



CZESŁAW BAJER¹⁾
PIOTR TOKAJ²⁾

DYNAMIKA TORU Z PODKŁADAMI STAŁOWYMI KLINOWYMI³⁾

STRESZCZENIE. W pracy omówione są dynamiczne właściwości torów z podkładami stalowymi klinowymi. Zaletą stosowania podkładów klinowych, zwanych też podkładami typu „Y” jest zwiększenie poprzecznej sztywności toru oraz jego bezwładności przez włączenie podsypki do współpracy z przekrojami stalowymi. Rozwiązanie to, eksploatowane próbnie na niektórych odcinkach przeznaczonych do małych i średnich prędkości przejazdu oraz na odcinkach testowych, wykazuje niższy niż w przypadku tradycyjnego toru poziom hałasu oraz niższe amplitudy drgań. Próbne symulacje numeryczne dowodzą również korzystnych własności przy wysokich prędkościach.

1. WSTĘP

Obserwowany w transporcie szynowym wzrost prędkości pojazdów w przewozach pasażerskich i wzrost ładowności w ruchu towarowym pociąga za sobą zwiększenie dynamicznego obciążenia układu koło - szyna. Jednocześnie dąży się do obniżenia poziomu hałasu i podniesienia bezpieczeństwa przejazdu, oraz poszukuje się nowych rozwiązań zarówno w konstrukcji toru jak i pojazdu szynowego. Obserwuje się przy tym tendencję do wykorzystania optymalnych parametrów tego układu. Stany rezonansowe i dynamiczne stany krytyczne powodują przeciążenia. Jednym ze zjawisk

¹⁾ doc. dr hab. inż. – Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN, Warszawa

²⁾ mgr inż. – Centrum Naukowo-Techniczne Kolejnictwa, Warszawa

³⁾ praca częściowo wykonana w ramach projektu 4 T12B 04829

tego typu jest samowzbudne narastanie drgań, co jest bezpośrednio związane z problemem stateczności oddziaływania i ruchu tocznego zestawów kołowych. Zjawiska te w ruchu pojazdów szynowych powinny być bezwzględnie eliminowane.

Tory bezpodsypkowe i tory z podkładami stalowymi klinowymi (zwanymi też podkładami typu „Y”) [1, 2] (rys. 1) są przykładem układu dynamicznego tor - pojazd. Modernizacja, ze względu na bezpieczeństwo, układów zawieszenia [3] i wysokie wymagania przepisów kolejowych, jest stosowana rzadko i okupiona jest długimi i kosztownymi badaniami prototypów. Zauważalną poprawę współpracy dynamicznej układu koło - szyna daje modernizacja starych torowisk przy zastosowaniu nowych technologii. Przykładem jest linia Kraków Płaszów – Oświęcim, gdzie powstał odcinek drogi kolejowej ze stalowymi podkładami typu Y (rys. 1). Odcinek ten jest sukcesywnie wydłużany i obecnie jego długość wynosi 1 400 m. Podkłady stalowe są również eksploatowane przez koleje linowo-terenowe na Gubałówkę w Zakopanem i na Górę Parkową w Krynicy Górskiej.

