

RYSZARD WNUK*

BILANS ENERGETYCZNY POMIESZCZENIA
ZE STRUKTURALNYM, FUNKCJONUJĄCYM
W CYKLU DOBOWYM, MAGAZYNEM CIEPŁA
Z MATERIAŁEM FAZOWO-ZMIENNYMENERGY BALANCE OF THE ROOM EQUIPPED
WITH PCM PLASTER BOARD AS A HEAT STORAGE
UNIT OPERATING ON A DAILY BASIS

Streszczenie

Przedmiotem artykułu jest krótkoterminowy (dobowy) magazyn ciepła z materiałem ulegającym przemianie fazowej (PCM). Jego podstawową funkcją jest zmagazynowanie pozyskanej w ciągu dnia energii promieniowania słonecznego i oddanie jej powietrzu w pomieszczeniu w nocy. Sformułowano i rozwiązano zagadnienie modelowania funkcjonowania powierzchniowego zasobnika ciepła w warunkach wzajemnego współdziałania cieplnego z powietrzem wewnętrznym pomieszczenia, z jednoczesnym uwzględnieniem stacjonarnych w ciągu doby oddziaływań środowiska otoczenia budynku. Podano równania chwilowych bilansów energii cieplnej zasobnika i powietrza wewnętrznego, na podstawie których wyprowadzono równania przebiegów temperatury zasobnika i powietrza wewnętrznego w przedziałach czasowych kolejnych etapów procesu przemiany fazowej materiału PCM w zasobniku.

Słowa kluczowe: magazynowanie ciepła, system bierny wykorzystujący energię promieniowania słonecznego, materiał ulegający przemianie fazowej

Abstract

Integrated to internal wall PCM (Phase Change Material) based storage unit absorbs solar radiation during daytime and releases the heat at night. The features of storage unit and its thermal characteristics are described. The basic conservation equations of energy for the storage unit and internal air were provided and analytically solved. Thermal performance is obtained from mathematical calculations for selected commercial PCM.

Keywords: energy storage, passive solar system, Phase Change Material

* Dr inż. Ryszard Wnuk, Zakład Problemów Eko-Budownictwa, Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN.

Oznaczenia

A	– powierzchnia [m^2]
C	– pojemność cieplna [J/K]
c	– ciepło właściwe [$J/(kg \cdot K)$]
G	– gęstość strumienia energii promieniowania słonecznego [W/m^2]
J	– gęstość napromieniowania [J/m^2]
m	– masa [kg]
Q	– energia magazynowana w zasobniku ciepła [J]
t	– czas [s]
T	– temperatura [K]
V	– objętość [m^3]
ρ	– strumień objętości powietrza [m^3/s]
\dot{v}	– gęstość [kg/m^3]
α	– współczynnik przyjmowania ciepła [$W/(m^2 \cdot K)$]
ϕ	– udział objętościowy materiału fazowo-zmiennego w kompozytowym zasobniku

Indeksy

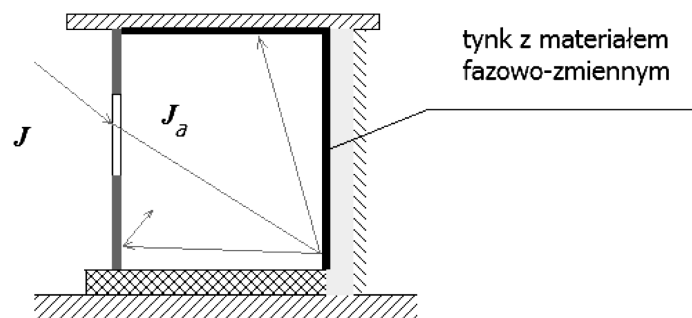
0, 1, 2, 3	– stan początkowy i kolejne etapy funkcjonowania zasobnika
a	– zasobnik (magazyn) ciepła
e, o, b	– odpowiednio: otoczenie budynku, okno, przegroda zewnętrzna
I	– powietrze wewnątrz pomieszczenia
PCM	– materiał ulegający przemianie fazowej (<i>Phase Change Material</i>)
S	– przemiana fazowa

