Doc. Dr hab. Kazimierz Piechór
Instytut podstawowych Problemów Techniki PAN
Zakład Mechaniki i Fizyki Płynów

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr Ewy Elizy Rożko

Układy dynamiczne na przestrzeniach jednorodnych i ich zastosowanie w mechanice kontinuum

Niektóre z metod numerycznych stosowanych w mechanice ośrodków ciągłych polegają na użyciu pewnej skończonej ilości parametrów do śledzenia ruchu ośrodka ciągłego. Takie podejście umożliwia użycie skończonego układu nieliniowych równań różniczkowych do przybliżonego opisu ruchu rozważanego ciała. W swojej rozprawie doktorskiej pani Rożko rozpatruje problem w pewnym sensie odwrotny. Polega on na tym, że zadaje ona klasę dopuszczalnych deformacji ciała i przyjmuje się, że klasa ta składa się w ogólności z ruchów translacyjnych (które są jednak zaniedbywane), obrotów wokół pewnego punktu (którym jest środek masy) oraz z dylatacji, czyli ściskania i rozciągania. Ciała, dopuszczające takie deformacje nazywane są afinicznie sztywnymi. Doktorantka w swojej rozprawie omawia kilka przykładowych modeli.

Rozprawa liczy 118 stron, składa się ze wstępu, siedmiu rozdziałów, dodatku i spisu literatury, który obejmuje 105 pozycji.

We wstępie autorka usiłuje przedstawić rozważany problem, jego znaczenie, dokonać przeglądu literatury i podać strukturę pracy. Niestety, nie czyni tego w sposób jasny, a poszczególne rozdziały pracy są omawiane w następującej kolejności: 3, 2, 7, 6, 5, a o rozdziałach 3 i 4 wspomina się tylko, że istnieją, o rozdziale 1 autorka po prostu milczy.

Rozdział 1 *Ciała afinicznie sztywne* jest poświęcony wprowadzeniu podstawowych pojęć, w tym pojęcie ciała afinicznie sztywnego, a także pojęcia przestrzeni fizycznej i materialnej, zakładając przy tym że mają one strukturę przestrzeni afinicznej i podaje się szczegółową definicję takiej przestrzeni. Jednakże na stronie 14 pisze się o jakichś miarach określonych w przestrzeni materialnej, ale ich definicje nie są podane. Z uwag podanych na stronie 14 należy domyślać się, że miary te są jakoś związane z rozkładem masy w ciele. Jest rzeczą istotną podać definicję używanej miary, gdyż wymaga to precyzyjnego określenia rozważanego ciała. Np. w wierszu 14-tym na tej stronie występuje wzór

$$\int \overrightarrow{va}\, d\mu(a) = 0,$$

który ma definiować położenie środka masy ciała. Jednakże ani miara ani obszar nie są podane. Jeżeli, np. miara jest zwykłą miarą Lebesgue'a pomnożoną przez stałą gęstość ciała, a ciało jest nieograniczone (jest to przypadek bardzo często rozważany w mechanice kontinuum) , to całka po lewej stronie albo nie istnieje, albo jest nieskończona. W każdym razie nie może być równa zeru. Fizycznie oznacza to oczywisty fakt, że w takim ciele albo nie można wyznaczyć jednoznacznie środka masy, albo nie ma go w ogóle. Jak wtedy dokonać rozkładu stopni swobody na część translacyjną i część wewnętrzną?

Następnie doktorantka wprowadza pojęcie przestrzeni konfiguracyjnej, nie podając jej fizycznej definicji. Samo napisanie, że jest to zbiór izomorfizmów afinicznych działających między przestrzeniami fizyczną i materialną jest niewystarczające. Przestrzeń konfiguracyjna, według doktorantki, ma być wyposażona w jakąś topologię, gdyż zbiory pewnych transformacji są, jak pisze pani Rożko, otwarte, a także miarę, gdyż zbiór transformacji osobliwych jest miary zero. Jaka to topologia i jaka miara? Podanie tych definicji w rozdziale mającym w istocie charakter wstępny jest istotne, gdyż dotyczy określenia i charakterystyki klasy dopuszczalnych deformacji ciała.

