



POLITECHNIKA WARSZAWSKA

---

**PRACE NAUKOWE • MECHANIKA • z. 253**

---

ISSN 0137-2335 • ISBN 978-83-7814-098-6

**FIZYCZNE I MATEMATYCZNE MODELOWANIE  
PROCESÓW OBRÓBKII PLASTYCZNEJ  
FIMM 2013**

Pod redakcją Andrzeja Kocańdy



OFICyna WYDAWNICZA POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ  
WARSZAWA 2013

Dmytro Lumelskyy, Izabela Marczevska, IPPT PAN, Warszawa  
Jerzy Rojek, Ryszard Pęcherski, IPPT PAN, Warszawa  
Franciszek Grosman, Marek Tkocz, Politechnika Śląska, Katowice

## WPLYW TARCIA NA LOKALIZACJĘ PĘKANIA W PRÓBACH TŁOCZNOŚCI NAKAZIMY

W artykule przedstawiono analizę numeryczną wpływu tarcia na rozkład odkształceń uzyskanych w próbach tłoczności przeprowadzonych metodą Nakazimy. Symulacje numeryczne zostały przeprowadzone w autorskim programie opartym na metodzie elementów skończonych z jawnym całkowaniem ruchu względem czasu. Wyniki numeryczne porównano z danymi eksperymentalnymi. Główną uwagę zwrócono na lokalizację miejsca pęknięcia. Badania potwierdziły, że miejsce pęknięcia w pobliżu środka próbki, zgodnie z wymaganiami norm, można uzyskać przy małych wartościach współczynnika tarcia. Symulacja numeryczna, w połączeniu z analizą odwrotną, została wykorzystana do oszacowania rzeczywistej wartości współczynnika tarcia w przeprowadzonych próbach tłoczności metodą Nakazimy.

### 1. Wstęp

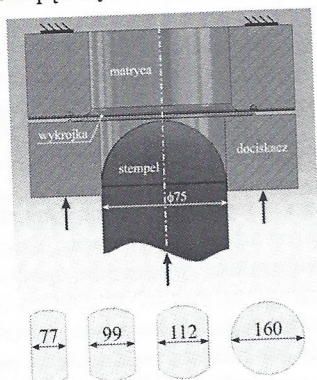
Tłoczność blach wyznacza się eksperymentalnie w próbach Erichsena[1], Nakazimy[2] lub Marciniaka[2]. Na podstawie wyników prób tłoczności można wyznaczyć graniczne krzywe tłoczności, które określają w układzie odkształceń głównych warunki bezpiecznego kształtowania blachy. W próbach wybruszenia, poprzez obciążanie stemplem kulistym próbek o różnej szerokości, otrzymuje się różne drogi odkształcenia, od jednoosiowego do dwuosiowego rozciągania. Warunki tribologiczne kontaktu narzędzia i blachy znacząco wpływają na wyniki badań tłoczności. Tarcie zmienia drogi odkształcenia oraz lokalizację pęknięcia w blasze, dlatego zazwyczaj jest niepożądanym zjawiskiem w próbach tłoczności [3], w związku z tym podejmowane są różne działania mające na celu zmniejszenie tarcia. W testach Nakazimy, jako środki smarne powinny być wykorzystywane olej, smar lub folie polimerowe [2]. Warunki tribologiczne powinny być dobrane tak, aby pęknięcie w próbce wybruszenia występowało w odległości nie większej niż 15% średnicy stempla mierzonej od wierzchołka wytłoczki. Wyeliminowanie tarcia pozwoliłoby uzyskać pęknięcie w wierzchołku próbki i prawie liniową drogę odkształcenia dla miejsca pęknięcia. Położenie pęknięcia jest bardzo wrażliwe na warunki tribologiczne. Nawet niewielki wzrost tarcia przesuną położenie pęknięcia [4].

Celem pracy jest opracowanie modelu numerycznego pozwalającego na identyfikację warunków tarcia w wybranym przypadku testu Nakazimy oraz przeprowadzenie badań numerycznych wpływu zmian tarcia na rozkład odkształceń i lokalizacji awarii w próbce blachy.