1. Wstęp

Wykorzystanie energii promieniowania słonecznego, niezbędne w budownictwie energooszczędnym, wiąże się z koniecznością magazynowania pozyskiwanej energii, której źródło charakteryzują okresowość i zmienność parametrów. Wyróżniamy aktywne i biernie systemy grzewcze wykorzystujące energię promieniowania słonecznego. Podstawowymi elementami każdego systemu są kolektor i zbiornik akumulacyjny. W systemach biernych, w których nie występuje mechanicznie wymuszona cyrkulacja medium pośredniczącego w przekazywaniu ciepła, rolę kolektorów słonecznych mogą spełniać przeszklenia i elementy budynku. Przez przeszklenia wnika do wnętrza promieniowanie słoneczne w formie fal widzialnych oraz podczerwonych, a następnie jest pochłaniane przez: ściany wewnętrzne, posadzki i stropy lub przez specjalne magazyny, które akumulują energię w ciągu dnia, a oddają ją w nocy. W niniejszym artykule jako magazyn ciepła rozważana jest powierzchniowa warstwa tynku pomieszczenia, zawierająca materiał ulegający przemianie fazowej (*Phase Change Material* – PCM). Materiał fazowo-zmienny może być dodany, w formie zawierających go mikrokapsuł, do tradycyjnych materiałów budowlanych.

2. Charakterystyka zasobnika i jego oddziaływanie z otoczeniem

Zasobnik ciepła o objętości V_a jest elementem przegrody budowlanej i ma formę płyty o powierzchni A_a . Zasobnik stanowi kompozyt złożony z osnowy (tynku, betonu), z rozmieszczonym w niej równomiernie materiałem ulegającym przemianie fazowej.



Rys. 1. Zasobnik ciepła jako kompozyt warstwy tynku ścian i sufitu oraz materiału PCM

Fig. 1. PCM based storage unit as a layer of internal walls

Właściwości fizyczne materiału osnowy są następujące: gęstość ρ_{os} , ciepło właściwe c_{os} . Materiał PCM, którego udział objętościowy w kompozycie wynosi φ , charakteryzują: gęstość ρ_{PCM} , ciepło przemiany fazowej C_{PCM} oraz ciepło właściwe c_{PCM} (przyjęto równe w stanach stałym i ciekłym). Przemiany fazowe przejść ze stanu stałego w ciekły i odwrotnie zachodzą w stałej, określonej dla danego materiału, temperaturze T_s . Przyjęto następujące podstawowe własności cieplne kompozytu: gęstość $\rho_a = \varphi\rho_{PCM} + (1-\varphi)\rho_{os}$, pojemność cieplna $C_a = V_a[\rho_{os}(1-\varphi)c_{os} + \rho_{PCM}\varphi c_{PCM}]$. Powierzchnia czołowa zasobnika wymienia ciepło z wnętrzem pomieszczenia w wyniku konwekcji i promieniowania. Powierzchnia ta absorbuje energię promieniowania słonecznego, której gęstość wynosi $J_a = A_o \cdot J \cdot \tau_o / A_i$, gdzie J jest gęstością całkowitego promieniowania słonecznego padającego na pionowe przeszklenie przegrody zewnętrznej o powierzchni A_o , a τ_o jest współczynnikiem przepuszczania promieniowania przez szyby. Promieniowanie słoneczne docierające do wnętrza jest w całości i równomiernie pochłaniane przez powierzchnie A_i wszystkich ścian, podłogi i sufitu pomieszczenia. Gęstość strumienia promieniowania absorbowanego przez wewnętrzne powierzchnie pomieszczenia, w tym powierzchnię czołową zasobnika, wynosi $G_a = J_a / t^D$, gdzie t^D jest czasem trwania pory dnia.