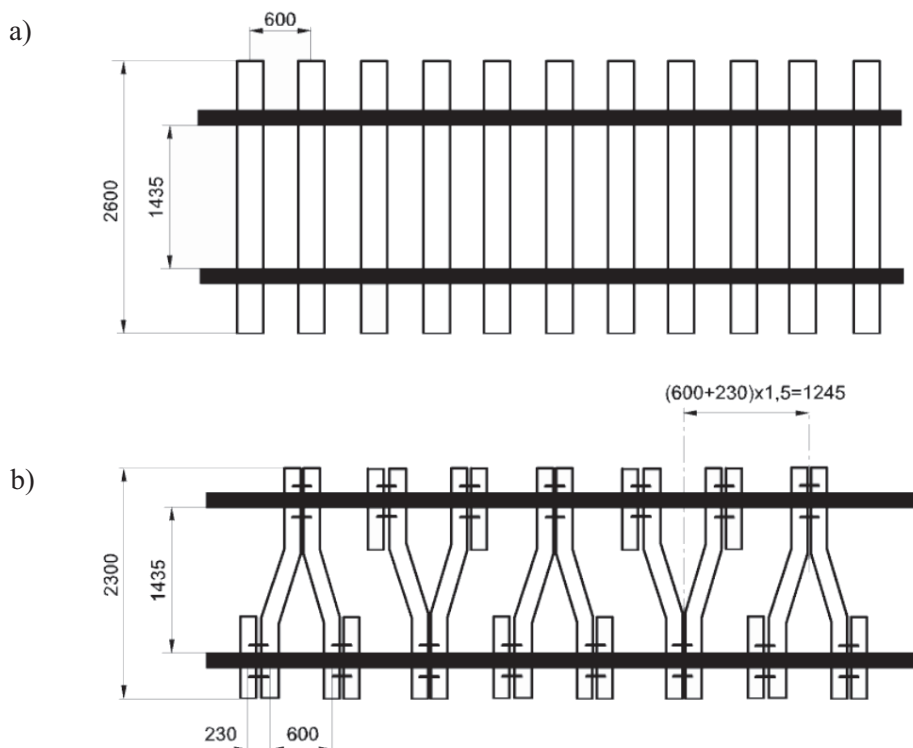


Rys.1. Tor z podkładami klinowymi
Fig.1. The track with wedge-shaped sleepers

Przy zastosowaniu podkładów tradycyjnych (betonowych lub drewnianych) ich liczba na kilometr toru wynosi 1 667, a przy zastosowaniu podkładów stalowych typu Y ogranicza się do 803 sztuk. Masa podkładu nieuzbrojonego wynosi 132 kg, a z kompletem przytwierdzeń ok. 145 kg (w zależności od rodzaju szyny) (rys. 2).

Problem ruchomych obciążeń i ich wpływu na odpowiedź dynamiczną konstrukcji badany był analitycznie przez wielu naukowców. Analizie jakościowej poświęcono w piśmiennictwie o wiele więcej miejsca aniżeli eksperymentom numerycznym,

gdyż są one trudne do przeprowadzenia, a ponadto prace i czasochłonne. Do modelowania numerycznego wykorzystywane są układy ciągłe, hybrydowe i dyskretne.



Rys.2. Tor z podkładami klasycznymi (a) i podkładami typu „Y” (b)
Fig.2. The track with classical (a) and Y-type (b) sleepers

Podstawowe parametry nawierzchni podsypkowej z podkładami stalowymi typu Y

Analiza teoretyczna oraz badania doświadczalne toru z podkładami typu Y pokazują, że:

- graniczny opór podłużny przytwierdzeń typu S15/Skl 14 wynosi 12 kN/przytwierdzenie (około 28 kN/m toru),
- sztywność ramowa toru z podkładami stalowymi typu Y oraz z szynami UIC 60 i przytwierdzeniami typu S15/Skl14 jest ponad 15-krotnie wyższa od typowej ramy torowej z podkładami betonowymi typu B 70,
- opory boczne ruchu podkładów w podsypce są co najmniej 1,5 raza wyższe od oporów nawierzchni z podkładami belkowymi B 70; charakterystyczne jest to, że opory podłużne są porównywalne z poprzecznymi, podczas gdy w przypadku podkładów belkowych opory podłużne są dużo wyższe od bocznych,

- siła krytyczna, przy której może nastąpić wyboczenie toru jest co najmniej 3-krotnie wyższa od odpowiedniej wartości w przypadku nawierzchni z podkładami belkowymi.

Zakres stosowania podkładów stalowych typu Y

Według przepisów obowiązujących na kolejach DB AG (Deutsche Bahn AG) podkłady stalowe typu Y mogą być stosowane w następujących warunkach:

- prędkość pociągów nie może być większa niż 160 km/h,
- tor bezстыkowy może być układany w łukach kołowych o promieniach $R \geq 190$ m.

Podkłady stalowe typu „Y” mogą być szczególnie przydatne w następujących przypadkach:

- na liniach, na których występuje wiele łuków kołowych o promieniach powyżej 300-400 m,
- na liniach i odcinkach linii, na których znajdują się stare, zużyte podkłady drewniane, a ograniczenia terenowe nie pozwalają na zastosowanie podkładów betonowych z aktualnie obowiązującymi wymiarami pryzmy podsypki,
- na liniach kolei górskich adhezyjnych lub zębatych, zwłaszcza o dużych pochyniach i małych promieniach, również w kolejach wąskotorowych.

