM I z dodatkiem popiołu lotnego wapiennego z Elektrowni Bełchatów (partia IV) oraz z kruszywem wapiennym.

Główną motywacją do podjęcia prac w ramach projektu było wykorzystanie popiołu lotnego wapiennego z elektrowni w Bełchatowie. Dlatego też do sporządzenia mieszanek betonowych użyto materiałów, których wybór został dostosowany do rozpoznania wpływu dodatku popiołu W na zjawisko samonagrzewania się betonu. Sam popiół W jest uzyskiwany przez elektrostatyczne wytrącanie pylastych cząstek z gazów odlotowych z palenisk energetycznych w kotłach pyłowych opalanych węglem brunatnym. Popiół lotny wapienny z Bełchatowa wykazuje aktywność pucolanową i hydrauliczną, co czyni go użytecznym jako dodatek do betonów. Na podstawie badań przeprowadzonych w ramach projektu POIG określona została charakterystyka popiołów W z elektrowni w Bełchatowie [201]:

Fazę amorficzną popiołu stanowi faza szklista glinokrzemianowo-wapniowa. Występuje ona w ilości od 20,0% do 64,4% masowo. Aktywność pucola-

nowa popiołu lotnego wapiennego determinowana jest zawartością reaktywnej krzemionki i związków glinu. Są to główne składniki fazy amorficznej w badanym popiele lotnym. Oprócz fazy amorficznej popiół ten zawiera znaczne ilości faz krystalicznych. Obok kwarcu są to duże ilości gehlenitu oraz fazy charakterystyczne dla klinkieru portlandzkiego: belit, brownmilleryt, yeelimit oraz glinian trójwapniowy, a więc fazy decydujące o właściwościach hydraulicznych. Anhydryt i CaO wolne są aktywatorami aktywności hydrauliczno-pucolanowej popiołu.

Należy jednak mieć na uwadze informację przedstawioną we wstępie do niniejszej pracy na temat zmienności składu tego materiału (Tablica 1.1). Zaletą popiołu W jest jego dostępność i niski koszt pozyskiwania w stosunku do popiołu lotnego krzemionkowego V i żużla wielkopieczowego S. Poza popiołem lotnym wapienny pochodzącym z Elektrowni Bełchatów w eksperymentach użyto następujących materiałów:

- cement CEM I 42,5R z Cementowni Góraźdże,
- popiół lotny krzemionkowy pochodzący z Elektrowni Opole,
- piasek kwarcowy, normowy do zapraw,
- piasek kopalny 0 – 2mm,
- grys amfibolitowy frakcji 2 – 8mm i 8 – 16mm z Zakładu Przeróbczego „Piława Górna” – Dolnośląskie Surowce Skalne,
- grys granodiorytowy o frakcji 2 – 8mm i 8 – 16mm,
- grys wapienny o frakcji 2 – 8mm i 8 – 16mm ,
- woda wodociągowa,
- superplastyfikator BASF Glenium Sky 591 na bazie eteru polikarboksyłanowego.

Dodatkowo użyto prototypowych cementów wieloskładnikowych, wytworzonych eksperymentalnie przez ICiMB Oddział w Krakowie, zawierających popiół lotny wapienny z Elektrowni Bełchatów. Są to następujące cementy:

- CEM I klinkier Rejowiec,
- CEM II/A-W,
- CEM II/B-W,
- CEM II/B-M (V-W),
- CEM II/B-M (S-W),
- „CEM V/A (S-W)”.

Rodzaj cementu	Klinkier portlandzki	Popiół W	Popiół V	Żużel S	Gips
CEM I klinkier Rejowiec	94,5	-	-	-	5,5
CEM II/A-W	80,9	14,3	-	-	4,8
CEM II/B-W	67,4	28,9	-	-	3,7
CEM II/B-M (V-W)	66,6	14,3	14,3	-	4,8
CEM II/B-M (S-W)	66,6	14,3	-	14,3	4,8
„CEM V/A (S-W)”	47,9	23,9	-	23,9	4,2

Tablica 5.1: Skład eksperymentalnych cementów wieloskładnikowych. Zawartość poszczególnych składników podano w procentach całkowitej masy

Ich skład podano w Tabelicy 5.1.

Przeprowadzone pomiary pozwoliły na zbudowanie bazy danych zawierającej informacje na temat przebiegu temperatury w czasie somonagrzewania się betonu oraz jego składu. W celu usystematyzowania otrzymanych wyników wprowadzono protokół badań w formie hydratacyjnej. Przykładowy, wypełniony formularz został przedstawiony na Rysunku 5.18. Protokół taki zawiera następujące informacje:

- unikalny kod próbki,
- data i godzina zaformowania,
- data i godzina rozformowania,
- skład badanej mieszanki,
- dodatkowe informacje na temat przebiegu eksperymentu, takie jak rozmieszczenie czujników temperatury, czas rozpoczęcia rejestracji danych i ewentualne sytuacje nieprzewidziane, które miały miejsce podczas pomiaru.

W dalszej części tego rozdziału przedstawione są informacje na temat składu mieszanek w przypadku których wyniki prezentowane są w pracy. Składy wszystkich mieszanek przebadanych w projekcie „Innowacyjne spoiwa cementowe i betony z wykorzystaniem popiołu lotnego wapiennego” zostały opublikowane w raportach technicznych [200] oraz [202].

FORMA 2

Protokół badań w formie hydratacyjnej

kod próbki L-60-30-60.....

data i godzina zformowania 23.07.12, 10.....

data i godzina rozformowania 26.07.14 30.....

skład

cement I 42,5, 60 292 - 30%

piasek 0% w/w 358 kg

kruszywo 2.8 i 8.12 50% / 50% 1704

popiół 30% 2 298 kg

w/c 0,6 woda wodociągowa

popiół B. nie mielony.....

dodatki uplastyczniające..... -

uwagi o przebiegu eksperymentu..... sensory A, B

sens A 35 od góry

sens B 3 od góry

na górze penetradła plastik

pom utworono 12.13

Rysunek 5.18: Przykładowy protokół z pomiaru w jednowymiarowej formie hydratacyjnej

Informacje ogólne			
Kod próbki	PB1	PB2	PB3
Data i godzina sformowania	8-VII-2010, 11:20	14-VII-2010, 14:10	20-VII-2010, 13:10
Data i godzina rozformowania	12-VII-2010, 9:00	19-VII-2010, 9:00	22-VII-2010, 13:40
Skład			
cement	CEM I 42,5 Górażdże, 2,3kg	CEM I 42,5 Górażdże, 3,12kg	CEM I 42,5 Górażdże, 1,48kg
piasek	7,15kg	5,11kg	8,69kg
kruszywo	brak	brak	brak
popiół	brak	brak	brak
Stosunek w/c	0,5	0,5	0,5
Dodatki uplastyczniające	brak	brak	brak
Przebieg eksperymentu			
Uwagi	Zapis włączono o 11:40	Zapis włączono o 14:31	Zapis włączono o 13:20
	Na górze przekładka plastikowa. Rozmieszczenie czujników: 10cm, 30cm, 30cm i 47cm licząc od dna. Na wysokości 30cm jeden czujnik w osi, drugi przy ścianie (odległość 30mm)		

Tablica 5.2: Skład mieszanek testowej serii pomiarowej do oceny poprawności założenia o jednowymiarowym przepływie ciepła w formie walcowej

Zawartość poszczególnych składników [kg/m ³]	oznaczenie mieszanki betonowej				
	L 60 00 00	L 60 30 60	L 60 70 00	L 60 70 40	L 60 100 60
cement	716	208,6	214,8	131,1	0
piasek	859	358	859	524	358
kruszywo grube 2 – 8mm	0	852	0	567,5	852
kruszywo grube 8 – 16mm	0	852	0	567,5	852
Popiół lotny wapienny	0	89,4	501,2	305,9	298
woda	430	179	430	262	179

Tablica 5.3: Skład mieszanek z serii L. Do ich sporządzenia użyto kruszywa amfibolitowego, cementu CEM I oraz popiołu lotnego wapiennego z elektrowni w Bełchatowie

Nazwa mieszanki	Zawartość poszczególnych składników [kg/m ³]						
	Cement	Piasek 0 – 2mm	Kruszywo grube frakcja 2 – 8mm	Kruszywo grube frakcja 8 – 16mm	Popiół lotny	Woda	Superplastyfikator
W50 I	400 ¹	554	597 ^a	588 ^a	0 ⁴	200	0
W50 IIB S-W	400 ¹	554	597 ^a	588 ^a	0 ⁴	200	0
W50 IIA W	400 ¹	554	597 ^a	588 ^a	0 ⁴	200	0
W50 IIB V W	400 ¹	554	597 ^a	588 ^a	0 ⁴	200	0
W50 IIB W	400 ¹	554	597 ^a	588 ^a	0 ⁴	200	0
W50 VA S-W	400 ¹	554	597 ^a	588 ^a	0 ⁴	200	1,8
DP 0	400 ²	552	572 ^b	706 ^b	0	200	0
DP 30	280 ²	546	566 ^b	699 ^b	120	200	0
DZ 0	400 ³	552	572 ^b	706 ^b	0	200	0
DZ 30	280 ³	546	566 ^b	699 ^b	120	200	0

Tablica 5.4: Skład mieszanek o oznaczeniu W, DP oraz DZ
Objaśnienia do tablicy:

- cement
 1. cementy eksperymentalne
 2. cement CEM I 42,5 Góraźdze
 3. CEM II B-S 32,5R Góraźdze
 4. popiół zawarty w cemencie
- kruszywo
 - a. grys wapienny
 - b. grys amfibolitowy

Składniki mieszanki betonowej	Zawartość składników w [kg/m ³] w mieszance o nazwie					
	T50 I	T50 IIB(W)	T50 IIB(S-W)	T50 VA(S-W)	T50 IIA(W)	T50 IIB(V-W)
Cement	Zawartość	400	400	400	400	400
	Rodzaj	CEM I	CEM II/B-W	CEM II/B-M(S-W)	„CEM V/A (S-W)”	CEM II/A-W
Piasek o uziarnieniu 0mm – 2mm	580	580	580	580	580	580
grys granodiorytowy frakcja 2mm – 8mm	625	625	625	625	625	625
grys granodiorytowy frakcja 8mm – 16mm	615	615	615	615	615	615
woda	200	200	200	200	200	200

Tablica 5.5: Skład mieszanek z serii T

Nazwa mieszanki	Zawartość poszczególnych składników [kg/m ³]					
	Cement CEMI I Górażdże	Piasek 0 – 2mm	Kruszywo grube frakcja 2 – 9mm	Kruszywo grube frakcja 9 – 16mm	Popiół lotny	Woda
P50 0	400	580	625 ¹	615 ¹	0	200
P50 60 Ws	160	547	625 ¹	615 ¹	240	200
PP50 0	800	290	305 ¹	295 ¹	0	400
PPW50 0	800	290	285 ²	265 ²	0	400
PPW50 30 Ws	560	280	275 ²	250 ²	240	400
PP50 30 Ws	560	270	295 ²	285 ²	240	400

Tablica 5.6: Skład mieszanek o oznaczeniu P oraz PP

Objaśnienia do tablicy:

1. grys amfibolitowy
2. grys wapienny

Rozdział 6

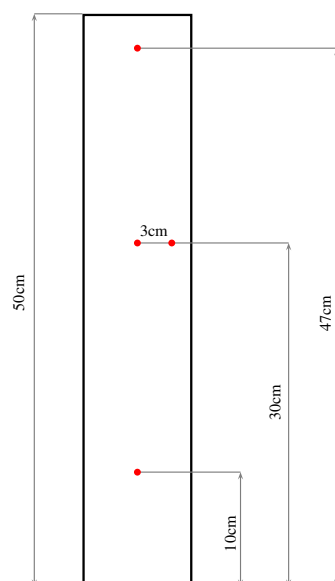
Dyskusja wyników

6.1 Właściwości formy walcowej

W pierwszej kolejności przeprowadzono testy mające na celu ocenę czy założenie o jednowymiarowym przepływie ciepła w formie walcowej jest dobrym przybliżeniem. W tym celu wykonano pomiary trzech różnych mieszanek betonowych o nazwach kodowych PB1, PB2 oraz PB3:

- PB1 – sformowanie mieszanki nastąpiło 8.VII.2010 o godzinie 11:20. Rejestracja temperatury została włączona po 20 minutach o 11:40. Zakończenie rejestracji nastąpiło 12.VII.2010 o godzinie 9:00. Do sporządzenia mieszanki użyto 2,3kg cementu oraz 7,15kg piasku,
- PB2 – sformowanie mieszanki nastąpiło 14.VII.2010 o godzinie 14:10. Rejestracja temperatury została włączona po 21 minutach o 14:31. Zakończenie rejestracji nastąpiło 19.VII.2010 o godzinie 9:00. Do sporządzenia mieszanki użyto 3,12kg cementu oraz 5,11kg piasku,
- PB3 – sformowanie mieszanki nastąpiło 20.VII.2010 o godzinie 13:10. Rejestracja temperatury została włączona po 10 minutach o 13:20. Zakończenie rejestracji nastąpiło 22.VII.2010 o godzinie 13:40. Do sporządzenia mieszanki użyto 1.48kg cementu oraz 8.69kg piasku.

We wszystkich trzech przypadkach stosunek zawartości wody do cementu wynosił $w/c = 0,5$. Użyto cementu CEM I 42,5 z cementowni Góraźdze. Dokładne informacje na temat składu powyższych mieszanek przedstawiono w Tablicy 5.2. Czujniki do pomiaru temperatury były umieszczone na wysokości odpowiednio 10cm, 30cm, 30cm i 47cm licząc od dna formy, schemat ich rozmieszczenia prezentuje Rysunek 6.1. Jeden z czujników na wysokości 30cm był umieszczony w osi walca, zaś drugi odsunięty od osi o około 3cm. Sytuacja ta jest widoczna na zdjęciu z Rysunku 6.2, które przedstawia rozlupany odlew betonowy wraz z odciskami po czujnikach temperatury. Wyniki pomiarów temperatury przedstawione zostały na Rysunku 6.3 na wykresach A, B i C. Wykres D z Rysunku 6.3 przedstawia różnice pomiędzy temperaturą w osi formy hydratacyjnej a temperaturą w punkcie odsuniętym o około 3cm



Rysunek 6.1: Rozmieszczenie czujników w formie walcowej podczas eksperymentu testującego założenie o jednokierunkowym przepływie ciepła

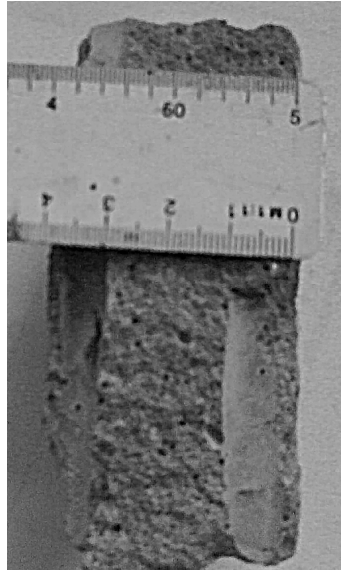
od osi. Średnie różnice wskazań czujników dla poszczególnych mieszanek wynoszą odpowiednio:

- PB1 – $0,23^{\circ}\text{C}$ (odchylenie standardowe $0,09^{\circ}\text{C}$),
- PB2 – $0,33^{\circ}\text{C}$ (odchylenie standardowe $0,19^{\circ}\text{C}$),
- PB3 – $0,09^{\circ}\text{C}$ (odchylenie standardowe $0,08^{\circ}\text{C}$).

Zaś maksymalne zarejestrowane różnice:

- PB1 – $0,5^{\circ}\text{C}$,
- PB2 – $1,1^{\circ}\text{C}$,
- PB3 – $0,4^{\circ}\text{C}$.

Ze względu na fakt, że średnie różnice są rzędu dokładności pomiarowej użytych czujników, można stwierdzić, iż przyjęty jednowymiarowy model jest wystarczający do matematycznego opisu tego typu eksperymentów. Należy jednak zwrócić uwagę, że różnica pomiędzy wskazaniami temperatury w osi i przy ścianie jest zawsze nieujemna. Wynika to z minimalnie wyższych temperatur w osi formy spowodowanych niedoskonałą izolacją termiczną na powierzchni bocznej, a nie z dokładności stosowanej aparatury. Wyniki te sugerują, że mimo założenia o jednowymiarowym przepływie ciepła należy uwzględnić w modelu ubytek ciepła przez obudowę formy. Z matematycznego punktu widzenia nie jest jednak możliwe zadanie odpowiednich warunków brzegowych w modelu jednowymiarowym biorących pod uwagę tę sytuację. Rozwiązaniem jest uzupełnienie równania przewodnictwa o ujemny człon źródłowy.



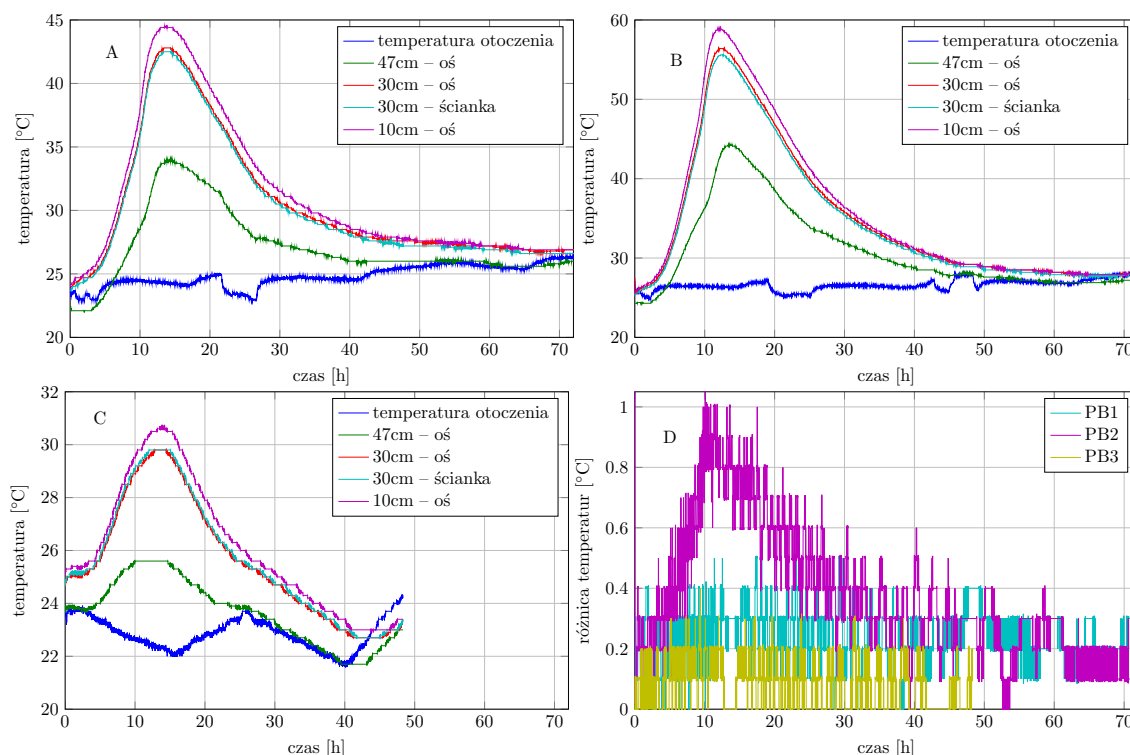
Rysunek 6.2: Zdjęcie rozłupanego odlewu betonowego. Widoczne odciski po czujnikach temperatury

W celu oszacowania strat ciepłych przez ścianki formy walcowej przeprowadzono eksperyment, w którym mierzona była temperatura podczas stygnięcia nagrzanego, wysuszonego piasku w czterech punktach w osi formy. Czujniki umieszczone były na wysokości 10cm, 20cm, 30cm, 40cm od dna formy. W efekcie wyznaczono współczynnik strat ciepłych α_{str} w analogii do strat ciepłych kalorymetru według normy PN-EN-196-9. W podejściu tym założono, że używana forma pomiarowa ma doskonałą izolację a jedynym czynnikiem chłodzącym jest „ujemne ciepło” q_- niezależne od czasu i położenia, a jedynie od aktualnej temperatury piasku i otoczenia. Jeśli przez T_p oznaczmy temperaturę piasku, wtedy jednowymiarowe równanie przewodnictwa ciepła dla stygnącego piasku zapisuje się w postaci:

$$\rho_p c_p \frac{\partial T_p}{\partial t} - k_p \frac{\partial^2 T_p}{\partial x^2} - q_- = 0 \quad (6.1)$$

gdzie ρ_p to gęstość nasypowa piasku, c_p ciepło właściwe i k_p współczynnik przewodnictwa cieplnego piasku (przyjęty w modelu jako stała wartość), $q_-(T_p, T_{ot})$ „ujemne ciepło” zależne tylko od temperatury piasku T_p i otoczenia T_{ot} . Jako warunek początkowy zakłada się jednorodną temperaturę piasku wewnątrz całej objętości walca, zaś idealna izolacja oznacza warunek brzegowy w postaci $\frac{\partial T_p}{\partial x} = 0$. Na podstawie tak sformułowanego zadania można wnioskować, że rozwiązanie równania 6.1 będzie zależało jedynie od czasu. Pozwala to zapisać wyjściowe cząstkowe równanie różniczkowe 6.1 jako zwyczajne równanie różniczkowe pierwszego rzędu:

$$\rho_p c_p \frac{\partial T_p}{\partial t} = q_- \quad (6.2)$$



Rysunek 6.3: Wyniki pomiarów testujących założenie o jednokierunkowym przepływie ciepła. W legendzie oznaczono położenie czujników w odniesieniu do spodu próbki. A: ewolucja temperatury w przypadku mieszanki PB1. B: ewolucja temperatury w przypadku mieszanki PB2. C: ewolucja temperatury w przypadku mieszanki PB3. D: różnica temperatury zarejestrowanej przez czujniki umieszczone na tej samej wysokości w przypadku trzech mieszanek

W cytowanej powyżej normie PN-EN 196-9 sugeruje się aby współczynnik strat ciepłych kalorymetru obliczać na podstawie równania liniowego:

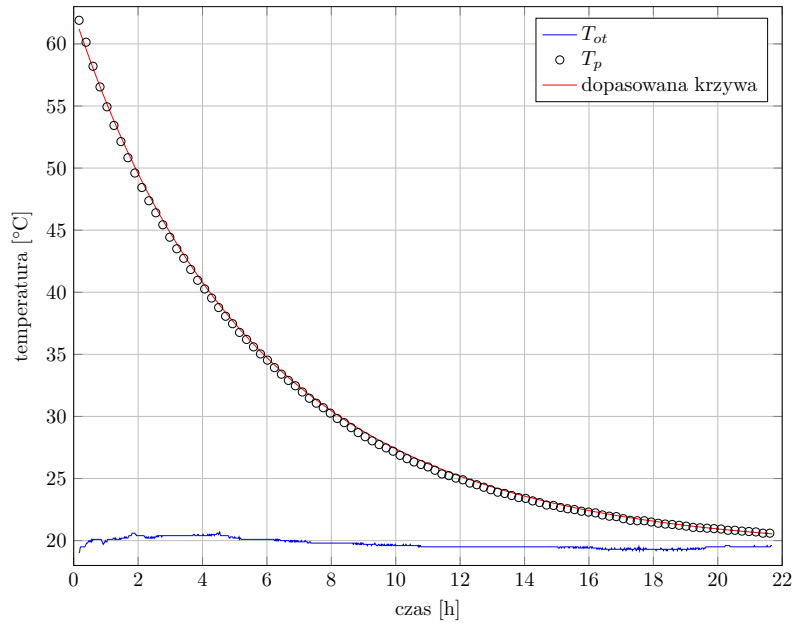
$$\alpha_{str} = a + b \cdot \delta T \quad (6.3)$$

gdzie a i b to stałe wzorcowania kalorymetru, zaś δT jest przyrostem temperatury w kelwinach definiowanym jako różnica temperatury pomiędzy temperaturą badanej próbki a temperaturą próbki biernej. W przypadku stygnącego piasku przyrost temperatury δT zdefiniowany jest jako: $\delta T = T_p - T_{ot}$. Zatem człon źródłowy w równaniu 6.2 przyjmuje postać:

$$q_- = (a + b \cdot \delta T) \delta T \quad (6.4)$$

Wstawiając wyrażenie 6.4 do 6.2 otrzymujemy równanie różniczkowe Bernoulliego postaci:

$$\frac{d\delta T}{dt} + A\delta T + B\delta T^2 = 0 \quad (6.5)$$



Rysunek 6.4: Stygnięcie nagrzanego piasku w formie walcowej. Kółkami oznaczono średnią zmierzoną temperaturę z czujników pomiarowych, czerwonym kolorem naniesiono dopasowaną krzywą. Zarejestrowana temperatura w laboratorium podczas pomiarów wykreślona została kolorem niebieskim

Rozwiązaniem równania 6.5 jest funkcja:

$$\delta T(t) = -\frac{Ae^{AC}}{Be^{AC} - e^{At}} = \frac{A\tilde{C}}{e^{At} - B\tilde{C}} \quad (6.6)$$

gdzie C to pewna stała zależna od warunku początkowego, zaś:

- $A = \frac{a}{\rho_p c_p}$,
- $B = \frac{b}{\rho_p c_p}$,
- $\tilde{C} = e^{AC}$.

Dopasowując otrzymane rozwiązanie do danych pomiarowych otrzymujemy następujące wartości współczynników A i B z 95% przedziałem ufności:

- $A = 0,002532(0,002522, 0,002543)$,
- $B = 1,175 \cdot 10^{-5}(1,132 \cdot 10^{-5}, 1,219 \cdot 10^{-5})$.

Przy czym współczynnik determinacji $R^2 = 0,996$. Uśrednione dane pomiarowe z czterech czujników wraz z dopasowaną krzywą zadaną równaniem 6.6 zostały przedstawione na Rysunku 6.4. Dodatkowo niebieską linią wykreślono zarejestrowaną temperaturę otoczenia podczas pomiaru. Na podstawie uzyskanych wyników równanie 6.4 przybiera postać:

$$q_- = (51,5898 + 0,2394 \cdot \delta T) \delta T \quad (6.7)$$

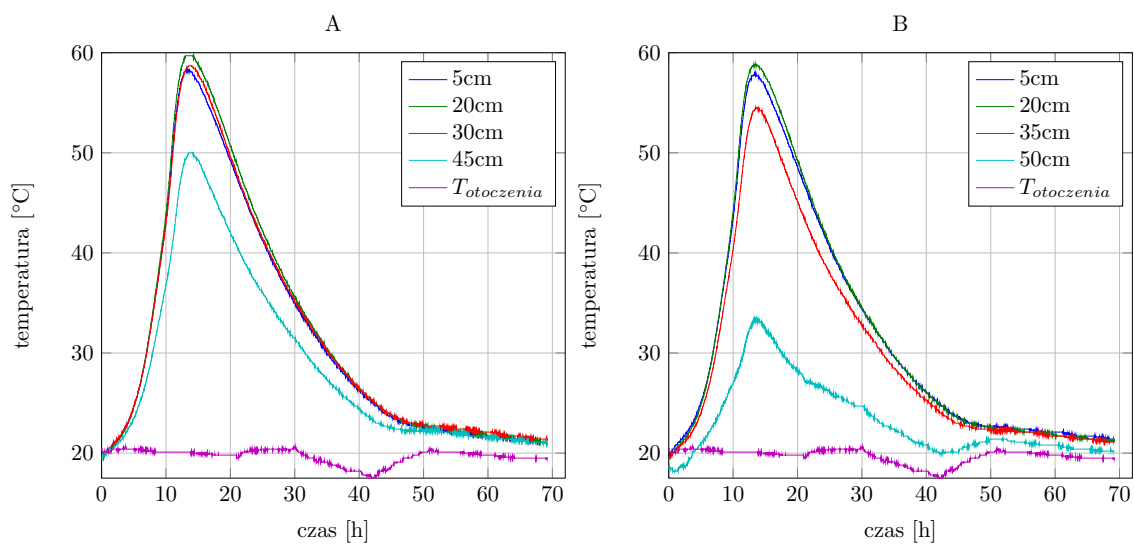
I w takiej formie włączone jest do modelu temperatury samonagrzewania się betonu w jednowymiarowych formach hydratacyjnych.

6.2 Pomiary temperatury 1D

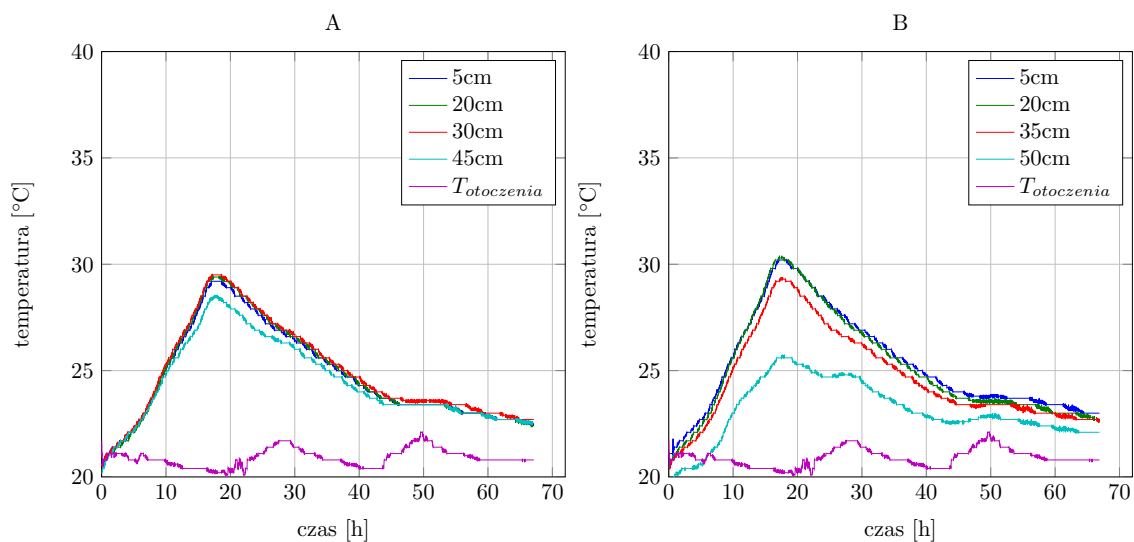
Oprócz weryfikacji opracowanej procedury obliczeniowej konieczna jest także jej walidacja, czyli zbadanie dokładności uzyskiwanych rezultatów w odniesieniu do danych eksperymentalnych [175]. Po serii pomiarów testowych i kalibracyjnych, które miały na celu zbadanie podstawowych parametrów użytkowych skonstruowanych form 1D oraz układu pomiarowego wraz z czujnikami, przystąpiono do właściwych pomiarów temperatury mieszanek betonowych. Na kolejnych pięciu rysunkach przedstawiono rozkłady temperatury w trakcie twardnienia betonu w formach walcowych w przypadku pięciu wybranych mieszanek z serii L, których skład został przedstawiony w Tabelicy 5.3. Są to odpowiednio:

- kompozycja L 60 00 00 – Rysunek 6.5,
- kompozycja L 60 30 60 – Rysunek 6.6,
- kompozycja L 60 70 00 – Rysunek 6.7,
- kompozycja L 60 70 40 – Rysunek 6.8,
- kompozycja L 60 100 60 – Rysunek 6.9.

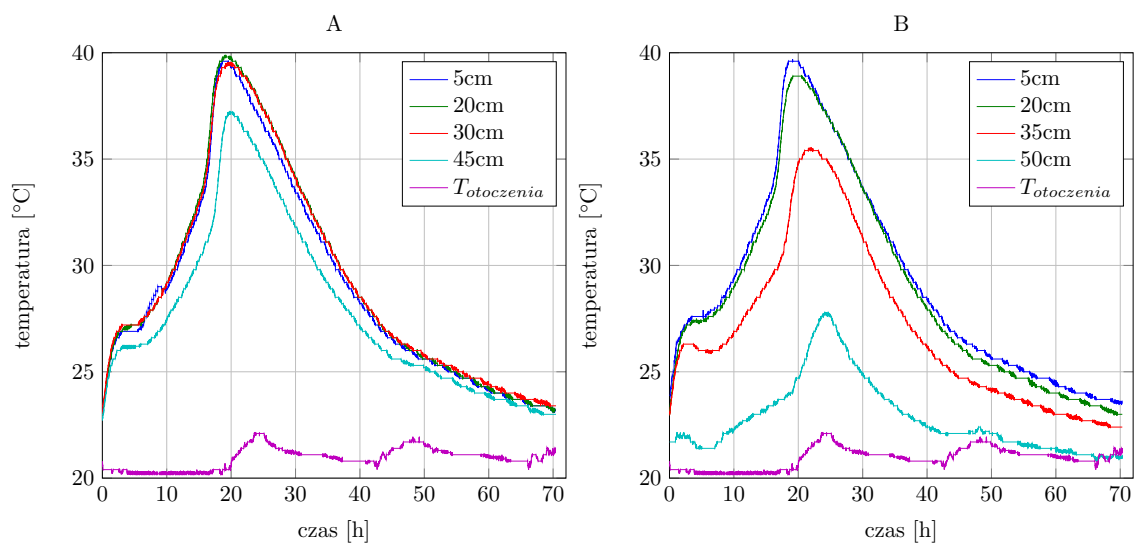
Pomiary każdej z mieszanek z tej serii były wykonywane jednocześnie w dwóch formach walcowych przy różnym rozmieszczeniu czujników i różnej izolacji termicznej (tzw. konfiguracja A i B, której schemat został przedstawiony na Rysunku 3.1 w rozdziale 3). Forma A była zaizolowana od góry warstwą styropianu o grubości 1cm, zaś forma B, bez takiej izolacji, zapewniała swobodną wymianę ciepła z otoczeniem poprzez górną powierzchnię próbki. Owo zróżnicowanie miało na celu zebranie danych na temat przepływu ciepła w tej samej mieszance, lecz w różnych warunkach, co gwarantowało również lepsze uwarunkowanie przy rozwiązywaniu problemu odwrotnego. Uzyskane wyniki wskazują, że w konfiguracji B maksymalne temperatury rejestrowane są na czujniku umieszczonym 5cm ponad dnem formy. W przypadku konfiguracji A wartości temperatury na trzech najgłębszych czujnikach są zbliżone. Różnice to obrazują wpływ dodatkowej izolacji formy pomiarowej. Analizując zaprezentowane wyniki można odczytać, że maksymalne szczytowe temperatury oraz największe różnice tych temperatur wystąpiły w mieszance eksperymentalnej L 60 00 00. Widoczna jest również jakościowa tendencja, zgodnie z którą zwiększenie procentowego udziału popiołu w spoiwie obniża szczytową temperaturę osiąganą podczas twardnienia mieszanki betonowej. Ponadto dodatek popiołu powoduje opóźnienie czasu wystąpienia temperatury maksymalnej. Spostrzeżenia te w sposób ilościowy w przypadku wszystkich przebadanych mieszanek opisane są w dalszej części tego rozdziału. Na dodatkową uwagę zasługują wykresy z Rysunku 6.9 przedstawiające przebiegi zmian temperatury w czasie w mieszance L 60 100 60 ze spoiwem złożonym wyłącznie z popiołu lotnego wapiennego. W tym przypadku zmianie uległ jakościowy charakter ewolucji temperatury. W przeciwieństwie do jednomodalnego rozkładu charakterystycznego dla mieszanek, których spoiwo w głównej mierze stanowi klinkier portlandzki w przypadku mieszanek z dominującą zawartością popiołu W w



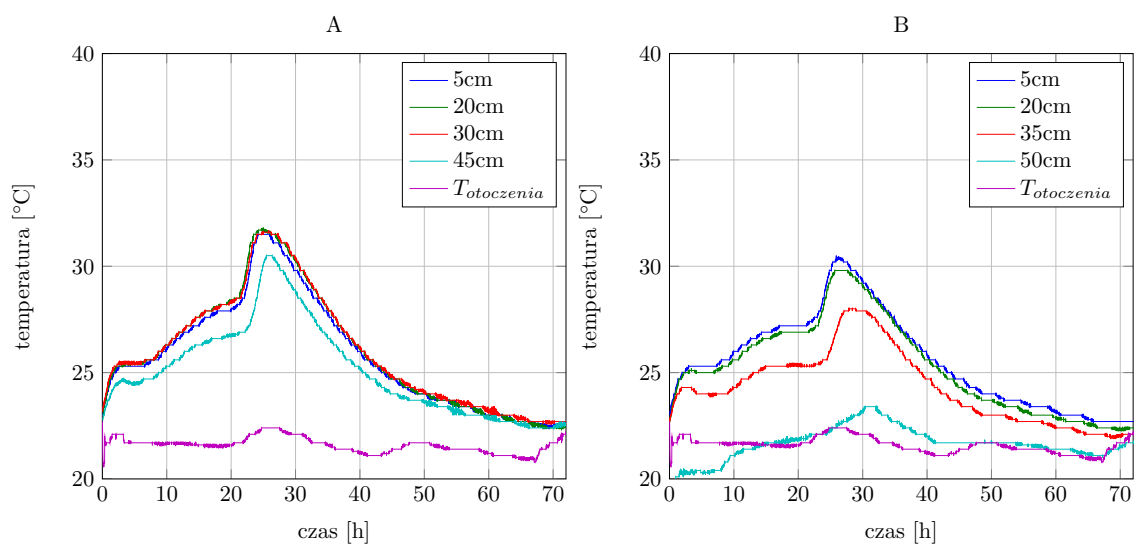
Rysunek 6.5: Przebieg zmian temperatury w czasie w betonie twardniejącym w formie 1D: mieszanka L 60 00 00, konfiguracja pomiarowa A i B



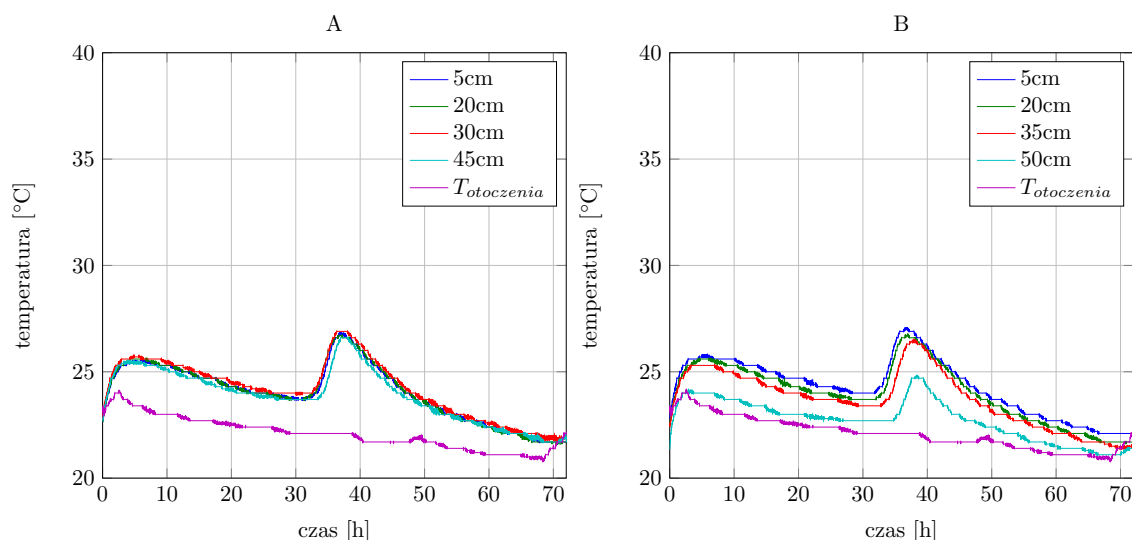
Rysunek 6.6: Przebieg zmian temperatury w czasie w betonie twardniejącym w formie 1D: mieszanka L 60 30 60, konfiguracja pomiarowa A i B



Rysunek 6.7: Przebieg zmian temperatury w czasie w betonie twardniejącym w formie 1D: mieszanka L 60 70 00, konfiguracja pomiarowa A i B



Rysunek 6.8: Przebieg zmian temperatury w czasie w betonie twardniejącym w formie 1D: mieszanka L 60 70 40, konfiguracja pomiarowa A i B



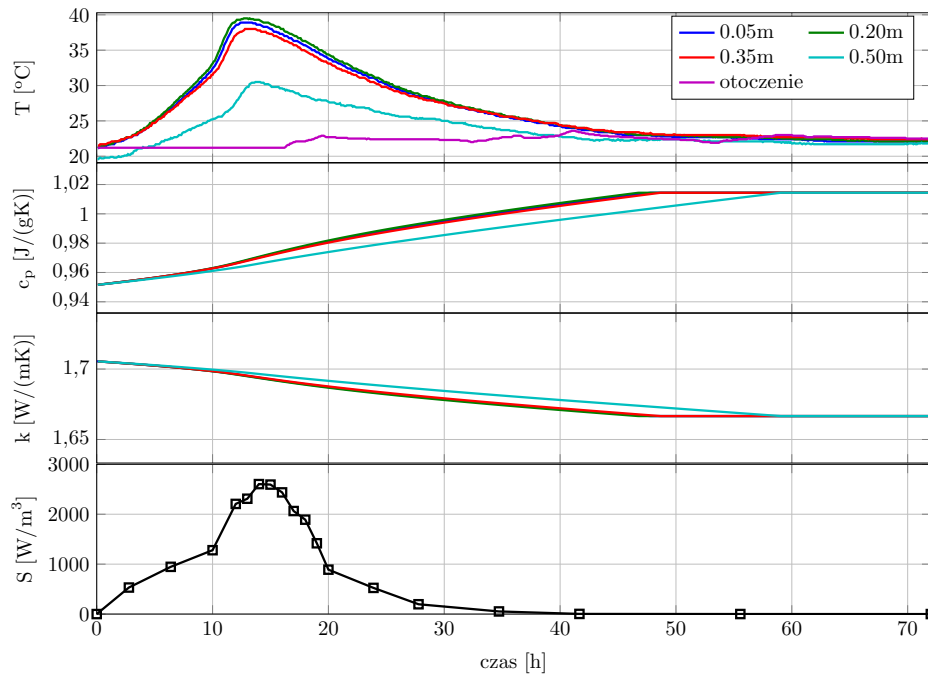
Rysunek 6.9: Przebieg zmian temperatury w czasie w betonie twardniejącym w formie 1D: mieszanka L 60 100 60, konfiguracja pomiarowa A i B

spoiwie mamy do czynienia z funkcjami o dwóch niewysokich maksimach temperatury. Przy czym odstęp pomiędzy kolejnymi temperaturami szczytowymi jest rzędu 30h. Zarejestrowane w tym przypadku wykresy temperatury pokazują, że popiół W jest składnikiem aktywnym termicznie, tzn. reakcje uwodnienia jego poszczególnych komponentów generują ilości ciepła, które w sposób istotny mogą wpływać na temperaturę betonu. Ponadto analizując wykresy przedstawiające ewolucję temperatury w formach walcowych w trakcie twardnienia próbek betonowych można zaobserwować małe zróżnicowanie temperatury na dużych głębokościach, co implikuje małe przepływy ciepła w tych obszarach. Tak jak dyskutowano wcześniej obserwacja ta miała wpływ na konstrukcję formy 2D.