W rozdziale tym omawiane są również metryzacja przestrzeni materialnej i fizycznej oraz przedstawiona jest koncepcja opisu ruchu układu punktów materialnych.

Rozdział 2 zatytułowany jest *Przestrzenie grupowe i jednorodne*. Tytuł tego rozdziału jest mylący ponieważ sugeruje on, że spotkamy się ze ściśle matematyczną teorią tych przestrzeni, a tymczasem autorka omawia w nim głównie prędkości uogólnione oraz wprowadza i szczegółowo dyskutuje prędkości i pędy nieholonomiczne wykazując zalety i przewagi tych drugich nad pierwszymi. W rozdziale tym pojawiają się pewne przykłady równań ruchu, które maja ilustrować omawianą teorię. Prezentowane są równania ruchu bryły sztywnej i ruchu punktu materialnego po sferze i pseudosferze. Niestety nie wszystkie te przykłady są dostatecznie jasno przedstawione. Mam tu głównie na myśli podrozdział 2.4 *Przykład – ciało infinitezymalne*. Mimo tego, że podrozdział ten obejmuje prawie dwie strony tekstu nie dowiedziałem się, czym fizycznie jest owo *ciało infinitezymalne*.

Rozdział 3 *Ciała afinicznie sztywne o zdegenerowanym* jest jednym z najlepiej napisanych rozdziałów pracy, oprócz pewnej usterki we wstępie do tego rozdziału. W drugim i trzecim zdaniach na stronie 60 autorka pisze: *Teoria ośrodków ciągłych zajmuje się między innymi takimi obiektami jak np. membrany, struny itp. Obiekty te są intensywnie badane w kwantowej teorii pola i w teorii cząstek elementarnych.* Uwaga recenzenta: obiektem badań teorii ośrodków ciągłych może być struna do skrzypiec, którą można kupić w sklepie muzycznym. Moim zdaniem struna ta jednak nie jest obiektem badań ani kwantowej teorii pola ani teorii cząstek elementarnych.

Głównym tematem tego rozdziału są ciała, których wymiar przestrzeni materialnej jest mniejszy niż wymiar przestrzeni fizycznej. Przykładem jest wspomniana struna, która jest obiektem jednowymiarowym, a której opis deformacji wymaga użycia przestrzeni trójwymiarowej. Różnica wymiarów przestrzeni fizycznej i materialnej powoduje, że między tymi przestrzeniami nie można ustalić wzajemnie jednoznacznych odwzorowań, co znacznie utrudnia analizę ruchu i sprawia, że konieczne staje się użycie subtelnego i skomplikowanego aparatu matematycznego.

Rozdział 4 *Rozkład „biegunowy" i „dwubiegunowy"* jest kontynuacją rozdziału poprzedniego, tzn. 3-go. Celem tej części rozprawy jest pokazanie na przykładzie płaskiej membrany doznającej deformacji w przestrzeni 3-wymiarowej, jak można użyć wprowadzonego w poprzednim rozdziale *rozkładu „biegunowego" i „dwubiegunowego"* do sformułowania równań dynamiki ciał o zredukowanym wymiarze. Autorka zajmuje się właściwie tylko „rozkładem dwubiegunowym", bo *w przypadku „biegunowym" rozwiązania „stacjonarne"... nie zostały tu umieszczone z powodu ich zawiłości i dużej objętości.* Dla tego przypadku sformułowane są równania ruchu i znajduje się ich rozwiązania stacjonarne odpowiadające trzem różnym potencjałom.

W rozdziale5 *Model „z grubością"* autorka pokazuje, jak można rozważać w ograniczonym zakresie ciała 3-wymiarowe wykorzystując poprzednie rozważania dotyczące ciał o zdegenerowanym wymiarze. Chodzi o taka sytuację, gdy w ciele można wyróżnić powierzchnię środkową, która deformuje się tylko w swojej płaszczyźnie, zaś deformacjami ciała w kierunku prostopadłym do niej są, w ogólności nieliniowymi, oscylacjami. Dla przypadku, gdy potencjał oscylacji nie dopuszcza ani nadmiernego ściskania ciała ani nadmiernego rozciągania podane są równania ruchu i znalezione ich szczególne, stacjonarne rozwiązania.