W przypadku linii o bardzo dużych obciążeniach brutto (40 mln t brutto i więcej) oraz prędkościach maksymalnych powyżej 160 km/h konstrukcja podkładów typu Y wymaga doskonalenia [4].

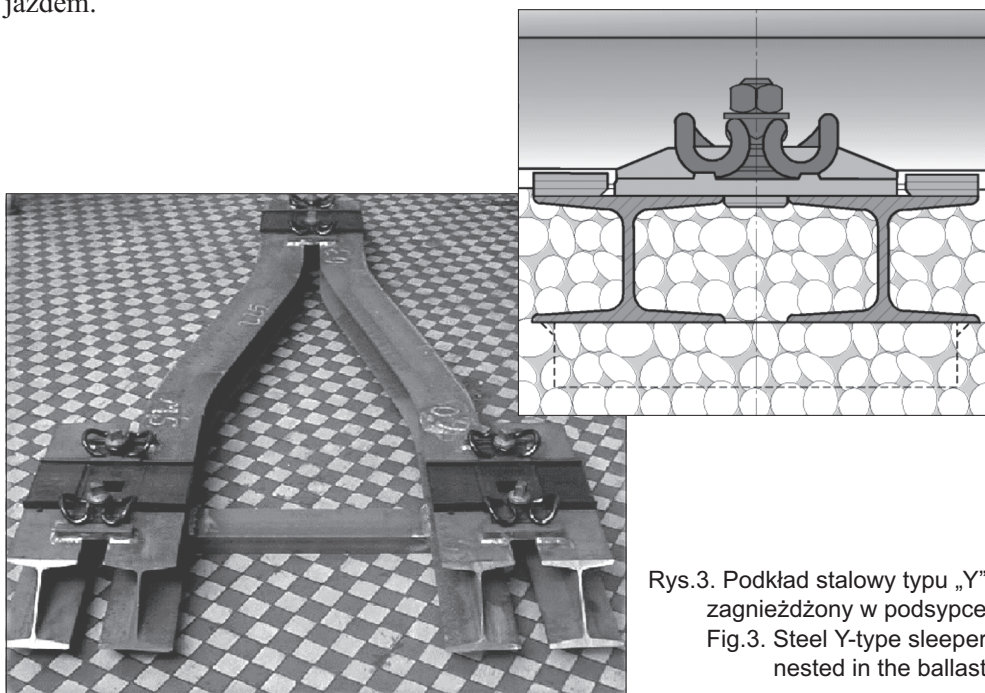
Zaletą zastosowania podkładów „Y” polega na zwiększeniu poprzecznej sztywności toru i zwiększeniu jego bezwładności przez włączenie podsypki do współpracy z przekrojami stalowymi (rys. 3). Pomiary na eksperymentalnych odcinkach wykazują znaczne obniżenie poziomu hałasu przy przejeździe pociągu.

Dzięki dużym oporom ruchu podkładów w podsypce oraz małej wysokości podkładu stalowego (95 mm, a betonowy około 200 mm) objętość pryzmy podsypki wynosi tylko 1,42 m³/m toru (w przypadku podkładów betonowych jest to 2 m³/m toru). Wg danych PLK koszt budowy 1 km z nawierzchnią B 70 W jest o ok. 7% wyższy od kosztu nawierzchni z podkładami typu Y. Nawet intensywne (ok. 10 mln t/rok) eksploatacja odcinków toru z podkładami typu Y w przeciągu kilku lat wykazuje, że nie wymagają one dodatkowych prac związanych z utrzymaniem nawierzchni. Wyjątkiem są odcinki o małych promieniach.

W torze klasycznym podkłady są rozmieszczone co 60 cm, a szyna między nimi pozostaje nie podparta. Rozstaw zestawów kołowych jest wielokrotnością tej odległości i zwykle wynosi 2,0 – 2,6 m. Dzięki temu występuje mniejszy ruch obrotowy wózka w kierunku jazdy. Mimo tego ruch pionowy jest znaczny, gdyż wszystkie koła doznają w czasie jazdy niemal jednocześnie oscylacyjnej zmiany sztywności szyn.

W dalszej części niniejszej pracy omówimy zjawiska dynamiczne towarzyszące przejazdowi zestawu kołowego i wózka wagonu po torze z podkładami typu „Y”. Celem

podstawowym prac jest potwierdzenie niższych amplitud drgań pionowych środka wózka pojazdu szynowego, punktów kontaktu kół z szynami oraz szyn przed i za pojazdem.