6.3 Rozwiązanie problemu odwrotnego

W rozdziale 3 przedstawiono i zweryfikowano działanie procedury rozwiązywania odwrotnego zagadnienia przepływu ciepła na przykładzie sztucznie wygenerowanych danych. W poniższym paragrafie zaprezentowane są wyniki działania omawianej procedury w przypadku rzeczywistych danych pomiarowych. Przykładowy rezultat dla mieszanki W50 I, której skład zawiera Tablica 5.4, został przedstawiony na Rysunku 6.10. Kolejne wykresy (licząc od góry) przedstawiają odpowiednio:

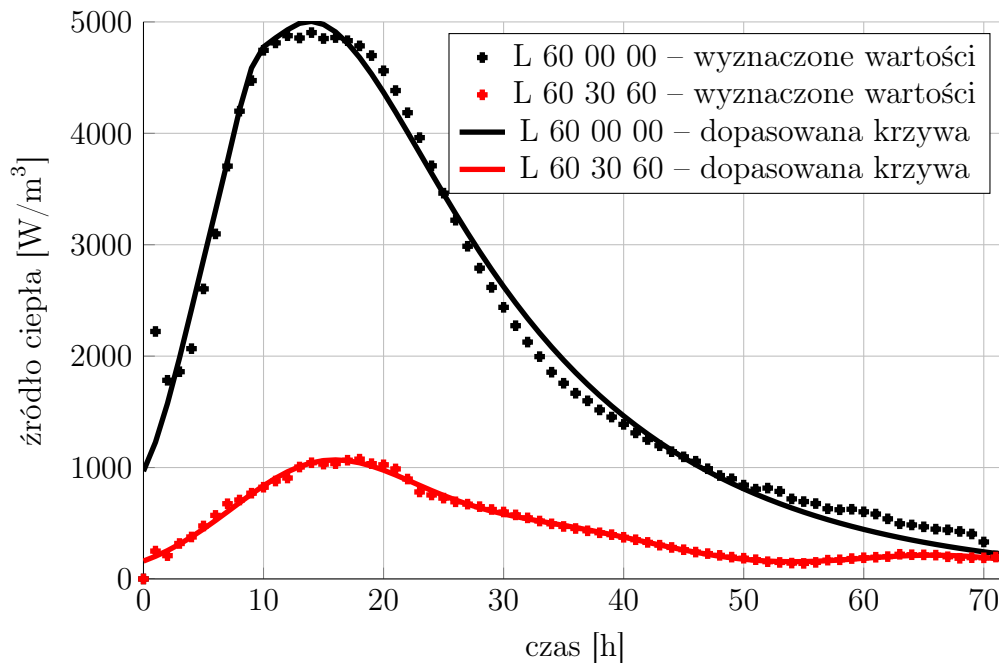
- **Wykres 1:** ewolucję temperatury w czterech punktach walcowej formy pomiarowej (układ czujników według konfiguracji B) wraz z zarejestrowaną temperaturą w pomieszczeniu laboratoryjnym,
- **Wykres 2:** wyznaczoną zmianę w funkcji czasu ciepła właściwego; kolejne krzywe odpowiadają poszczególnym pomiarom temperatury zgodnie z legendą z Wykresu 1,



Rysunek 6.10: Wynik działania proponowanej procedury na przykładzie mieszanki W50 I o składzie podanym w Tabelicy 5.4 . Od góry: przebieg zmian temperatury w czasie w betonie twardniejącym w formie 1D; wyznaczone ciepło właściwe; wyznaczone współczynniki przewodnictwa cieplnego; wyznaczone ciepło twardnienia

- **Wykres 3:** wyznaczoną zmianę w funkcji czasu współczynnika przewodnictwa cieplnego; kolejne krzywe odpowiadają poszczególnym pomiarom temperatury zgodnie z legendą z Wykresu 1,
- **Wykres 4:** wyznaczone ciepło twardnienia.

Przy czym należy pamiętać o uwadze poczynionej w rozdziale 3, iż funkcja źródeł prezentowana jest w postaci, którą przyjmowałaby gdyby proces odbywał się w warunkach izotermicznych przy temperaturze 20 °C. W tym przypadku zaprezentowane rezultaty są uśrednionymi wynikami 22 niezależnych wywołań algorytmu *GSS* z bazą $P + 1$ wzorców. Istotna jest łatwa do zaobserwowania, jakościowa zgodność przebiegu temperatury w próbce z przebiegiem funkcji źródeł. Spostrzeżenie to pozwala na lepsze rozmieszczenie węzłów interpolacji funkcji szacującej wydzielanie się ciepła, ponieważ w obszarze temperatury maksymalnej spodziewana jest największa dynamika zmian. Dlatego też w przedziale czasu od 12h do 20h kolejne węzły interpolacji oddalone są o 1h, zaś maksymalny odstęp między dwoma kolejnymi węzłami wynosi 16,5h w przypadku kiedy spodziewane zmiany wartości funkcji są mniejsze. Na uwagę zasługuje również różna dynamika narastania i zmniejszania się wartości ciepła właściwego i współczynnika przewodnictwa ciepła w zależności od temperatury w jakiej przebiegał proces. Tak jak wspomniano wcześniej jest to bardzo ważna obserwacja, która powinna być uwzględniana w modelach przepływu ciepła w obiektach betonowych.



Rysunek 6.11: Wyznaczone źródła ciepła dla dwóch wybranych mieszanek: L 60 00 00 • oraz L 60 30 60 • wraz z analitycznym dopasowaniem funkcji gausowskich (linie ciągłe)

Kolejnym przykładem rozwiązana zagadnienia odwrotnego, są wyniki dla dwóch mieszanek z prezentowanej wcześniej serii L:

- mieszanka L 60 00 00 niezawierająca kruszywa i popiołu lotnego wapiennego, gęstość mieszanki wynosiła 2005kg/m^3 . Wynik pomiaru temperatury został przedstawiony na wykresie z Rysunku 6.5,
- mieszanka L 60 30 60, w przypadku której 30% spoiwa stanowił popiół W, oraz do jej sporządzenia użyto 1704kg/m^3 kruszywa grubego. Gęstość mieszanki wynosiła 2539kg/m^3 . Wykres temperatury został przedstawiony na wykresie z Rysunku 6.6.

W tym przypadku ewolucja temperatury każdej z mieszanek została zarejestrowana w konfiguracji pomiarowej A i B (Rysunek 3.1). Na podstawie testów numerycznych stwierdzono, że przy takiej ilości danych pomiarowych w przypadku użycia algorytmu GPS z bazą $2P$ wektorów wzorca możliwa jest jednoczesna identyfikacja dwóch parametrów opisujących ciepło właściwe, dwóch parametrów opisujących współczynnik przewodnictwa ciepła i 72 parametrów opisujących źródło ciepła. W celu wyeliminowania niestabilności rozwiązania zagadnienia odwrotnego zastosowano regularyzację Tichonowa z parametrem $\lambda = 0,1$. Do optymalizacji przyjęto następujące punkty startowe:

- dla funkcji źródła ciepła na podstawie idei zaczerpniętej z pracy [89] generowany jest wektor w postaci:

$$5,2(133T_{max} - 3000) \cdot \sin\left(0, \frac{1}{71} \dots \frac{70}{71}, 1\right)^{2/3} \exp\left(-3\left(0, \frac{1}{71}, \dots \frac{70}{71}, 1\right)\right)$$

gdzie T_{max} oznacza maksymalną zmierzoną temperaturę,

- dla współczynnika przewodnictwa ciepła $2\text{W}/(\text{m K})$,
- dla ciepła właściwego $1075\text{J}/(\text{kg K})$.

Siatka rozwiązań przeszukiwana była w sposób losowy, przy czym warunkiem zakończenia danej iteracji było znalezienie punktu dla którego wartość funkcji celu była mniejsza niż dotychczasowa wartość optymalna. Początkowy rozmiar siatki ustalony był na wartość losową $m = rand()/4 + 0,125$ gdzie $rand()$ oznacza liczbę pseudolosową z przedziału $0 - 1$ o rozkładzie jednostajnym. Wszystkie parametry zostały znormalizowane do zakresu $0 - 1$, gdzie 0 odpowiadało ograniczeniom dolnym nałożonym na szukane parametry, zaś 1 ograniczeniom górnym. Dozwolone zakresy wynosiły odpowiednio:

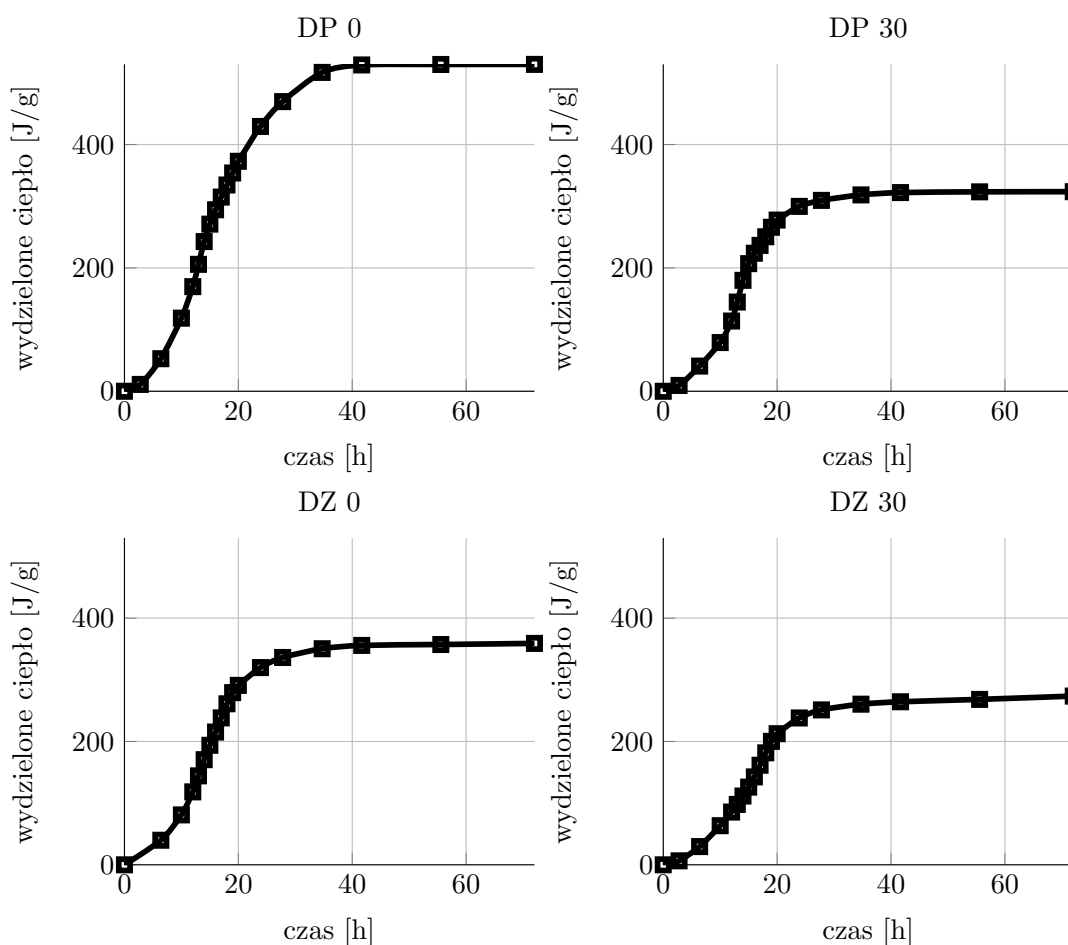
- $0 \leq q \leq 10000$,
- $1 \leq k \leq 4$,
- $750 \leq c \leq 1400$.

Zadanie optymalizacyjne rozwiązane było w każdym przypadku dwudziestodwukrotnie, zaś ostateczny rezultat jest średnią z wyników każdej z realizacji algorytmu. Uzyskane rozwiązanie przedstawiono na wykresie z Rysunku 6.11. Czerwonym kolorem naniesiono wyniki dla mieszanki L 60 30 60, zaś kolorem czarnym dla mieszanki L 60 00 00. Maksymalna intensywność źródła ciepła jest w przybliżeniu pięciokrotnie większa w przypadku mieszanki L 60 00 00, w składzie której zawarte jest $716\text{kg}/\text{m}^3$ cementu do mieszanki L 60 30 60 z zawartością cementu na poziomie $208,6\text{kg}/\text{m}^3$. Wyznaczone ciepło właściwe i przewodność cieplna wynoszą odpowiednio:

<ul style="list-style-type: none"> • mieszanka L 60 00 00: $c = \begin{cases} 2,285t_e + 956,45 & 0 \leq t_e \leq 72\text{h} \\ 1121 & t_e > 72\text{h} \end{cases}$ $k = \begin{cases} 1,958 - 0,0074t_e & 0 \leq t_e \leq 72\text{h} \\ 1,426 & t_e > 72\text{h} \end{cases}$	<ul style="list-style-type: none"> • mieszanka L 60 30 60: $c = \begin{cases} 1,747t_e + 995,75 & 0 \leq t_e \leq 72\text{h} \\ 1121,5 & t_e > 72\text{h} \end{cases}$ $k = \begin{cases} 2,274 - 0,003t_e & 0 \leq t_e \leq 72\text{h} \\ 1,9875 & t_e > 72\text{h} \end{cases}$
--	--

Prezentowane powyżej rozwiązanie zostało wykorzystane w analizach dotyczących systemu chłodzenia betonów. Ze względu na optymalizacyjny charakter tego zagadnienia istnieje potrzeba wielokrotnego rozwiązywania równania przewodnictwa ciepła z wyznaczonymi właściwościami termofizycznymi. Z punktu widzenia analizy numerycznej interpolacja funkcji jest bardzo czasochłonna dlatego też na potrzeby tych analiz funkcje źródeł zostały opisane za pomocą analitycznych krzywych zgodnie ze wzorem:

$$f(x) = a_1 \cdot e^{-\left(\frac{x-b_1}{c_1}\right)^2} + a_2 \cdot e^{-\left(\frac{x-b_2}{c_2}\right)^2} + a_3 \cdot e^{-\left(\frac{x-b_3}{c_3}\right)^2} \quad (6.8)$$



Rysunek 6.12: Wyznaczone źródła ciepła w przypadku mieszanek: DP 0, DP 30, DZ 0 oraz DZ 30 - skład został przedstawiony w Tabelicy 5.4

Wynik dopasowania w przypadku obu dyskutowanych mieszanek przedstawione są za pomocą linii ciągłych na Rysunku 6.11. Współczynniki wraz z 95% przedziałem ufności są następujące:

- w przypadku mieszanki L 60 00 00 (jakość dopasowania $R^2 = 0,9866$):

$$\begin{array}{lll}
 a_1 = 230,7(-192,0, 653,2) & b_1 = 9,1(6,7, 11,5) & c_1 = 1,8(-2,3, 5,8) \\
 a_2 = 5,9E18(-4,1E21, 4,1E21) & b_2 = -1177(-2,4E4, 2,2E4) & c_2 = 203(-1757, 2163) \\
 a_3 = -18251,7(-4E4, 3E3) & b_3 = -7,0(-15,5, 1,5) & c_3 = 13,6(8,1, 19,1)
 \end{array}$$

- w przypadku mieszanki L 60 30 60 (jakość dopasowania $R^2 = 0,9911$):

$$\begin{array}{lll}
 a_1 = 889,4 (577,3, 1221,6) & b_1 = 14,5 (13,3, 15,8) & c_1 = 10,8 (9,6, 12,1) \\
 a_2 = 472,7 (374,8, 570,6) & b_2 = 31,8 (25,0, 38,6) & c_2 = 16,4 (8,8, 24,0) \\
 a_3 = 207,1 (185,5, 228,6) & b_3 = 66,4 (64,3, 68,5) & c_3 = 12,6 (7,1, 18,0)
 \end{array}$$

Użycie danych w powyższej postaci znacznie przyspiesza działanie procedur optymalizacyjnych.

Kolejne wyniki w przypadku czterech mieszanek DP 0, DP 30, DZ 0 oraz DZ 30, których skład przedstawia Tablica 5.4 zostały zaprezentowane na Rysunku 6.12. W tym przypadku do parametryzacji funkcji źródeł użyto 19 węzłów interpolacji. Ilość wydzielonego ciepła podczas hydratacji została zobrazowana za pomocą wykresu skumulowanego. Porównując wyznaczone źródła ciepła z pomiarem normowym metodą semiadiabatyczną (Rysunek 1.7) można stwierdzić jakościową zgodność pomiędzy prezentowanymi wynikami. Wyznaczone ciepło właściwe i przewodność cieplna dla czterech omawianych mieszanek wynoszą odpowiednio:

• mieszanka DP 0:

$$c = \begin{cases} 0,458t_e + 1079 & 0 \leq t_e \leq 72\text{h} \\ 1112 & t_e > 72\text{h} \end{cases}$$

$$k = \begin{cases} 1,354 - 0,0067t_e & 0 \leq t_e \leq 72\text{h} \\ 0,869 & t_e > 72\text{h} \end{cases}$$

• mieszanka DP 30:

$$c = \begin{cases} 0,375t_e + 1103 & 0 \leq t_e \leq 72\text{h} \\ 1130 & t_e > 72\text{h} \end{cases}$$

$$k = \begin{cases} 1,226 - 0,0055t_e & 0 \leq t_e \leq 72\text{h} \\ 0,8267 & t_e > 72\text{h} \end{cases}$$

• mieszanka DZ 0:

$$c = \begin{cases} 0,514t_e + 1067 & 0 \leq t_e \leq 72\text{h} \\ 1104 & t_e > 72\text{h} \end{cases}$$

$$k = \begin{cases} 1,688 - 0,0048t_e & 0 \leq t_e \leq 72\text{h} \\ 1,339 & t_e > 72\text{h} \end{cases}$$

• mieszanka DZ 30:

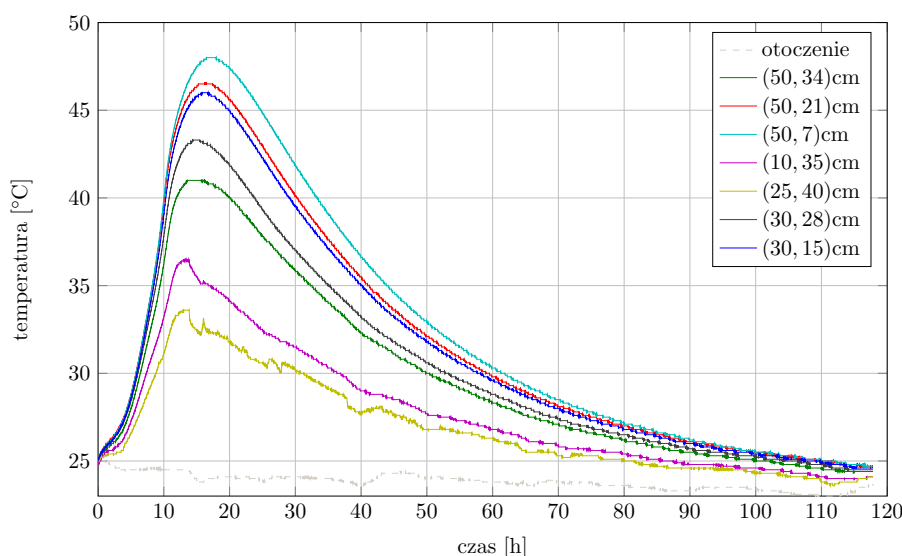
$$c = \begin{cases} 0,403t_e + 1087 & 0 \leq t_e \leq 72\text{h} \\ 1116 & t_e > 72\text{h} \end{cases}$$

$$k = \begin{cases} 2,079 - 0,0073t_e & 0 \leq t_e \leq 72\text{h} \\ 1,552 & t_e > 72\text{h} \end{cases}$$

Na podstawie uzyskanych rezultatów obliczane są rozkłady temperatury w masywnych blokach betonowych, dla których przeprowadzono też pomiary 3D. Wyniki te przedstawione są w dalszej części tego rozdziału.

6.4 Pomiary i model dwuwymiarowy

Na Rysunku 6.13 przedstawiono zarejestrowany przebieg zmian temperatury w czasie w betonie twardniejącym w formie 2D w przypadku mieszanki DP 30, której skład podano w Tablicy 5.4. Można zaobserwować, że charakter krzywych opisujących ewolucję temperatury jest podobny do wyników otrzymanych w formach walcowych. Najniższą temperaturę odnotowuje się na czujniku powierzchniowym, zaś najwyższe wskazania na czujniku umieszczonym na głębokości 33cm w osi symetrii trapezu. Główną motywacją do wykonania pomiarów w trapezowych formach była walidacja procedury identyfikacji parametrów termofizycznych oraz oprogramowanego dwuwymiarowego modelu rozwiązującego zagadnienie przepływu ciepła podczas samonagrzewania się młodego betonu. Dodatkowo w trakcie wybranych eksperymentów na mieszankach o podwyższonej zawartości cementu portlandzkiego za pomocą sterowania izolacją termiczną starano się doprowadzić do sytuacji, w której możliwe byłoby zaobserwowanie spękań spowodowanych wzrostem temperatury. Sytuację taką przedstawia Rysunek 6.16. Gwałtowny spadek temperatury betonu w badanej formie trapezowej spowodowany był zmianą warunków brzegowych.



Rysunek 6.13: Rozkład temperatury w twardniejącej próbce z betonu DP 30 w formie trapezowej (2D). Skład mieszanki podano w Tabelicy 5.4

Przez pierwsze ~ 20 h eksperymentu forma pomiarowa przykryta była styropianową pokrywą, która po tym czasie została usunięta umożliwiając swobodną wymianę ciepła z otoczeniem przez górną powierzchnię. Zabieg taki prowadzi do zwiększenia różnic temperatury w obiekcie i w konsekwencji do powstania naprężeń termicznych. W dalszej części tego paragrafu znajdują się uproszczona analiza naprężeń termicznych w próbce o kształcie trapezu. Jednak w pierwszej kolejności diskutowane są wyniki porównania modelu numerycznego i eksperymentu w przypadku pomiarów 2D dla trzech wybranych mieszanek betonowych. Rezultaty przedstawiono na trzech kolejnych rysunkach:

- Rysunek 6.14 przedstawia rozkład temperatury wraz porównaniem z wynikiem obliczeń numerycznych w przypadku mieszanki P50 0,
- Rysunek 6.15 w przypadku mieszanki P50 Ws 60,
- Rysunek 6.16 w przypadku mieszanki PP50 0.

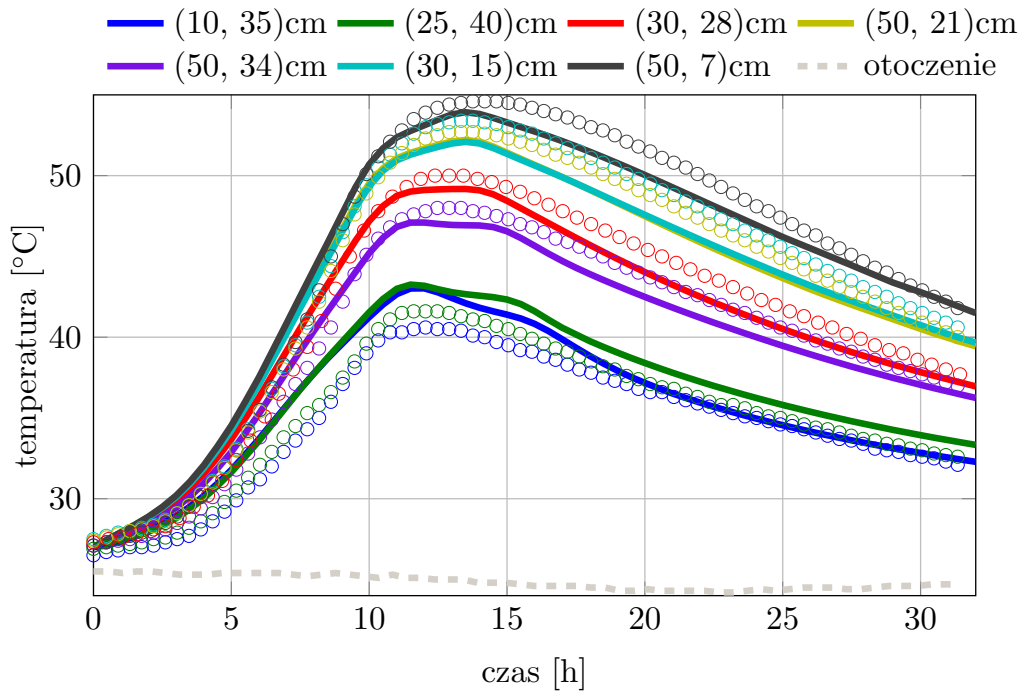
Liniami ciągłymi oznaczono wyniki symulacji komputerowej, zaś wyniki pomiarów naniesiono za pomocą kółek. Skład badanych mieszanek został przedstawiony w Tabelicy 5.6. Użyte w modelu numerycznym współczynniki wymiany ciepła z otoczeniem zostały dobrane według zaleceń pracy [97] i wynoszą odpowiednio:

- $9\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$ dla górnej powierzchni – osłona z folii,
- $0,6\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$ w przypadku izolowanych powierzchni formy trapezowej.

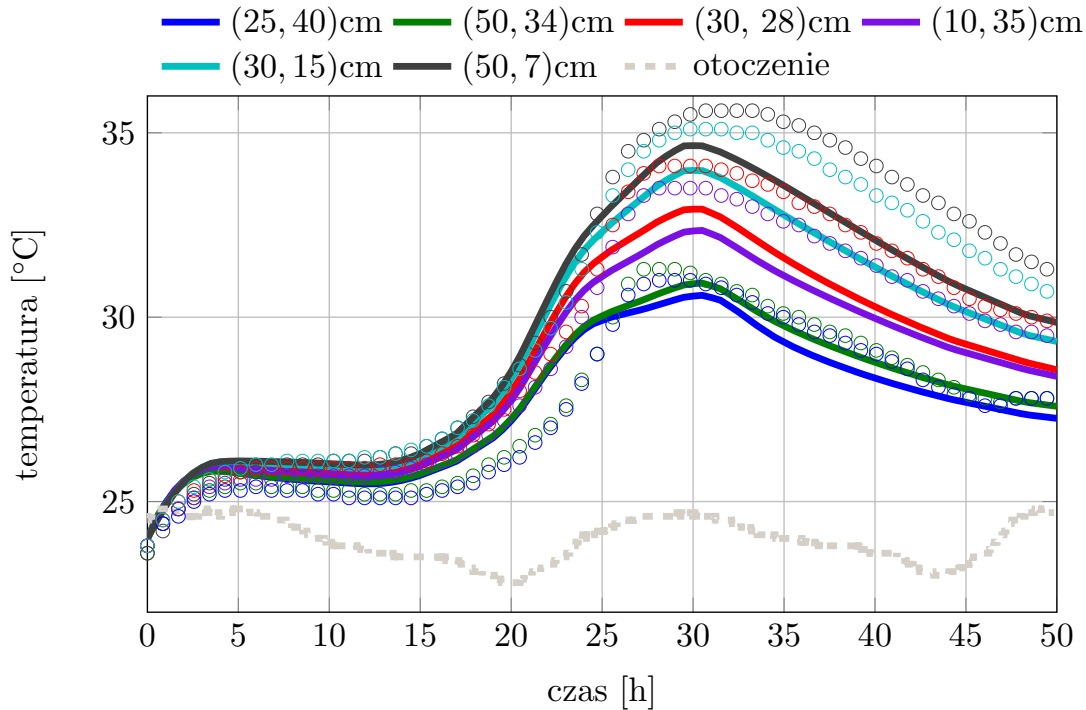
Ciepło właściwe, współczynnik przewodnictwa cieplnego oraz ciepło twardnienia zostały wyznaczone indywidualnie dla każdej mieszanki za pomocą problemu odwrotnego na podstawie pomiarów tych samych kompozycji w formie walcowej. Temperatura otoczenia mierzona była w eksperymencie.

Najlepszą zgodność modelu z eksperymentem uzyskano w przypadku mieszanki betonowej P50 0 (Rysunek 6.14). W tym przypadku rozbieżność między modelem a wynikami pomiarów nie przekraczała 3°C. Średnia różnica temperatury w przypadku 7 czujników wynosiła odpowiednio 1,21°C, 1,18°C, 0,98°C, 1,07°C, 1,08°C, 1,40°C oraz 0,93°C, oznacza to błędy poniżej 3% w odniesieniu do temperatury maksymalnej. Także w pozostałych dwóch przypadkach różnice są na akceptowalnym poziomie. W przypadku mieszanki P50 Ws 60 (Rysunek 6.15) maksymalna różnica danych pomiarowych i numerycznych wynosi 2°C, zaś średnia różnica dla każdego z czujników nie przekracza 1°C, co stanowi błąd również poniżej 3%. W trzecim wypadku (mieszanka PP50 0, Rysunek 6.16) maksymalne różnice sięgają 16°C, jednak tak duża niedokładność jest spowodowana bardzo szybkim wzrostem temperatury między 5 a 10 godziną pomiaru. W przedziale tym temperatura w wybranych obszarach rośnie o blisko 60°C, zatem drobne przesunięcie względem siebie w czasie poszczególnych wyników skutkuje tak dużym błędem. Niemniej stosując tą samą miarę błędu co w poprzednich dwóch przypadkach można oszacować, że maksymalny średni błąd wynosi 6% w stosunku do temperatury szczytowej. Na podstawie przedstawionych rezultatów można zatem stwierdzić, że zaproponowany zestaw procedur obliczeniowych do wyznaczania parametrów termofizycznych betonów oraz rozkładu pola temperatury daje wyniki w dużym stopniu zgodne z pomiarami i może być używany do wyznaczania pól temperatury w obiektach, które można przybliżyć za pomocą geometrii dwuwymiarowej.