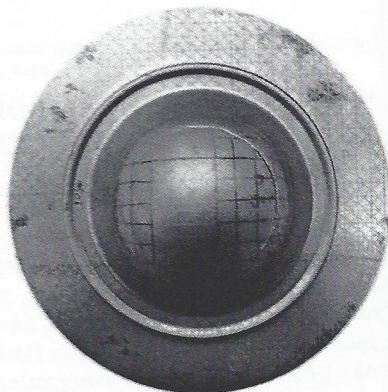
### 2. Badania eksperymentalne

Próby tłoczności Nakazimy zostały przeprowadzone dla stali DC04 o grubości 1 mm. Rysunek 1 przedstawia schematycznie geometrię narzędzi oraz próbek użytych w testach.

Użycie próbek o różnej szerokości pozwoliło uzyskać pęknięcia dla różnych dróg odkształcenia. Wyniki badań eksperymentalnych pękniętej okrągłej próbki pokazanej na rysunku 2 będą użyte w badaniach numerycznych. Daną próbkę wykonano bez dodatkowego smarowania. Pęknięcie pojawiło się w odległości blisko 20 mm od wierzchołka próbki. Jest to odległość równoważna 26% średnicy stempla. Położenie pęknięcia nie spełnia wymagań normy [2], mimo to wyniki są odpowiednie dla wykonania badań numerycznych. Celem symulacji numerycznej było określenie wartości tarcia oraz wykonanie badań wpływu tarcia na miejsce pęknięcia.

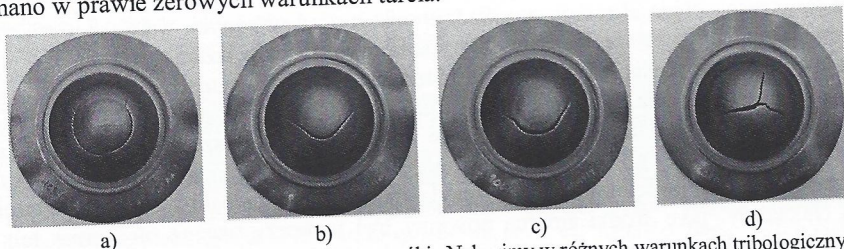


Rys. 1. Schemat ideowy próby Nakazimy oraz kształt i wymiary próbek poddanych wybrzuszeniu



Rys. 2. Pęknięta wytłoczka po próbie Nakazimy

Na rysunku 3 są pokazane wyniki próby Nakazimy dla stali HC380LA o grubości 1 mm przy różnych warunkach tarcia pomiędzy blachą a stemplem. Dla przypadku bez smaru pęknięcie pojawiło się najniżej. W tym przypadku występowało największe tarcie. Przy użyciu teflonu udało się uzyskać pęknięcie na szczycie, co wskazuje na to, że doświadczenie wykonano w prawie zerowych warunkach tarcia.



Rys. 3. Pęknięta wytłoczka ze stali HC380LA po próbie Nakazimy w różnych warunkach tribologicznych: (a) bez smaru, (b) folia polimerowa, (c) grafit, (d) teflon

### 3. Model numeryczny

Opracowano model numeryczny pozwalający symulować testy tłoczności. Obliczenia numeryczne wykonano za pomocą własnego programu używającego metody elementów skończonych z jawnym całkowaniem równań ruchu względem czasu opracowanego w ramach projektu Numpress [5]. Blacha została zdyskretyzowana liniowymi trójkątnymi elementami powłokowymi BST [6]. W modelu konstytutywnym materiału wykorzystano warunki plastyczności modelu Hilla z roku 1948. W tabelicy 1 zamieszczono współczynniki anizotropii normalnej oraz parametry krzywej umocnienia, które wyznaczono, korzystając z danych pomiarowych ze statycznych prób rozciągania blachy użytej w eksperymencie. Narzędzia rozpatrzono, jako ciała sztywne, których powierzchnie dyskretyzowano trójkątami. Tarcie w kontakcie pomiędzy narzędziami a blachą opisane zostało poprzez model tarcia Coulomba.