W odniesieniu do płyty o grubości d_a stanowiącej rozważany zasobnik ciepła, dla której współczynnik wymiany ciepła pomiędzy nią a wnętrzem wynosi α_i , można przyjąć, że jeżeli jest spełnione kryterium małej liczby Biota ($Bi = \alpha_i d_a / \lambda_a \leq 0,15$), to rozkład temperatury T_a w obszarze zasobnika (płyty) jest prawie równomierny [1]. Takie założenie przyjęto w modelowaniu funkcjonowania zasobnika.

3. Bilanse energii zasobnika ciepła i powietrza wewnątrz pomieszczenia

Bilans energii zasobnika, wynikający z jego napromieniowania energią słoneczną oraz z oddziaływań z powietrzem wewnątrz pomieszczenia, przy założeniu adiabatyczności ścianki tylnej zasobnika, ma postać

$$\frac{dE_a}{dt} = A_a G_a - \alpha_i A_a (T_a - T_i) \quad (1)$$

Energię wewnętrzną kompozytowego zasobnika ciepła zapisano za pomocą funkcji Heaviside'a w postaci

$$E_a = C_a T_a + V_a \rho_{PCM} C_{PCM} \Phi \{ [H(t - t_{s1}) - H(t - t_{s2})] \mu_s(t) + H(t - t_{s2}) \} \quad (2)$$

gdzie t_{s1} oraz t_{s2} określają czasy – odpowiednio – początku i końca przemiany fazowej, a wprowadzony parametr funkcyjny $\mu_s(t)$ spełnia następujące warunki początkowe i końcowe: $|\mu_s(t)|_{t=t_{s1}} = 0$, $|\mu_s(t)|_{t=t_{s2}} = 1$, w przedziałach czasu topnienia i krzepnięcia materiału ulegającego przemianie fazowej.

Podano sformułowanie bilansów energii zasobnika (i powietrza wewnątrz) w zależności od stanu materiału PCM w zasobniku. I tak, rozróżniono trzy etapy stanu ładowania: (i) przyrost temperatury zasobnika, a więc materiału PCM pozostającego w stanie stałym i osnowy (przy założeniu, że temperatury te są równe), od temperatury początkowej T_a^0 do temperatury przemiany fazowej T_s , (ii) proces przemiany fazowej, zachodzący w przedziale czasu $\Delta t_s = t_{s2} - t_{s1}$, (iii) dalszy przyrost temperatury magazynu – począwszy od temperatury T_s – w etapie tym PCM jest w stanie ciekłym. Warunki ciągłości temperatury magazynu i powietrza w pomieszczeniu na granicach określonych przedziałów czasowych funkcjonowania zasobnika są następujące

$$\begin{aligned} |T_{a1}(t)|_{t=t_{s1}} &= T_s, & |T_{a3}(t)|_{t=t_{s2}} &= T_s \\ |T_{i1}(t)|_{t=t_{s1}} &= |T_{i2}(t)|_{t=t_{s1}}, & |T_{i2}(t)|_{t=t_{s2}} &= |T_{i3}(t)|_{t=t_{s2}} \end{aligned} \quad (3)$$

W zależności od warunków funkcjonowania zasobnika i jego parametrów mogą występować wszystkie trzy etapy lub może występować mniej etapów podczas procesu magazynowania energii. W odwrotnej kolejności zachodzą etapy rozładowywania magazynu.