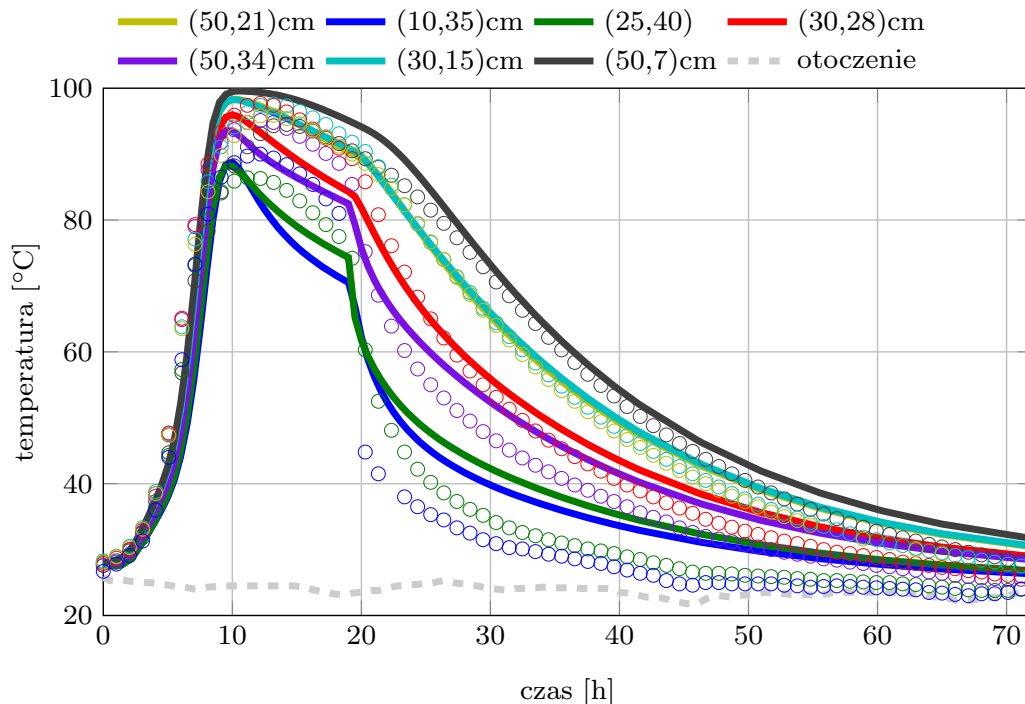
Uzupełnieniem kontaktowych pomiarów temperatury może być pomiar na odległość temperaturowego promieniowania podczerwieni. Tak jak wspomniano w rozdziale opisującym techniki pomiarowe, podczas rejestracji temperatury powierzchni za pomocą kamery termowizyjnej dokonano jej kalibracji na podstawie wskazań temperatury z czujnika umieszczonego na wierzchniej części odlewu. Na Rysunku 6.17 zestawiono cztery termogramy górnej powierzchni trapezu w przypadku mieszanki P50 0 w wybranych chwilach: 17h, 22h, 26h oraz 28h od rozpoczęcia rejestracji temperatury czujnikami kontaktowymi. Na przedstawionych zdjęciach widoczna jest tylko część górnej powierzchni próbki trapezowej, ponieważ rozkład temperatury jest symetryczny względem środka. Przy czym środek górnej powierzchni na prezentowanych zdjęciach znajduje się w miejscu uchwytu, który widoczny jest jako element chłodniejszy o barwie jasnoniebieskiej. Rysunek 6.18 przedstawia odpowiadające termogramom profile temperatury wzdłuż mierzonej powierzchni (linie ciągłe). Charakter profili jest w dobrym przybliżeniu paraboliczny. Jakość dopasowania R^2 modelu kwadratowego opisanego wzorem $f(x) = p_1x^2 + p_2x + p_3$ wynosi: 0,962, 0,954, 0,980 oraz 0,974 odpowiednio dla profili uzyskanych w chwili chwilach: 17h, 22h, 26h i 28h. Widoczne załamania są wynikiem nierównomiernego przylegania do powierzchni betonu folii chroniącej przed utratą wilgoci. Pomiary z kamery termowizyjnej porównano również z wynikami obliczeń numerycznych. Zostały one naniesione na wykresie z Rysunku 6.18 za pomocą przerywanych linii. Obliczone temperatury są wyższe niż zmierzone przy użyciu termowizjera, jednak jakościowych charakter profili został zachowany. Rozkład temperatury na górnej powierzchni próbki sugeruje, że ze względu na nierównomierną temperaturę w odlewie trapezowym mogą powstać naprężenia termiczne. Naprężenia te można wyznaczyć



Rysunek 6.14: Porównanie rozkładu temperatury zmierzonego w eksperymencie (kółka) z wynikiem modelu numerycznego (linie ciągłe) w próbce trapezowej w przypadku mieszanki P50 0. Linia przerywaną oznaczono temperaturę otoczenia



Rysunek 6.15: Porównanie rozkładu temperatury zmierzonego w eksperymencie (kółka) z wynikiem modelu numerycznego (linie ciągłe) w próbce trapezowej w przypadku mieszanki P50 Ws 60. Linia przerywaną oznaczono temperaturę otoczenia



Rysunek 6.16: Porównanie rozkładu temperatury zmierzonego w eksperymencie (kółka) z wynikiem modelu numerycznego (linie ciągłe) w próbce trapezowej w przypadku mieszanki PP50 0. Linia przerywaną naniesiono temperaturę otoczenia

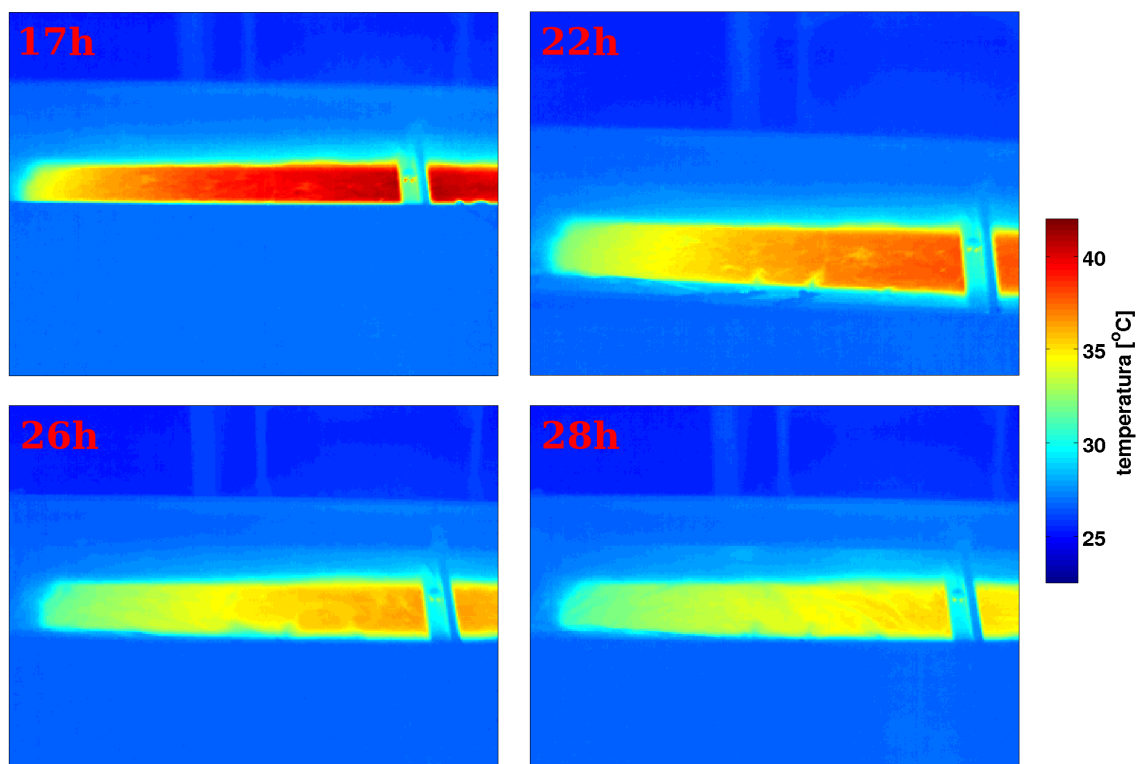
na podstawie zmierzonych, bądź obliczonych rozkładów temperatury. W tym celu zbudowano uproszczony model numeryczny w środowisku COMSOL Multiphysics. Do wykonania obliczeń potrzebna jest znajomość stałych materiałowych betonu. Oczywiście w trakcie twardnienia beton zmienia swój stan skupienia i parametry takie jak moduł odkształcalności liniowej, współczynnik Poissona czy wytrzymałość na rozciąganie i ściskanie zmieniają się w czasie. W literaturze przedmiotu można odnaleźć wiele propozycji np. europejską normę PN-EN 1992-1-1:2008 [203], czy też normę Amerykańskiego Instytutu Betonowego [204]. Podane w cytowanych dokumentach wzory opierają się na obserwacjach doświadczalnych i dlatego też do określenia wartości poszczególnych właściwości materiałowych należy wykonać własne pomiary. Niemniej w celu jakościowej analizy naprężeń termicznych, do obliczeń numerycznych przyjęto następujące oszacowania na podstawie normy ACI [204]:

- wytrzymałość na ściskanie:

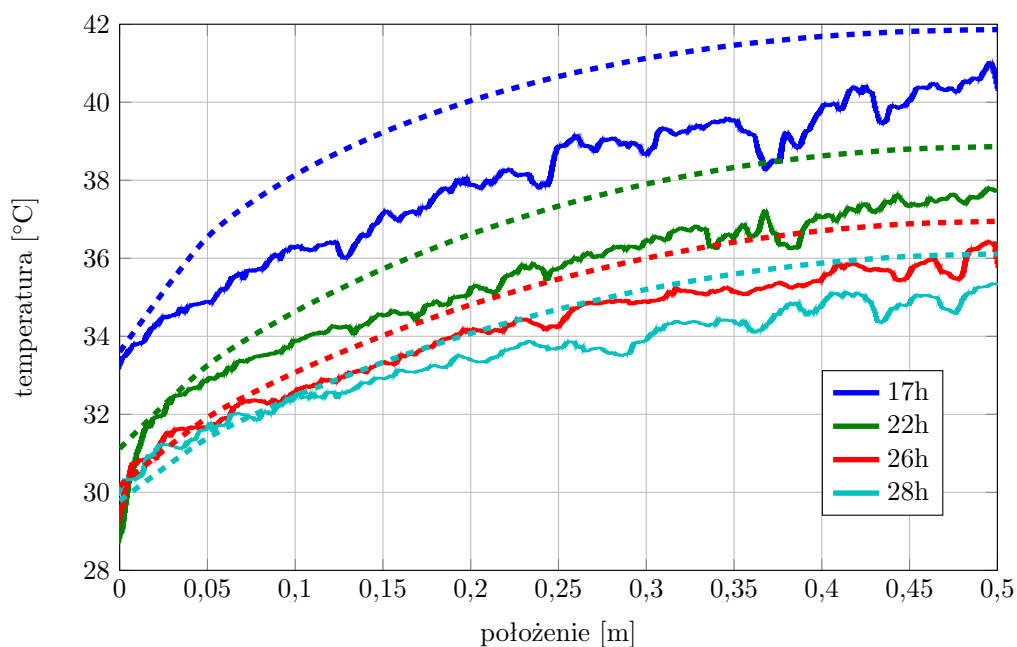
$$f_c(t_e) = \frac{t_e}{a + bt_e} \cdot f_c(t_e = 28\text{dni}) \quad (6.9)$$

- wytrzymałość na rozciąganie:

$$f_t(t_e) = \frac{t_e}{a + bt_e} \cdot f_t(t_e = 28\text{dni}) \quad (6.10)$$



Rysunek 6.17: Pomiar kamerą termowizyjną górnej powierzchni próbki umieszczonej w formie 2D w przypadku mieszanki P50 0



Rysunek 6.18: Profile temperatury (linie ciągłe) wyznaczone na podstawie termogramów górnej powierzchni próbki umieszczonej w formie 2D w przypadku mieszanki P50 0 wraz z wynikami modelu numerycznego (linie przerywane)

- moduł sprężystości:

$$E_b(t_e) = \sqrt{\frac{t_e}{a + bt_e}} E_b(t_e = 28\text{dni}) \quad (6.11)$$

W powyższych wzorach współczynniki a i b dla betonów na bazie cementu portlandzkiego przyjmuje się jako $a = 4$, $b = 0,85$, zaś wartość modułu Younga po 28 dniach dojrzewania można oszacować na podstawie wytrzymałości na ściskanie w następujący sposób:

$$E_b(t_e = 28\text{dni}) = 4734\sqrt{10000f_c(t_e = 28\text{dni})} \quad (6.12)$$

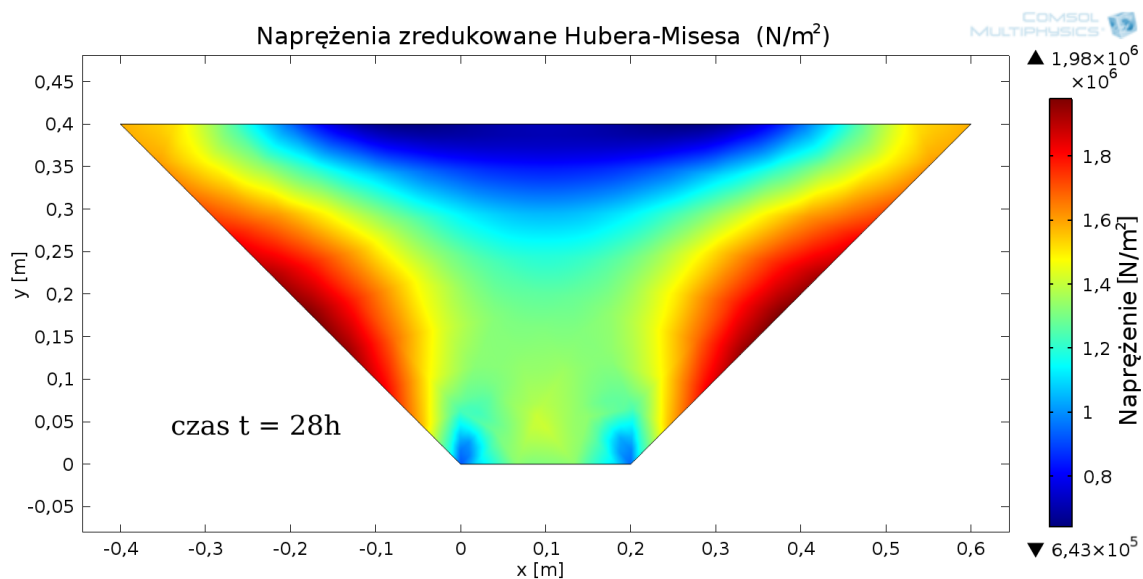
dla cementów portlandzkich Ponadto wartość współczynnika Poissona oszacowano za pomocą wzoru zaproponowanego w pracy [25]:

$$\nu(f_c) = 0,0049f_c^{-0,935} + 0,094f_c^{0,33} \quad (6.13)$$

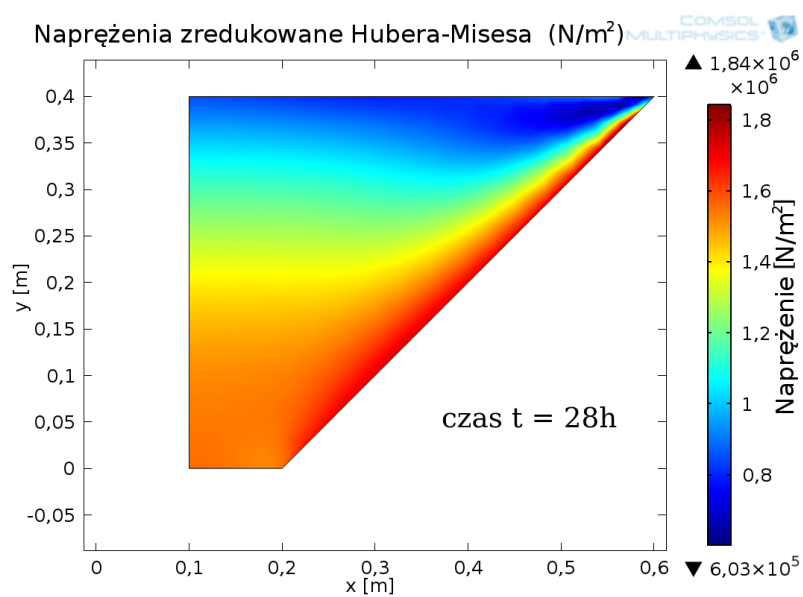
W modelu numerycznym przyjęto następujące wartości liczbowe:

- $f_c(t_e = 28\text{dni}) = 33\text{MPa}$,
- $f_t(t_e = 28\text{dni}) = 2,6\text{MPa}$,
- współczynnik rozszerzalności cieplnej $10 \cdot 10^{-6}\text{K}^{-1}$.

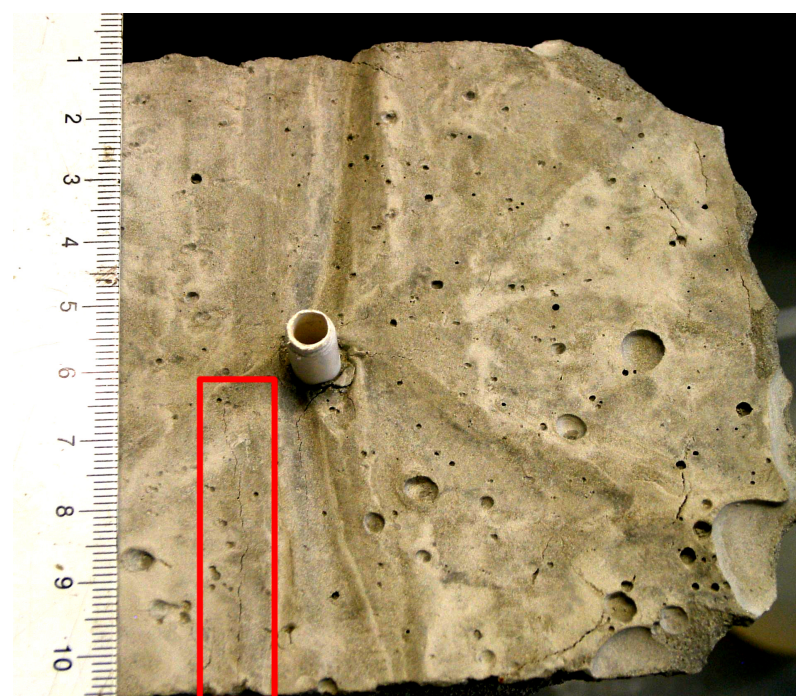
Na Rysunku 6.19 i 6.20 przedstawiono wyniki dwóch modeli numerycznych po 28h od zarobienia mieszanki betonowej PP50 0, w przypadku których pole temperatury zostało sprzężone z polem naprężeń. Wartość temperatury w wybranych punktach trapezu może zostać odczytana z wykresu przedstawionego na Rysunku 6.16. Prezentowane modele różnią się zadanymi warunkami brzegowymi na podstawie dolnej i krawędziach bocznych trapezu. W obu przypadkach uwzględniona została siła grawitacyjna. Pierwszy model (Rysunek 6.19) analizuje przypadek uproszczony, w którym pozycja trzech krawędzi trapezu (poza górną podstawą) została ustalona (brak możliwości przemieszczeń i odkształceń). Dla tak sformułowanego zagadnienia w prezentowanej chwili maksymalne naprężenia zredukowane Hubera-Misesa rozciągają się wzdłuż bocznych krawędzi. Naprężenia wzdłuż swobodnej krawędzi górnej poza narożnikami trapezu nie przekraczają 1,2MPa. W drugim wypadku (Rysunek 6.20) rozważono sytuację bardziej realistyczną, w której uwzględniono tarcie ślizgowe na styku betonu i formy pomiarowej (model Coulomba). Przybliżenie to jednak nie uwzględnia zmiany współczynników tarcia statycznego i dynamicznego w zależności od stopnia dojrzałości betonu, dlatego też traktowane jest tylko jako jakościowy eksperyment numeryczny. Zgodnie z uzyskanymi wynikami maksymalne naprężenia Hubera-Misesa występują wzdłuż krawędzi bocznej. Złożony stan naprężenia w tym przypadku sprowadzony został do naprężenia zredukowanego. Zgodnie z hipotezą wytrzymałościową w przypadku betonu aby nie doszło do zarysowań termicznych naprężenia zredukowane Hubera-Misesa w każdej chwili i miejscu elementu betonowego powinny być mniejsze od wytrzymałości betonu na rozciąganie. Zatem dysponując dokładnym modelem termomechanicznym i pomiarami wytrzymałościowymi można wyznaczyć strefy zagrożone spękaniem. W przypadku badanej



Rysunek 6.19: Obliczone napężenia w bloku betonowym w kształcie trapezu dla wybranej chwili. Model z ustalonymi (brak możliwości przemieszczeń i odkształceń) warunkami brzegowymi wzdłuż podstawy dolnej i krawędzi bocznych



Rysunek 6.20: Obliczone napężenia w bloku betonowym w kształcie trapezu dla wybranej chwili. Model uwzględniający tarcie pomiędzy betonem a formą



Rysunek 6.21: Zdjęcie fragmentu odlewu 2D wykonanego z mieszanki PP50 0. W czerwonej ramce widoczne spękanie spowodowane efektami termicznymi. Plastikowa rurka służy do umieszczenia czujników temperatury

mieszanki PP50 0 zaobserwowano zarysowania w narożnikach odlewu betonowego (zdjęcie z Rysunku 6.21). Obszary te według pierwszego modelu charakteryzują się wyższą od średniej koncentracją naprężeń. Jednak model mechaniczny nie jest głównym przedmiotem badań podjętych w niniejszej dysertacji dlatego też w przypadku pomiarów i modelu pełnowymiarowego nie będzie on dyskutowany.

6.5 Pomiary i model trójwymiarowy

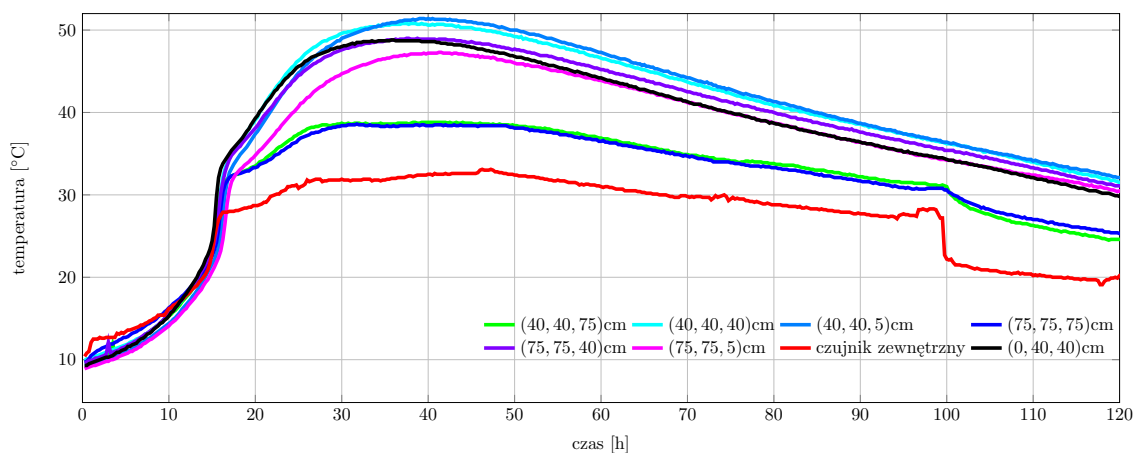
Wybrane wyniki pomiarów temperatury w blokach masywnych przedstawiono na dziewięciu kolejnych wykresach (Rysunki od 6.22 do 6.30). Skład badanych mieszanek przedstawia Tablica 5.4. Badania przeprowadzone były w latach 2011 i 2012, przy czym we wszystkich pomiarach z roku 2011 zastosowano układ czujników oraz izolację termiczną zgodnie ze schematami przedstawionym na Rysunkach 5.11 i 5.12 w rozdziale 5, zaś w podczas pomiarów w 2012 roku stosowano konfiguracje zaprezentowane na Rysunkach 5.13–5.16. Brak widocznych dobowych wahań temperatury na czujniku zewnętrznym w pomiarach z 2011 roku (Rysunki 6.22 – 6.27) jest efektem przykrycia form pomiarowych plandeką brezentową (zdjęcie osłoniętych form przedstawia Rysunek 5.17). Zabieg taki skutkuje również w zaniku dobowych oscylacji temperatury w objętości próbki. Widoczny na trzech pierwszych wykresach gwałtowny spadek temperatury na czujniku zewnętrznym w chwili ~ 100 h spowodowany był krótkotrwałym odkryciem badanych form przez laboranta. Tak jak wspomniano podczas pomiarów w 2012 roku zbadano cztery mieszanki betonowe z serii D, przy

czym w przypadku kompozycji DP 0 oraz DZ 30 wykonano pomiary z dwiema różnymi konfiguracjami izolacji termicznej. Wyniki dla mieszanki DZ 30 przedstawione zostały na Rysunkach 6.29 oraz 6.30. W przypadku usunięcia izolacji termicznej z jednej ze ścian formy temperatura szczytowa obniżyła się o około 5°C. Oczywiście oprócz warunków brzegowych na rozkład temperatury w betonie wpływają warunki początkowe (w przypadku pomiaru z niekompletną izolacją początkowa temperatura mieszanki była niższa) oraz temperatura otoczenia (zarejestrowano wyższe wartości temperatury powietrza w laboratorium podczas pomiaru w formie z niekompletną izolacją). Wpływ ułożenia izolacji widoczny jest również w uzyskanym przestrzennym rozkładzie temperatury. Największe różnice wskazań pomiędzy czujnikami odnotowano podczas pomiarów z nieosłoniętą jedną ze ścian bocznych, w pozostałych przypadkach różnice te są mniejsze, co jest spodziewanym wnioskiem, ponieważ brak izolacji termicznej powoduje szybsze ochładzanie się nieosłoniętej powierzchni bloku betonowego. Mniejsza ilość osłoniętych płytami polistyrenowymi ścianek powoduje również, że dobowe oscylacje temperatury powietrza są wyraźnie widoczne w całej objętości betonowej kostki. Ponadto analizując zapisy pierwszych 120 godzin pomiarów temperatury można stwierdzić, że w przypadku bloków masywnych czas wystąpienia temperatury maksymalnej w stosunku do pomiarów w formach walcowych uległ opóźnieniu przy jednoczesnym wzroście wartości temperatur szczytowych. Również czas dochodzenia do równowagi termicznej z otoczeniem w przypadku bloków masywnych jest znacznie dłuższy, co stoi w zgodzie z uwagami poczynionymi we wstępie do pracy. Dalsze wnioski na temat wpływu składu mieszanki na parametry termiczne w przypadku bloków masywnych wraz odniesieniem do pomiarów jednowymiarowych dyskutowane są w późniejszej części tego rozdziału w sekcji 6.7.

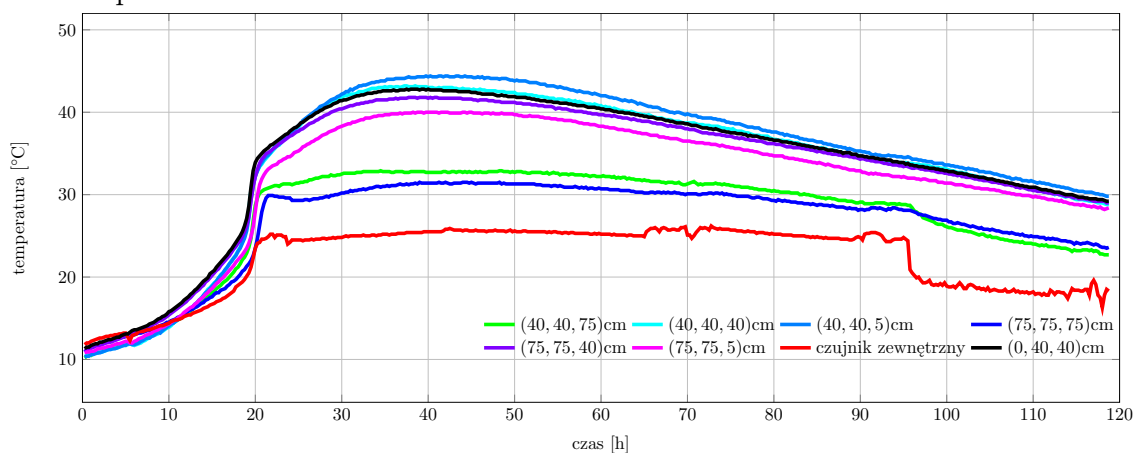
Zarejestrowane pomiary temperatury tak samo jak w przypadku dwuwymiarowym służą również do walidacji zaproponowanych rozwiązań numerycznych. Do wyznaczenia pola temperatury w bloku masywnym za pomocą modelu 2D używane są parametry termofizyczne uzyskane na podstawie rozwiązania problemu odwrotnego. Współczynniki opisujące warunki brzegowe dobrano sugerując się zaleceniami przedstawionymi w pracy [97] przy założeniu zerowej prędkości wiatru (pomiary zostały przeprowadzone w pomieszczeniu laboratoryjnym) i wynoszą odpowiednio:

- $9 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$ dla górnej powierzchni – osłona z folii,
- $6 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$ dla bocznej powierzchni bez izolacji termicznej,
- $1,3 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$ dla bocznej powierzchni z izolacją termiczną,
- $0,6 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$ dla dolnej powierzchni formy.

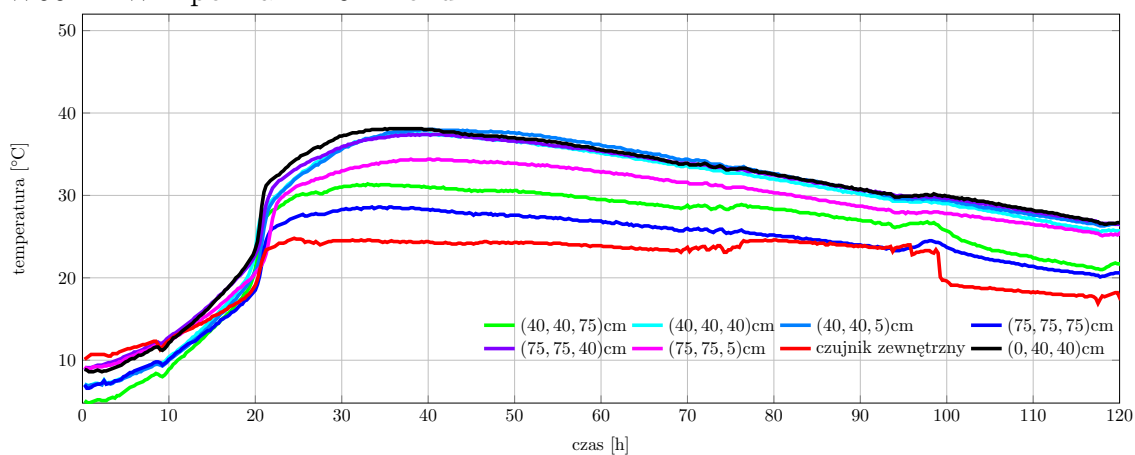
Różnica wartości współczynnika wymiany ciepła dla powierzchni bocznej bez izolacji termicznej i powierzchni górnej, wynika z faktu, że w przypadku ścianki formy usunięta została tylko płyta z polistyrenu, natomiast pewną barierę termiczną stanowiła ciągle obudowa formy wykonana z plastiku. Temperatura otoczenia mierzona była w eksperymencie. Obliczenia zostały wykonane za pomocą modelu 2D dla przekroju przez środek próbki 3D w płaszczyźnie symetrii równoległej do płaszczyzny



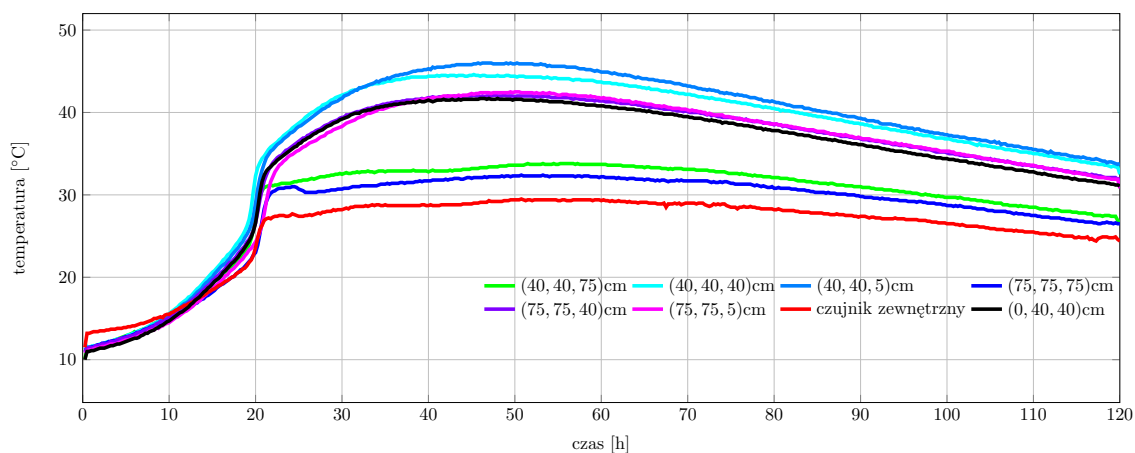
Rysunek 6.22: Rozkład temperatury w bloku masywnym w przypadku mieszanki W50I – pomiar z 2011 roku



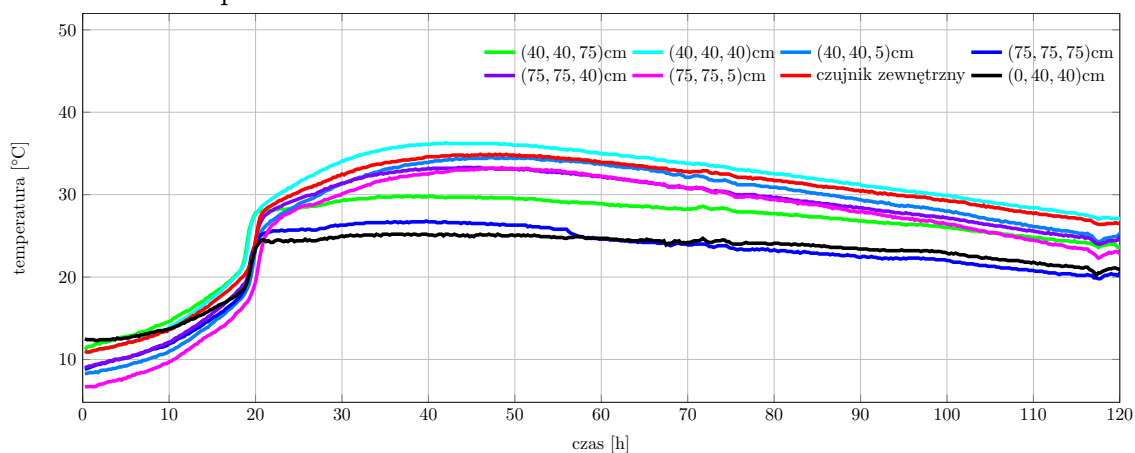
Rysunek 6.23: Rozkład temperatury w bloku masywnym w przypadku mieszanki W50II AW – pomiar z 2011 roku



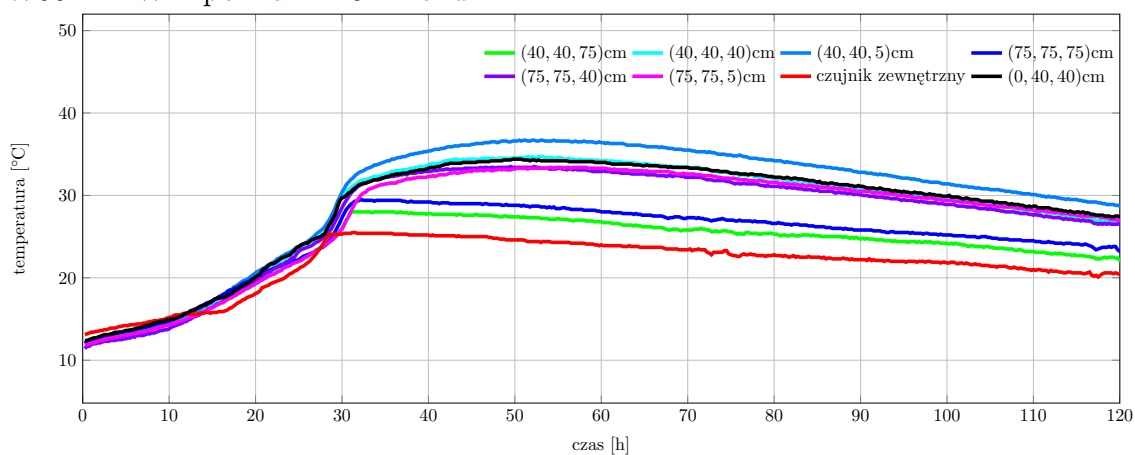
Rysunek 6.24: Rozkład temperatury w bloku masywnym w przypadku mieszanki W50 II BVW – pomiar z 2011 roku



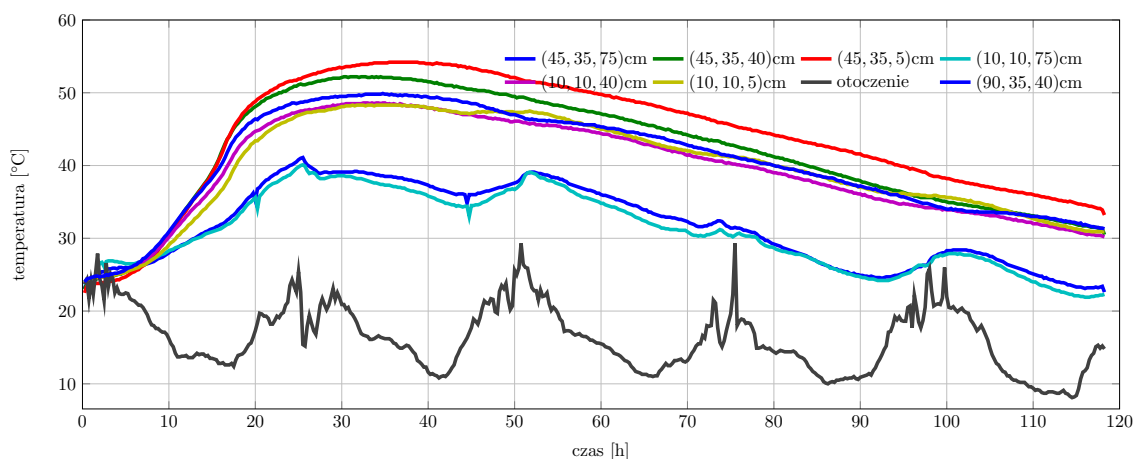
Rysunek 6.25: Rozkład temperatury w bloku masywnym w przypadku mieszanki W50 II BSW – pomiar z 2011 roku



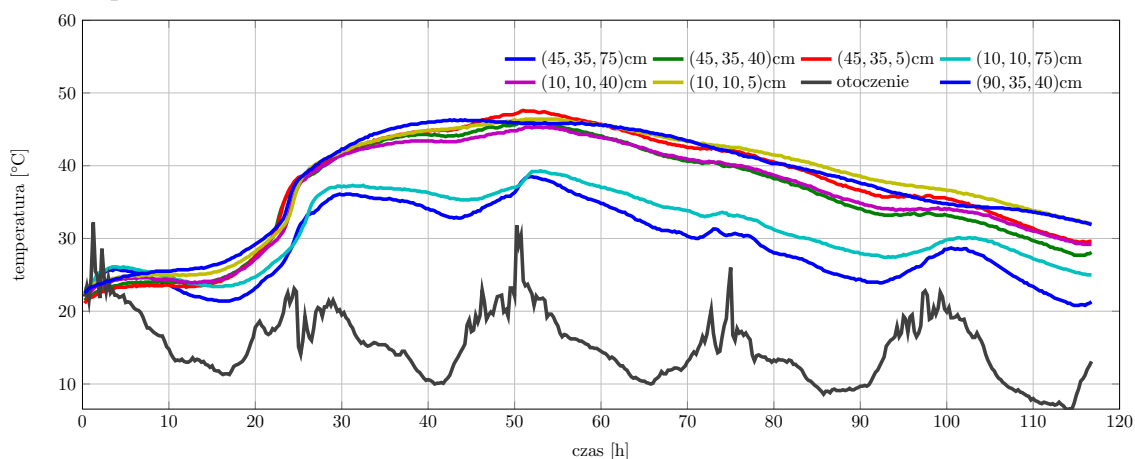
Rysunek 6.26: Rozkład temperatury w bloku masywnym w przypadku mieszanki W50 II BW – pomiar z 2011 roku



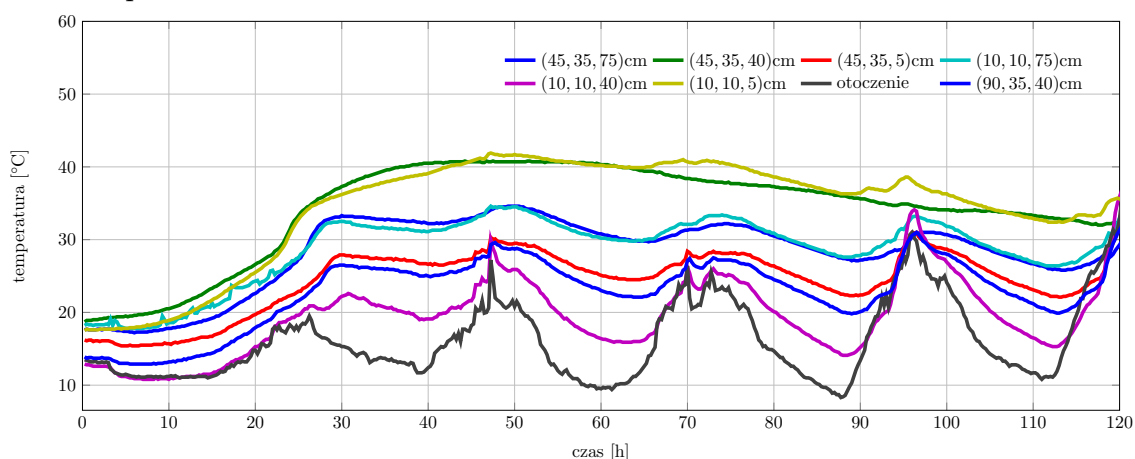
Rysunek 6.27: Rozkład temperatury w bloku masywnym w przypadku mieszanki W50 VASW – pomiar z 2011 roku



Rysunek 6.28: Rozkład temperatury w bloku masywnym w przypadku mieszanki DZ 0 – pomiar z 2012 roku



Rysunek 6.29: Rozkład temperatury w bloku masywnym w przypadku mieszanki DZ 30 – pomiar z 2012 roku



Rysunek 6.30: Rozkład temperatury w bloku masywnym w przypadku mieszanki DZ 30 – pomiar z 2012 roku w konfiguracji bez izolacji termicznej na jednej ze ścian formy

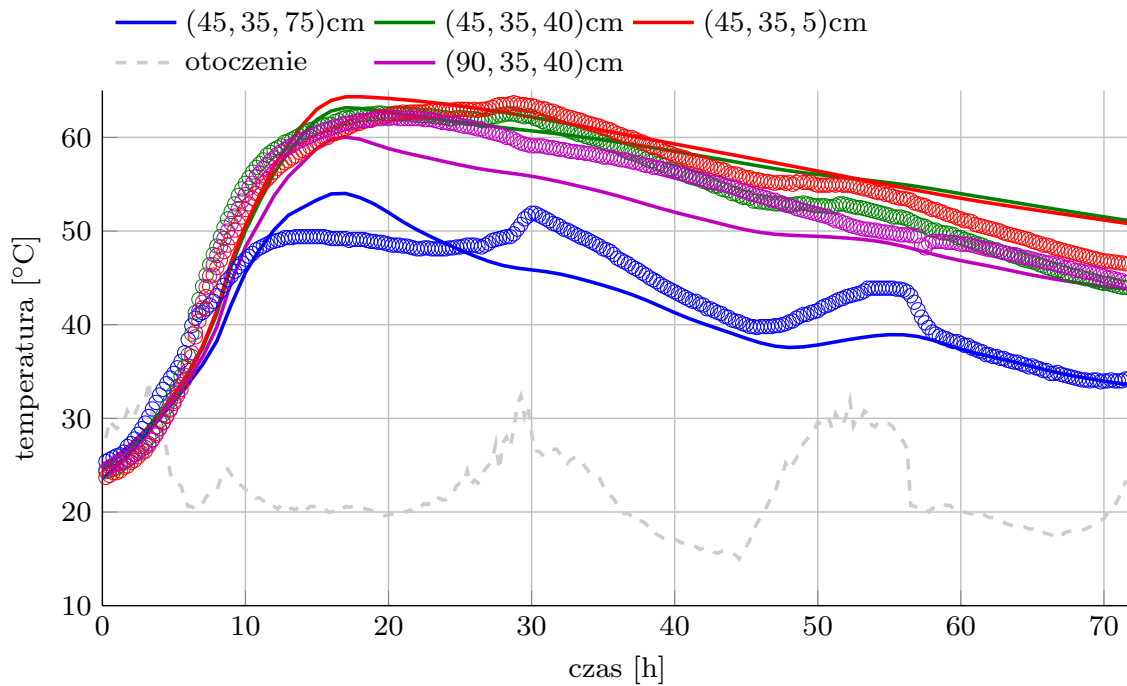
XZ. Przy czym w przypadku konfiguracji z pełną izolacją na ściankach formy wybrany przekrój zawierał cztery czujniki temperatury, zaś w konfiguracji z nieosłoniętą ścianką siedem sensorów.