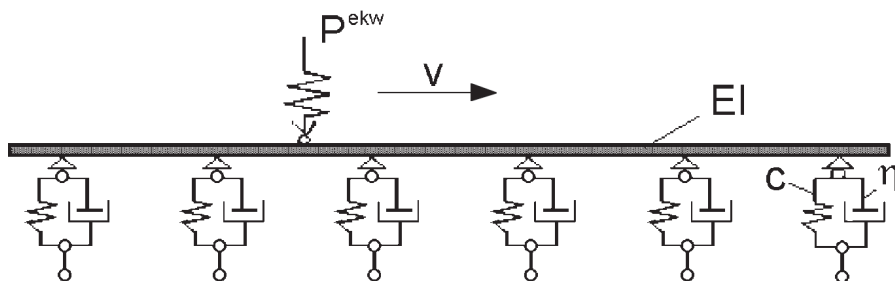


Rys.3. Podkład stalowy typu „Y”
zagnieżdżony w podsypce
Fig.3. Steel Y-type sleeper
nested in the ballast

2. ANALITYCZNE SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Model klasycznego toru składa się z dwóch nieskończenie długich szyn oddzielonych od podkładów lepkosprężystymi przekładkami. W analizie i badaniach symulacyjnych dokonuje się wielu uproszczeń. Szyny przyjmuje się jako nieskończone belki Timoshenki, podkłady jako masy skupione lub ciała sprężyste, a podsypkę jako lepkosprężyste podłoże. Podstawową jakościową różnicą między torem prostym, a torem z podkładami typu „Y” jest symetria i asymetria wzdłużna własności mechanicznych toru. Rozstaw i typ podkładów wpływają na periodyczność podłoża, gęstość masy, bezwładność obrotową oraz efektywną sztywność ścinania. Tor z klasycznymi podkładami betonowymi jest bardziej podatny na obrót, wyboczenie i ugięcie wywołane ścinaniem niż tor z podkładami typu „Y”. Wzrost prędkości fali sprężystej w torze typu „Y” i bardziej równomierny rozkład obciążeń jest istotną zaletą, którą postaramy się poniżej wykazać analitycznie i numerycznie.

Na wstępie przyjrzymy się dynamice prostszego układu (rys. 4). Belka ciągła o sztywności EI oparta jest na podporach lepkosprężystych. Sztywność podparcia szyn charakteryzuje współczynnik c , natomiast współczynnik η opisuje tłumienie podpór. Obciążenie pojazdu określa siła zastępcza P^{ekw} , poruszająca się ze stałą prędkością v .



Rys.4. Schemat modelu matematycznego toru

Fig.4. The scheme of the mathematical model of the track

Tak przyjęty model może być stosowany przy analizie pracy nawierzchni w przypadku stacjonarnych obciążeń pionowych i poziomych. Zasadnicza różnica polega na przyjęciu właściwych charakterystyk torowiska, odpowiadających płaszczyźnie, w której rozpatrywane jest zagadnienie. W świetle dotychczasowej wiedzy o pracy nawierzchni kolejowej przy dużym obciążeniu i zwiększonych prędkościach szczegółową analizę możemy sprowadzić do następujących zagadnień:

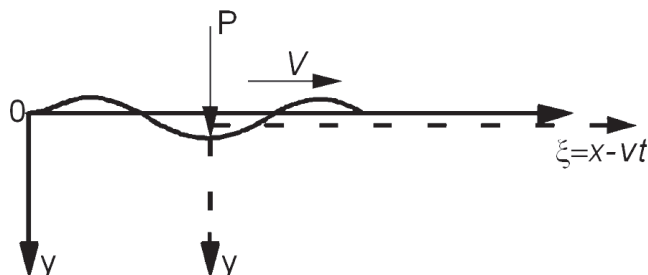
- określenie wielkości dynamicznych oddziaływań pionowych i poziomych pojazdu na tor i ich zależności od parametrów charakteryzujących tor, a zwłaszcza od konstrukcji nawierzchni i jej stanu technicznego,
- przeanalizowanie styku pojazdu z torem, w szczególności przeanalizowanie naprężeń kontaktowych w główce szyny, jako jednego z ważniejszych kryteriów ograniczających obciążenia zewnętrzne,
- wyznaczenie naprężeń normalnych występujących w szynach pod obciążeniem zewnętrznym, a w szczególności określenie dopuszczalnych naprężeń w stopce szyny,
- określenie przydatności eksploatacyjnej nawierzchni w zależności od wielkości obciążenia przewozami, które wywołują trwałą deformację nawierzchni, a w szczególności podsypki,
- określenie wytrzymałości toru na przesunięcia poprzeczne wywołane poziomym obciążeniem zewnętrznym.