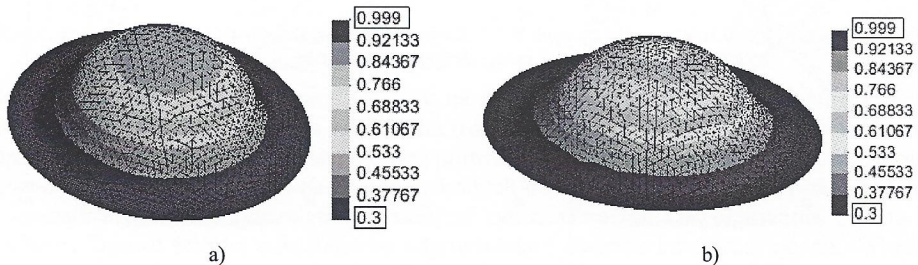
Na podstawie analizy pełnego modelu z dokładnym odwzorowaniem geometrii prugu ciągowego stwierdzono, że próg ciągowy praktycznie unieruchamia blachę [7], dlatego symulacje w tej pracy przeprowadzono za pomocą modelu geometrycznego, w którym uwzględniono tylko część blachy ograniczoną przez linię prugu ciągowego zakładając, że brzeg analizowanego obszaru blachy jest unieruchomiony. Pozwoliło to na znaczną redukcję liczby elementów skończonych oraz uniknięcie bardzo małych elementów skończonych, które ograniczają długość kroku czasowego.

Tabela 1. Właściwości badanej blachy o grubości 1 mm ze stali DC04

Kierunek pobrania próbki	$C$ [MPa]	$n$ dla $\varepsilon_1 = 0.02 \div 0.20$	$r$
0°	498	0.26	1.7
45°	506	0.22	1.3
90°	532	0.26	1.8

#### 4. Wyniki symulacji numerycznych

Wpływ tarcia na położenie pęknięcia jest widoczny na rysunku 4, na którym przedstawiono rozkład grubości w okrągłej próbce otrzymany w symulacji próby Nakazimy przy założeniu zerowego tarcia (rysunek 3a) oraz tarcia opisanego współczynnikiem Coulomba 0,3 (rysunek 3b). W przypadku warunków zerowego tarcia maksymalne pocienienie wskazujące na możliwość pęknięcia otrzymano na wierzchołku wytłoczki, natomiast w przypadku niezerowego tarcia obszar potencjalnego pęknięcia utworzył się w pewnej odległości od wierzchołka wytłoczki. Taki stan jest zgodny z obserwacjami dokonanymi przez innych autorów [8] oraz wynikami doświadczalnymi przedstawionymi na rysunku 3.



Rys. 4. Symulowany rozkład grubości po wybrzuszeniu: (a) bez tarcia, (b) z tarcie

Dokładne przewidywanie wyników eksperymentalnych podanych na rysunku 2 wymaga znajomości rzeczywistych warunków tarcia. Identyfikację nieznanymi parametrów modelu tarcia w procesie formowania można wykonać za pomocą analizy odwrotnej [9]. W analizie odwrotnej identyfikacja nieznanymi parametrów modelu  $\mathbf{x}$  wykonywana jest przez poszukiwanie minimum funkcji celu (lub kosztu), zdefiniowanej, jako różnica odpowiedzi obliczonej  $d_i^c$  i zmierzonej eksperymentalnie  $d_i^m$ , jako

$$\Phi(\mathbf{x}) = \sqrt{\sum_{i=0}^n \beta_i (d_i^c(\mathbf{x}) - d_i^m)^2} \quad (1)$$

gdzie  $n$  oznacza liczbę punktów pomiarowych i  $\beta_i$  współczynnik wagowy [9]. W tej pracy minimalizacja będzie wykonana względem współczynnika tarcia Coulomba, tj.  $\mathbf{x} = \{\mu\}$ . Odształcenia główne  $\varepsilon$  wzdłuż promienia próbki zostaną użyte, jako odpowiedzi obliczone i eksperymentalne w modelu kalibracji tarcia. Użyto dwa typy funkcji kosztu. W pierwszym przypadku funkcja kosztu zdefiniowano, jako

$$\Phi_1(\mu) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\varepsilon_i^c(\mu) - \varepsilon_i^m)^2} \quad (2)$$