Bilans energii powietrza wewnątrz pomieszczenia zapisano jak poniżej

$$\begin{aligned} C_i \frac{dT_i}{dt} &= \alpha_i A_a (T_a - T_i) + A_b U_b (T_e - T_i + R_b G) + G_r A_r + A_o U_o (T_e - T_i) + \\ &+ (1 - \eta_w) \dot{v} \rho c_{p_i} (T_e - T_i) + \omega_i \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie $C_i = m_i c_{p_i} = \rho_i V_i c_{p_i}$ jest pojemnością cieplną powietrza w pomieszczeniu z powierzchniowym zasobnikiem ciepła, a poszczególne kolejne składniki prawej strony opisują:

$\alpha_i A_a (T_a - T_i)$ – strumień energii wymienianej pomiędzy zasobnikiem a powietrzem w pomieszczeniu,

- $A_b U_b (T_e - T_i + R_{b_e} G)$ – oddziaływanie otoczenia zewnętrznego, gdzie R_{b_e} jest oporem wymiany ciepła pomiędzy przegrodą zewnętrzną a otoczeniem, G gęstością strumienia promieniowania padającego na pionową przegrodę zewnętrzną $G = J/t^D$, U_b współczynnikiem przenikania ciepła przez nieprzezroczystą przegrodę zewnętrzną o powierzchni A_b ,
- $G_r A_r$ – strumień energii pochłoniętej przez przegrody pomieszczenia inne niż magazyn ciepła z PCM, których bilanse nie są rozpatrywane, przy założeniu, że energia ta jest w całości oddawana powietrzu wewnętrznemu,
- $A_o U_o (T_e - T_i)$ – ciepło wymieniane przez okna pomieszczenia o powierzchni A_o z otoczeniem zewnętrznym, przy współczynniku przenikania ciepła okna U_o ,
- $(1 - \eta_w) \dot{v} \rho c_{p_i} (T_e - T_i)$ – stratę ciepła przez wentylację z odzyskiem ciepła, przy sprawności rekuperatora η_w ,
- ω_i – moc dodatkowego źródła ciepła.

Rozwiązanie bilansów energii zasobnika i powietrza przy braku przemiany fazowej materiału PCM w zasobniku

Dla etapu, w którym nie następuje przemiana fazowa materiału PCM, równanie (1) ma postać

$$C_a \frac{dT_a}{dt} = A_a G_a - \alpha_i A_a (T_a - T_i) \quad (5)$$

Różniczkując (4), otrzymamy $C_i \frac{d^2 T_i}{dt^2} = \alpha_i A_a \frac{dT_a}{dt} - [\alpha_i A_a + A_o U_o + A_b U_b + (1 - \eta_w) \dot{v} \rho c_{p_i}] \frac{dT_i}{dt}$, do którego wstawienie (5) daje równanie różniczkowe II rzędu względem temperatury powietrza wewnątrz pomieszczenia w postaci $a \frac{d^2 T_i}{dt^2} + b \frac{dT_i}{dt} + c T_i = d$, przy warunkach początkowych dla etapu (i) $t = 0$, $T_a = T_a^0$, $T_i = T_i^0$, gdzie

$$a = \frac{C_a C_i}{\alpha_i A_a}, \quad b = C_a + C_i + \frac{C_a}{\alpha_i A_a} [A_o U_o + A_b U_b + (1 - \eta_w) \dot{v} \rho c_{p_i}]$$

$$c = A_o U_o + A_b U_b + (1 - \eta_w) \dot{v} \rho c_{p_i}$$

$$d = A_a G + [A_b U_b + A_o U_o + (1 - \eta_w) \dot{v} \rho c_{p_i}] T_e + A_b U_b R_{b_e} G + G_r A_r + \omega_i$$

Rozwiązanie ogólne ma następującą postać

$$T_i^d = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t} + d/c \quad (6)$$

gdzie $\Delta = b^2 - 4ac$, $r_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$, $r_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$, a uwzględniając warunki początkowe, określono stałe całkowania C_1 oraz C_2

$$C_2 = \frac{r_1}{r_1 - r_2} T_i^{d,0} - \frac{r_1 d}{c(r_1 - r_2)} + \frac{\alpha_i A_a (T_a^0 - T_i^0) + A_b U_b (T_e - T_i^0 + R_{b_e} G) + G_r A_r + A_o U_o (T_e - T_i^0) + (1 - \eta_w) \dot{v} p c_{p_i} (T_e - T_i^0) + \omega_i}{C_i (r_1 - r_2)}$$