Rozpatrzmy nieskończenie długą belkę. Poruszająca się ze stałą prędkością v siła P wywołuje odkształcenia przemieszczające się wraz z obciążeniem. Postulujemy stacjonarność rozwiązania w ruchomym układzie odniesienia (ξ, y) . Rozpatrywany będzie wpływ sił bezwładności toru kolejowego przy wzroście prędkości.

Jeżeli obciążenie zachowuje stałą wartość poruszając się ze stałą prędkością v , to ugięcia toru przesuwać się wzdłuż osi toru z taką samą prędkością, z jaką porusza się obciążenie. Przy tym założeniu wygodniej jest rozpatrywać równanie różniczkowe ruchu

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + mA \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + cy = 0 \quad (1)$$

w układzie współrzędnych (ξ, y) , związanych z poruszającą się siłą (rys. 5). Między ξ i x zachodzi zależność: $\xi = x - vt$.



Rys.5. Przyjęty ruchomy układ odniesienia

Fig.5. Moving coordinate system assumed

Równanie (1) w nowym układzie współrzędnych można wyrazić wówczas w postaci zwyczajnego jednorodnego równania różniczkowego. EI jest sztywnością giętą szyny, a c – współczynnikiem sprężystości podparcia szyny. Podstawienie rozwiązania ogólnego

$$y = B \sin[k(x - vt)] \quad (2)$$

wraz z odpowiednimi pochodnymi względem x i t daje następującą postać równania:

$$B \sin k(x - vt)(EI k^4 - mA v^2 k^2 + c) = 0 \quad (3)$$

Jest ono prawdziwe, jeśli

$$EI k^4 - mA v^2 k^2 + c = 0 \quad (4)$$

lub inaczej

$$v^2 = \frac{EI k^4 + c}{mA k^2} \quad (5)$$

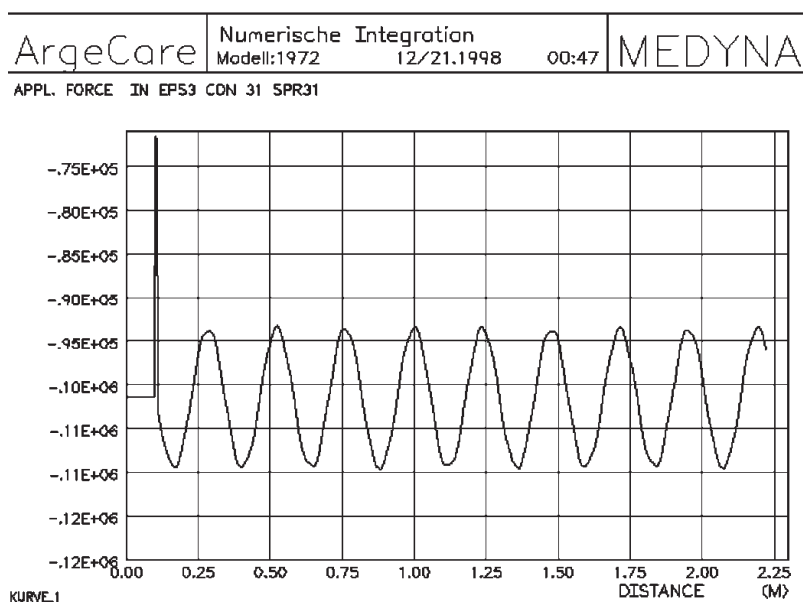
Wyznaczamy minimum v względem k . Otrzymujemy prędkość v_{kr} , przy której zachodzi postulowana przez nas stacjonarność procesu:

$$v_{kr} = \sqrt[4]{\frac{4EIc}{m^2 A^2}} \quad (6)$$

Fizyczną interpretacją prędkości krytycznej v_{kr} (6) jest najmniejsza prędkość rozchodzenia się fali poprzecznych odkształceń toru. Przyjmując odpowiednio masę toru z szynami typu S49 na podkładach betonowych i drewnianych, przypadającą na jednostkę długości, otrzymamy [5]: $v_{kr}^b \approx 0,85 v_{kr}^d \approx 0,85 \times 500 \approx 420$ km/h. Przeprowadzone doświadczalnie pomiary wykazują, że sprężyste fale ugięcia rozchodzą się wzdłuż toru z szynami typu S49 z prędkością $400 \div 900$ km/h. Należy tu zaznaczyć, że w wielu przypadkach prędkość ta może być znacznie niższa (np. nasyp mocno nawodniony).