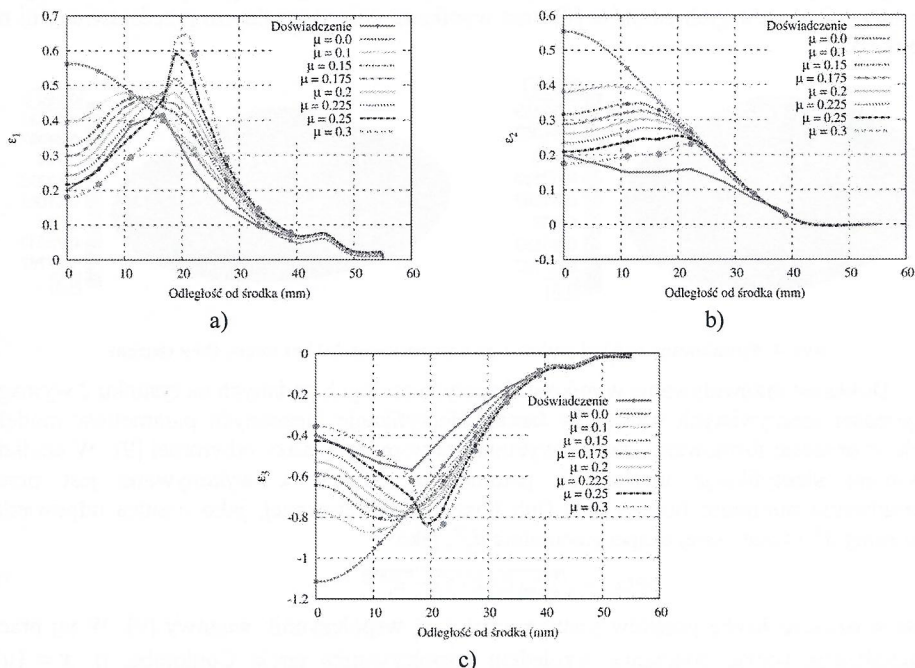
gdzie  $\varepsilon_i^c(\mu)$  oraz  $\varepsilon_i^m$  oznaczają odpowiednio obliczone i zmierzone wartości odkształceń głównych w wybranych punktach wzdłuż promienia. Alternatywna funkcja kosztu

zdefiniowana jest, jako różnica pomiędzy położeniem ekstremów lokalnych na wyznaczonych numerycznie oraz eksperymentalnie krzywych odkształcenia,  $r_{max}^c(\mu)$  oraz  $r_{max}^m$

$$\Phi_2(\mu) = \sqrt{\left(\frac{r_{max}^c(\mu) - r_{max}^m}{r_{max}^m}\right)^2} \quad (3)$$

Problem optymalizacyjny analizy odwrotnej został rozwiązany poprzez bezpośrednie poszukiwanie. Zagadnienie poszukiwania wykonano dla zestawu współczynników tarcia z przedziału  $[0,0.3]$ . Rozkłady głównych odkształceń otrzymanych dla różnych wartości współczynnika tarcia są pokazane na rysunku 5. Numeryczne rozkłady odkształceń głównych wzdłuż promienia porównano z eksperymentalnym rozkładem. Można zaobserwować wyraźny wpływ współczynnika tarcia na rozkład odkształceń głównych. Przy zerowym tarcia maksimum na wykresie maksymalnego głównego odkształcenia występuje w środkowej części próbki, stopniowo zmniejsza się w obszarze kontaktu z matrycą. Wraz ze wzrostem współczynnika tarcia rozkład maksymalnego głównego odkształcenia w środku maleje i maksimum przemieszcza się od środka wytłoczki. Rozkład minimalnych odkształceń głównych jest bardziej jednorodny i jest mniej czuły na zmiany współczynnika tarcia. Rozkład odkształcenia po grubości jest skorelowany z rozkładem maksymalnych głównych odkształceń.