$$C_1 = T_i^0 - d / c - C_2$$

Temperaturę zasobnika, na podstawie równania (4), uwzględniając (6), zapisano jako

$$T_a = \frac{C_i}{\alpha_i A_a} (r_1 C_1 e^{r_1 t} + r_2 C_2 e^{r_2 t}) + \frac{1}{\alpha_i A_a} [\alpha_i A_a + A_b U_b + A_o U_o + (1 - \eta_w) \dot{v} p c_{p_i}] T_i + \frac{1}{\alpha_i A_a} \{ [A_b U_b + A_o U_o + (1 - \eta_w) \dot{v} p c_{p_i}] T_e + A_b U_b R_{b_e} G + G_r A_r + \omega_i \}$$
(7)

Bilanse energii zasobnika i powietrza w etapie przebiegu przemiany fazowej materiału PCM

Bilans energii powietrza wewnątrz pomieszczenia wobec $T_a = T_s$ wygląda następująco

$$\frac{dT_i}{dt} + \frac{1}{C_i} [\alpha_i A_a + A_b U_b + A_o U_o + (1 - \eta_w) \dot{v} p c_{p_i}] T_i - \frac{1}{C_i} \{ \alpha_i A_a T_s + [A_b U_b + A_o U_o + (1 - \eta_w) \dot{v} p c_{p_i}] T_e + A_b U_b R_{b_e} G + G_r A_r + \omega_i \} = 0$$
(8)

rozwiązaniem którego jest wyrażenie

$$T_i = T_{i2}^0 - C_3 + C_3 e^{\frac{\alpha_i A_a + A_b U_b + A_o U_o + (1 - \eta_w) \dot{v} p c_{p_i}}{C_i} t}$$

$$C_3 = T_{i2}^0 - \frac{\alpha_i A_a T_s + [A_b U_b + A_o U_o + (1 - \eta_w) \dot{v} p c_{p_i}] T_e + A_b U_b R_{b_e} G + G_r A_r + \omega_i}{\alpha_i A_a + A_b U_b + A_o U_o + (1 - \eta_w) \dot{v} p c_{p_i}}$$
(9)

gdzie T_{i2}^0 jest temperaturą powietrza w czasie t_{s1} , czyli gdy magazyn ciepła osiąga temperaturę przemiany fazowej T_s .

Bilans energii zasobnika na podstawie równań (1) i (2) jest następujący

$$\frac{d(\rho_{PCM} V_{PCM} C_{PCM} \mu_s)}{dt} = A_a G_a - \alpha_i A_a (T_s - T_i)$$
(10)

Po wstawieniu (9) do (10) i scałkowaniu bilansu energii zasobnika w przedziale czasu $[t_{s1}, t_{s2}]$ otrzymano równanie przestępne na czas przemiany fazowej Δt_s jak następuje