Prędkość v_{kr} można w uproszczeniu traktować jako teoretyczny próg wzrostu szybkości pociągów.

Proces toczenia po rzeczywistym torze jest zawsze zaburzony przez nierówności geometryczne na powierzchni tocznej główki szyny i niejednorodność sprężystego podparcia szyny. Do geometrycznych nierówności należy zaliczyć przede wszystkim nierównomierne zużycie szyny, zużycie faliste, rozjazdy, styk szynowy (eliminowany poprzez zastosowanie toru bezstykowego), itp. Nierówności, nawet o nieznacznej amplitudzie (rzędu mikrometrów) mocno zwiększają siłę kontaktu koła z szyną (np. [6]). Na rysunku 6 przykładowo pokazano wynik symulacji programem Medyna przejazdu wózka przez styk szyny. W miejscu kontaktu koła z szyną powstaje oscylacyjna siła o znacznej amplitudzie.



Rys.6. Symulacja przejazdu przez styk i powstałe w ten sposób zaburzenie
Fig.6. Simulation of the passage through the joint and generated perturbation

Źródłem zmiennej sprężystości podparcia szyny jest nierównomierne zagęszczenie podsypki, niejednakowe podbicie podkładów i niejednorodność materiału, z którego wykonane są przekładki i podkłady. W wyniku tego współczynnik sztywności podparcia szyny c jest wielkością zmienną. Tym samym ugięcie pod siłą $P = \text{const}$, poruszającą się po szynie ze stałą prędkością staje się również wartością zmienną. Przyjmujemy, że siła P porusza się więc po drodze falistej.

Głębokość nierówności geometrycznych stanowi ułamek milimetra, a długość fali nierówności wynosi od kilkudziesięciu milimetrów do kilku metrów. Głębokość nierówności wywołanych zmienną sztywnością podparcia szyny wynosi $2 \div 5$ mm.

Styk jest miejscem, w którym występują oba rodzaje nierówności toru. Zależnie od stanu utrzymania styku i temperatury, luz może zmieniać się od zera do kilkunastu milimetrów. Ugięcie szyny w styku jest o około 50% większe niż w środku przęsła szynowego. Sztywność toru w przekroju stykowym jest więc obniżona i wzrasta stopniowo w miarę oddalania się od styku. W odległości około 2,0 m od osi styku osiąga sztywność zbliżoną do sztywności w środku przęsła.

3. MODEL MATEMATYCZNY

Tradycyjny model toru kolejowego składa się z dwóch nieskończonych szyn, zamocowanych do podkładów poprzez sprężyste przekładki. Różne założenia przyjmowane w modelowaniu toru prowadzą do istotnych uproszczeń. Dwuwymiarowy okresowy model toru składa się z dwóch równoległych, nieskończonych belek Timoshenki (szyny), sprzężonych lepkością sprężystym podłożem (lub równomiernie rozłożonymi podkładami). Jakościowa różnica w modelowaniu toru z klasycznymi podkładami lub podkładami typu „Y” związana jest z podłużną symetrią lub asymetrią toru. Dynamiczna analiza powyższych modeli torów rozpatrywanych jako układy periodyczne może być prowadzona na mocy twierdzenia Floqueta. Wykorzystuje się rozwiązania uzyskiwane w przypadku innych struktur obciążonych ruchomym obciążeniem [7 – 9]. Model belki Timoshenki umieszczonej na sprężystym lub lepkością sprężystym podłożu może być wykorzystany do opisu pionowego lub poprzecznego ruchu toru. W takim przypadku rozstaw podkładów wpływa na okresowość współczynnika sprężystości podłoża, gęstości masy (bezwładności obrotowej) i efektywnej sztywności ścinania. Bezwładność obrotowa i efekt ścinania silniej wpływa na tor z klasycznymi betonowymi podkładami niż na tor z podkładami typu „Y”.