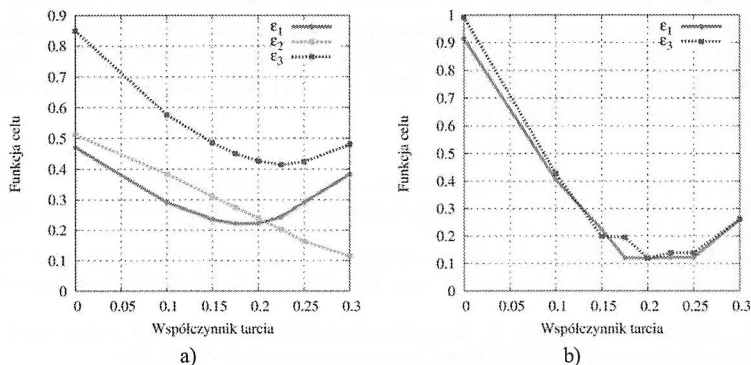
Funkcje kosztu (2) i (3) zostały wyznaczone na podstawie eksperymentalnych i numerycznych rozkładów odkształceń głównych pokazanych na rysunku 5.



Rys. 5. Symulowany rozkład odkształceń głównych wzdłuż promienia po wybrzuszeniu: (a) maksymalne odkształcenie główne, (b) minimalne odkształcenie główne, (c) odkształcenie po grubości

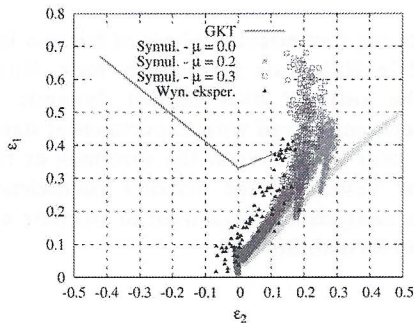
Obliczone funkcje kosztu pokazano, jako funkcje współczynnika tarcia na wykresie zawartym na rysunku 6. Funkcję kosztu  $\Phi_1(\mu)$  wyznaczono dla trzech głównych odkształceń, a funkcję  $\Phi_2(\mu)$  wyznaczono dla maksymalnego głównego odkształcenia oraz odkształcenia po grubości blachy, ponieważ krzywe minimalnych odkształceń głównych (rys. 5b) nie mają

ekstremów lokalnych. Funkcja kosztu  $\Phi_1(\mu)$ , która została wyznaczona dla maksymalnych odkształceń głównych posiada minimum dla współczynników tarcia z zakresu  $\mu \in (0.175, 0.2)$ , podczas gdy ta sama funkcja kosztu, która została wyznaczona dla odkształcenia po grubości osiąga minimum dla  $\mu = 0.225$ . Oznacza to, że odpowiednie rozkłady odkształceń są dobrze dopasowane do eksperymentalnych wyników (patrz rysunek 5).. Wynika stąd, że rzeczywisty współczynnik tarcia powinien być w przedziale  $\mu \in (0.175, 0.225)$ . Nie udało się uzyskać dobrego dopasowania numerycznego rozkładu minimalnych odkształceń głównych do rozkładu eksperymentalnego, dlatego wyniku funkcji kosztu  $\Phi_1(\mu)$  dla tego odkształcenia nie bierzemy pod uwagę. Funkcja kosztu  $\Phi_2(\mu)$  nie daje pojedynczej wartości współczynnika tarcia. Z krzywych na wykresie 6, można wywnioskować, że współczynnik tarcia jest zawarty w przedziale  $\mu \in (0.175, 0.25)$ .



Rys. 6. Funkcje celu dla różnych odkształceń głównych: (a) funkcja celu bazująca na dopasowaniu krzywych, (b) funkcja celu bazująca na odległości pomiędzy ekstremami lokalnymi

Efekt tarcia może być przedstawiony na diagramie granicznych krzywych tłoczności (DGKT). Rysunek 7 przedstawia DGKT dla różnych wartości współczynnika tarcia. Punkty odpowiadające lokalnym odkształceniom są porównywane z doświadczalną graniczną krzywą tłoczności (GKT) wyznaczoną za pomocą własnych badań tłoczności metodą Nakazimy oraz z wyznaczonymi eksperymentalnie lokalnymi odkształczeniami. Wybrzuszenie bez tarcia przebiega liniową ścieżką odkształcenia odpowiadającą dwuosowemu rozciąganiu. Wraz ze wzrostem tarcia ścieżka odkształcenia odbiega od dwuosowego rozciągania. Efekt ten został przedstawiony w symulacji komputerowej. Odkształcenia numeryczne wyznaczone dla  $\mu = 0.3$  najlepiej zgadzają się z odkształczeniami eksperymentalnymi. Może to wskazywać na to, że rzeczywisty współczynnik tarcia jest bliski tej wartości.