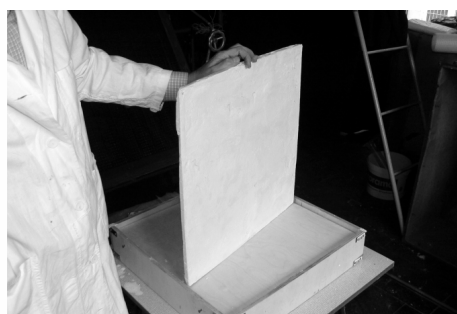
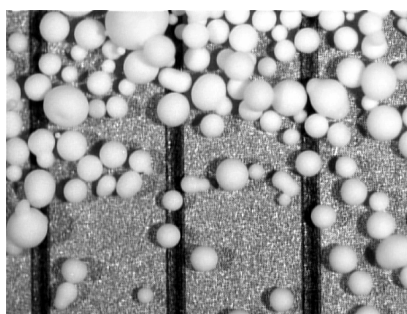
$$\rho_{PCM} V_{PCM} C_{PCM} = \frac{\alpha_i A_a C_3 C_i}{\alpha_i A_a + A_b U_b + A_o U_o + (1 - \eta_w) \dot{v} p c_{p_i}} + \left\{ A_a G_a - \alpha_i A_a T_s + \alpha_i A_a \frac{\alpha_i A_a T_s + [A_b U_b + A_o U_o + (1 - \eta_w) \dot{v} p c_{p_i}] T_e + A_b U_b R_{b_e} G + G_r A_r + \omega_i}{\alpha_i A_a + A_b U_b + A_o U_o + (1 - \eta_w) \dot{v} p c_{p_i}} \right\} \Delta t_s + \frac{\alpha_i A_a C_3 C_i}{\alpha_i A_a + A_b U_b + A_o U_o + (1 - \eta_w) \dot{v} p c_{p_i}} e^{\frac{\alpha_i A_a + A_b U_b + A_o U_o + (1 - \eta_w) \dot{v} p c_{p_i}}{C_i} \Delta t_s}$$
(11)

4. Przykład liczbowy

Analizowano funkcjonowanie zasobnika w pomieszczeniu budynku energooszczędnego, spełniającego standardy budynku pasywnego [2]. Pomieszczenie ma powierzchnię 30 m^2 , powierzchnię okna $7,5 \text{ m}^2$, wysokość $2,6 \text{ m}$. Strumień powietrza wentylacyjnego wynosi $1 \text{ m}^3/\text{h}/(\text{m}^2 \text{ powierzchni})$, przy sprawności rekuperacji $0,75$. Zasobnik stanowi warstwa tynku ścian wewnętrznych pomieszczenia o powierzchni $A_a = 71,6 \text{ m}^2$. Osnową w zasobniku z materiałem PCM jest tynk wapienny: $c_{os} = 840 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, $\rho_{os} = 1700 \text{ kg}/\text{m}^3$, $\lambda_{os} = 0,7 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$. Udział objętościowy materiału PCM (Micronal@ DS. 5008 X) w mieszaninie wynosi $\varphi = 0,5$. Grubość płyty zasobnika $d_a = 0,005 \text{ m}$, objętość $V_a = 0,358$. Micronal@ DS. 5008 X jest materiałem handlowym o temperaturze topnienia $T_s = 23^\circ\text{C}$ i ciepłe topnienia $C_{PCM} = 110 \text{ kJ}/\text{kg}$. Właściwości te zweryfikowano w badaniach kalorymetrem skaningowym. Na fotografii 1 przedstawiono zdjęcie mikroskopowe granulek PCM (średnice $50\text{--}20 \mu\text{m}$) rozsypanych na suwmiarce. Wykonano wiele modeli fizycznych (przykładowy pokazano na fot. 1) zasobnika, w tym jako mieszaniny tynku wapiennego i materiału PCM o udziale objętościowym PCM $\varphi = 0,5$.

Obliczono temperatury magazynu i powietrza, ilości magazynowanego ciepła w zasobniku funkcjonującym w średnich dziennych warunkach napromieniowania powierzchni pionowej i temperaturach zewnętrznych poszczególnych miesięcy roku. Wyniki przedstawiono w tab. 1 i 2. W obliczeniach założono, że nie funkcjonują dodatkowe źródła ciepła $\omega_r = 0$. W średnim pod względem warunków atmosferycznych dniu grudnia i stycznia temperatura zasobnika nie osiąga wielkości temperatury przemiany fazowej. Zyski słoneczne zapewniają jednak utrzymanie temperatury powietrza na poziomie ok. 20°C . W pozostałych miesiącach okresu grzewczego w ciągu dnia zachodzi przemiana fazowa i magazynowana jest energia do wykorzystania w nocy.