Na Rysunkach 6.31 i 6.32 przedstawiono porównanie modelu numerycznego i wyników eksperymentu w przypadku pomiarów 3D dla mieszanki betonowej DP 0, której skład przedstawia Tablica 5.4. Zgodność modelu (linie ciągłe na wykresach z Rysunków 6.31 i 6.32) z eksperymentem (kółka na wykresach z Rysunków 6.31 i 6.32) jest zadowalająca, zważywszy na zastosowane uproszczenia. Maksymalna różnica temperatury dla pomiarów w konfiguracji z izolacją termiczną na wszystkich ściankach bocznych formy (Rysunek 6.31) wynosiła 7°C , zaś średnia różnica dla poszczególnych czujników: $2,5^{\circ}\text{C}$, $2,8^{\circ}\text{C}$, $1,8^{\circ}\text{C}$, $2,9^{\circ}\text{C}$, co stanowi średni błąd rzędu 4% w odniesieniu do temperatury maksymalnej. Analogiczne obliczenia dotyczące rezultatów z Rysunku 6.32 dają w wyniku maksymalną różnicę temperatury pomiędzy modelem i eksperymentem wynoszącą $12,7^{\circ}\text{C}$. Wartości te dla każdego czujnika z osobna są równe: $6,5^{\circ}\text{C}$, $7,6^{\circ}\text{C}$, $7,5^{\circ}\text{C}$, $9,3^{\circ}\text{C}$, $12,7^{\circ}\text{C}$, $6,9^{\circ}\text{C}$ oraz $9,9^{\circ}\text{C}$, zaś odpowiadające im wartości średnich różnic: $2,4^{\circ}\text{C}$, $1,2^{\circ}\text{C}$, $1,6^{\circ}\text{C}$, $1,3^{\circ}\text{C}$, $2,7^{\circ}\text{C}$, $3,4^{\circ}\text{C}$, $4,1^{\circ}\text{C}$, co stanowi odpowiednio: 4,3%, 2,2%, 2,9%, 2,4%, 4,9%, 5,9% oraz 7,3%, procent w odniesieniu do temperatury maksymalnej. Uzyskana w obu przypadkach średnia dokładność na poziomie 4% potwierdza, że model dwuwymiarowy może stanowić satysfakcjonujące przybliżenie symulacji komputerowej temperatury w obiektach trójwymiarowych [86]. Źródłem niezgodności oprócz uproszczeń geometrycznych (przybliżanie rozkładu temperatury w obiekcie trójwymiarowym za pomocą geometrii dwuwymiarowej) może być choćby pominięcie wpływu wymiany ciepła na skutek wypromieniowywania energii w paśmie podczerwieni. Tzw. chłodzenie radiacyjne może powodować spadek temperatury powierzchni obiektu poniżej temperatury otoczenia. Dlatego też czynnik ten powinien być uwzględniany podczas modelowania samonagrzewania się obiektów betonowych w warunkach polowych.

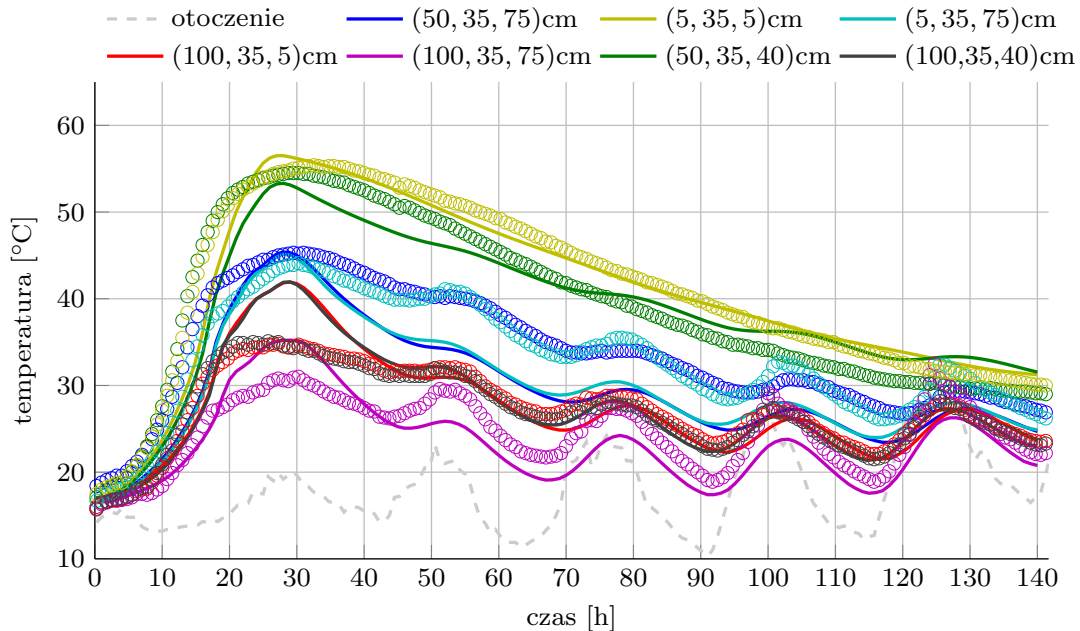
Dla kompletności analizy przygotowano również pełnowymiarowy model numeryczny w środowisku COMSOL. Zaletą modelu trójwymiarowego jest przede wszystkim fakt, że jest on wolny od skutków uproszczeń geometrycznych oraz możliwość wizualizacji rozkładu temperatury w całej objętości obiektu. Obliczenia zostały wykonane dla tych samych danych wejściowych co i w przypadku modelu 2D. Przy czym w tym wypadku warstwa izolacji termicznej z polistyrenu została uwzględniona nie poprzez efektywne wartości współczynnika wymiany ciepła z otoczeniem, ale materiał ten został wprowadzony fizycznie do modelu. Stałe materiałowe wykorzystywane podczas obliczania rozkładu temperatury dla tego materiału wynoszą odpowiednio:

- ciepło właściwe $1500\text{J}/(\text{kg K})$,
- gęstość $20\text{kg}/\text{m}^3$,
- przewodnictwo cieplne $0,0341\text{W}/(\text{m K})$.

Na Rysunkach 6.33 oraz 6.34 zostały przedstawione powierzchnie izotermiczne w wybranej chwili (72 godziny od zarobienia mieszanki) dla betonu DP 0 w dwóch analizowanych wcześniej układach izolacji z polistyrenu. Użycie termoizolacji na wszystkich



Rysunek 6.31: Porównanie rozkładu temperatury zmierzonego w eksperymencie (kółka) z wynikiem modelu numerycznego (linie ciągłe) dla mieszanki DP 0 w konfiguracji z Rysunku 5.15 i 5.16. Linia przerywaną naniesiono zmierzoną temperaturę otoczenia



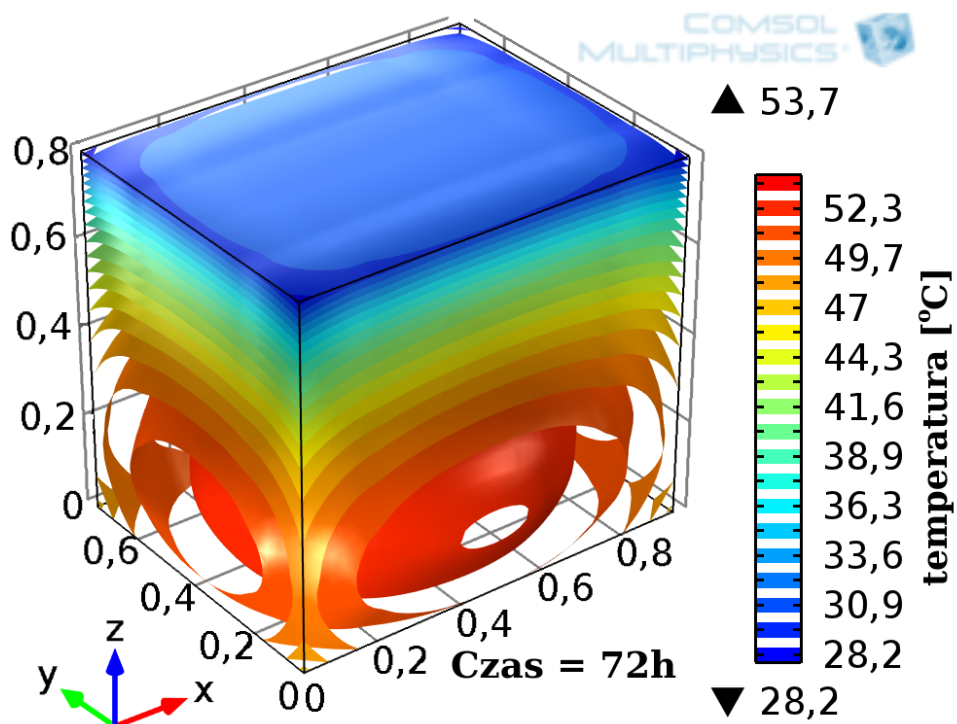
Rysunek 6.32: Porównanie rozkładu temperatury zmierzonego w eksperymencie (kółka) z wynikiem modelu numerycznego (linie ciągłe) dla mieszanki DP 0 w konfiguracji z Rysunku 5.13 i 5.14 (bez izolacji termicznej na jednej ze ścian formy). Linia przerywaną naniesiono zmierzoną temperaturę otoczenia

ściankach formy pomiarowej powoduje, że w górnych warstwach bloku betonowego powierzchnie o jednakowej temperaturze są niemal równoległe do płaszczyzny XY . Wraz ze wzrostem głębokości wartość temperatury w narożnikach formy jest mniejsza niż w obszarze centralnym. Fakt ten spowodowany jest niedoskonałą izolacją termiczną. W efekcie powierzchnie izotermiczne określające temperatury zbliżone do maksymalnych przybierają kształt elipsoidy zlokalizowanej tuż przy dnie formy. W sytuacji, kiedy z jednej ze ścianek bocznych zostaje zdjęta izolacja termiczna w postaci płyty polistyrenowej zmianie ulegają również powierzchnie izotermiczne (Rysunek 6.34). Obszar temperatury maksymalnej przesuwa się w stronę przeciwległej ścianki, zaś najniższe temperatury odnotowuje się w narożniku pozbawionym termoizolacji. Zmienia się również symetria rozkładu temperatury, co dobrze obrazują przekroje poprzez środek formy przedstawione na Rysunkach 6.35 oraz 6.36. W tym przypadku oprócz rozkładów temperatury w betonie przedstawiono również jej wartości w warstwie izolacyjnej. Porównując obliczone temperatury w skrajnych obszarach obiektu ze zmierzoną temperaturą otoczenia w 72 godzinie pomiaru, która wynosiła w odpowiednio 23,3°C dla sytuacji z Rysunku 6.33 oraz 22°C dla sytuacji z Rysunku 6.34, można zaobserwować, że warstwa styropianu stanowi bardzo dobrą barierę termiczną. Ponadto gradienty temperatury w kierunku izolowanych termicznie ścian są zdecydowanie niższe niż w kierunku brzegów bez osłony. Spostrzeżenie to ilustruje fakt, że naprężenia termiczne w betonie mogą być również mitygowane poprzez odpowiednio zaprojektowany system izolacji termicznej.

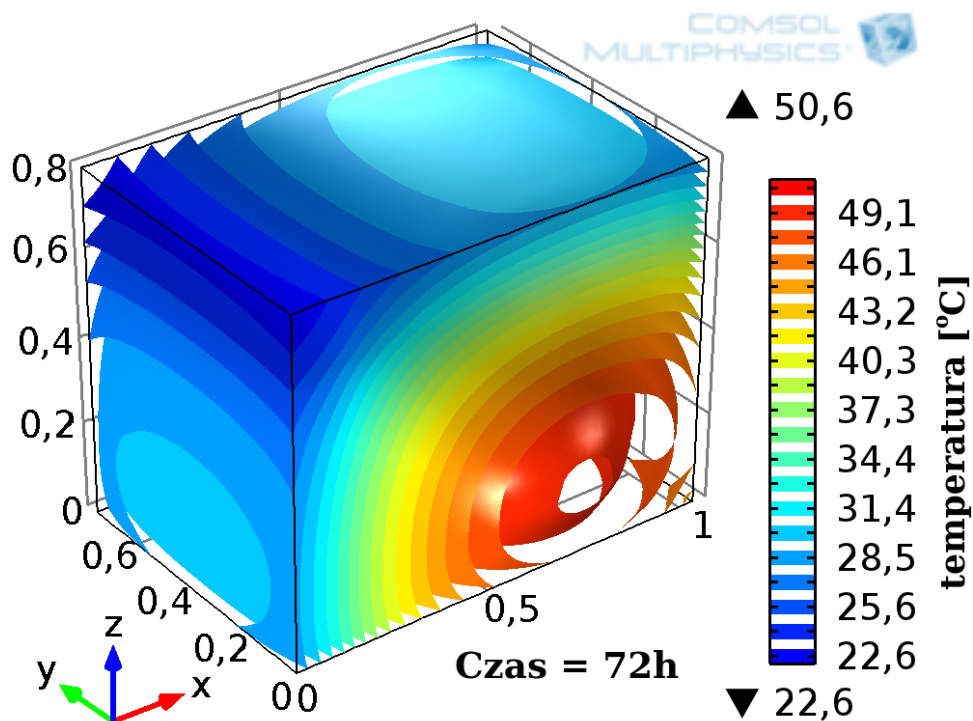
Na zakończenie części dotyczącej modelu trójwymiarowego obiektów betonowych przedstawiono symulację rozkładu temperatury w hipotetycznej konstrukcji masywnej uwzględniającą wszystkie dotychczasowe rozważania, to jest:

- źródło ciepła, ciepło właściwe i współczynnik przewodnictwa cieplnego użyte w modelu są wynikiem rozwiązania problemu odwrotnego dla mieszanki betonowej DP 30, której skład podano w Tabelicy 5.4,
- oddziaływanie termiczne z podłożem,
- temperatura otoczenia wyznaczona no podstawie modelu omawianego w rozdziale 2.4,
- uwzględnienie radiacji słonecznej, oraz wypromieniowania ciepła do atmosfery w trakcie nocy,
- uwzględnienie szalowania.

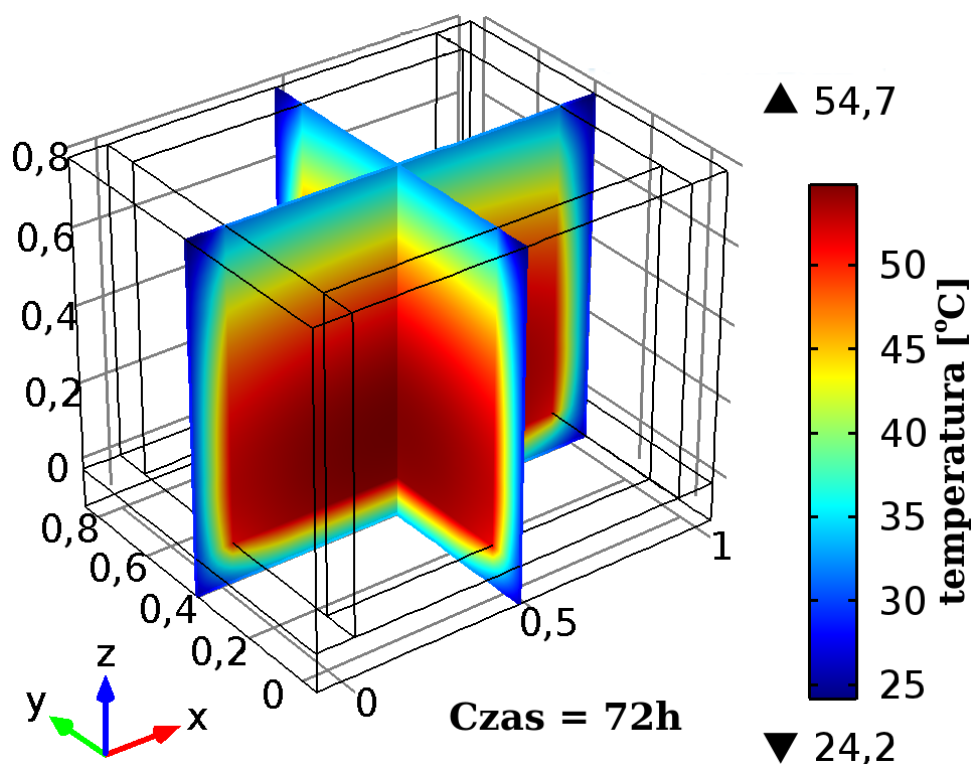
Wybrany do analiz numerycznych obiektem jest filar mostu odlany z betonu o wymiarach przedstawionych na Rysunku 6.37. Wymiary pięciu prostopadłościennych elementów na górnej powierzchni filaru wynoszą $0,3\text{m} \times 1,5\text{m} \times 0,1\text{m}$. Wybrany rozmiar odpowiada obiektowi rzeczywistemu z raportu [205]. Objętość obiektu wynosi 156m^3 , co przy gęstości wybranej mieszanki $\rho = 2411\text{kg/m}^3$ daje masę równą 376 ton. Ciepło właściwe i współczynnik przewodnictwa cieplnego przyjęto zgodnie ze wzorami przedstawionymi na stronie 134. Ciepło twardnienia przedstawione jest



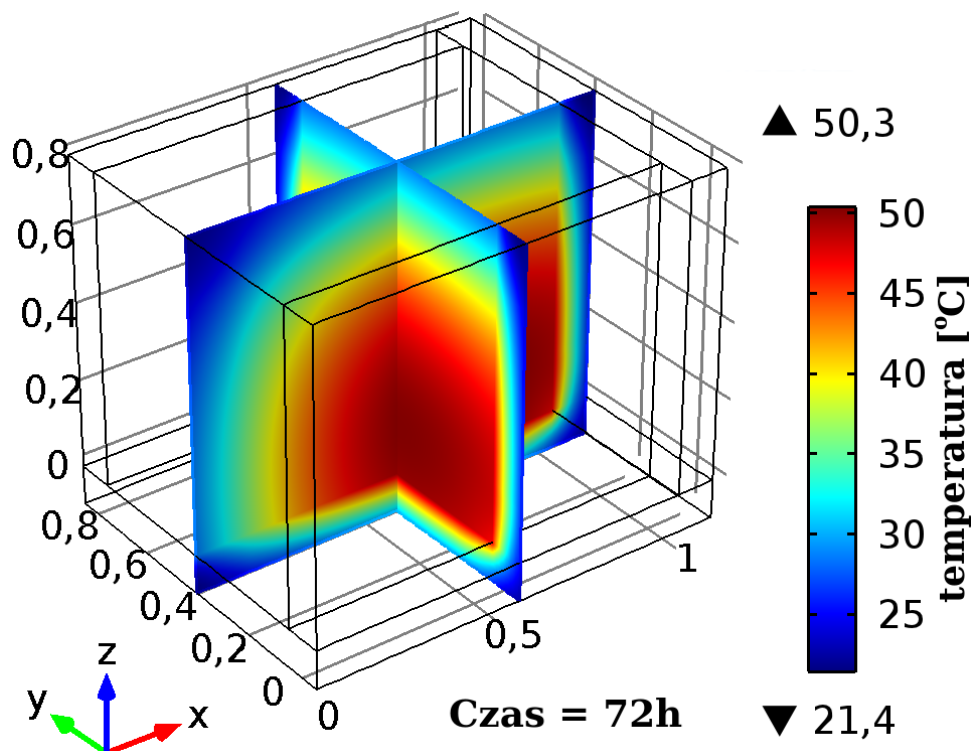
Rysunek 6.33: Powierzchnie izotermiczne w bloku masywnym – mieszanka DP 0, czas po zarobieniu 72h, konfiguracja z pełną izolacją



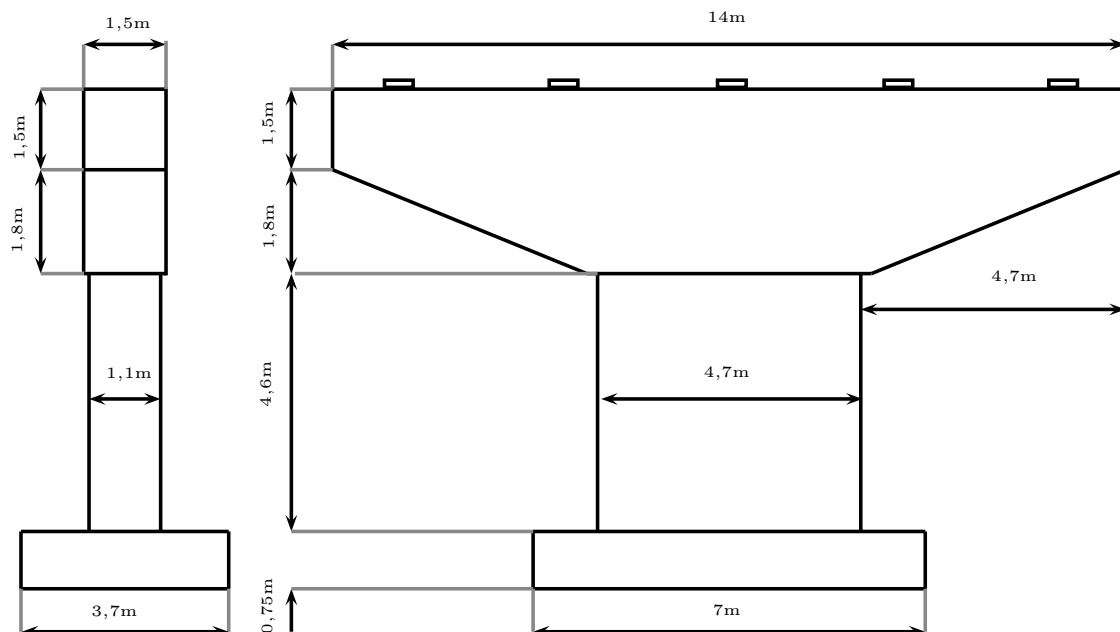
Rysunek 6.34: Powierzchnie izotermiczne w bloku masywnym – mieszanka DP 0, czas po zarobieniu 72h, konfiguracja z niepełną izolacją



Rysunek 6.35: Rozkład temperatury w przekrojach bloku masywnego – mieszanka DP 0, czas po zarobieniu 72h, konfiguracja z pełną izolacją



Rysunek 6.36: Rozkład temperatury w przekrojach bloku masywnego – mieszanka DP 0, czas po zarobieniu 72h, konfiguracja niepełną izolacją



Rysunek 6.37: Wymiary betonowego filaru

na wykresie z Rysunku 6.12. W modelu przyjęto, że obiekt umieszczony jest bezpośrednio na podłożu z gleby, która charakteryzuje się następującymi parametrami termicznymi [84]:

- gęstość $1600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$,
- ciepło właściwe $800 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$,
- przewodnictwo cieplne $0,3 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$.

Jako warunek brzegowy przyjęto, że na głębokości 0,75m podłoże ma ustaloną temperaturę 13°C . Dane wejściowe do modelu temperatury otoczenia Cesaraccio wybrano na podstawie tzw. typowego roku meteorologicznego (ang. *Typical meteorological year* – [206]) dla Warszawy bazując na średnich wartości temperatury z lat 2000–2014 dla drugiej połowy czerwca. Rozważając czynniki wpływające na rozkład temperatury w samonagrzewającym się obiekcie betonowym przedstawione na Rysunku 2.10 oprócz wpływu temperatury otoczenia zostały uwzględnione również utrata ciepła na skutek promieniowania podczas pory nocnej oraz nagrzewanie się powierzchni wystawionych na działanie promieni słonecznych. Wypromieniowanie ciepła opisuje się zgodnie z prawem Stefana-Boltzmana za pomocą wzoru:

$$-\mathbf{n} \cdot (-k\nabla T) = \epsilon\sigma_B (T_{ot}^4 - T^4) \quad (6.14)$$

gdzie $\epsilon = 0,9$ – przyjęta emisyjność betonu, $\sigma_B = 5,670373 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$ – stała Stefana-Boltzmana. W rzeczywistości ilość wypromieniowanej energii podczas pory nocnej zależy od temperatury nieboskłonu, nie zaś od temperatury otoczenia, do której temperatura nieboskłonu jest proporcjonalna [84]. Przy czym współczynnik proporcjonalności zależy od stopnia zachmurzenia nieboskłonu i temperatury

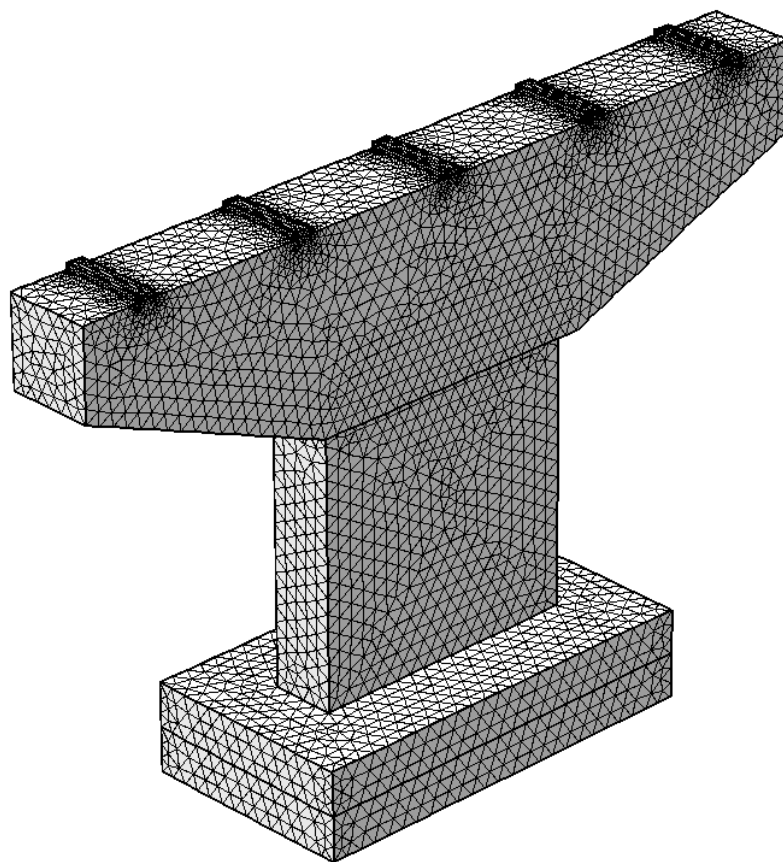
punktu rosy. W przypadku braku pokrycia nieba przez chmury (sytuację taką założono w rozważanym modelu), temperatura nieboskłonu może być przybliżona za pomocą temperatury otoczenia z błędem nieprzekraczającym 5%. Nagrzewanie się powierzchni obiektu na skutek działania promieni słonecznych zależy od intensywności promieniowania słonecznego i zdolności absorpcyjnej warstw wierzchnich obiektu wystawionego na działanie Słońca. Maksymalną intensywność promieniowania w trakcie doby przyjęto jako $500\text{W}/\text{m}^2$, zaś zdolność absorpcyjną betonu $\gamma_{abs} = 0,65$. Oczywiście intensywność promieniowania słonecznego w ciągu doby nie jest stała, dlatego też przybliżono ją funkcją okresową o okresie 24h zadaną poniższym równaniem:

$$I_1(t) = \begin{cases} 500\text{W}/\text{m}^2 \sin\left(\frac{t-6\text{h}}{\pi}\right) & t \in (6\text{h}, 18\text{h}) \\ 0 & t \notin (6\text{h}, 18\text{h}) \end{cases} \quad (6.15)$$

Postać równania wynika z pory roku, którą wybrano w modelu jako czas betonowania. W drugiej połowie czerwca długość dnia i nocy jest zbliżona do siebie. Podobnie współczynnik opisujący zmianę intensywności wypromieniowywanego ciepła podczas pory nocnej opisano za pomocą funkcji okresowej o okresie 24h:

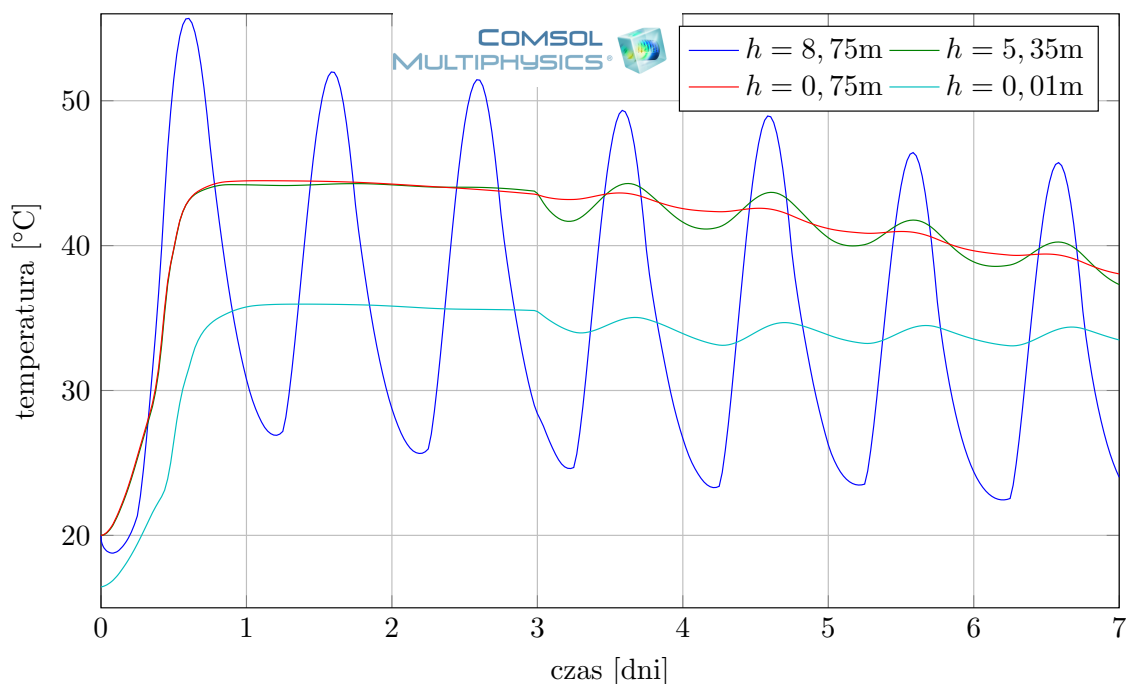
$$I_2(t) = \begin{cases} \cos\left(\frac{t}{\pi}\right) & t \notin (6\text{h}, 18\text{h}) \\ 0 & t \in (6\text{h}, 18\text{h}) \end{cases} \quad (6.16)$$

Przy czym czas we wzorach 6.15 oraz 6.16 wyrażany jest w godzinach. Ponadto założono, że cała objętość filaru została wylana o północy i w chwili początkowej temperatura betonu była stała, $T_0 = 20^\circ\text{C}$. Przyjęto, iż przez pierwsze trzy doby zastosowano deskowanie nadające kształt filarowi, w związku z tym po 72 godzinach nastąpiła zmiana warunków brzegowych na wybranych powierzchniach. Przez pierwsze trzy doby współczynnik wymiany ciepła z otoczeniem na powierzchniach z szalowaniem miał wartość $1\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$, zaś po usunięciu szalunku wzrósł do $5\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$. W obu okresach współczynnik wymiany ciepła z otoczeniem był stały, co w warunkach polowych oznacza stałą prędkość wiatru. Aby zagwarantować dokładność wykonywanych obliczeń obiekt został zdyskretyzowany za pomocą drobnej siatki elementów skończonych (maksymalna długość krawędzi została ustalona na 28cm). W sumie użyto 106749 elementów czworościennych. Podział na elementy skończony przedstawiono na Rysunku 6.38. Oprócz betonowego filaru w modelu również uwzględniono wycinek powierzchni leżący bezpośrednio pod elementem do głębokości na której przyjęto, że temperatura jest stała. Do rozwiązania użyto kwadratowych funkcji kształtu z rodziny Lagrange'a. Obliczenia numeryczne wykonano dla pierwszych 168 godzin twardnienia z adaptacyjnym krokiem czasowym nie większym jednak niż 0,5h. Tak jak we wszystkich poprzednich przypadkach równanie przewodnictwa ciepła w betonie zostało sprzęgnięte z równaniem opisującym ewolucję wieku efektywnego. W osi symetrii filaru umieszczono cztery wirtualne czujniki temperatury. Ich wskazania w trakcie symulacji przedstawia wykres z Rysunku 6.39. Temperatura maksymalna wyznaczona na podstawie pomiarów w bloku masywnym z tej samej mieszanki wynosiła $32,5^\circ\text{C}$, w przypadku symulacji filaru maksymalna temperatura wynosiła $55,6^\circ\text{C}$. Jest to jednak wartość na powierzchni



Rysunek 6.38: Dyskretyzacja przestrzenna betonowego filaru wraz z fragmentem podłoża leżącego bezpośrednio pod obiektem

obiekty wystawionej na działanie promieni słonecznych. Maksymalna temperatura odnotowana na wirtualnych czujnikach we wnętrzu konstrukcji wynosiła $44,5^{\circ}\text{C}$. Jest to umiarkowana wartość w przypadku tak masywnych obiektów, która jest wynikiem użycia niskokalorycznego spoiwa z dodatkiem popiołu lotnego wapiennego. Dobowe oscylacje temperatury na czujniku umieszczonym na górnej powierzchni filaru są wypadkową działania trzech czynników: zmiany temperatury otoczenia, nagrzewania się betonu, spowodowanego promieniami słonecznymi oraz wypromieniowania energii cieplnej w trakcie nocy. Prowadzi to do różnic temperatury w trakcie jednej doby sięgających 30°C . W głębszych warstwach zmiany temperatury spowodowane czynnikami atmosferycznymi są zdecydowanie mniejsze. Przez pierwsze trzy dni od zabetonowania, ze względu na zastosowane deskowanie pełniące również rolę izolacji, nie odnotowuje się w zasadzie cyklicznych zmian temperatury warunków atmosferycznych. Dopiero po usunięciu szalowania można zaobserwować cykliczne zmiany temperatury. Również po trzech dobach rozpoczyna się stygnięcie obiektu. Widać jednak, że dochodzenie do równowagi termicznej z otoczeniem jest wyraźnie dłuższe niż w analizowanych dotychczas przypadkach (1D, 2D, 3D). Fakt ten jest dobrze uwidoczony na kolejnych rysunkach, przedstawiających wyniki obliczeń numerycznych w wybranych przekrojach obiektu w różnym czasie od rozpoczęcia symulacji.