Równania dynamiki rozważane w rozdziałach 2 –5 oparte są na mechanice hamiltonowskiej, gdy działające siły są potencjalne. Rozdział 6 *Zasada d'Alemberta i ruch pod wpływem sił niepotencjalnych* ogranicza się właściwie do sygnalizacji problemu. Sformułowana jest zasada d'Alemberta w przypadku, gdy więzy są wielomianami pierwszego stopnia od współrzędnych Lagrange'a. Omawiane są krótko przykłady niektórych modelowych sił reakcji zgodnych z więzami.

Rozdział 7 jest zatytułowany *Kwantowanie problemu.* Zagadnienie jest niezwykle ważne w przypadku, gdy wymagane jest uwzględnienie mikrostruktury badanego ciała albo w problemach nanostruktur. Celem tego rozdziału wydaje się być wprowadzenie do problemu, a nie jego pełne rozwiązanie. Na kilku stronach nie jest to też możliwe. Dlatego autorka ogranicza się głównie do zasygnalizowania zmian, jakie w sposób formalny powinny zostać dokonane w klasycznym sformułowaniu mechaniki analitycznej ciał odkształcalnych, a zwłaszcza jakich zmian należy dokonać w rozkładzie dwubiegunowym i w modelu „z grubością".

Recenzowana praca dotyczy, jak to starałem się przedstawić, podstawowych, a nawet filozoficznych problemów mechaniki takich jak na przykład samo pojęcie ruchu. Jako taka powinna zawierać znacznie więcej komentarzy i wyjaśnień dotyczących wprowadzanych koncepcji, a także potrzeby wprowadzania tak bardzo abstrakcyjnych pojęć matematycznych, jak to ma miejsce w pracy. Autorka, moim zdaniem uległa za bardzo fascynacji algebrą. Do opisu ruchu ciała sztywnego lub ruchu punktu materialnego po sferze wcale nie trzeba znać algebr Liego ani metryki Killinga. Jeżeli one zostały użyte, to chciałbym wiedzieć po co? Autorka pomija wiele drobnych definicji i niezbędnych objaśnień, których znaczenia trzeba się domyślać. Na przykład, nie znalazłem prostego i podstawowego dla rozdziałów 1 -go i 2-go założenia, że wymiary przestrzeni fizycznej i materialnej są takie same. Trzeba to zgadywać. W pracy można znaleźć również wiele przykładów języka kolokwialnego, czy rażące błędy stylistyczne (cofnąć tensor, prędkości wypełniają sobą jakąś przestrzeń, styczne między sobą itd.).

Załączona bibliografia jest bardzo bogata, liczy 105 pozycji. Jednakże jest cytowana w swoisty sposób, który można nazwać zbiorczym. Chodzi mi o to, że autorka odwołuje się do tej bogatej literatury tylko we wstępie do rozdziału 1-go. Jednak w wielu innych miejscach pracy, mimo że aż się prosi, by podać odsyłacze do omawianego tematu, to tych odsyłaczy nie ma.

Reasumując, strona redakcyjna rozprawy doktorskiej pani Ewy E. Rożko nie jest w pełni zadowalająca, jednakże nie należy tej uwagi przenosić na całą rozprawę, bowiem pod względem merytorycznym stoi ona na bardzo wysokim poziomie. Autorka używa bardzo wyrafinowanego i adekwatnego do tematu pracy aparatu matematycznego. W wielu miejscach rozprawy dowodzi, że rozumie go i potrafi posługiwać się nim prawidłowo rozwiązując kilka bardzo ważnych i nietrywialnych problemów mechaniki analitycznej. Z tych względów jestem całkowicie przekonany, że rozprawa doktorska pani Ewy Elizy Rożko spełnia wymagania ustawy o tytule naukowym i stopniach naukowych z dnia 14 marca 2003 roku i wnoszę o dopuszczenie pani Rożko do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Kazimierz Piechór