W miesiącach letnich, ograniczając dostęp promieniowania słonecznego (stopień przesłonięcia szyb nie jest jednak znaczący), magazyn stabilizuje temperaturę powietrza wewnątrz pomieszczenia, utrzymując ją na poziomie ok. 23°C (temperatura przemiany fazowej), bez konieczności chłodzenia pomieszczenia. W obliczeniach dla tego okresu założono sprawność rekuperacji $\eta_w = 0$.



Fot. 1. Mikroskopowe zdjęcie materiału PCM oraz wykonany model fizyczny zasobnika
Photo 1. Microscope photo of PCM capsules and PCM based storage unit

Tabela 1

Wyniki obliczeń dla miesięcy zimowych

Miesiąc	X	XI	XII	I	II	III
Napromieniowanie powierzchni pionowej J [$J/m^2/dzień$]	6763	3693	2216	3102	5347	6919
Temperatura zewnętrzna T_e [$^{\circ}C$]	8,1	3	-0,6	-3,5	-2,6	1,2
Temperatura powietrza na początku przemiany fazowej T_{i2}^0 [$^{\circ}C$]	23,02	22,84	Magazyn nie osiąga temperatury przemiany fazowej		22,82	22,92
Czas rozpoczęcia przemiany fazowej [h]	1,34	4,25			2,61	1,5
Czas etapu z przemianą fazową [h]	10,66	7,75			9,39	10,5
Procent realizacji przemiany fazowej	99	21			43	86
Energia zmagazynowana w zasobniku w ciągu dnia [MJ]	19,45	5,859			9,702	17,17
Temperatura powietrza w pomieszczeniu na koniec dnia T_i^D [$^{\circ}C$]	23,11	22,87	19,6	19,6	22,86	23,01
Temperatura magazynu na koniec dnia T_a^D [$^{\circ}C$]	23	23	19,8	19,82	23	23

Tabela 2

Wyniki obliczeń dla miesięcy letnich

Miesiąc	IV	V	VI	VII	VIII	IX
Napromieniowanie J [$J/m^2/dzień$]	7675	7979	7496	7568	8169	7750
Temperatura zewnętrzna T_e [$^{\circ}C$]	7,8	13,8	17,3	19,1	18,2	13,9
Zasłonięcie okna w ciągu dnia [%]	0	13	16,5	22	28	24
Temperatura powietrza T_{i2}^0 [$^{\circ}C$]	22,88	23	23,07	23,10		
Czas rozpoczęcia przemiany fazowej [h]	1,38	1,3	1,3	1,31		
Czas etapu z przemianą fazową [h]	10,62	10,7	10,7	10,69		
Procent realizacji przemiany fazowej	92	100	100	100		
Temperatura powietrza po 12 h dnia	22,96	23,09	23,16	23,19		

5. Podsumowanie

Zastosowanie materiału PCM podnosi efektywność magazynowania energii promieniowania słonecznego. Zmniejszeniu ulegają zapotrzebowanie na energię do ogrzewania i chłodzenia, jak i maksymalne zapotrzebowanie na moc systemów grzewczych i chłodzenia. Zwiększenie pojemności cieplnej struktur budynku przez wykorzystanie materiałów ulegających przemianie fazowej podnosi komfort cieplny pomieszczeń budynku przez zmniejszenie wahań temperatury wewnętrznej. Przedstawiony model analityczny może być narzędziem doboru oraz wstępnej oceny funkcjonowania i przydatności zastosowania materiału PCM. Dalszym etapem pracy jest symulacja numeryczna funkcjonowania magazynu ciepła z materiałem PCM w okresie całorocznym, określonym przez parametry Typowego Roku Meteorologicznego.

Literatura

- [1] Taler J., Duda P., *Rozwiązywanie prostych i odwrotnych zagadnień przewodzenia ciepła*, WNT, Warszawa 2003.
- [2] Wnuk R., *Instalacje w domu pasywnym i energooszczędnym*, Przewodnik Budowlany, Warszawa 2007.