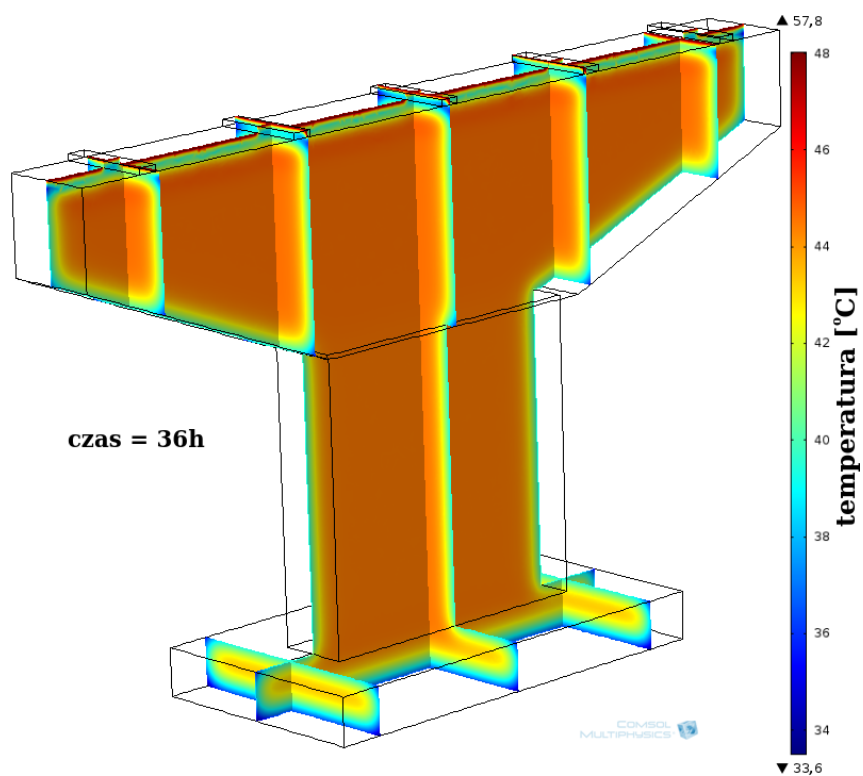


Rysunek 6.39: Obliczony przebieg zmian temperatury w czasie w betonowym filarze w czterech wybranych punktach

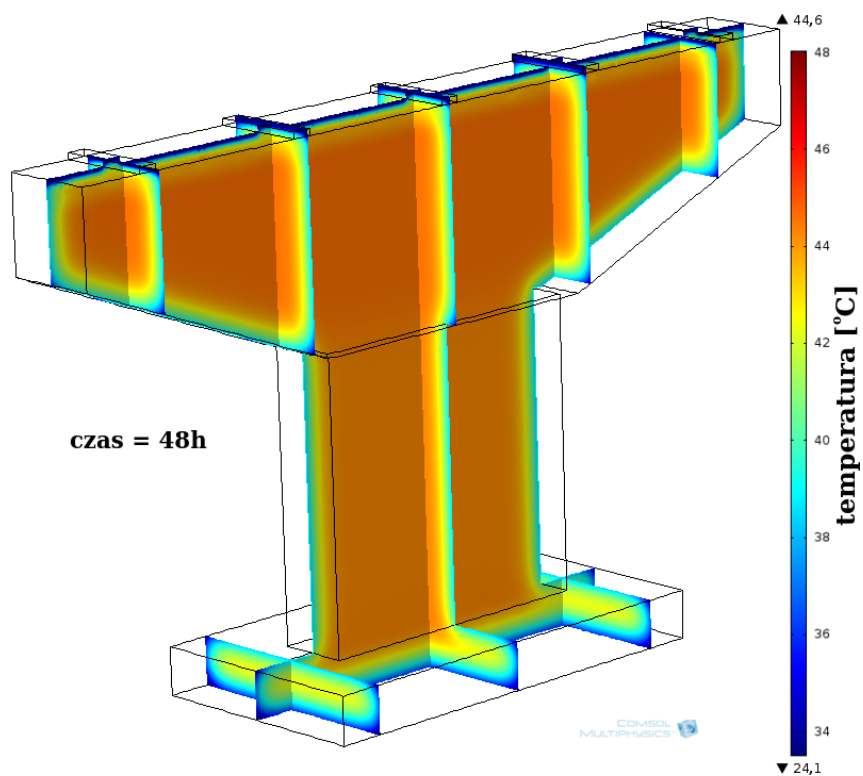
Są to odpowiednio:

- Rysunek 6.40 – rozkład temperatury po 36 godzinach od zabetonowania, co odpowiada godzinie 12⁰⁰,
- Rysunek 6.41 – rozkład temperatury po 48 godzinach od zabetonowania, co odpowiada godzinie 0⁰⁰,
- Rysunek 6.42 – rozkład temperatury po 120 godzinach od zabetonowania, co odpowiada godzinie 0⁰⁰,
- Rysunek 6.43 – rozkład temperatury po 138,5 godzinach od zabetonowania, co odpowiada godzinie 18³⁰,
- Rysunek 6.44 – rozkład temperatury po 167 godzinach od zabetonowania, co odpowiada godzinie 23⁰⁰,

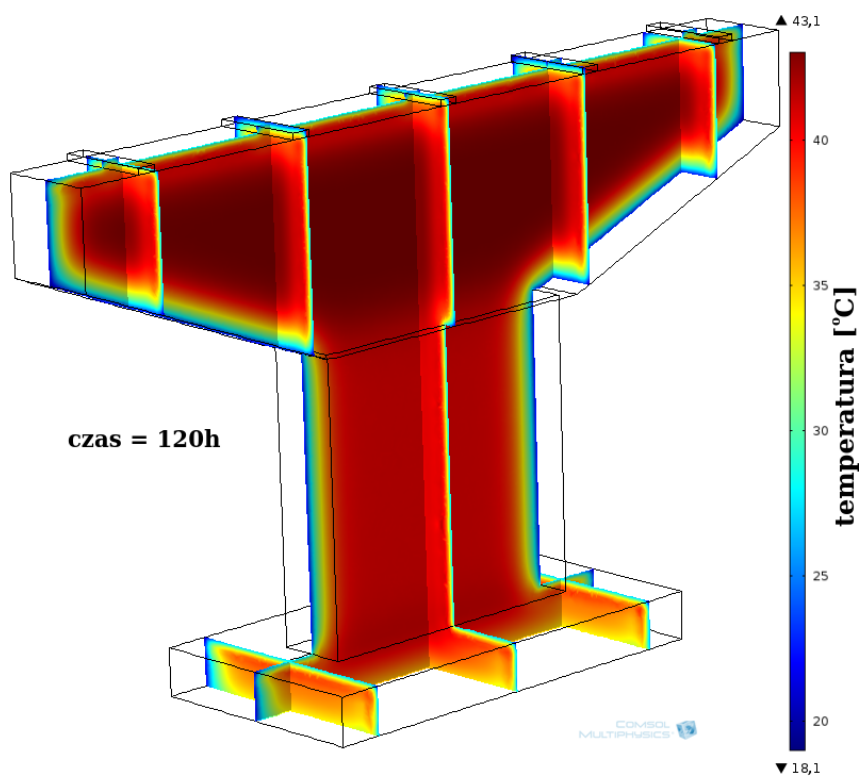
Przy czym należy mieć na uwadze, że skala kolorów na każdym z wyżej wymienionych rysunków jest inna, ponieważ została dobrana indywidualnie do każdego pola temperatury. Analizując przedstawione rozkłady temperatury widać że w początkowym etapie samonagrzewanie się filaru przebiega równomiernie wewnątrz objętości obiektu masywnego z wyjątkiem obszarów przypowierzchniowych narażonych na działanie warunków atmosferycznych (Rysunki 6.40 oraz 6.41). W trakcie stygnięcia (Rysunki 6.42, 6.43 oraz 6.44) uwidaczniają się różnice pomiędzy warstwami o różnej grubości. Górna część filaru, której grubość wynosi 1,5m wolniej obniża swoją



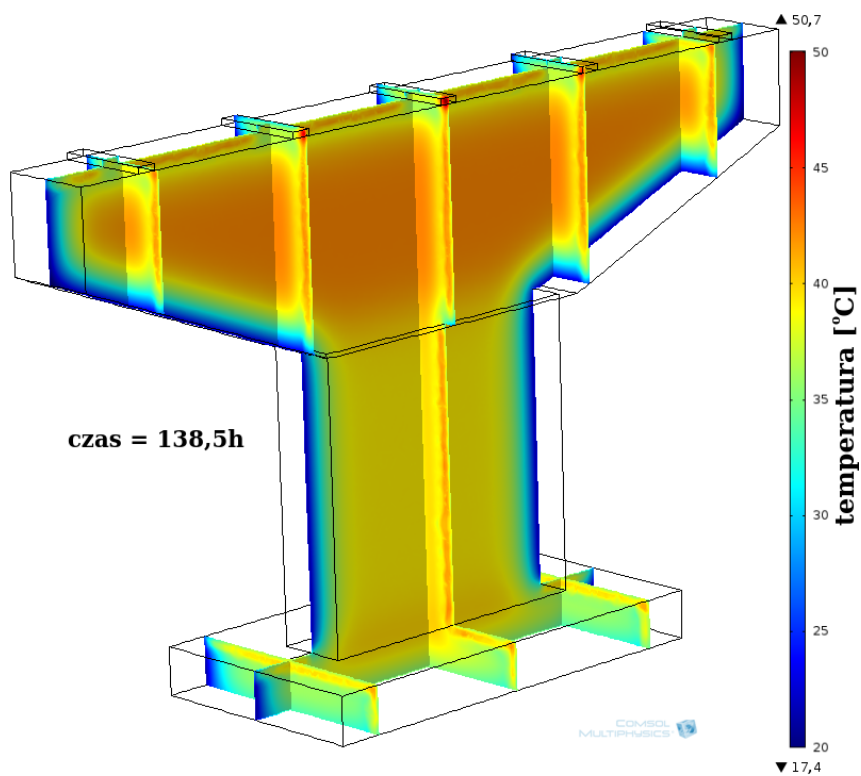
Rysunek 6.40: Rozkład temperatury w filarze po 36h od zabetonowania



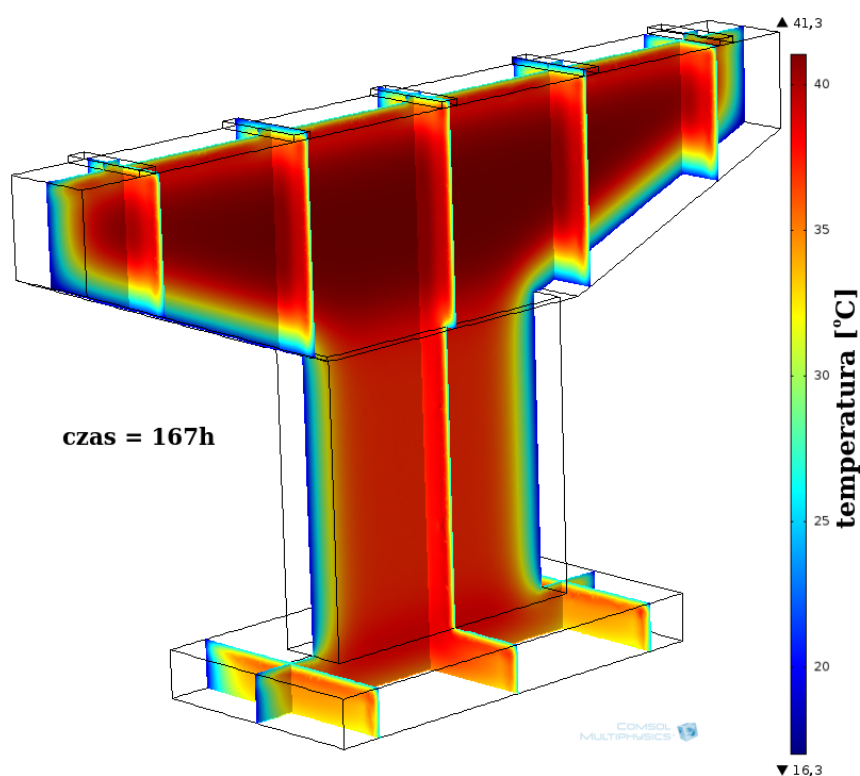
Rysunek 6.41: Rozkład temperatury w filarze po 48h od zabetonowania



Rysunek 6.42: Rozkład temperatury w filarze po 120h od zabetonowania



Rysunek 6.43: Rozkład temperatury w filarze po 138,5h od zabetonowania



Rysunek 6.44: Rozkład temperatury w filarze po 167h od zabetonowania

temperaturę niż podstawa filaru o grubości 1,1m. Ponadto dzięki tego rodzaju prezentacji wyników możliwe jest obserwowanie wpływu zadanych warunków brzegowych na rozkład temperatury w obiekcie. Na Rysunku 6.43 przedstawione jest pole temperatury o godzinie 18³⁰ w szóstym dniu twardnienia. Widoczna strona filaru wystawiona była na działanie promieni słonecznych, w związku z czym warstwa wierzchnia betonu jest cieplejsza niż pozostałe obszary. Ilustruje to fakt, że pola temperatury wynikające ze zjawisk atmosferycznych w przypadku masywnych konstrukcji betonowych mogą stanowić istotne obciążenie termiczne. Skupiając uwagę na podstawie betonowego filaru można zaobserwować, że podłoże odbiera znaczne ilości ciepła od przylegających do niego warstw, dzięki czemu temperatura w tej części obiektu jest relatywnie niska, co jest również dobrze widoczne na wskazaniach wirtualnego czujnika umieszczonego na wysokości 1cm (Rysunek 6.39).

Reasumując powyższe rozważania można stwierdzić, że model temperatury w obiekcie rzeczywistym daje poprawne jakościowo rezultaty. Ukazuje on jednak trudności jakie można napotkać w trakcie obliczania pól temperatury w warunkach polowych. Ilość zmiennych, które mają zasadniczy wpływ na obliczoną temperaturę jest bardzo duża, ponadto niektóre czynniki (np. pogoda) są niemożliwe do bezbłędnego określenia. Jest to znacznie trudniejsza sytuacja od eksperymentów przeprowadzanych w kontrolowanych warunkach laboratoryjnych. Należy także pamiętać, że rozważania dotyczące betonowego filaru miały charakter akademicki. Dotyczy to głównie czasu deskowania i braku zbrojenia. Głównym celem było pokazanie użyteczności proponowanej metody do wyznaczania rozkładów temperatury w betonowych obiektach masywnych.

6.6 Optymalny system chłodzenia

W rozdziale 4 przedstawiono opis teoretyczny procedury wyznaczania optymalnych warunków chłodzenia masywnych konstrukcji betonowych, natomiast w tej części zaprezentowano wybrane rezultaty obliczeń numerycznych dotyczących tego zagadnienia. Tak jak wspomniano w praktyce dobór materiału, z którego wykonywane są rury chłodzące zależy głównie od względów ekonomicznych. W rozdziale 4 rozważane były trzy różne materiały:

- PCW, współczynnik przewodnictwa cieplnego $k_r = 0,19\text{W}/(\text{m K})$ [207],
- stal niestopowa, współczynnik $k_r = 54\text{W}/(\text{m K})$ [207],
- aluminium, współczynnik $k_r = 237\text{W}/(\text{m K})$ [208].

Ze względu na akademicki charakter rozważań w dalszej części nie będzie brany pod uwagę aspekt ekonomiczny i przedstawiono analizy tylko w przypadku rur wykonanych ze stali. Materiał ten zgodnie ze wcześniejszymi rozważaniami charakteryzuje się zdecydowanie lepszym współczynnikiem wymiany ciepła niż PCW (Rysunek 4.4 oraz Rysunek 4.5). Ponadto rury chłodzące są wbudowywane w konstrukcję i po części pełnią rolę zbrojenia (po procesie chłodzenia zwyczajowo rury wypełniane są betonem). Zbliżona rozszerzalność termiczna betonu i stali powoduje dobrą współpracę tych materiałów. Z tego powodu do zbrojenia betonu nie używa się aluminium, ponieważ jego rozszerzalność cieplna zasadniczo różni się od betonu i dlatego też, mimo bardziej korzystnej z punktu widzenia chłodzenia wartości współczynnika wymiany ciepła, w dalszej części ten materiał nie będzie brany pod uwagę. Do analizy numerycznej wybrano hipotetyczny, masywny obiekt betonowy, z którego można wyodrębnić myślowo walcowy fragment spełniający wszystkie założenia wyszczególnione w części teoretycznej, jego długość to 20m. Rozważono dwie różne mieszanki betonowe: kompozycję L 60 00 00 oraz L 60 30 60. Ich skład przedstawia Tablica 5.3. Ciepło właściwe oraz współczynnik przewodnictwa cieplnego wyznaczone na podstawie rozwiązania problemu odwrotnego podano na stronie 132. Źródło ciepła w przypadku tych dwóch mieszanek prezentuje wykres z Rysunku 6.11. Do wyznaczenia zbioru rozwiązań paretooptymalnych użyto mechanizmu rozwiązywania NOMAD, który realizuje algorytm poszukiwania bezpośredniego z adaptacyjnym rozmiarem siatki [185]. W pierwszej kolejności wykonano szereg testów numerycznych aby ustalić liczbę wyznaczanych parametrów w procesie optymalizacji. Żeby to osiągnąć rozwiązano osobno zagadnienie poszukiwania minimum dla każdej funkcji celu z osobna. Zarówno podczas optymalizacji jedno jak i dwukryterialnej rozwiązano zagadnienie z nałożonymi ograniczeniami na szukane parametry według poniższej listy:

- temperatura początkowa betonu $5^\circ\text{C} \leq T_0 \leq 30^\circ\text{C}$,
- temperatura początkowa wody/temperatura wody na wlocie $0^\circ\text{C} \leq \Theta_0 \leq 30^\circ\text{C}$,
- grubość ścianki rury $0,001\text{m} \leq s \leq 0,005\text{m}$,

- przepływ cieczy $2 \cdot 10^{-4} \text{m}^3/\text{s} \leq Q \leq 8 \cdot 10^{-3} \text{m}^3/\text{s}$,
- promień betonowego walca $0,25\text{m} \leq R \leq 1\text{m}$,
- promień rury chłodzącej $0,005\text{m} \leq a \leq 0,025\text{m}$.

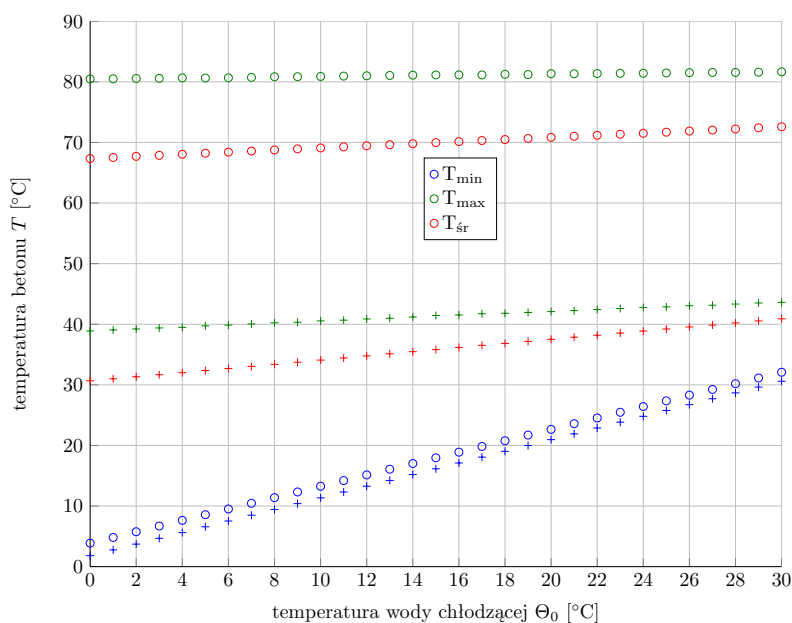
Do rozwiązania zadania optymalizacyjnego z jedną funkcją celu użyto opisanego wcześniej algorytmu poszukiwania wzorca. W przypadku pierwszej funkcji zadanej równaniem 4.34 (poszukiwanie najmniejszej wartości temperatury maksymalnej) dla sześciu nieznanymi parametrów w odniesieniu do mieszanki L 60 00 00 uzyskano następujący wynik:

- temperatura początkowa betonu $T_0 = 5^\circ\text{C}$,
- temperatura początkowa wody/temperatura wody na wlocie $\Theta_0 = 0^\circ\text{C}$,
- grubość ścianki rury $s = 0,001\text{m}$,
- przepływ cieczy $Q = 0,008\text{m}^3/\text{s}$,
- promień betonowego walca $R = 0,25\text{m}$,
- promień rury chłodzącej $a = 0,025\text{m}$.

W przypadku funkcji celu zadanej wyrażeniem 4.33 wyznaczone wartości optymalne są następujące:

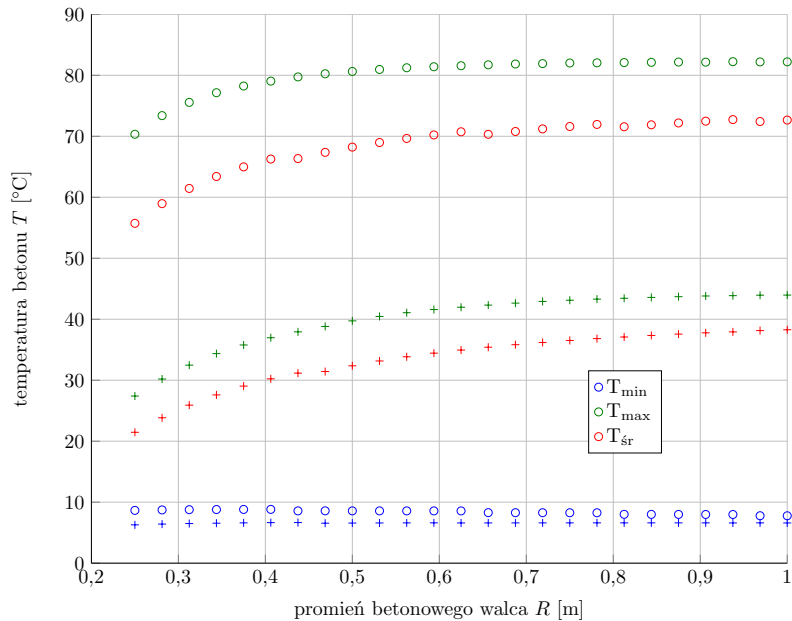
- temperatura początkowa betonu $T_0 = 5^\circ\text{C}$,
- temperatura początkowa wody/temperatura wody na wlocie $\Theta_0 = 30^\circ\text{C}$,
- grubość ścianki rury $s = 0,005\text{m}$,
- przepływ cieczy $Q = 0,0002\text{m}^3/\text{s}$,
- promień betonowego walca $R = 1\text{m}$,
- promień rury chłodzącej $a = 0,025\text{m}$.

Zestawiając otrzymane rozwiązania z ograniczeniami na poszukiwane parametry wiadać, że w obu przypadkach początkowa temperatura betonu osiąga najmniejszą możliwą wartość. W przypadku pierwszej funkcji celu rozwiązanie to potwierdza wynik analiz z rozdziału 2 (Rysunek 2.21). Na wartość temperatury szczytowej znacząco wpływa temperatura mieszanki w momencie betonowania. Niższe temperatury w bloku masywnym przekładają się również na mniejsze wartości gradientów temperatury. W związku z powyższym w dalszych analizach parametru tego nie rozważano jako zmiennej w modelu, szczególnie, że stwierdzono, iż jego wartość w podanym wyżej zakresie nie wpływa na jakościowy charakter rozwiązania. Na potrzeby obliczeń przyjęto $T_0 = 15^\circ\text{C}$. Analogiczna sytuacja ma miejsce w odniesieniu do parametru a - promienia rury chłodzącej. W tym przypadku w wyniku poszukiwania minimum obu funkcji celu najlepszym rozwiązaniem okazuje się największa z możliwych



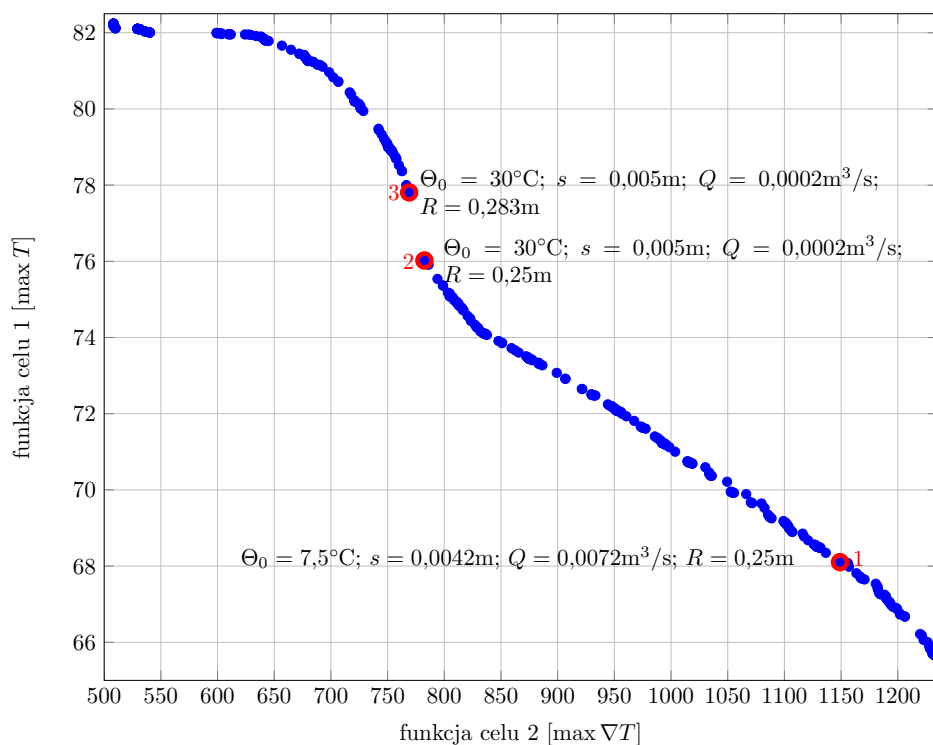
Rysunek 6.45: Wpływ temperatury wody chłodzącej na wlocie Θ_0 na temperaturę maksymalną, średnią oraz minimalną w chłodzonym obiekcie betonowym w przypadku mieszanek L 60 00 00 (\circ) oraz L 60 30 60 (+)

wartości tej zmiennej. Potwierdzają to również analizy wyników zagadnienia dwukryterialnego, gdzie dla obu rozważanych mieszanek betonowych rozwiązania leżące na froncie Pareto charakteryzują się parametrem a równym, bądź zbliżonym do maksymalnej wartości dopuszczalnej 0,025m. W związku z tym w dalszych analizach również tego parametru nie brano pod uwagę jako zmiennej w modelu i na potrzeby obliczeń przyjęto $a = 0,025\text{m}$. Pozostałe cztery wielkości (Θ_0 , s , Q oraz R) w wyniku optymalizacji przyjmują skrajne wartości dopuszczalne. Dodatkowo w zależności od użytej funkcji celu są to minimalne, bądź maksymalne wartości dozwolone. Oznacza to, że zastosowane kryteria są sobie przeciwstawne - polepszenie jednego z nich zazwyczaj pociąga za sobą pogorszenie drugiego. Do oceny, który z nieznanymi parametrów jest kluczowy pomocne jest wykreślenie zależności temperatury w rozważanym obiekcie od jednego z parametrów przy ustalonych wartościach pozostałych. Ten rodzaj analizy został wykonany pośrednio w rozdziale 4, gdzie dyskutowano zależność współczynnika wymiany ciepła od wybranych zmiennych. Wyniki obrazujące bezpośredni wpływ parametrów optymalizacyjnych na temperaturę maksymalną, średnią i minimalną w przypadku mieszanek L 60 00 00 oraz L 60 30 60 przedstawiają wykresy z Rysunków 6.45 oraz 6.46. Wartość średnią i minimalną wyznaczono na podstawie rozkładów temperatury w chwili wystąpienia temperatury maksymalnej. Przy czym znaczniki \circ (kółka) zostały użyte do oznaczenia mieszanki L 60 00 00, zaś +(krzyżyki) do mieszanki L 60 30 60. Wpływ temperatury wody chłodzącej na wlocie rur przy ustalonych pozostałych parametrach ($T_0 = 15^\circ\text{C}$, $R = 0,5\text{m}$, $Q = 0,0003\text{m}^3/\text{s}$, $s = 0,0025\text{m}$ oraz $a = 0,025\text{m}$) na temperatury w betonie ilustruje wykres z Rysunku 6.45. W sytuacji gdy odległość pomiędzy rurami chłodzącymi wynosi w przybliżeniu 1m wpływ parametru Θ_0 na

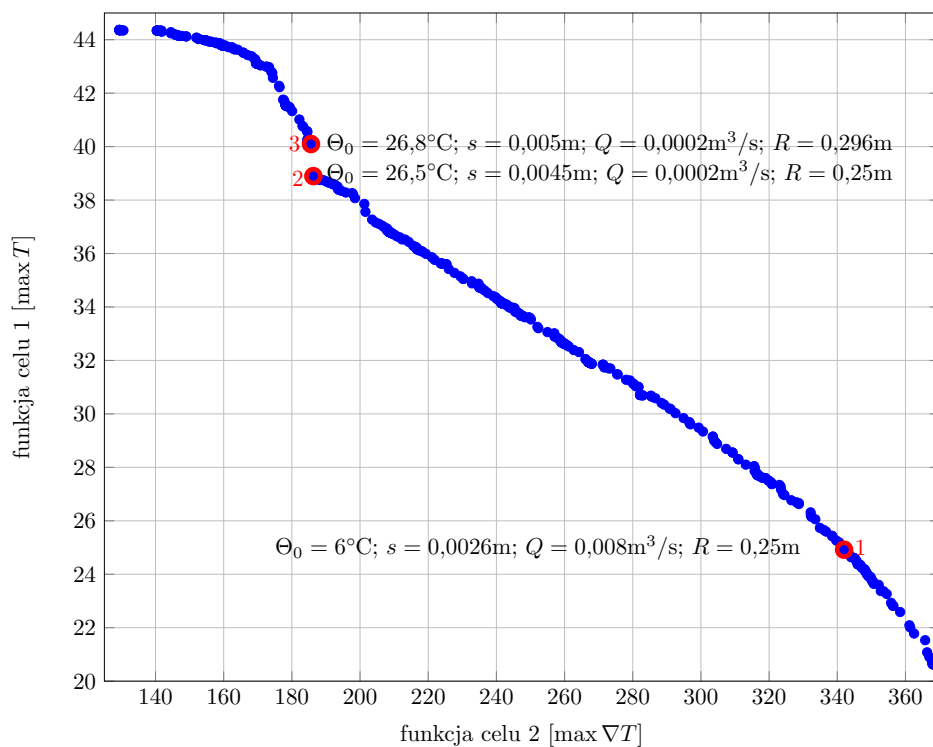


Rysunek 6.46: Wpływ odległości pomiędzy rurami chłodzącymi na temperaturę maksymalną, średnią oraz minimalną w chłodzonym obiekcie betonowym w przypadku mieszanek L 60 00 00 (○) oraz L 60 30 60 (+)

wartości temperatury szczytowej jest znikomy w przypadku mieszanki L 60 00 00, zaś w przypadku L 60 30 60 zmiana temperatury wody chłodzącej z 0°C do 30°C powoduje wzrost temperatur maksymalnej o 4,7°C. Wpływ Θ_0 jest zdecydowanie bardziej widoczny w odniesieniu do temperatur minimalnych i średnich. Widać również, że w sytuacji gdy początkowa temperatura wody chłodzącej jest wyższa różnica temperatury maksymalnej i minimalnej jest mniejsza, co przekłada się na mniejsze gradienty temperatury. Rysunek 6.46 przedstawia wpływ promienia betonowego walca na temperatury ekstremalne i średnie. Pozostałe parametry ustawiono jako: $T_0 = 15^\circ\text{C}$, $Q = 0,0003\text{m}^3/\text{s}$, $s = 0,0025\text{m}$, $a = 0,025\text{m}$ oraz $\Theta_0 = 5^\circ\text{C}$. Na mocy wzoru 4.2 promień myślowo wyodrębnionego walca w rzeczywistości jest informacją na temat rozłożenia rur chłodzących w całej konstrukcji. Zgodnie z intuicją aby pochłonąć jak największą ilość ciepła powstającego podczas hydratacji składników spoiwa lepiej jest użyć wielu małych rur niż mniejszej ilości rur o większej średnicy, ponieważ stosunek chłodzonej objętości do całkowitej powierzchni przez którą następuje pochłanianie ciepła jest mniejszy w pierwszym przypadku. Efekt ten potęguje się przy ustalonej średnicy rur chłodzących, co jest dobrze widoczne na Rysunku 6.46. Wraz ze wzrostem średnicy betonowego walca rośnie temperatura maksymalna (wartość temperatury minimalnej zbliżona jest do temperatury chłodziwa). Wzrost ten jednak jest nieliniowy, co oznacza, że istotnie notowane są wyższe różnice temperatury jednak zwiększeniu ulegają również odległości pomiędzy punktami w których ekstremalne różnice są notowane, co z kolei pozytywnie wpływa na gradienty temperatur. Przedstawione powyżej analizy nie uwzględniają jednak współzależności poszczególnych parametrów, oraz zmienności w czasie pola temperatury. Mimo to pozwalają wyciągnąć podstawowe wnioski na temat ich istot-



Rysunek 6.47: Front Pareto dla zadania minimalizacji dwóch funkcji celu w przypadku mieszanki L 60 00 00. Dla trzech wybranych niezdominowanych rozwiązań wypisano wartości poszukiwanych parametrów



Rysunek 6.48: Front Pareto dla zadania minimalizacji dwóch funkcji celu w przypadku mieszanki L 60 30 60. Dla trzech wybranych niezdominowanych rozwiązań wypisano wartości poszukiwanych parametrów

ności w procesie optymalizacji. Bazując na powyższych rozważaniach rozwiązano zagadnienie optymalizacji dwukryterialnej w przypadku czterech parametrów projektowych. Wyniki przedstawiające front Pareto dla mieszanki L 60 00 00 prezentuje Rysunek 6.47 oraz dla mieszanki L 60 30 60 Rysunek 6.48. Zgodnie z definicją front Pareto jest to zbiór rozwiązań optymalnych. Zatem wybranie spośród punktów niezdominowanych rozwiązania ostatecznego możliwe jest tylko w przypadku określenia co najmniej jednego dodatkowego kryterium, na podstawie którego można wyznaczyć rozwiązanie preferowane w odniesieniu do tego warunku. Kryterium tym może być koszt materiałów, możliwość kontrolowania temperatury wody, czy też zbadanie wpływu rozłożenia rur chłodzących na trwałość i wytrzymałość konstrukcji. Wybór ten powinien być podejmowany indywidualnie dla każdej sytuacji. Pomocne przy podjęciu ostatecznej decyzji projektowej może być również przedstawienie rozkładów temperatury w przypadku wybranych rozwiązań optymalnych. Na wykresach z Rysunków 6.49 oraz 6.50 wykreślono ewolucję temperatury w przypadku punktów wyszczególnionych spośród rozwiązań niezdominowanych dla każdej z mieszanki. Temperatura została narysowana w każdym przypadku dla czterech wybranych wartości promienia betonowego walca w odległości 10m od podstawy obiektu. Punkty, o których mowa zostały oznaczone czerwonymi kółkami i opisane cyframi na Rysunkach 6.47 oraz 6.48, na których również podano wartości czterech poszukiwanych parametrów w każdym z rozważanych przypadków. Są to odpowiednio:

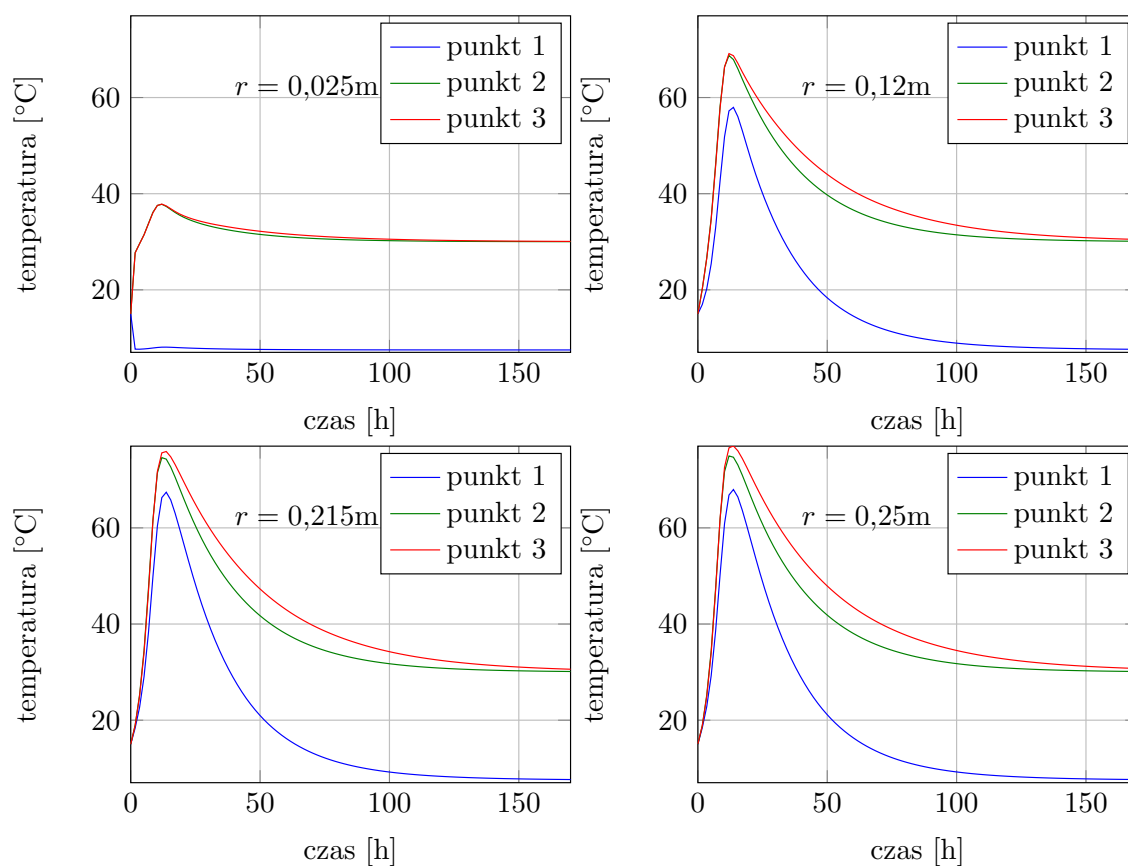
- kompozycja L 60 00 00:

- punkt 1: $\Theta_0 = 7,5^\circ\text{C}$, $s = 0,0042\text{m}$, $Q = 0,0072\text{m}^3\text{s}^{-1}$, $R = 0,25\text{m}$
- punkt 2: $\Theta_0 = 30^\circ\text{C}$, $s = 0,005\text{m}$, $Q = 0,0002\text{m}^3\text{s}^{-1}$, $R = 0,25\text{m}$
- punkt 3: $\Theta_0 = 30^\circ\text{C}$, $s = 0,005\text{m}$, $Q = 0,0002\text{m}^3\text{s}^{-1}$, $R = 0,283\text{m}$

- kompozycja L 60 30 60:

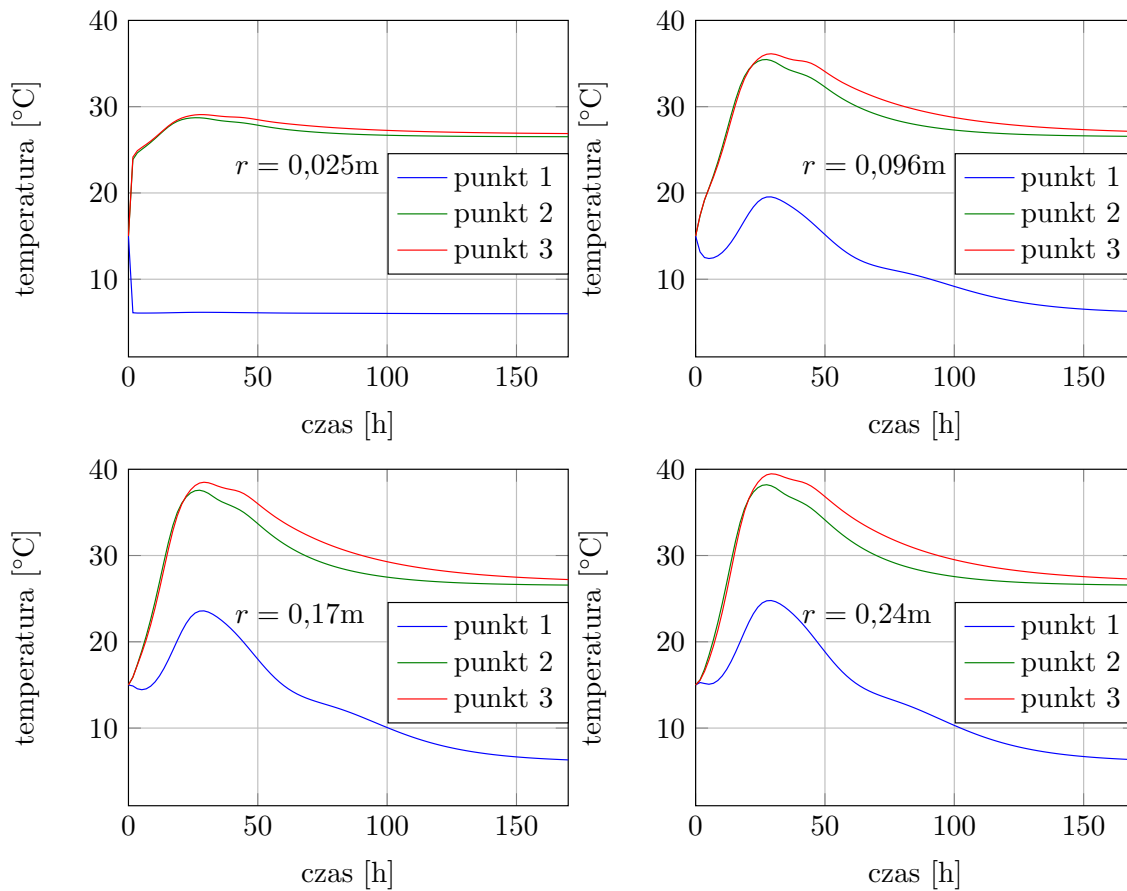
- punkt 1: $\Theta_0 = 6^\circ\text{C}$, $s = 0,0026\text{m}$, $Q = 0,008\text{m}^3\text{s}^{-1}$, $R = 0,25\text{m}$
- punkt 2: $\Theta_0 = 26,5^\circ\text{C}$, $s = 0,0045\text{m}$, $Q = 0,0002\text{m}^3\text{s}^{-1}$, $R = 0,25\text{m}$
- punkt 3: $\Theta_0 = 26,8^\circ\text{C}$, $s = 0,005\text{m}$, $Q = 0,0002\text{m}^3\text{s}^{-1}$, $R = 0,296\text{m}$

W obu przypadkach punkt 1 różni się od pozostałych dwóch przede wszystkim temperaturą wody oraz prędkością jej przepływu, co jest również widoczne na omawianych wykresach. Chłodzenie dla takich parametrów jest bardziej wydajne, prowadzi ono jednak do większych różnic temperatury w obrębie obiektu, co może z kolei prowadzić do pojawienia się rys termicznych. Różnice pomiędzy parametrami opisującymi punkt 2 i punkt 3 są znacznie mniejsze, przez co także obliczone temperatury są do siebie zbliżone. Wyższe temperatury odpowiadające punktowi 3 są przede wszystkim wynikiem większego promienia betonowego walca. Na uwagę zasługuje dodatkowo fakt, że dla punktów 2 i 3 temperatura wody na wlocie jest wyższa niż początkowa temperatura betonu. Oznacza to, że w początkowym okresie po zabetonowaniu woda nie jest czynnikiem chłodzącym konstrukcję, a oddającym jej ciepło. Takiego rodzaju sterowanie temperaturą betonu ma na celu zmniejszenie gradientów temperatury, które mogą wystąpić w późniejszym czasie. W praktyce dogrzewanie



Rysunek 6.49: Ewolucja temperatury w betonowym walcu z rurą chłodzącą w przypadku mieszanki L 60 00 00 w czterech wybranych punktach obiektu. Parametry dla kolejnych krzywych (punkt 1, punkt 2, punkt 3) dobrano zgodnie z oznaczeniami z Rysunku 6.47

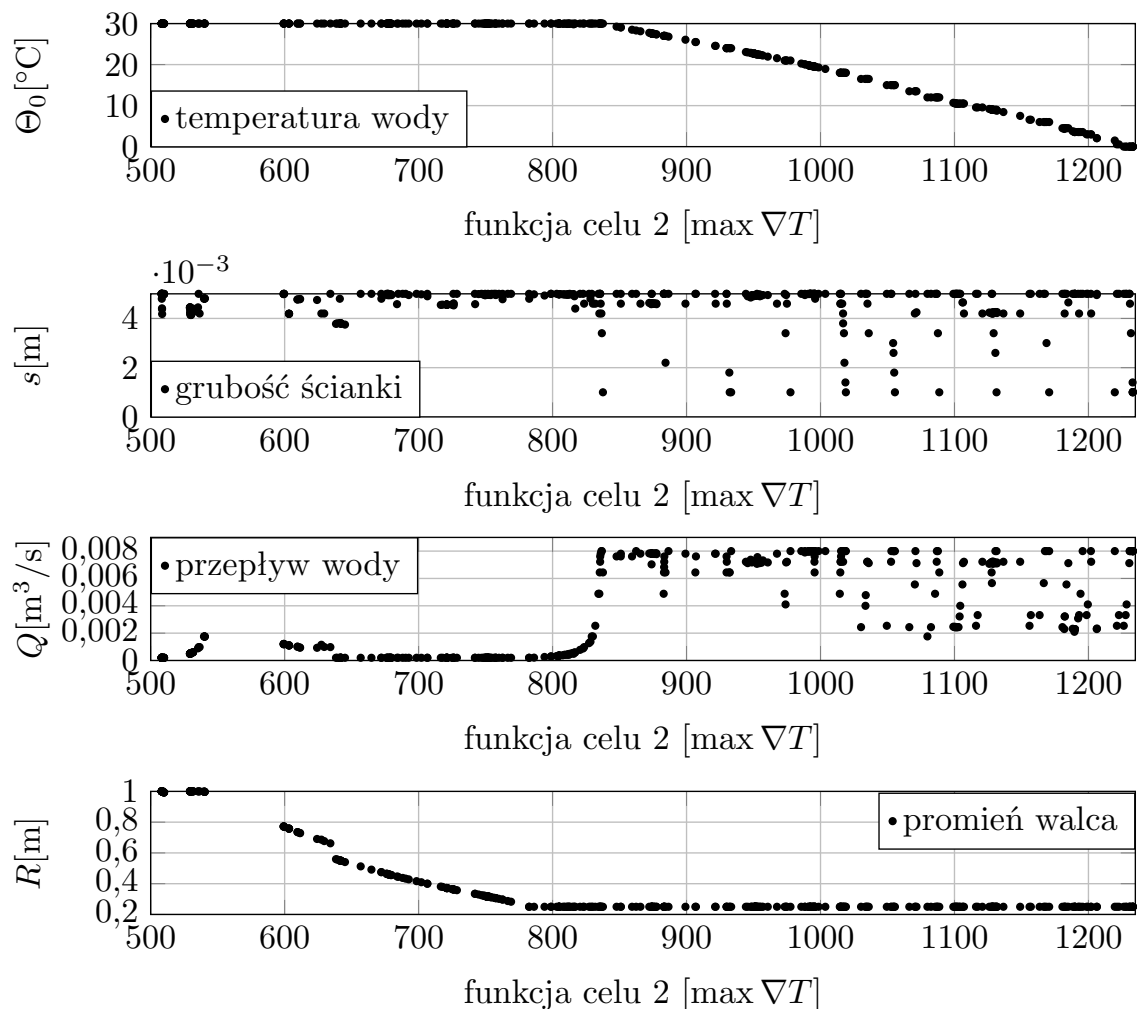
betonu oznacza również przyspieszenie procesu wiązania. Jednak brak absorpcji ciepła prowadzi jednoznacznie do podwyższenia temperatur maksymalnych. W obliczu tej sytuacji można zaproponować rozwiązanie z dopasowującą się temperaturą wody do aktualnych temperatur odnotowywanych w betonie. Z punktu widzenia optymalizacji adaptacyjna zmiana temperatury wody na wlocie jest jednak zadaniem bardzo trudnym do rozwiązania, ponieważ aby wyznaczyć funkcję która w sposób ciągły dopasowuje się do warunków panujących w obiekcie należy ją opisać dużą ilością parametrów. Przez taki zabieg proces optymalizacji byłby bardzo nieefektywny i niewydajny czasowo, zważywszy na fakt, że w przypadku poszukiwania frontu Pareto dla czterech nieznanymi parametrów i wyżej zdefiniowanych dwóch funkcji celu czas działania algorytmu poszukiwania wzorca to około 40 godzin na komputerze z procesorem Intel Xeon X5650 @ 2,67GHz. Dlatego też nie rozważano sytuacji tego typu. Na zakończenie analiz dotyczących sterowania temperaturą warto wykreślić wartości poszczególnych parametrów dla punktów paretooptymalnych w przypadku dwóch rozważanych mieszanek. Wykresy z Rysunku 6.51 przedstawiają kolejno temperaturę wody, grubość ścianki rury, prędkość przepływu cieczy oraz promień betonowego walca dla mieszanki L 60 00 00. Parametry te przedstawiono w zależności



Rysunek 6.50: Ewolucja temperatury w betonowym walcu z rurą chłodzącą w przypadku mieszanki L 60 30 60 w czterech wybranych punktach obiektu. Parametry dla kolejnych krzywych (punkt 1, punkt 2, punkt 3) dobrano zgodnie z oznaczeniami z Rysunku 6.48

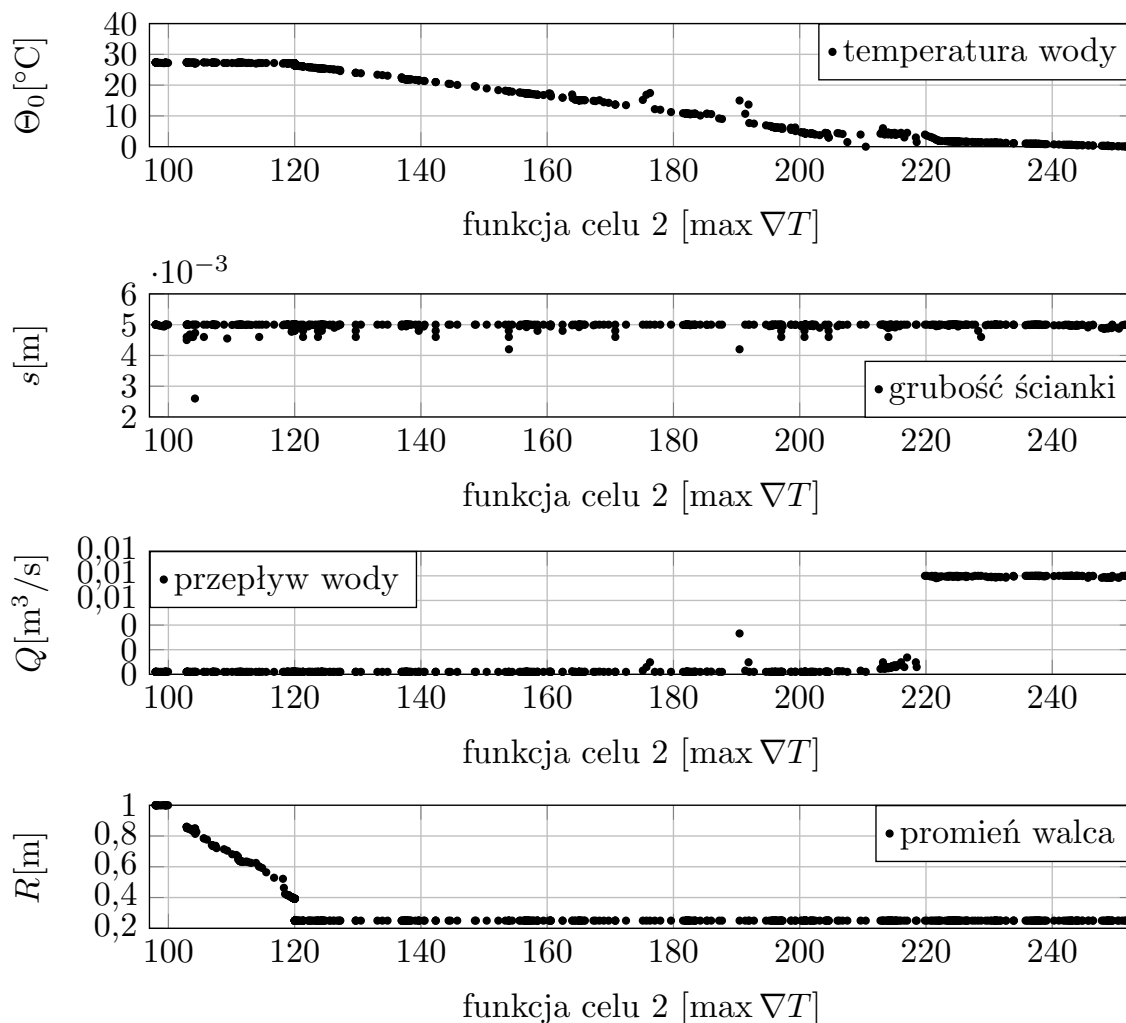
od wartości funkcji celu zadanej wzorem 4.33, żeby ułatwić interpretację wykresu - w ten sposób można bezpośrednio odnieść ich wartość do frontu Pareto przedstawionego na Rysunku 6.47. Analogicznie Rysunek 6.52 przedstawia parametry Θ_0 , s , Q i R w przypadku mieszanki L 60 30 60. Opierając się na zaprezentowanych wynikach można stwierdzić, że grubość ścianki rury s w zadanym zakresie zmienności w odniesieniu do mieszanki L 60 00 00 nie wpływa znacząco na wartości rozważanych funkcji celu, ponieważ liczby określające ten parametr pokrywają cały dozwolony obszar bez wyraźnej regularności. Analizując jednak rozkład wartości parametru s można stwierdzić, że wykazuje on silną lewostronną asymetrię (współczynnik skośności jest równy -3.03^1) z dominantą wynoszącą $0,005\text{m}$. W przypadku punktów należących do frontu Pareto dla mieszanki o mniejszej kaloryczności L 60 30 60 grubość ścianki przyjmuje w większości wypadków wartość równą bądź zbliżoną do maksymalnej dozwolonej. Na podstawie tych rezultatów można wnioskować, że parametr s nie

¹Do policzenia współczynnika skośności posłużono się wzorem $\gamma = \frac{(x-\mu)^3}{\mathfrak{S}^3}$, gdzie μ to wartość średnia x , zaś \mathfrak{S} odchylenie standardowe.



Rysunek 6.51: Wyznaczone parametry Θ_0 , s , Q i R za pomocą optymalizacji dwukryterialnej odpowiadające frontowi Pareto dla mieszanki L 60 00 00 z Rysunku 6.47

jest kluczową zmienną w procesie optymalizacji i w przypadku badanych mieszanek przyjęcie jego wartości jako stałej $s = 0,005\text{m}$ nie prowadzi do znaczącej zmiany wyników obliczeń. Analizując uzyskane wartości liczbowe prędkości przepływu cieczy przez rury, można zaobserwować, że w dwóch rozważanych przypadkach wielkość ta zmienia się skokowo z minimalnej wartości dopuszczalnej do maksymalnej. Przy czym w odniesieniu do mieszanki L 60 00 00 skok ten można powiązać z obniżaniem się temperatury cieczy chłodzącej, zaś w przypadku mieszanki L 60 30 60, z przyjęciem minimalnej dozwolonej temperatury wody. Jednocześnie można stwierdzić zależność pomiędzy temperaturą wody a prędkością przepływu. Wyższymi temperaturami wody odpowiada mniejszy przepływ. Może to być związane z faktem, że dla niższej temperatury wody na wlocie do rur chłodzących większą wagę w procesie optymalizacyjnym ma funkcja celu numer 1, ponieważ zwiększenie wydajności chłodzenia zdecydowanie bardziej wpływa na obniżenie temperatury maksymalnej betonu niż zwiększenie gradientów temperatury. Odwrotna sytuacja ma miejsce w przypadku maksymalnej dozwolonej temperatury wody. Wtedy kluczową rolę od-



Rysunek 6.52: Wyznaczone parametry Θ_0 , s , Q i R za pomocą optymalizacji dwukryterialnej odpowiadające frontowi Pareto dla mieszanki L 60 30 60 z Rysunku 6.48

grywa zmniejszenie gradientów temperatury, a z tego punktu widzenia zwiększone oddawanie ciepła przez element betonowy prowadzi do większych różnic temperatury w całej objętości elementu. Wyniki dotyczące czwartego analizowanego parametru są zgodne z intuicją. Żeby osiągnąć jak najniższą temperaturę maksymalną przy ustalonej średnicy rur chłodzących należy je umieścić w możliwie najbliższej odległości. Jednak nawet abstrahując od aspektu ekonomicznego, czy wpływu na wytrzymałość konstrukcji, bliskie rozmieszczenie rur chłodzących prowadzi do zwiększenia się gradientów temperatury na skutek chłodzenia betonu, zatem nie jest to optymalne rozwiązanie z punktu widzenia funkcji celu numer 2. Podsumowując powyższe rozważania kluczowymi parametrami podczas chłodzenia masywnego obiektu betonowego są: odległość pomiędzy rurami chłodzącymi, temperatura wody oraz prędkość jej przepływu. Wartości te powinny być ustalane indywidualnie w zależności o rodzaju chłodzonej konstrukcji. W celu zwiększenia poprawności zagadnienia optymalizacyjnego w dalszych pracach powinien zostać uwzględniony również wpływ warunków atmosferycznych na przebieg procesu chłodzenia.

6.7 Parametry termiczne

Uzupełnieniem opisanych powyżej symulacji numerycznych rozkładów temperatury jest opis termicznych właściwości mieszanek betonowych na podstawie wykonanych pomiarów w formach doświadczalnych trzech rodzajów (1D, 2D oraz 3D). Zbadane mieszanki zostały scharakteryzowane za pomocą następujących parametrów o charakterze technicznym:

- temperatury maksymalnej T_{max} osiągniętej podczas twardnienia w formie pomiarowej,
- czasu wystąpienia temperatury maksymalnej t_{max} ,
- maksymalnego przyrostu temperatury ΔT_{max} , liczonego jako różnica najwyższej temperatury i temperatury początkowej,
- maksymalnej szybkości wzrostu temperatury \dot{T}_{max} , określonej jako iloraz różnicy temperatury w okresie jego wzrostu do czasu trwania tego okresu,
- gradientów temperatury ∇T zdefiniowanych jako iloraz maksymalnej różnicy temperatury zmierzonej w dwóch wybranych punktach formy,
- wydzielonego ciepła q liczonego na podstawie przybliżonego wzoru 1.1,
- maksymalnej różnicy temperatur δT_{max} zarejestrowanej podczas pomiaru.

Stabelaryzowane wartości czterech pierwszych parametrów z powyższej listy w przypadku serii pomiarowej T wykonanej w formie walcowej przedstawia Tablica 6.1. Przy czym do wyznaczenia gradientu temperatury użyto pomiarów z czujników umieszczonych na wysokości 50mm i 500mm ponad spodem formy. Zestawiając uzyskane rezultaty ze składem mieszanek, który podano w Tablicy 5.5, można zaobserwować, że maksymalna temperatura obniża się wraz ze wzrostem zawartości popiołu lotnego wapiennego w spoiwie. Spadek temperatury zanotowano również w przypadku łącznego stosowania żużla wielkopieczowego i popiołu W. Obniżenie wartości temperatury maksymalnej wiązało się w badanych mieszankach również ze spadkiem gradientu temperatury, zatem można przypuszczać, że dodatek popiołu W oraz żużla wywiera pozytywny wpływ na te parametry. Na podstawie wyników uzyskanych w przypadku sześciu mieszanek nie można jednak wyciągnąć konstruktywnych wniosków na temat pozostałych dwóch parametrów technicznych przedstawionych w Tablicy 6.1. Dlatego też w dalszej części tego paragrafu przeprowadzone zostaną analizy w przypadku wszystkich zbadanych kompozycji betonowych. Zestawienie kompletu wyników pomiarów ze składem badanych betonów pozwala wyciągnąć wnioski na temat zależności wyżej wymienionych parametrów technicznych m.in. od:

- zawartości cementu portlandzkiego w mieszance,
- zawartości popiołu,
- zawartości kruszywa.

parametr termiczny	oznaczenie mieszanki betonowej					
	T50 I	T50 IIB(W)	T50 IIB(S-W)	T50 VA(S-W)	T50 IIA(W)	T50 IIB(V-W)
t_{max} [h]	11,0	12,5	15,0	20,5	14,5	15,0
T_{max} [°C]	42,5	37,5	39,5	33,0	41,0	39,0
\dot{T}_{max} [°C/h]	2,0	1,6	1,2	0,5	1,5	1,3
∇T [°C/m]	23,0	13,0	20,0	13,0	22,0	20,0

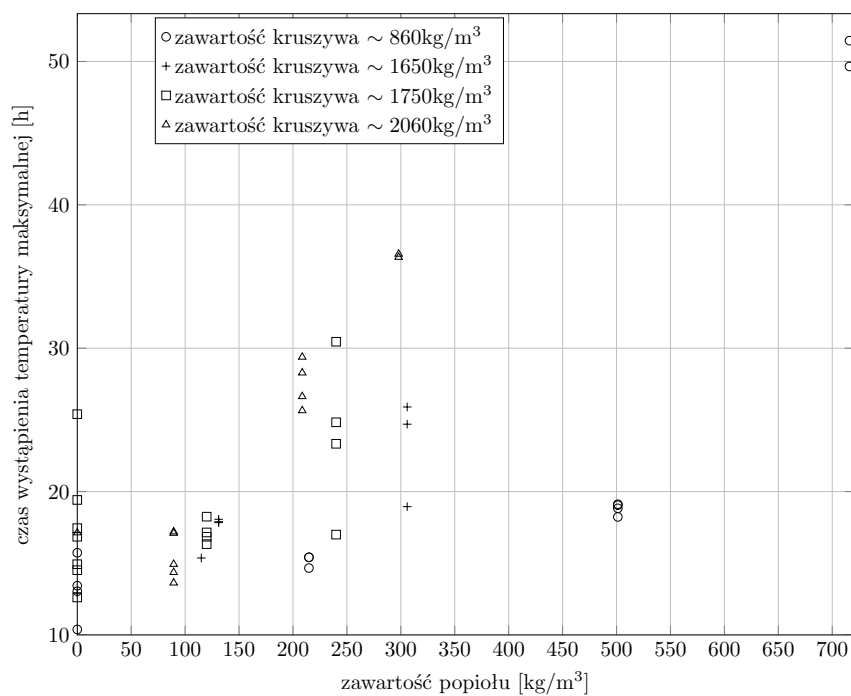
Tablica 6.1: Wyznaczone parametry termiczne w przypadku serii T

Pod uwagę brane są również współzależności parametrów technicznych między sobą.

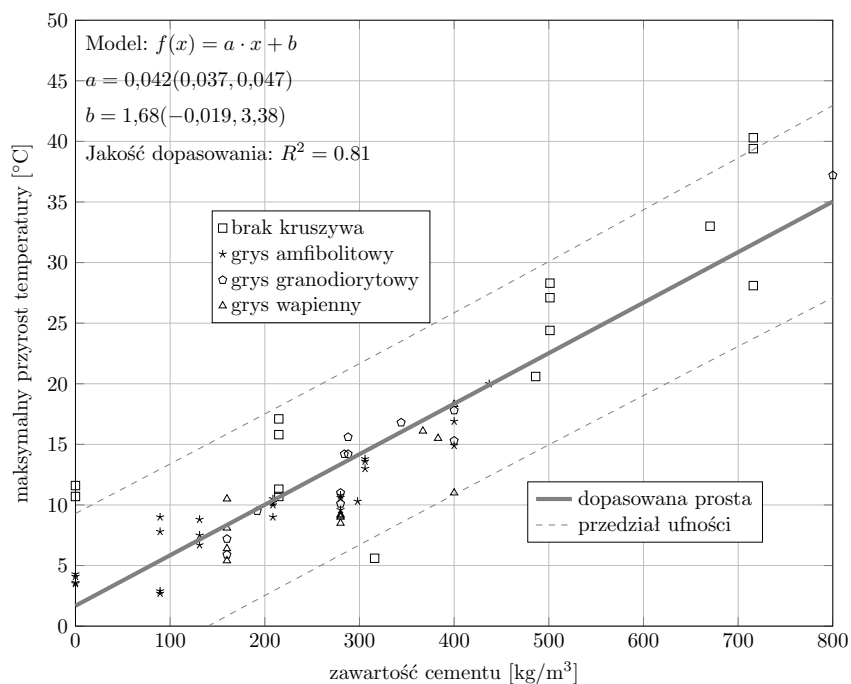
Wykres z Rysunku 6.53 przedstawia zależność czasu wystąpienia temperatury maksymalnej od zawartości popiołu lotnego wapiennego, który został użyty jako częściowe zastąpienie cementu w spoiwie. Zbiór pomiarów został podzielony na cztery grupy mieszanek o zawartości kruszywa (piasku oraz kruszywa grubego o frakcji 2mm-16mm) równej w przybliżeniu:

- grupa I 860kg/m³, oznaczona na wykresie symbolem o,
- grupa II 1650kg/m³, oznaczona na wykresie symbolem +,
- grupa III 1750kg/m³, oznaczona na wykresie symbolem □,
- grupa IV 2060kg/m³, oznaczona na wykresie symbolem △.

Podział ten miał na celu wyeliminowanie wpływu zawartości kruszywa na analizowany parametr termiczny. W trzech przypadkach (grupy I, II oraz IV) uzyskano istotną statystycznie dodatnią korelację pomiędzy zawartością popiołu w mieszance betonowej a czasem zarejestrowania maksymalnej wartości temperatury. Obliczone wartości korelacji wynoszą dla kolejnych grup odpowiednio: $\rho_I = 0,78$; $\rho_{II} = 0,88$; $\rho_{III} = 0,54$; $\rho_{IV} = 0,94$. Oznacza to, że zastąpienie części cementu popiołem W powoduje opóźnienie wystąpienia temperatury maksymalnej. Średnie opóźnienie wyznaczone na podstawie wyników z wszystkich zbadanych mieszanek w formie walcowej wynosi $3,2 \pm 1h$ na każde 100kg/m³ dodatku popiołu. Warto zaznaczyć, że zbliżona do liniowej zależność pomiędzy omawianymi czynnikami, została uzyskana pomimo zróżnicowania składu chemicznego i właściwości fizycznych popiołów pobieranych pięciokrotnie z Elektrowni Bełchatów w okresie 18 miesięcy (skład popiołów z każdej z dostaw przedstawia Tablica 1.1). Na następnym wykresie (Rysunek 6.54) zaprezentowane są wyniki przedstawiające wpływ zawartości cementu na maksy-



Rysunek 6.53: Czas wystąpienia temperatury maksymalnej jako funkcja zawartości popiołu W w mieszance w przypadku różnej zawartości kruszywa. Pomiary wykonano w formie walcowej



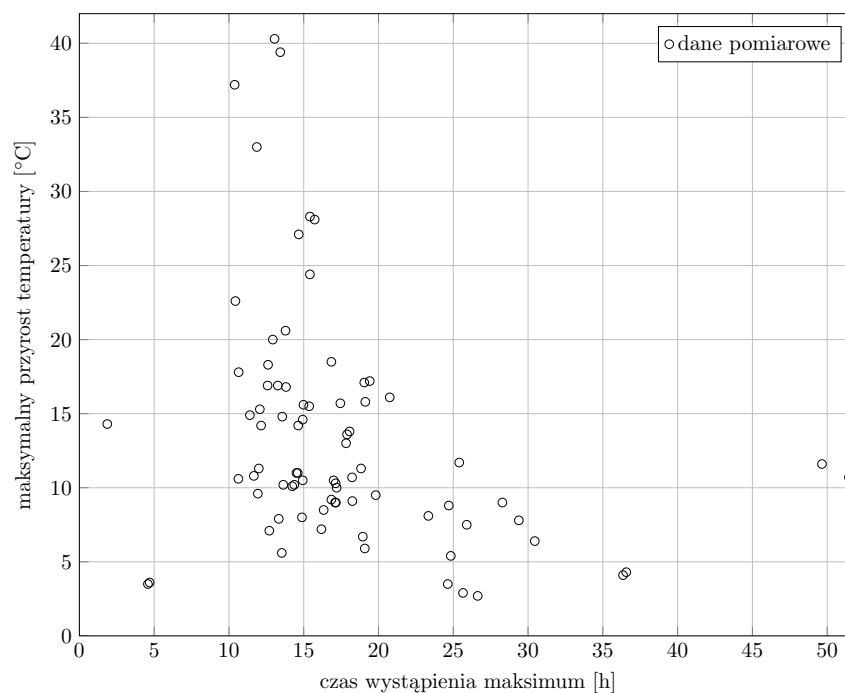
Rysunek 6.54: Wpływ zawartości cementu na maksymalny przyrost temperatury. Pomiary wykonano w formie walcowej

malny przyrost temperatury, przy czym kolejne znaczniki oznaczają następujące grupy danych:

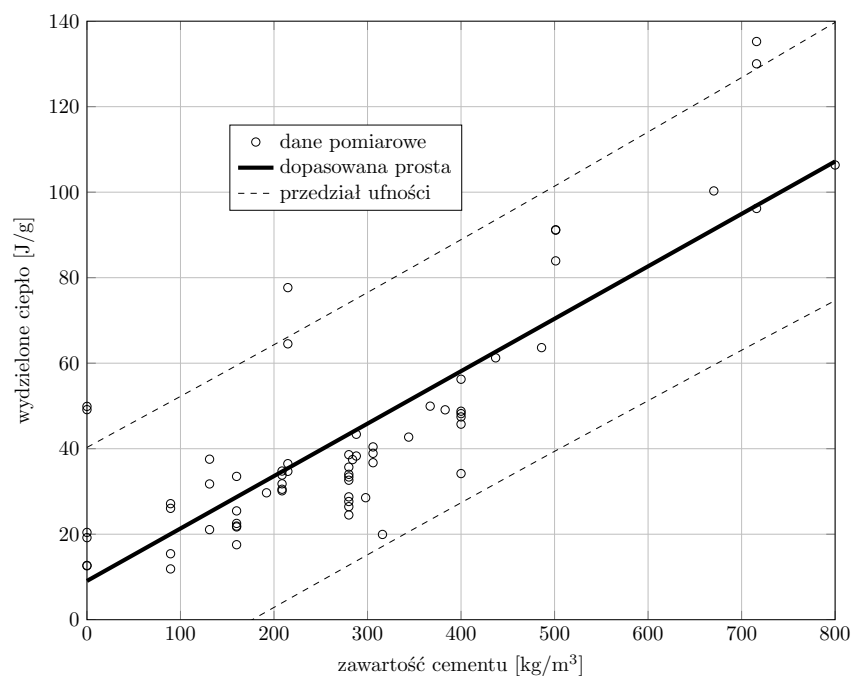
- mieszanki bez kruszywa,
- ★ mieszanki z grysem amfibolitowym,
- ◇ mieszanki z grysem granodiorytowym,
- △ mieszanki z grysem wapiennym.

Zgodnie z intuicją większa zawartość cementu w mieszance powinna powodować większe przyrosty temperatury. Istotnie po dopasowaniu do danych linii trendu postaci $f(x) = a \cdot x + b$ okazuje się że w dobrym przybliżeniu zależność ta jest liniowa. Korelacja pomiędzy ilością cementu a maksymalnym przyrostem temperatury wynosi 0,9. Wszystkie wartości w przypadku mieszanek zawierających kruszywo leżą w wyznaczonym 95% przedziale ufności (linie przerywane na wykresie z Rysunku 6.54). Na podstawie tych wyników można oszacować, że maksymalny przyrost temperatury ΔT_{max} zwiększa się o $4,2 \pm 0,5^\circ\text{C}$ na każde $100\text{kg}/\text{m}^3$ dodatku cementu. Biorąc po uwagę, iż skład większości z badanych mieszanek projektowany był w ten sposób aby zawartość spoiwa wynosiła w przybliżeniu $400\text{kg}/\text{m}^3$, mieszanki, w przypadku których zawartość cementu była mniejsza niż powyższa wartość, w swoim składzie zawierały popiół lotny wapienny bądź inne zastosowane dodatki. Dlatego też łącząc wnioski wysnute na podstawie analizy wykresów z Rysunku 6.54 oraz Rysunku 6.53 można by stwierdzić, że analizowane parametry techniczne: maksymalny przyrost temperatury oraz czas wystąpienia temperatury maksymalnej również są od siebie współzależne. Szczególnie, że zgodnie z równaniem Arrheniusa reakcje chemiczne zachodzą szybciej w wyższych temperaturach. Zestawiając jednak te dwa parametry ze sobą (Rysunek 6.55) nie zaobserwowano korelacji pomiędzy maksymalnym przyrostem temperatury a czasem wystąpienia maksimum. Sugeruje to, że skład mieszanki betonowej ma zdecydowanie większy wpływ na dynamikę zachodzących reakcji niż sama temperatura.