Rys. 7. Porównanie eksperymentalnego oraz numerycznego rozkładu lokalnych odkształceń głównych dla różnych współczynników tarcia

## 5. Podsumowanie

Symulacje numeryczne potwierdziły silną zależność deformacji próbki w testach tłoczności Nakazimy od tarcia pomiędzy stemplem i blachą. Tarcie pomiędzy stemplem i blachą wpływa na drogę odkształcenia i miejsce pęknięcia. Położenie pęknięcia w pobliżu środka próbki zgodnie z wymaganiami normy można osiągnąć tylko w przypadku niskiej wartości współczynnika tarcia. Wraz ze wzrostem współczynnika tarcia pęknięcie ma miejsce w pewnej odległość od środka próbki. Efektywny współczynnik tarcia w badaniach odkształcalności jest trudny do zmierzenia doświadczalnie. Współczynnik tarcia może być określony w wyniku analizy odwrotnej opartej na dopasowaniu numerycznych odkształceń do obserwowanych w eksperymencie.

Autorzy otrzymali dofinansowanie ze środków: (1) Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego Program Operacyjny: Innowacyjna Gospodarka 2007–2013, numer projektu POIG.01.03.01-14-209/09, akronim NUMPRESS, (2) Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego projekt badawczy nr N N501 1215 36, (3) Narodowego Centrum Nauki jako projekt badawczy nr 2311/B/T02/2011/40

- [1] 20482: Metallic materials – Sheet and strip – Erichsen cupping test, ISO, 2003
- [2] 12004-2: Metallic materials – Sheet and strip – Determination of forming-limit curves. Part 2: Determination of forming-limit curves in the laboratory, ISO, 2008
- [3] Abspoel, M., Atzema, E.H., Droog, J.M.M., Khandeparkar, T., Scholting, M.E., Schouten, F.J., Vegter, H.: Inherent influence of strain path in Nakazima FLC tests, Proceedings of the 8th IDDRG Conference, Mumbai, India, 2011
- [4] Larsson M., Mattiasson, K., Sigvant, M.: Some observations on failure prediction in sheet metal forming, Proceedings of the 6th European LS-DYNA Users' Conference, pages 5.93–5.102. 2007
- [5] NUMPRESS: Advanced methods of analysis, optimization and reliability for industrial processes of metal sheet stamping. Innovative Economy Program, project number POIG.01.03.01-14-209/09. IPPT, <http://numpress.ippt.gov.pl/> 2013
- [6] Rojek, J., Onate, E.: Sheet springback analysis using a simple shell triangle with translational degrees of freedom only, Int. Journal of Forming Processes, 1, 75–296, 1999
- [7] Lumelsky, D., Rojek, J., Pecherski, R., Grosman, F., Tkocz, M.: Numerical simulation of formability tests of pre-deformed steel blanks, Archives of Civil and Mechanical Engineering, 12, 133–141, 2012
- [8] Knibloe, J.R., Wagoner, R.: Experimental investigation and finite element modeling of hemispherically stretched steel sheet, Metallurgical Transactions A, 20A, 1509–1521, 1989
- [9] Szeliga, D., Gawad, J., Pietrzyk, M.: Parameters identification of material models based on inverse analysis, Int. J. Appl. Math. Comput. Sci., 14(4), 549–556, 2004

## INFLUENCE OF FRICTION ON FAILURE LOCATION IN FORMABILITY NAKAZIMA TESTS

**This paper presents the numerical analysis of friction impact on the distribution of deformations obtained in Nakazima formability tests. Numerical simulations have been performed using the authors' own explicit dynamic finite element program. Numerical results have been compared with experimental data. The studies confirmed that the fracture location near the center of the specimen as required by the standards can be obtained for low values of the friction coefficient. Numerical simulation combined with the inverse analysis has been used to estimate a real value of the friction coefficient in the Nakazima formability test.**