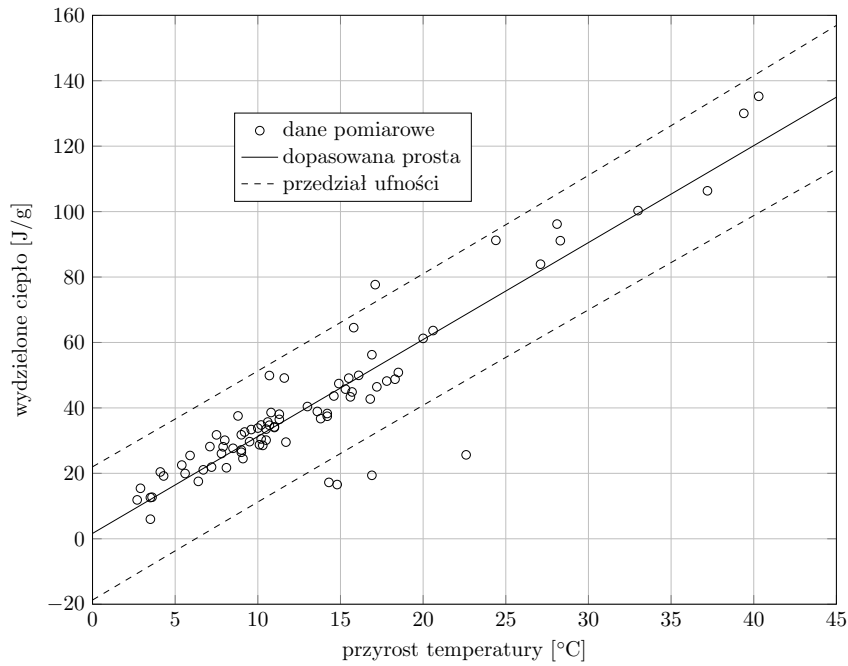
Kolejne dwa wykresy (Rysunek 6.56 oraz Rysunek 6.57) przedstawiają wydzielone ciepło podczas twardnienia betonu w formie walcowej liczone według wzoru 1.1 w funkcji zawartości cementu oraz maksymalnego przyrostu temperatury. Ilość wydzielonego ciepła dodatnio koreluje zarówno ze składem mieszanki, jak i ze zmierzonymi temperaturami. W pierwszym przypadku (Rysunek 6.56) jakość dopasowania modelu liniowego R^2 wynosi 0,68, zaś w drugim (Rysunek 6.57) 0,85. Dodatkowo na każdym z prezentowanych wykresów został przedstawiony 95% przedział ufności modelu liniowego. Uzyskane rezultaty potwierdzają przydatność proponowanego wzoru oraz formy hydratacyjnej do wstępnego szacowania kaloryczności badanych mieszanek. Użyteczność formy walcowej do oceny kaloryczności potwierdza również zestawienie zawartości kruszywa w mieszance z zarejestrowanymi maksymalnymi przyrostami temperatury. Zwiększanie zawartości kruszywa w mieszance powoduje zmniejszanie się maksymalnych przyrostów temperatury niezależnie od rodzaju kruszywa i użytego cementu. Fakt ten zilustrowany jest na wykresie z Rysunku 6.58 w przypadku mieszanek bez dodatku popiołu. Zależność pomiędzy tymi dwoma parametrami jest w dobrym przybliżeniu liniowa - korelacja wynosi $-0,94$.



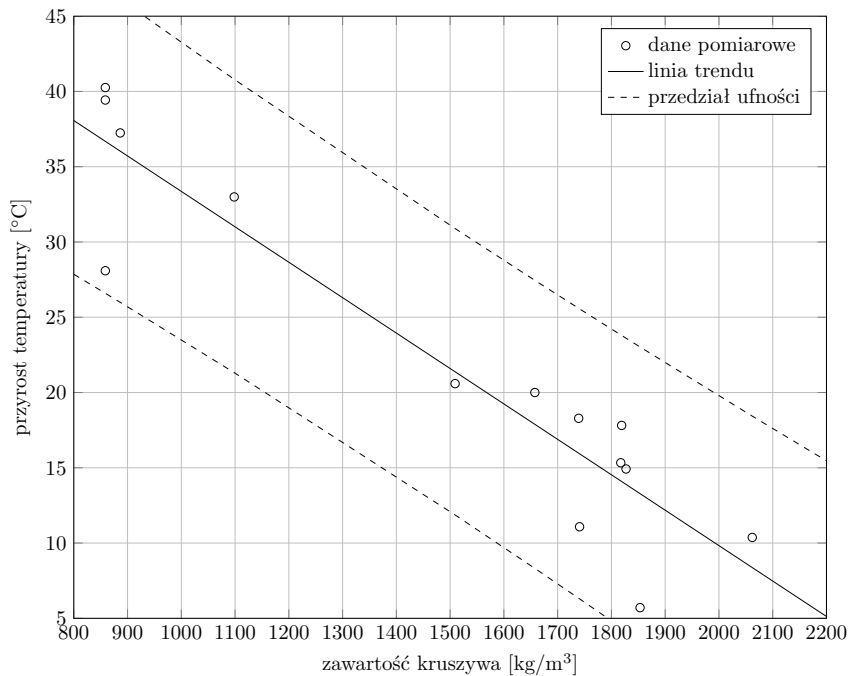
Rysunek 6.55: Maksymalny przyrost temperatury w funkcji czasu wystąpienia wartości maksymalnej. Pomiary wykonano w formie walcowej



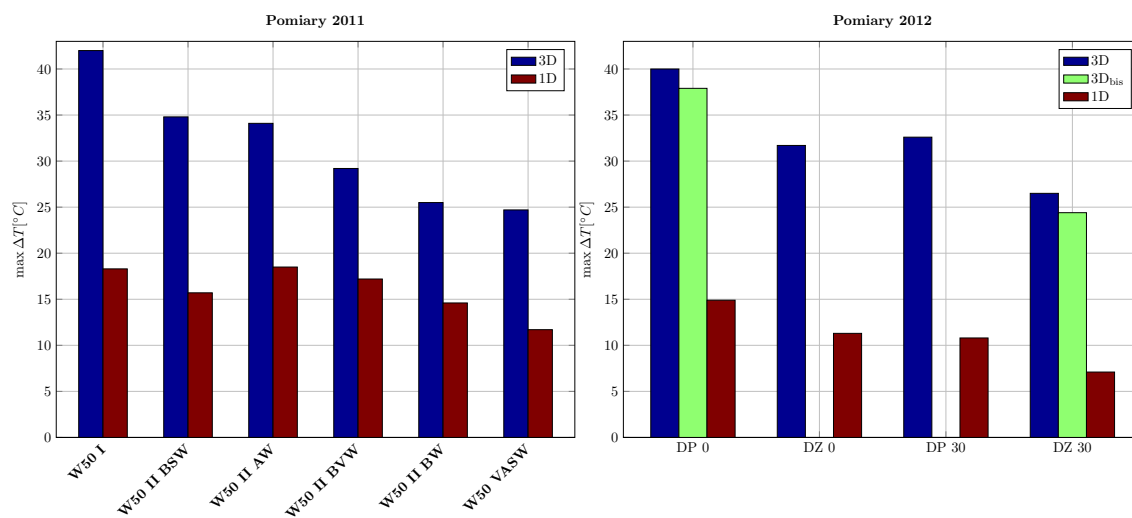
Rysunek 6.56: Wydzielone ciepło podczas twardnienia betonu w formie walcowej w funkcji zawartości cementu. Do danych dopasowano linię trendu, dodatkowo nanie­siono 95% przedział ufności. Pomiary wykonano w formie walcowej



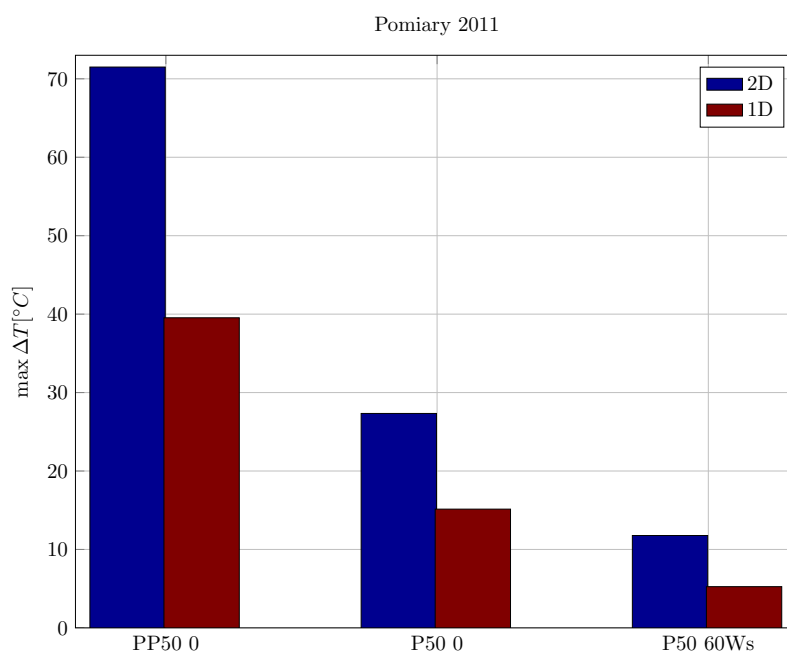
Rysunek 6.57: Wydzielone ciepło podczas twardnienia betonu w formie walcowej w funkcji maksymalnego przyrostu temperatury. Do danych dopasowano linię trendu, dodatkowo naniesiono 95% przedział ufności. Pomiary wykonano w formie walcowej



Rysunek 6.58: Wpływ zawartości kruszywa na maksymalny przyrost temperatury betonów bez dodatku popiołu. Do danych dopasowano linię trendu. Przerwanymi liniami naniesiony został 95% przedział ufności. Pomiary wykonano w formie walcowej



Rysunek 6.59: Porównanie maksymalnych przyrostów temperatury w blokach betonowych i formie walcowej



Rysunek 6.60: Porównanie maksymalnych przyrostów temperatury w formach walcowych i trapezowych

parametr techniczny	Oznaczenie mieszanki betonowej					
	W50 I	W50 II AW	W50 II BW	W50 II BVW	W50 V ASW	W50 II BSW
t_{max} [h]	39,0	39,8	42,0	35,0	50,5	45,8
T_{max} [°C]	51,4	44,4	36,3	38,1	36,7	46,0
δT_{max} [°C]	19,1	18,9	11,3	13,8	12,6	17,0
\dot{T}_{max} [°C/h]	1,08	0,86	0,61	0,83	0,49	0,76
∇T_1 [°C/m]	14,86	4,86	17,71	12,86	7,14	9,43
∇T_2 [°C/m]	18,14	16,71	9,42	10,43	14,14	18,29

Tablica 6.2: Parametry termiczne twardniejących betonów wyznaczone w przypadku pomiarów w formach prostopadłościennych

Analizowane parametry techniczne można również wyznaczyć w przypadku pomiarów polowych w formach prostopadłościennych. W Tablicy 6.2 podano parametry termiczne twardniejących mieszanek zawierających różne cementy wieloskładnikowe, zawierające popiół lotny wapienny, zgodnie ze składem przedstawionym w Tablicy 5.4. Przyjęto analogiczne oznaczenia jak w Tablicy 6.1, przy czym gradienty temperatury ΔT_1 i ΔT_2 zostały zdefiniowane odpowiednio jako iloraz maksymalnej różnicy temperatury zmierzonej w punktach odległych o 50mm i 400mm od spodu formy do odległości między tymi punktami (czujniki 3 i 2 z Rysunku 5.11) oraz jako iloraz maksymalnej różnicy temperatury zmierzonej w punkcie odległym o 50mm od spodu formy i w punkcie przy górnej powierzchni próbki do odległości między tymi punktami (czujniki 3 i 1 z Rysunku 5.11). Tak jak w przypadku pomiarów w formie walcowej zaobserwowano obniżenie temperatury maksymalnej wraz ze wzrostem zawartości popiołu W w cemencie. Także zmierzone gradienty temperatury w blokach masywnych były zbliżone do wartości uzyskanych z pomiarów w formie walcowej. Odpowiedniość wyników pomiarów 1D oraz 3D świadczy o fakcie, że forma walcowa jest reprezentatywna dla pomiarów w skali rzeczywistej. Na potwierdzenie tej tezy na Rysunku 6.59 zestawiono ze sobą maksymalne przyrosty temperatury zarejestrowane w formach 1D i 3D w przypadku tych samych mieszanek dla serii pomiarowych wykonanych w roku 2011 oraz 2012 (skład badanych mieszanek przedstawia Tablica 5.4). W obu przypadkach stwierdzono jakością zgodność rezultatów: wyższa temperatura maksymalna w próbce walcowej prawie zawsze odpowiada wyższej temperaturze maksymalnej zmierzonej w bloku masywnym. Dotyczy to również pomiarów w blokach masywnych w konfiguracji przedstawionej na Rysunkach 5.13 i 5.14, których wyniki zostały zilustrowane za pomocą zielonych słupków na prawym wykresie z Rysunku 6.59. Niespełnienie tej

zależności w wybranych przypadkach może być spowodowane błędami pomiarowymi. Podobne zestawienie wyników w przypadku trzech mieszanek zbadanych w formie walcowej i trapezowej przedstawia wykres z Rysunku 6.60 (skład mieszanek PP50 0, P50 0 oraz P50 60 Ws znajduje się w Tablicy 5.6). Także w tym wypadku pomiary temperatury twardniejących mieszanek betonowych wykonywane w stosunkowo małych formach walcowych zapewniają poprawne uszeregowanie jakościowe mieszanek według maksymalnego przyrostu temperatury, jaki może wystąpić w czasie twardnienia w elementach masywnych.

Badania tego typu pozwalają na oszacowanie relacji pomiędzy składnikami mieszanki betonowej i parametrami charakteryzującymi rozkład temperatury w betonie. Ułatwia to dobór optymalnego rozwiązania materiałowego pod kątem jego zastosowania w rzeczywistej konstrukcji betonowej. Zgromadzone dane umożliwiają na optymalizację składu mieszanek ze względu na właściwości termiczne. W przypadku ostatecznej oceny przydatności nowej mieszanki betonowej należy przeprowadzić jednak dalszą optymalizację biorąc, pod uwagę między innymi względy ekonomiczne i ekologiczne oraz rozszerzyć zakres badań stwardniałych próbek o właściwości wytrzymałościowe, odporność na czynniki zewnętrzne, trwałość, przepuszczalność itp.

Rozdział 7

Podsumowanie

7.1 Podsumowanie i wnioski

Krótki czas obliczeń w porównaniu z badaniami eksperymentalnymi, możliwość ponownego przeprowadzenia symulacji bez ponoszenia znaczących kosztów finansowych, oraz wierne odwzorowanie zjawisk zachodzących w materiałach prowadzą do coraz częstszego korzystania z metod numerycznych zamiast badań doświadczalnych. Jednak całkowite wyeliminowanie podejścia empirycznego jest niemożliwe ze względu na potrzebę weryfikacji używanych modeli. W niniejszej pracy połączono modelowanie metodą elementów skończonych, rozwiązanie odwrotnego zagadnienia przepływu ciepła, zastosowanie narzędzi optymalizacyjnych oraz badania eksperymentalne. Ujęcie takie pozwala na lepsze zrozumienie procesów zachodzących podczas twardnienia betonów. Wiedza ta z kolei jest przydatna przy optymalizowaniu procesu wytwarzania spoiw cementowych oraz budowaniu masywnych obiektów betonowych. Oczywiście przedstawiona w dysertacji problematyka nie wyczerpuje w całości tematu związanego z zagadnieniami termicznymi w materiałach o matrycy cementowej. Zastosowane uproszczenia w proponowanym podejściu zostały opisane we wstępie do pracy oraz bezpośrednio przy formułowaniu kolejnych problemów badawczych. Główną motywacją do podjęcia przedstawionych badań było zastosowanie dodatków zastępujących część cementu w betonie, co pozwala na zmniejszenie tzw. śladu węglowego (ang. *carbon footprint*) nowopowstałych spoiw. Rozprawa doktorska składa się na wyniki badań projektu POIG.01.01.02-24-005/09, które posłużyły do oceny przydatności popiołu lotnego wapiennego jako dodatku do betonu oraz określenia stosowalności betonu z cementu zawierającego popiół lotny wapienny w budownictwie [201].

W pracy zaproponowano kompleksową metodę monitorowania zmienności pola temperatury w obiektach betonowych w trakcie ich dojrzewania i eksploatacji oraz mitygowania jego gradientów w celu redukcji zagrożenia spękaniem. W szczególności proponowana, alternatywna do istniejących procedura identyfikacji parametrów termofizycznych mieszanek betonowych pozwala na zastąpienie kosztownych i czasochłonnych badań eksperymentalnych, mających na celu wyznaczenie tych parametrów, poprzez punktowe pomiary temperatury i numeryczne rozwiązanie zagadnienia odwrotnego przepływu ciepła. Używane w zaproponowanej metodzie formy pomia-

rowe nie muszą być przechowywane w ściśle kontrolowanych warunkach podczas pomiarów. Procedura wymaga jedynie rejestrowania temperatury otoczenia, która uwzględniona jest w modelu. Pozwala to na przeprowadzanie testów bezpośrednio w warunkach polowych. Jej podstawową zaletą jest możliwość określenia ciepła twardnienia, współczynnika przewodnictwa ciepła i ciepła właściwego dowolnej mieszanki betonowej bez znajomości jej składu. Jest to istotne ze względu na fakt, iż w elementach masywnych ciepło wydzielane w czasie procesów twardnienia nie może być swobodnie oddane do otoczenia i w związku z tym w elemencie masywnym powstają znaczne różnice temperatury. Sprawia to, że procesy twardnienia przebiegają niejednakowo w całej objętości, a co za tym idzie również parametry termofizyczne zmieniają się niejednakowo w całym obiekcie. W rozdziale 2 przeprowadzono analizę wrażliwości modelu termicznego na, na podstawie której widać, że wpływ zmienności tych parametrów nie może być pominięty. Jednoczesne wyznaczenie zmiennych w czasie i przestrzeni parametrów termicznych materiału i źródeł ciepła pozwala na dokładniejsze modelowanie procesu twardnienia i rozpoznania wpływu temperatury na kształtowanie się struktury kompozytów betonowych. Uzyskane wyniki identyfikacji zostały pozytywnie zweryfikowane za pomocą modelu numerycznego i pomiarów temperatury w obiektach 2D i 3D. Na podstawie zestawienia wyników symulacji z pomiarami temperatury w przypadku 2D oraz 3D można także wnioskować, że proponowana procedura może być wykorzystana w przypadku rzeczywistych konstrukcji. Przykładowe zagadnienie uwzględniające warunki atmosferyczne zostało rozwiązane w rozdziale 6. Dodatkowo wykazano, że dysponując modelem numerycznym w przypadku mieszanki betonowej o zadanym składzie możliwe jest dalsze prowadzenie badania możliwości powstawania pęknięć i zarysowań w twardniejących blokach masywnych wykonanych z tej mieszanki. Na podstawie obliczonych rozkładów temperatury w czasie całego procesu twardnienia możliwe jest uzyskanie mapy naprężeń wynikających z niejednorodności tych rozkładów i rozszerzalności termicznej materiału. Pozwala to na ocenę możliwości powstawania pęknięć i zarysowań w czasie twardnienia oraz na wskazanie najbardziej zagrożonych obszarów w próbkach.

Badania eksperymentalne ukierunkowane były głównie na dostarczenie danych wejściowych do modelu oraz jego weryfikację, jednak poza konwencjonalnymi, dotykowymi pomiarami temperatury zbadano przydatność użycia technik termowizyjnych. Ponadto monitorowanie procesu dojrzewania betonów w różnych warunkach pozwoliło na ocenę wpływu poszczególnych składników na właściwości termiczne powstałego materiału. Uzyskano np. istotne korelacje pomiędzy zawartością popiołu lotnego wapiennego a czasem wystąpienia temperatury szczytowej w betonowych próbkach walcowych. Waga dodanego popiołu determinowała również wartość maksymalnego przyrostu temperatury jak i ilość wydzielonego ciepła podczas twardnienia betonu.

W części dotyczącej sterowania temperaturą rozwinięty został model temperatury w masywnych obiektach betonowych z chłodzeniem rurowym. Głównym elementem nowości było uwzględnienie zmienności w czasie parametrów termofizycznych opisujących modelowaną mieszankę betonową oraz uwzględnienie nierównomiernego dojrzewania betonu w całej objętości. Tak przeformułowany model posłużył do próby określenia optymalnego systemu chłodzenia. Wykazano, że dwa naj-

częściej stosowane kryteria (maksymalna temperatura oraz gradienty temperatury) dotyczące możliwości pojawienia się rys termicznych w obiekcie są sobie przeciwstawne, dlatego też do rozwiązania zadania posłużono się optymalizacją dwukryterialną. Niedogodnością tej metody jest fakt, że w wyniku jej działania nie otrzymuje się jednego rozwiązania, lecz ich zbiór, spośród którego nie jest możliwe wybranie najlepszej opcji bez posłużenia się dodatkowym warunkiem. Jednak zestawiając wyniki pomiarów w mieszankach formach walcowych z wybranymi rezultatami procedury optymalizacyjnej można stwierdzić, że dzięki zastosowaniu odpowiednio dobranego scenariusza chłodzenia temperatury w bloku masywnym są zbliżone do zarejestrowanych w formach 1D przy jednoczesnej minimalizacji ewentualnych naprężeń termicznych.

W dalszej perspektywie podjęta będzie próba rozwiązania optymalnego rozmieszczenia (niejednorodnego) rur chłodzących w arbitralnie wybranym elemencie betonowym. Dodatkowo wzór 4.36 z rozdziału 4 oznacza szukanie optimum w całym przedziale czasowym procesu, jednak możliwe jest wyznaczanie minimum w zadanych, krótszych okresach. Wydłuża to oczywiście czas działania procedury, pozwala jednak na lepsze dostrojenie parametrów takich jak temperatura wody czy prędkość przepływu podczas twardnienia betonu. Możliwe jest również zaprojektowanie systemu chłodzenia rurowego aby był on wykorzystywany w trakcie eksploatacji konstrukcji betonowej (np. w przypadku dużych obiektów jak tamy temperatura powierzchni nasłonecznionej jest zdecydowanie wyższa niż w pozostałych częściach konstrukcji) i w ewentualnych sytuacjach awaryjnych (np. osłony reaktorów atomowych w trakcie awarii narażone są na działanie ekstremalnie wysokich temperatur). Wymaga to sformułowania dodatkowego warunku, który musi spełniać rozważany element betonowy oraz rozwiązania zadania optymalizacji wielokryterialnej. Odnosnie usprawnień modelu temperatury, w dalszych pracach możliwe jest uwzględnienie zmienności parametrów termofizycznych nie tylko od historii temperatury, ale także od wartości temperatury. W badanym zakresie temperaturowym zmienność ta nie jest źródłem znaczących błędów w modelu, jednak w celu poprawy dokładności modelu fakt ten powinien zostać uwzględniony. Podobnie uwzględnienie pól wilgotnościowych powinno zwiększyć dokładność obliczanych temperatur w odniesieniu do pomiarów.

7.2 Oryginalne koncepcje i osiągnięcia pracy

Poniżej przedstawiono koncepcje i osiągnięcia pracy, które autor uważa za oryginalne. Dotyczą one zagadnień modelowania i identyfikacji zjawisk termicznych, jak również problematyki dotyczącej optymalizacji procesu chłodzenia. W ramach pracy nad dysertacją:

1. opracowano model obliczeniowy wymiany ciepła w trakcie dojrzewania materiału betonowego w formie pomiarowej o uproszczonej geometrii,
2. wykonano pomiary temperatury w formie o uproszczonej geometrii, która jest przedmiotem zgłoszenia patentowego,

3. zidentyfikowano parametry termofizyczne oraz źródła ciepła konkretnych mieszanek betonowych za pomocą rozwiązania odwrotnego zagadnienia przepływu ciepła,
4. obliczono ewolucję pola temperatury w trakcie dojrzewania materiału betonowego na podstawie znajomości wyznaczonych współczynników w obiekcie rzeczywistym,
5. założenia teoretyczne modelu zweryfikowano eksperymentalnie,
6. wyznaczono naprężenia termiczne powstałe na skutek nierównomiernego rozkładu pola temperatury oraz określono obszary zagrożone spękaniami,
7. za pomocą optymalizacji dwukryterialnej zaproponowano zbiór optymalnych parametrów do projektowania systemów chłodzenia rurowego,
8. skorelowano parametry termiczne mieszanek betonowych ze składem rozważanych materiałów.

Spis rysunków

1.1	Produkcja cementu na świecie w latach 2010-2012	2
1.2	Szacunkowy czas dochodzenia do równowagi termicznej	4
1.3	Schemat blokowy metody identyfikacji i wyznaczania pól temperatury	5
1.4	Schemat blokowy przedstawiający koncepcję procedury badawczej	7
1.5	Wpływ rury chłodzącej na trwałość betonu	10
1.6	Porównanie rozwiązania ścisłego z pakietami MATLAB i COMSOL	11
1.7	Wynik badania ciepła uwodnienia	13
1.8	Zmiany ciepła właściwego betonu podczas twardnienia [22]	16
1.9	Zmiany przewodności cieplnej betonu podczas twardnienia [22]	16
1.10	Walcowa forma pomiarowa używana w metodzie <i>hot wire</i>	17
1.11	Pomiar temperatury za pomocą podczerwieni	20
1.12	Nomogram do wyznaczania ilości odparowanej wody z betonu	23
1.13	Maksymalna temperatura dopuszczalna	25
1.14	Współczynnik TD MF i maksymalna dopuszczalna temperatura	26
1.15	Spękania w hipotetycznym elemencie betonowym	27
1.16	Widok na zapórę Hoovera z lotu ptaka	28
1.17	Instalacja chłodząca na fundamencie pylonu mostu Świętokrzyskiego	28
2.1	Skład betonu	32
2.2	Budynek Skyline Plaza w Crossroads Bailey po katastrofie budowlanej	34
2.3	Porównanie trzech propozycji definicji funkcji dojrzałości	35
2.4	Transformacja czasu do wieku ekwiwalentnego	36
2.5	Ekwiwalentny wiek betonu przy różnych wartościach temperatury	38
2.6	Przewodzenie ciepła przez element objętości dV ciała stałego	40
2.7	Warunek stabilności CFL	44
2.8	Przykładowa siatka elementów skończonych	49
2.9	Histogram jakości elementów skończonych	50
2.10	Rodzaje warunków brzegowych	52
2.11	Temperatura powietrza w Warszawie, VIII-2012	53
2.12	Porównanie dokładności modeli temperatury powietrza	54
2.13	Weryfikacja dwuwymiarowego modelu MES	55
2.14	Porównanie obliczeń programu TMC i COMSOL 1	55
2.15	Porównanie obliczeń programu TMC i COMSOL 2	56
2.16	Legenda do wykresów 2.17-2.21	58
2.17	Analiza wrażliwości modelu - wpływ ciepła właściwego	59
2.18	Analiza wrażliwości modelu - wpływ współczynnika przewodzenia ciepła	60

2.19	Analiza wrażliwości modelu - wpływ parametrów k oraz c	61
2.20	Analiza wrażliwości modelu - wpływ temperatury otoczenia	62
2.21	Analiza wrażliwości modelu - wpływ temperatury początkowej	63
3.1	Rozmieszczenie czujników w formie 1D	66
3.2	Przebieg zmian temperatury w czasie w twardniejącym betonie	67
3.3	Zmierzone ciepło właściwe wraz z dopasowaniem	69
3.4	Schemat blokowy algorytmu <i>patternsearch</i>	72
3.5	Przykład działania algorytmu poszukiwania bezpośredniego	73
3.6	Wpływ parametru regularyzacyjnego na stabilność rozwiązania	76
3.7	Porównanie analitycznej postaci źródła ciepła z jej interpolacją	77
3.8	Porównanie rozkładu temperatury założonej oraz obliczonej	78
3.9	Źródło ciepła: porównanie zadanych i wyznaczonych wartości	79
4.1	Sieć rur chłodzących w elemencie masywnym	84
4.2	Modelowany wycinek konstrukcji betonowej	85
4.3	Współczynnik wymiany ciepła $H(r,v)$	90
4.4	Współczynnik wymiany ciepła $H(v)$ dla trzech wybranych materiałów	91
4.5	Współczynnik wymiany ciepła $H(r)$ dla trzech wybranych materiałów	91
4.6	Schemat blokowy algorytmu wyznaczania temperatury betonu i wody	93
4.7	Optymalna miąższość myślowo wyekstrahowanego plastra betonowego	94
5.1	Schemat Konstrukcji formy 1D	99
5.2	Forma 1D	100
5.3	Urządzenie do akwizycji danych	101
5.4	Propozycja rozmieszczenia czujników w formie 1D	102
5.5	Zdjęcie trapezowej próbki po rozformowaniu	104
5.6	Rozmieszczenie czujników w formie 2D	104
5.7	Stanowisko pomiarowe 2D	105
5.8	Pomiar temperatury stygnącego betonu kamerą termowizyjną	106
5.9	Forma pomiarowa 3D - widok z góry	107
5.10	Forma pomiarowa 3D oraz system akwizycji danych	107
5.11	Wymiary bloku 3D i rozłożenie czujników z 2011 r. – widok z boku	108
5.12	Wymiary bloku 3D i rozłożenie czujników z 2011 r. – widok z góry	109
5.13	Wymiary bloku 3D z 2012 r. z niepełną izolacją – widok z boku	109
5.14	Wymiary bloku 3D z 2012 r. z niepełną izolacją – widok z góry	110
5.15	Wymiary bloku 3D i rozłożenie czujników z 2012 r. – widok z boku	110
5.16	Wymiary bloku 3D i rozłożenie czujników z 2012 r. – widok z góry	111
5.17	Formy pomiarowe z blokami masywnymi pod przykryciem	111
5.18	Przykładowy protokół z pomiaru	115
6.1	Testy jednowymiarowego przepływu: pozycje czujników	122
6.2	Zdjęcie rozłupanego odlewu betonowego	123
6.3	Pomiary równoległe	124
6.4	Stygnięcie nagrzanego piasku w formie walcowej	125
6.5	Pomiar temperatury w formie 1D, mieszanka L 60 00 00	127

6.6	Pomiar temperatury w formie 1D, mieszanka L 60 30 60	127
6.7	Pomiar temperatury w formie 1D, mieszanka L 60 70 00	128
6.8	Pomiar temperatury w formie 1D, mieszanka L 60 70 40	128
6.9	Pomiar temperatury w formie 1D, mieszanka L 60 100 60	129
6.10	Zestawiony wynik działania proponowanej procedury	130
6.11	Wyznaczone źródła ciepła dla mieszanek: L 60 00 00 oraz L 60 30 60	131
6.12	Wyznaczone źródła ciepła dla mieszanek: DP 0, DP 30, DZ 0, DZ 30	133
6.13	Rozkład temperatury w próbce 2D z betonu DP 30	135
6.14	Porównanie modelu 2D z pomiarami – mieszanka P50 0	137
6.15	Porównanie modelu 2D z pomiarami – mieszanka P50 60	137
6.16	Porównanie modelu 2D z pomiarami – mieszanka PP50 0	138
6.17	Pomiar kamerą termowizyjną	139
6.18	Pomiar kamerą termowizyjną - profile temperatury	139
6.19	Naprężenia w trapezowym odlewie. Model bez tarcia	141
6.20	Naprężenia w trapezowym odlewie. Model z tarcie	141
6.21	Zdjęcie spękań w odlewie 2D - mieszanka PP50 0	142
6.22	Rozkład temperatury w bloku masywnym – mieszanka W50I	144
6.23	Rozkład temperatury w bloku masywnym – mieszanka W50II AW	144
6.24	Rozkład temperatury w bloku masywnym – mieszanka W50 II BVW	144
6.25	Rozkład temperatury w bloku masywnym – mieszanka W50 II BSW .	145
6.26	Rozkład temperatury w bloku masywnym – mieszanka W50 II BW .	145
6.27	Rozkład temperatury w bloku masywnym – mieszanka W50 VASW .	145
6.28	Rozkład temperatury w bloku masywnym – mieszanka DZ 0	146
6.29	Rozkład temperatury w bloku masywnym – mieszanka DZ 30	146
6.30	Rozkład temperatury w bloku masywnym – mieszanka DZ 30	146
6.31	Porównanie wyników modelu 3D z pomiarami - mieszanka DP 0	148
6.32	Porównanie wyników modelu 3D z pomiarami - mieszanka DP 0	148
6.33	Powierzchnie izotermiczne w bloku masywnym – mieszanka DP 0	150
6.34	Powierzchnie izotermiczne w bloku masywnym – mieszanka DP 0	150
6.35	Rozkład temperatury w dwóch przekrojach bloku masywnego - DP 0	151
6.36	Rozkład temperatury w dwóch przekrojach bloku masywnego - DP 0	151
6.37	Wymiary betonowego filaru	152
6.38	Dyskretyzacja przestrzenna betonowego filaru	154
6.39	Przebieg zmian temperatury w czasie w betonowym filarze	155
6.40	Rozkład temperatury w filarze po 36h od zabetonowania	156
6.41	Rozkład temperatury w filarze po 48h od zabetonowania	156
6.42	Rozkład temperatury w filarze po 120h od zabetonowania	157
6.43	Rozkład temperatury w filarze po 138,5h od zabetonowania	157
6.44	Rozkład temperatury w filarze po 167h od zabetonowania	158
6.45	Wpływ Θ_0 na temperaturę w chłodzonym obiekcie betonowym	161
6.46	Wpływ R na temperaturę w chłodzonym obiekcie betonowym	162
6.47	Front Pareto w przypadku mieszanki L 60 00 00	163
6.48	Front Pareto w przypadku mieszanki L 60 30 60	163
6.49	Ewolucja temperatury w chłodzonym walcu – mieszanka L 60 00 00 .	165
6.50	Ewolucja temperatury w chłodzonym walcu – mieszanka L 60 30 60 .	166

6.51	Wyznaczone parametry Θ_0 , s , Q i R dla mieszanki L 60 00 00	167
6.52	Wyznaczone parametry Θ_0 , s , Q i R dla mieszanki L 60 30 60	168
6.53	Czas wystąpienia temperatury maksymalnej vs zawartość popiołu W	171
6.54	Wpływ zawartości cementu na maksymalny przyrost temperatury . . .	171
6.55	$\max \Delta T$ jako funkcja czasu wystąpienia wartości maksymalnej	173
6.56	Wydzielone ciepło w funkcji zawartości klinkieru portlandzkiego	173
6.57	Wydzielone ciepło funkcji maksymalnego przyrostu temperatury	174
6.58	Wpływ zawartości kruszywa na maksymalny przyrost temperatury	174
6.59	Porównanie maksymalnych przyrostów temperatury 1D vs 3D	175
6.60	Porównanie maksymalnych przyrostów temperatury 1D vs 2D	175

Spis tablic

1.1	Skład chemiczny pięciu dostaw popiołu W z elektrowni w Bełchatowie	3
1.2	Szacunkowe wartości przewodności cieplnej dla betonów	9
1.3	Właściwości betonu użyte w uproszczonym modelu termomechanicznym	9
1.4	Wyznaczone wartości wydzielonego ciepła dla pięciu cementów	17
1.5	Współczynnik wymiany ciepła betonu z otoczeniem	24
2.1	Energia aktywacji dla różnych materiałów betonowych	37
2.2	Energia aktywacji dla różnych rodzajów cementu	37
3.1	Rozwiązanie problemu odwrotnego dla symulowanych danych	79
4.1	Typowe wartości parametrów w zagadnieniu chłodzenia	87
5.1	Skład eksperymentalnych cementów wieloskładnikowych	114
5.2	Skład mieszanek PB-1, PB-2 oraz PB-3	116
5.3	Skład mieszanek z serii L	116
5.4	Skład mieszanek o oznaczeniu W, DP oraz DZ	117
5.5	Skład mieszanek z serii T	118
5.6	Skład mieszanek o oznaczeniu P i PP	119
6.1	Seria T: parametry termiczne	170
6.2	Parametry termiczne twardniejących betonów w formach 3D	176

Literatura

- [1] U.S. Geological Survey. *Mineral Commodity Summaries 2014*. Spraw. tech. U.S. Geological Survey, 2014.
- [2] U.S. Geological Survey. *Mineral Commodity Summaries 2013*. Spraw. tech. U.S. Geological Survey, 2013.
- [3] Stowarzyszenie Producentów Cementu. *Wyniki przemysłu cementowego w Polsce*. 2013. URL: <http://polskicement.pl/Wyniki-59> (term. wiz. 13.06.2014).
- [4] A. Garbacik i in. „Założenia Projektu Strukturalnego Programu Operacyjnego »Innowacyjna Gospodarka Innowacyjne spoiwa cementowe i betony z wykorzystaniem popiołu lotnego wapiennego«”. W: *Energia i środowisko w technologiach materiałów budowlanych, ceramicznych, szklarskich i ogniotrwałych*. Instytut Śląski. Warszawa–Opole, 2010, 173–185.
- [5] G. Knor, J. Holnicki-Szulc i M. A. Glinicki. „Determination of Thermal Properties of Hardening Concrete Containing High Calcium Fly Ash”. W: *Structural Faults + Repair-2012*. University of Edinburgh. 2012, 1–10.
- [6] A. Garbacik. *Zmienność jakości popiołów i ich przydatności z uwagi na wymagania technologii cementu i betonu*. Spraw. tech. POIG 01.01.02.-24-005/09. ICiMB Kraków, grud. 2010.
- [7] ACI Committee 207. *Report on Thermal and Volume Change Effects on Cracking of Mass Concrete*. Spraw. tech. American Concrete Institute, 2007.
- [8] ACI Committee 207. *Mass Concrete*. Spraw. tech. American Concrete Institute, 1997.
- [9] ACI Committee 207. *Cooling and Insulating Systems for Mass Concrete*. Spraw. tech. American Concrete Institute, 1998.
- [10] P. Witakowski. „Technologia budowy konstrukcji masywnych z betonu”. W: *XIII Konferencja Naukowa „Metody Komputerowe w Projektowaniu i Analizie Konstrukcji Hydrotechnicznych”–Korbielów*. Polski Związek Inżynierów i Techników Budowlanych. 2001, 253–264.
- [11] M. Bellis. *The History of Concrete and Cement*. URL: <http://inventors.about.com/library/inventors/blconcrete.htm> (term. wiz. 09.01.2014).
- [12] A. Nagy. „Simulation of thermal stress in reinforced concrete at early ages with a simplified model”. W: *Materials and Structures* 30.3 (1997), 167–173.

- [13] H. Hens. *Applied Building Physics: Boundary Conditions, Building Performance and Material Properties*. Berlin: John Wiley & Sons INC., 2011.
- [14] B. Bader i T. Kolda. „Efficient MATLAB computations with sparse and factored tensors”. W: *SIAM Journal on Scientific Computing* 30.1 (2008), 205–231.
- [15] Association Française de Normalisation. *Binders measurement of hydration heat of cements by means of semi-adiabatic calorimetry (Langavant Method) AFNOR NF P 15-436*. 1983.
- [16] RILEM. *TC 119-TCE: Avoidance of Thermal Cracking in Concrete at Early Ages*. Materials and Structures. RILEM, 1997, 451–464.
- [17] G. Knor i in. „Influence of calcareous fly ash on the temperature of concrete in massive elements during the first 72 hours of hardening”. W: *Roads and Bridge* 13.1 (2013), 113–126.
- [18] P. Witakowski. *Termodynamiczna teoria dojrzewania, zastosowanie do konstrukcji masywnych z betonu*. 1 wyd. Prace Naukowe Politechniki Krakowskiej. Kraków: Politechnika Krakowska, 1998.
- [19] Y. Ballim i P.C. Graham. „A maturity approach to the rate of heat evolution in concrete”. W: *Magazine of Concrete Research* 55.3 (2003), 249–256.
- [20] Z. Ranachowski i in. *Sposób trzydobowego pomiaru ciepła twardnienia betonów i urządzenie do trzydobowego pomiaru ciepła twardnienia betonów*. PL Patent App. 399,026. 2012.
- [21] L. Vozár. „A computer-controlled apparatus for thermal conductivity measurement by the transient hot wire method”. W: *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry* 46.2 (1996), 495–505.
- [22] D. Mikulić, B. Milovanović i I. Gabrijel. „Analysis of thermal properties of cement paste during setting and hardening”. W: *Proceedings of International Symposium on Nondestructive Testing of Materials and Structures*. Istambul, 2011, 465–471.
- [23] S.B. Tatro. „Thermal Properties”. W: *Significance of tests and properties of concrete and concrete making materials*. Wyed. J.F. Lamond i J.H. Pielert. T. 169. Bridgeport: Astm International, 2006, 226–237.
- [24] K.A. Paine, R. Dhir i L. Zheng. „Predicting early-age temperatures of blended-cement concrete”. W: *Construction Materials* 159.CM4 (2006), 163–170.
- [25] B. Klemczak. *Modelowanie efektów termiczno-wilgotnościowych i mechanicznych w betonowych konstrukcjach masywnych*. 1 wyd. Gliwice: Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, 2008.
- [26] W. Kiernożycki. *Betonowe konstrukcje masywne. Teoria, wymiarowanie, realizacja*. 1 wyd. Kraków: Polski Cmentet, 2003.
- [27] D.P. Bentz i in. „Thermal properties of high-volume fly ash mortars and concretes”. W: *Journal of Building Physics* 34.3 (2011), 263–275.
- [28] P.K. Mehta i P.J.M. Monteiro. *Concrete: Microstructure, Properties, and Materials*. 3 wyd. New York: McGraw-Hill, 2005.

- [29] M. Liwu i D. Min. „Thermal behavior of cement matrix with high-volume mineral admixtures at early hydration age”. W: *Cement and Concrete Research* 36.10 (2006), 1992–1998.
- [30] P. Choktaweekarn, W. Saengsoy i S. Tangtermsirikul. „A model for predicting thermal conductivity of concrete”. W: *Magazine of Concrete Research* 61 (4 2009), 271–280.
- [31] D. Campbell-Allen i C.P. Thorne. „The thermal conductivity of concrete”. W: *Magazine of Concrete Research* 15 (43 1963), 39–48.
- [32] K.H. Kim i in. „An experimental study on thermal conductivity of concrete”. W: *Cement and Concrete Research* 33.3 (2003), 363–371.
- [33] D.P. Bentz. „A review of early-age properties of cement-based materials”. W: *Cement and Concrete Research* 38.2 (2008). Special Issue – The 12th International Congress on the Chemistry of Cement. Montreal, Canada, July 8-13 2007, 196–204.
- [34] G. De Schutter. „Finite element simulation of thermal cracking in massive hardening concrete elements using degree of hydration based material laws”. W: *Computers & Structures* 80.27–30 (2002), 2035–2042.
- [35] G. Bertagnoli, G. Mancini i F. Tondolo. „Numerical modelling of early-age concrete hardening”. W: *Magazine of Concrete Research* 61.4 (2009), 299–306.
- [36] J. Ruiz i in. „Concrete temperature modeling and strength prediction using maturity concepts in the FHWA HIPERPAV software”. W: *7th international conference on concrete pavements*. International Society for Concrete Pavements. Orlando, 2001, 97–111.
- [37] M. Arndt, K. Lipus i A. Becker. „Method performance study on heat of hydration determination of cement by heat conduction calorimetry”. W: *The First International Proficiency Testing Conference*. Sinaia, Rumunia, 2007, 268–275.
- [38] P. Mounanga, A. Khelidj i G. Bastian. „Experimental study and modelling approaches for the thermal conductivity evolution of hydrating cement paste”. W: *Advances in Cement Research* 16 (3 2004), 95–103.
- [39] G. Knor, M. A. Glinicki i J. Holnicki-Szulc. „Determination of thermal properties of hardening concrete by means of inverse problem solution”. W: *Roads and Bridges - Drogi i Mosty* 4.11 (2012), 281–294.
- [40] G. Knor i J. Holnicki-Szulc. „Identify heat of hardening and transient thermal properties in concrete structures”. W: *ECCOMAS Thematic Conference on Smart Structures and Materials - SMART11*. Saarland University. 2011, 87–94.
- [41] Z. Waszczyszyn i L. Ziemiański, red. *Proceedings of the ECCOMAS International Symposium on Inverse Problems in Mechanics of Structures and Materials*. 1 wydr. Rzeszów: Oficyna Wydaw. Politechniki Rzeszowskiej, 2009.

- [42] A. Hasanov i D. Lesnic. „Proceedings of the 5th International Conference on Inverse Problems: Modeling and Simulation, May 24th-29th, 2010, held in Antalya, Turkey”. W: *Inverse Problems in Science and Engineering* 19.5 (2011).
- [43] M.N. Özisik i H.R.B. Orlande. *Inverse Heat Transfer: Fundamentals and Applications*. 1 wydr. New York: Taylor & Francis, 2000.
- [44] K. Kurpisz i A.J. Nowak. *Inverse Thermal Problems*. 1 wydr. WIT Press, 1995.
- [45] J.V. Beck, B. Blackwell i C.R. St Clair Jr. *Inverse Heat Conduction*. 1 wydr. New York: Wiley, 1985.
- [46] A.N. Tichonow. „Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method”. W: *Doklady Akademii Nauk SSSR* 151 (1963), 501–504.
- [47] I. Białobrzewski. „Determination of the heat transfer coefficient by inverse problem formulation during celery root drying”. W: *Journal of Food Engineering* 74.3 (2006), 383–391.
- [48] J.Y. Liu, W.T. Simpson i S.P. Verrill. „An inverse moisture diffusion algorithm for the determination of diffusion coefficient”. W: *Drying Technology* 19.8 (2001), 1555–1568.
- [49] S.K. Kim i in. „Inverse estimation of thermophysical properties for anisotropic composite”. W: *Experimental Thermal and Fluid Science* 27.6 (2002), 697–704.
- [50] Z. Waszczyszyn i L. Ziemiański. „Neural Networks in the Identification Analysis of Structural Mechanics Problems”. W: *Parameter Identification of Materials and Structures*. Wyed. Z. Mróz i G.E. Stavroulakis. T. 469. CISM International Centre for Mechanical Sciences. Springer Vienna, 2005, 265–340.
- [51] Ł Jankowski. „Off-line identification of dynamic loads”. W: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 37.6 (2009), 609–623.
- [52] Ł Jankowski. *Dynamic load identification for structural health monitoring*. Warsaw: IPPT PAN, 2013.
- [53] B. Czél i G. Gróf. „Inverse identification of temperature-dependent thermal conductivity via genetic algorithm with cost function-based rearrangement of genes”. W: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 55.15–16 (2012), 4254–4263.
- [54] B. Czél i G. Gróf. „Simultaneous Identification of Temperature-Dependent Thermal Properties via Enhanced Genetic Algorithm”. W: *International Journal of Thermophysics* 33.6 (2012), 1023–1041.
- [55] N. Ukrainczyk. „Thermal diffusivity estimation using numerical inverse solution for 1D heat conduction”. W: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 52.25 (2009), 5675–5681.

- [56] W.M. Chirdon, W. Aquino i K.C. Hover. „A method for measuring transient thermal diffusivity in hydrating Portland cement mortars using an oscillating boundary temperature”. W: *Cement and Concrete Research* 37 (2007), 680–690.
- [57] S.W. Phillips, W. Aquino i W.M. Chirdon. „Simultaneous Inverse Identification of Transient Thermal Properties and Heat Sources Using Sparse Sensor Information”. W: *Journal of Engineering Mechanics* 133 (2007), 1341–1351.
- [58] J.J. O’Donnell i E.J. O’Brien. „A new methodology for determining thermal properties and modelling temperature development in hydrating concrete”. W: *Construction and Building Materials* 17.3 (2003), 189–202.
- [59] V. Granville, M. Krivanek i J.P. Rasson. „Simulated annealing: A proof of convergence”. W: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 6.16 (1994), 652–656.
- [60] Inc. The MathWorks. *MATLAB: Global Optimization Toolbox User’s Guide*. 2013.
- [61] R. Hooke i T.A. Jeeves. „»Direct search«solution of numerical and statistical problems”. W: *Journal of the Association for Computing Machinery (ACM)* 8.2 (1961), 212–229.
- [62] Ch. Audet i J.E. Dennis Jr. „Analysis of Generalized Pattern Searches”. W: *SIAM Journal on Optimization* 13.3 (2003), 889–903.
- [63] J. Wang i in. „Function estimation with Alifanov’s iterative regularization method in linear and nonlinear heat conduction problems”. W: *Applied Mathematical Modelling* 26.11 (2002), 1093–1111.
- [64] U. Tautenhahn. „Lavrentiev regularization of nonlinear ill-posed problems”. W: *Vietnam Journal of Mathematics* 32 (2004), 29–41.
- [65] P.K. Lamm. „Future-Sequential Regularization Methods for III-Posed Volterra Equations: Applications to the Inverse Heat Conduction Problem”. W: *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 195.2 (1995), 469–494.
- [66] A. Ilc i in. „New numerical procedure for the prediction of temperature development in early age concrete structures”. W: *Automation in Construction* 18.6 (2009), 849–855.
- [67] H. Binici i in. „Genetic expression programming for prediction of heat of hydration of the blended cements”. W: *Scientific Research and Essay* 4 (2009), 141–151.
- [68] A. Loukili i in. „A new approach to determine autogenous shrinkage of mortar at an early age considering temperature history”. W: *Cement and Concrete Research* 30.6 (2000), 915–922.
- [69] G. Knor. „Monitorowanie obciążeń i stanu technicznego konstrukcji mostowych”. W: IPPT PAN, 2014. Rozd. Modelowanie procesu twardnienia betonu, 225–239.

- [70] C.Y. Chang i S.S. Hung. „Implementing RFIC and sensor technology to measure temperature and humidity inside concrete structures”. W: *Construction and Building Materials* 26.1 (2012), 628–637.
- [71] A. Norris, M. Saafi i P. Romine. „Temperature and moisture monitoring in concrete structures using embedded nanotechnology/microelectromechanical systems (MEMS) sensors”. W: *Construction and Building Materials* 22.2 (2008), 111–120.
- [72] J.C. Cardozo da Silva i in. „Dynamic analysis and temperature measurements of concrete cantilever beam using fibre Bragg gratings”. W: *Optics and Lasers in Engineering* 45.1 (2007), 88–92.
- [73] M. Azenha, R. Faria i H. Figueiras. „Thermography as a technique for monitoring early age temperatures of hardening concrete”. W: *Construction and Building Materials* 25.11 (2011), 4232–4240.
- [74] L.M. Snell i M.A. Cheek. „Estimating fresh concrete temperatures”. W: *Concrete international* June (2006), 49–52.
- [75] M.Y.H. Bangash. *Manual of numerical methods in concrete: modelling and applications validated by experimental and site-monitoring data*. Thomas Telford, 2001.
- [76] P. Stroeven i J. Hu. „ITZ’s structural evolution during hydration in model concrete”. W: *Magazine of Concrete Research* 61 (5 2009), 371–377.
- [77] D.P. Bentz. *CEMHYD3D: A Three-Dimensional Cement Hydration and Microstructure Development Modeling Package. Version 3.0*. Spraw. tech. National Institute of Standards i Technology, 2005.
- [78] J.S. Dolado i K. van Breugel. „Recent advances in modeling for cementitious materials”. W: *Cement and Concrete Research* 41.7 (2011). Special Issue: 13th International Congress on the Chemistry of Cement, 711–726.
- [79] S. Swaddiwudhipong, D. Chen i M.H. Zhang. „Simulation of the exothermic hydration process of Portland cement”. W: *Advances in Cement Research* 14 (2 2002), 61–69.
- [80] Y.X. Zhang, D.H. Huang i H.C. Liu. „Solution precision of concrete temperature fields with finite difference method”. W: *Journal of Shanghai University (English Edition)* 12.4 (2008), 302–305.
- [81] S.H. Chen, P.F. Su i I. Shahrour. „Composite element algorithm for the thermal analysis of mass concrete: Simulation of lift joint”. W: *Finite Elements in Analysis and Design* 47.5 (2011), 536–542.
- [82] B. Klemczak i S. Majewski. „Numerical and experimental tests of concrete members at early age”. W: *International RILEM Symposium on Concrete Science and Engineering: A Tribute to Arnon Bentur*. RILEM. Evanston, Illinois, 2004, 363–382.

- [83] P. Witakowski. „Technologia betonowania i pielęgnacja betonu na budowie Mostu Świętokrzyskiego w Warszawie”. W: *Prace Instytutu Techniki Budowlanej* 128.4 (2003), 3–33.
- [84] D.P. Bentz. *Computer Model to Predict the Surface Temperature and Time-of-Wetness of Concrete Pavements and Bridge Decks*. Spraw. tech. National Institute of Standards i Technology, 2000.
- [85] Y. Ballim i P.C. Graham. *A numerical model for predicting time-temperature profiles in concrete structures due to the heat of hydration of cementitious materials*. Spraw. tech. Cape Town: School of Civil i Environmental Engineering, University of the Witwatersrand, 2004.
- [86] Y. Ballim. „A numerical model and associated calorimeter for predicting temperature profiles in mass concrete”. W: *Cement and Concrete Composites* 26.6 (2004), 695–703.
- [87] Y. Wu i R. Luna. „Numerical implementation of temperature and creep in mass concrete”. W: *Finite Elements in Analysis and Design* 37.2 (2001), 97–106.
- [88] Z. Yunchuan i in. „Simulation Analysis of Mass Concrete Temperature Field”. W: *Procedia Earth and Planetary Science* 5.0 (2012). 2012 International Conference on Structural Computation and Geotechnical Mechanics (SCGM 2012), 5–12.
- [89] G. De Schutter i L. Taerwe. „General hydration model for portland cement and blast furnace slag cement”. W: *Cement and Concrete Research* 25.3 (1995), 593–604.
- [90] M. Azenha, R. Faria i D. Ferreira. „Identification of early-age concrete temperatures and strains: Monitoring and numerical simulation”. W: *Cement and Concrete Composites* 31.6 (2009), 369–378.
- [91] C. Qian i in. „Simultaneous heat and moisture transfer in concrete with time-dependent boundary conditions”. W: *Magazine of Concrete Research* 60.10 (2008), 725–733.
- [92] R. de Borst i A.H. van den Boogaard. „Finite-Element Modeling of Deformation and Cracking in Early-Age Concrete”. W: *Journal of Engineering Mechanics* 120.12 (1994), 2519–2534.
- [93] J. Kurzawa i W. Kiernożycki. *Uwarunkowania technologiczne w procesie realizacji elementów i konstrukcji masywnych z betonu*. 1 wydr. T. 441. Prace Naukowe Politechniki Szczecińskiej. Szczecin: Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecińskiej, 1991.
- [94] J. Yang i in. „Thermal analysis of mass concrete embedded with double-layer staggered heterogeneous cooling water pipes”. W: *Applied Thermal Engineering* 35.0 (2012), 145–156.

- [95] T. Apel i T. Flaig. „Simulation and mathematical optimization of the hydration of concrete for avoiding thermal cracks”. W: *18th International Conference on the Application of Computer Science and Mathematics in Architecture and Civil Engineering*. Bauhaus University. Weimar, 2009.
- [96] A.P. Epifanov i in. „Heat transfer of concrete through external surfaces”. W: *Hydrotechnical Construction* 8.5 (1974), 438–440.
- [97] Y. Lee i in. „Experimental study on the convective heat transfer coefficient of early-age concrete”. W: *Cement and Concrete Composites* 31.1 (2009), 60–71.
- [98] P. Woyciechowski i A. Chudan. „Metody i środki pielęgnacji betonu w formach i »in situ«”. W: *XVII Ogólnopolska Konferencja Warsztat Pracy Projektanta Konstrukcji*. Ustroń, 2002, 143–183.
- [99] P.J. Uno. „Plastic Shrinkage Cracking and Evaporation Formulas”. W: *ACI MATERIALS JOURNAL* 95.4 (1998), 365–375.
- [100] ACI Committee. *Hot weather concreting*. Spraw. tech. American Concrete Institute, 2000.
- [101] C. Cesaraccio i in. „An improved model for determining degree-day values from daily temperature data”. W: *Int. J. Biometeorol.* 45 (2001), 161–169.
- [102] P. Witakowski. „Monitorowanie Stanu Termicznego Konstrukcji Betonowych Podczas Budowy i Dojrzewania”. W: *XIV Konferencja Naukowa-Korbielów*. Polski Związek Inżynierów i Techników Budowlanych. 2002, 51–65.
- [103] F.A. Oluokun, E.G. Burdette i J.H. Deatheridge. „Early-Age Concrete Strength Prediction by Maturity - Another Look”. W: *Materials Journal* 87.6 (1990), 565–572.
- [104] J. Gajda i M. Vangeem. „Controlling temperatures in mass concrete”. W: *Concrete international* January (2002), 52–59.
- [105] A.M. Brandt. „Beton jako materiał osłon w budownictwie związanym z energią jądrową”. W: *Cement, Wapno Beton* 2 (2013), 115–136.
- [106] B. Klemczak i A. Knoppik-Wróbel. „Ocena ryzyka wystąpienia wczesnych rys termiczno-skurczowych w betonowych ścianach obudów reaktorów atomowych”. W: *XXVI Konferencja Naukowo-Techniczna „Awarie Budowlane”*. Szczecin-Międzyzdroje, 2013, 825–832.
- [107] F. Benboudjema i J.M. Torrenti. „Early-age behaviour of concrete nuclear containments”. W: *Nuclear Engineering and Design* 238.10 (2008), 2495–2506.
- [108] K.J. Folliard. *Specifications for Implementing Concrete Works*. Spraw. tech. Center for Transportation Research The University of Texas at Austin, 2010.
- [109] K.J. Folliard i in. *Prediction Model for Concrete Behavior - Final Report*. Spraw. tech. Center for Transportation Research The University of Texas at Austin, 2007.
- [110] C. Meeks i K.J. Folliard. *Concrete Works Implementation: Final Report*. Spraw. tech. Center for Transportation Research The University of Texas at Austin, 2011.

- [111] Y.F. Fu i in. „Numerical tests of thermal cracking induced by temperature gradient in cement-based composites under thermal loads”. W: *Cement and Concrete Composites* 29.2 (2007), 103–116.
- [112] J. Charpin i in. *Piped water cooling of concrete dams*. Spraw. tech. Cement and Concrete Institute University of the Witwatersrand, 2004.
- [113] D.C. Lawrence. „Physiochemical and mechanical properties of Portland cement”. W: *LEA's Chemistry of Cement Concrete*. Wyed. P.C. Hewlett. 4 wydr. Oxford: Butterworth & Heineman, 1998.
- [114] Concrete Society. *Construction Cracks in Concrete*. Spraw. tech. 22. The Concrete Society, 1985.
- [115] A.M. Neville. *Właściwości betonu*. 5 wydr. Kraków: Stowarzyszenie Producentów Cementu, 2012.
- [116] B. Zhu. *Thermal Stresses and Temperature Control of Mass Concrete*. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2014.
- [117] W. Beaver. „Liquid Nitrogen for Concrete Cooling”. W: *Concrete International* 26.9 (2004), 93–95.
- [118] S. Ahmad, S. Iqbal i I.A. Bukhari. „Controlling temperatures in mass concrete”. W: *34th Conference on Our World in Concrete & Structures*. Singapore, 2009.
- [119] Wikimedia Commons. *Hoover dam from air*. 2005. URL: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hoover_dam_from_air.jpg.
- [120] T.G. Myers, N.D. Fowkes i Y. Ballim. „Modeling the Cooling of Concrete by Piped Water”. W: *Journal of Engineering Mechanics* 135 (2009), 1375–1383.
- [121] H. Hedlund i P. Groth. „Air cooling of concrete by means of embedded cooling pipes—Part I: Laboratory tests of heat transfer coefficients”. W: *Materials and Structures* 31.5 (1998), 329–334.
- [122] P. Groth i H. Hedlund. „Air cooling of concrete by means of embedded cooling pipes—Part II: Application in design”. W: *Materials and Structures* 31.6 (1998), 387–392.
- [123] Z. Zuo i in. „Data Mining of the Thermal Performance of Cool-Pipes in Massive Concrete via In-Situ Monitoring”. W: *Mathematical Problems in Engineering* (2014), 1–15.
- [124] J.K. Kim, K.H. Kim i J.K. Yang. „Thermal analysis of hydration heat in concrete structures with pipe-cooling system”. W: *Computers & Structures* 79.2 (2001), 163–171.
- [125] M. Jiaxuan. „A Combined Method of Theoretic and Numerical Solutions for Pipe Cooling in Concrete Dams”. W: *Journal of Hydroelectric Engineering* 29.4 (1998), 31–41.
- [126] B. Zhu. „Effect of Cooling by Water Flowing in Nonmetal Pipes Embedded in Mass Concrete”. W: *Journal of Construction Engineering and Management* 125.1 (1999), 61–68.

- [127] B. Zhu i C. Jianbo. „Finite Element Analysis of Effect of Pipe Cooling in Concrete Dams”. W: *Journal of Construction Engineering and Management* 115.4 (1989), 487–498.
- [128] N.D. Fowkes i A.P. Bassom. „Piped water cooling of concrete: An exercise in scaling”. W: *Australasian Journal of Engineering Education* 15.2 (2009), 51–57.
- [129] S.H. Chen, P. Su i I. Shahrour. „Composite element algorithm for the thermal analysis of mass concrete: Simulation of cooling pipes”. W: *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow* 21 (4 2011), 434–447.
- [130] G. Knor i J. Holnicki-Szulc. „Numerical Modeling of Hardening and Cooling of Concrete Structures”. W: *38th Solid Mechanics Conference*. Institute of Fundamental Technological Research. 2012, 288–289.
- [131] G. Knor i J. Holnicki-Szulc. „Identification, modeling and control of temperature fields in concrete structures”. W: *Twin Covilhã International Conferences, The 2nd International Conference on Civil Engineering Towards a Better Environment*. CI-PREMIER PTE LTD. 2013, 179–192.
- [132] G. Knor. „Numerical simulations of hardening and cooling of the early-age concrete”. W: *IPPT Reports on Fundamental Technological Research* 47.4 (2013), 11–18.
- [133] A. Kairouz. *Massive concrete placements*. 20 grud. 2011. URL: <http://google.com/search?q=rQpk2k> (term. wiz. 25.03.2014).
- [134] N.Y. Mostafa i P.W. Brown. „Heat of hydration of high reactive pozzolans in blended cements: Isothermal conduction calorimetry”. W: *Thermochimica Acta* 435.2 (2005), 162–167.
- [135] J. Feld i K.L. Carper. *Construction Failure*. 2 wydr. New York: John Wiley & Sons, 1997, 242–245.
- [136] V. Waller i in. „Using the maturity method in concrete cracking control at early ages”. W: *Cement and Concrete Composites* 26.5 (2004), 589–599.
- [137] J.E. Jonasson i A. Retelius. „Zastosowanie metody wskaźnika dojrzałości do oceny rozwoju wytrzymałości betonu na ściskanie”. W: *Drogi i Mosty* 10.3 (2011), 23–37.
- [138] R.W. Nurse. „Steam curing of Concrete”. W: *Magazine of Concrete Research* 1.2 (1949), 79–88.
- [139] Sucbao i in. *Building Collapse Cases/Skyline Plaza at Bailey’s Crossroad – MatDL: Failure Cases*. 2012. URL: http://matdl.org/failurecases/Building_Collapse_Cases/Skyline_Plaza_at_Bailey%27s_Crossroad (term. wiz. 31.03.2014).
- [140] N.J. Carino i H.S. Lew. „The Maturity Method: From Theory to Application”. W: *Structures 2001: A Structural Engineering Odyssey*. American Society of Civil Engineers. Washington, 2001, 1–19.

- [141] S.G. Bergström. „Curing temperature, age and strength of concrete”. W: *Magazine of concrete research* 5.14 (1953), 61–66.
- [142] E. Rastrup. „Heat of hydration in concrete”. W: *Magazine of concrete research* 6.17 (1954), 79–92.
- [143] S. Röhling. *Zwangsspannungen infolge Hydratationswärme*. Düsseldorf: Verlag Bau+Technik, 2005.
- [144] Freiesleben H.P. i E.J. Pedersen. „Maturity computer for controlled curing and hardening of concrete”. W: *Nord. Betong* 1.19 (1977), 21–25.
- [145] L. D’Aloia i G. Chanvillard. „Determining the »apparent« activation energy of concrete: E_a —numerical simulations of the heat of hydration of cement”. W: *Cement and Concrete Research* 32.8 (2002), 1277–1289.
- [146] H.P. Freiesleben i E.J. Pedersen. *Curing of concrete structures*. BKI, 1984.
- [147] A.K. Schindler. „Effect of temperature on hydration of cementitious materials”. W: *ACI Materials Journal* 101.1 (2004), 72–81.
- [148] J.E. Jonasson, P. Groth i H. Hedlund. „Modeling of temperature and moisture field in concrete to study early age movements as a basis for stress analysis”. W: *International Symposium Thermal Cracking in Concrete at Early Ages*. RILEM. Munich, 1994, 45–52.
- [149] N.J. Carino i R.C. Tank. „Maturity Function for Concretes Made With Various Cements and Admixtures”. W: *ACI Materials Journal* 89.2 (1992), 188–196.
- [150] W. Lerch i C.L. Ford. „Long-Time Study of Cement Performance in Concrete: Chapter 3. Chemical and Physical Tests of the Cements”. W: *Journal of the American Concrete Institute* 19.8 (1948), 745–795.
- [151] S. Wiśniewski i T. Wiśniewski. *Wymiana ciepła*. 7 wydr. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 2012.
- [152] R.J. Hartranft i G.C. Sih. „The influence of the Soret and Dufour effects on the diffusion of heat and moisture in solids”. W: *International Journal of Engineering Science* 18 (1980), 1375–1383.
- [153] C.E. Majorana, V. Salomoni i B.A. Schrefler. „Hygrothermal and mechanical model of concrete at high temperature”. W: *Materials and Structures* 31.6 (1998), 378–386.
- [154] K.K. Lee. „Evaluation of concrete behavior under high temperature”. Prac. dokt. University of Colorado, 2008.
- [155] Z.P. Bažant i W. Thonguthai. „Pore pressure and drying of concrete at high temperature”. W: *Journal of the Engineering Mechanics Division* 104.5 (1978), 1059–1079.
- [156] B. Staniszewski. *Termodynamika*. PWN, 1969.

- [157] G.A. Korn i T.M. Korn. *Mathematical handbook for scientists and engineers: definitions, theorems, and formulas for reference and review*. Courier Dover Publications, 2000.
- [158] H.S. Lee i in. „A MATLAB method of lines template for transport equations”. W: *Environmental Modelling & Software* 19.6 (2004), 603–614.
- [159] S. Hamdi, W.E. Schiesser i G.W. Griffiths. „Method of lines”. W: *Scholarpedia* 2.(7):2859 (2007).
- [160] W.A. Strauss. *Partial Differential Equations: An Introduction*. 2 wydr. New York: Wiley, 2007.
- [161] R. Courant, K. Friedrichs i H. Lewy. „On the Partial Difference Equations of Mathematical Physics.” W: *IBM J.* 11 (1967), 215–234.
- [162] J. M. Hyman. „Adaptive moving mesh methods for partial differential equations”. W: *Advances in Reactor Computations* (1983), 24–43.
- [163] J. Szargut. *Modelowanie numeryczne pól temperatury*. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1992.
- [164] L. F. Shampine i M. W. Reichelt. „The MATLAB ODE Suite”. W: *SIAM Journal on Scientific Computing* 18 (1997), 1–22.
- [165] Ch. W. Gear. „The simultaneous numerical solution of differential–algebraic equations”. W: *IEEE Trans. Circuit Theory* 18 (1971), 89–95.
- [166] F. A. Bornemann. „An Adaptive Multilevel Approach to Parabolic Equations. II. Variable-Order Time Discretization Based on a Multiplicative Error Correction”. W: *IMPACT of Comput. in Sci. and Engrg.* 3 (2 1991), 93–122.
- [167] S. Brenner i R.L. Scott. *The Mathematical Theory of Finite Element Methods*. 2 wydr. New York: Springer, 2005.
- [168] R. W. Lewis, P. Nithiarasu i K. Seetharamu. *Fundamentals of the Finite Element Method for Heat and Fluid Flow*. Chichester: John Wiley & Sons INC., 2004.
- [169] M. A. Bhatti. *Fundamental Finite Element Analysis and Applications: with Mathematica and MATLAB Computations*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons INC., 2005.
- [170] Y.X. Wang i J.M. Wen. „Gear Method for Solving Differential Equations of Gear Systems”. W: *J. Phys.: Conf. Ser.* 48 (2006), 143–148.
- [171] P.O. Persson i Strang G. „A Simple Mesh Generator in MATLAB”. W: *SIAM Review* 2.46 (2004), 329–345.
- [172] B. Delaunay. „Sur la sphère vide”. W: *Izvestia Akademii Nauk SSSR, Otdelenie Matematicheskikh i Estestvennykh Nauk* 7 (1934), 793–800.
- [173] E. Holzbecher i H. Si. „Accuracy Tests for COMSOL and Delaunay Meshes”. W: *European COMSOL Conference Hannover*. 2008, 1–7.

- [174] M. Melonek. „Porównanie wyników weryfikacji modeli numerycznych prognoz pogody działających operacyjnie w ICM”. W: *Infrastruktura i Ekologia Terenów Wiejskich* 6 (2011), 31–42.
- [175] T. Strzelecki, S. Kostecki i S. Żak. *Modelowanie przepływów przez ośrodki porowate*. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, 2008.
- [176] M.A. Presley. „What Can Thermal Inertia Do for You?” W: *33rd Annual Lunar and Planetary Science Conference, Houston, Texas*. 2002, 1–2.
- [177] W. Jackiewicz-Rek i P. Łukowski. „Wpływ podwyższonej temperatury cementu na właściwości zapraw”. W: *Konferencja Naukowo-Techniczna Zagadnienia materiałowe w inżynierii lądowej - MATBUD'2011*. Politechnika Krakowska. 2011, 185–193.
- [178] M.A. Abramson. „Pattern Search Filter Algorithms for Mixed Variable General Constrained Optimization Problems”. Prac. dokt. Department of Computational i Applied Mathematics, Rice University, 2002.
- [179] T.G. Kolda, R.M. Lewis i V. Torczon. „Optimization by direct search: new perspectives on some classical and modern methods”. W: *SIAM Review* 45.3 (2003), 385–482.
- [180] T.G. Kolda, R.M. Lewis i V. Torczon. *A generating set direct search augmented Lagrangian algorithm for optimization with a combination of general and linear constraints*. Spraw. tech. SAND2006-5315. Sandia National Laboratories, sierp. 2006.
- [181] K. Levenberg. „A Method for the Solution of Certain Non-Linear Problems in Least Squares”. W: *Quarterly of Applied Mathematics* 2 (1944), 164–168.
- [182] D.E. Goldberg. *Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning*. 1 wydr. Boston: Addison-Wesley, 1989.
- [183] J. Kennedy i R. Eberhart. „Particle Swarm Optimization”. W: *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks IV*. 1995, 1942–1948.
- [184] L. Ingber. „Adaptive simulated annealing (ASA): Lessons learned on »Simulated Annealing Applied to Combinatorial Optimization.«” W: *Polish Journal Control and Cybernetics* 25.1 (1995), 33–54.
- [185] S. Le Digabel. „Algorithm 909: NOMAD: Nonlinear Optimization with the MADS algorithm”. W: *ACM Transactions on Mathematical Software* 37.4 (2011), 1–15.
- [186] C. Bogani, M.G. Gasparo i A. Papini. „Generalized Pattern Search methods for a class of nonsmooth optimization problems with structure”. W: *Journal of Computational and Applied Mathematics* 229.1 (2009), 283–293.
- [187] R.M. Lewis, Anne Shepherd i Virginia Torczon. „Implementing generating set search methods for linearly constrained minimization”. W: *SIAM Journal on Scientific Computing* 29.6 (2007), 2507–2530.
- [188] M.A. Abramson i in. „ORTHOMADS: A deterministic MADS instance with orthogonal directions”. W: *SIAM Journal on Optimization* 20.2 (2009), 948–966.

- [189] J.A. Nelder i R. Mead. „A Simplex Method for Function Minimization”. W: *The Computer Journal* 7.4 (1965), 308–313.
- [190] A.R. Conn, N.I.M. Gould i Ph.L. Toint. „A Globally Convergent Augmented Lagrangian Barrier Algorithm for Optimization with General Inequality Constraints and Simple Bounds”. W: *Mathematics of Computation* 66.217 (1997), 261–288.
- [191] A.R. Conn, N.I.M. Gould i Ph.L. Toint. „A Globally Convergent Augmented Lagrangian Algorithm for Optimization with General Constraints and Simple Bounds”. W: *SIAM Journal on Numerical Analysis* 28.2 (1991), 545–572.
- [192] A. Polak i J. Mroczka. „Regularyzacja identyfikacji obiektów złożonych opisanymi modelami nieliniowymi”. W: *Pomiary, Automatyka, Kontrola* 9 (2007), 190–193.
- [193] J. Gołaszewski i in. *Opracowanie wytycznych technicznych stosowania cementów powszechnego użytku z udziałem popiołu lotnego wapiennego oraz stosowania tego rodzaju popiołów jako dodatku typu II do betonów*. Spraw. tech. Politechnika Śląska w Gliwicach, 2013.
- [194] R.G. Burg. *The Influence of Casting and Curing Temperature on the Properties of Fresh and Hardened Concrete*. 1 wyd. Skokie, IL: Portland Cement Association, 1996.
- [195] J. Holman. *Heat Transfer*. McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering. McGraw-Hill Science/Engineering/Math, 2009.
- [196] T.L. Bergman i in. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. 7 wyd. Hoboken, NJ: Wiley, 2011.
- [197] R.H.S. Winterton. „Where did the Dittus and Boelter equation come from?” W: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 41.4–5 (1998), 809–810.
- [198] C. Audet, G. Savard i W. Zghal. „Multiobjective Optimization Through a Series of Single-Objective Formulations”. W: *SIAM Journal on Optimization* 19.1 (2008), 188–210.
- [199] J. I. Escalante-Garcia i J.H. Sharp. „The effect of temperature on the early hydration of Portland cement and blended cements”. W: *Advances in Cement Research* 12 (3 2000), 121–130.
- [200] A.M. Brandt i in. *Technika identyfikacji procesu transportu ciepła w twardniejących elementach betonowych. Raport 13.2*. Spraw. tech. Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN, 2011.
- [201] J. Gołaszewski. *Wytyczne techniczne stosowania cementów powszechnego użytku z udziałem popiołu lotnego wapiennego oraz stosowania tego rodzaju popiołu jako dodatku typu II do betonu*. Spraw. tech. POIG 01.01.02.-24-005/09. Politechnika Śląska w Gliwicach, wrz. 2013.
- [202] A.M. Brandt i in. *Technika identyfikacji procesu transportu ciepła w twardniejących elementach betonowych. Raport 13.2*. Spraw. tech. Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN, 2011.

- [203] Europejski Komitet Normalizacyjny. *Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu — Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków*. Spraw. tech. 2008.
- [204] ACI Committee 209. *Guide for modeling and calculating shrinkage and creep in hardened concrete*. Spraw. tech. American Concrete Institute, 2008.
- [205] R.A. Hartle i in. *LRFD Design Example for Steel Girder Superstructure Bridge with Commentary*. Spraw. tech. FHWA / National Highway Institute, 2003.
- [206] S. Wilcox i W. Marion. *User's Manual for TMY3 Data Sets*. Spraw. tech. National Renewable Energy Laboratory, 2008.
- [207] J.E. Patterson i R.J. Miers. „The Thermal Conductivity of Common Tubing Materials Applied in a Solar Water Heater Collector”. W: *Associated Schools of Construction Proceedings of the 46th Annual International Conference*. Wentworth Institute of Technology. Boston, Massachusetts, 2010.
- [208] Praca zbiorowa. *Tablice fizyczno-astronomiczne*. V. Adamantan, 2013.