W pracy [10] wykazano analitycznie i przez symulację wzrost prędkości fali sprężystej oraz bardziej jednorodny rozkład obciążeń w torze z podkładami typu „Y”.

Rozpatrzmy ruch belki Timoshenki opisany następującymi równaniami różniczkowymi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(K \left(\frac{\partial w}{\partial x} - f \right) \right) - mA \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - cw = p(x, t) , \\ EI \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + K \left(\frac{\partial w}{\partial x} - f \right) - mI \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0 , \end{aligned} \quad (7)$$

gdzie:

EI – sztywność giętna,

K – współczynnik ścinania,

G – moduł ścinania,

A – pole powierzchni przekroju poprzecznego o momencie bezwładności I ,

w – przemieszczenie,

- f – kąt obrotu,
 c – współczynnik sprężystości podłoża,
 m – współczynnik sprężystości podłoża.

Układ równań (7) jest równoważny jednemu bezwymiarowemu równaniu czwartego rzędu:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - 4(a+b) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + 16ab \frac{\partial^4 w}{\partial t^4} - 8da \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t} + 32abd \frac{\partial^3 w}{\partial t^3} - 4a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (16ab+4) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 8d \frac{\partial w}{\partial t} + 4w = 0 \quad (8)$$

W prostym przypadku technicznym równanie ruchu belki (belka Bernoulliego-Eulera) ma postać następującą, przy oznaczeniu T jako siły rozciągającej:

$$EI \frac{\partial^4 w_i}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} + mA \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} + cw_i = cq, \quad i=1,2 \quad (9)$$

Klasyczny tor pokazany na rys. 2a opisują parametry:

$$E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2, I = 3,052 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4, m = 60,31 \text{ kg/m}, c = 2,6 \cdot 10^8 \text{ N/m},$$

rozstaw podkładów $L = 0,6 \text{ m}, b = 6,3 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$, masa podkładu $M = 145 \text{ kg}$.

Równanie ruchu podkładu w przypadku symetrycznych drgań (w fazie) szyn ma postać:

$$M\dot{q} + B\dot{q} + Cq = 2b(\dot{w} - \dot{q}) + 2c(w - q), \quad w = \frac{1}{2}(w_1 + w_2), \quad (10)$$

gdzie:

$$b = 6,3 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}, \text{ sztywność lepkosprężystego podłoża } C = 1,8 \cdot 10^8 \text{ N/m},$$

$$B = 8,2 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}.$$

W przypadku asymetrycznych drgań szyn mamy następujące równanie ruchu podkładu:

$$J\dot{p} + B_0\dot{p} + C_0p = bl(\dot{w} - \dot{p}) + cl(w - p) \quad (11)$$

Poszukując rozwiązania równania fal biegnących w postaci zespolonej

$$w = W_0 \exp[ik(x = vt)] \quad , \quad q = Q_0 \exp[ik(x - vt)] \quad (12)$$

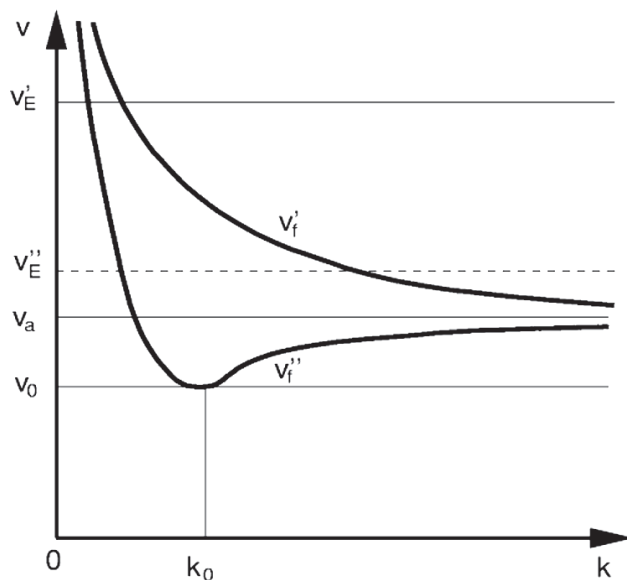
klasyczną prędkość fali zależną od liczby falowej k opisujemy związkami:

$$v = f(m, M, EI, c, C, k) \quad (13)$$

W przypadku ruchu szyny opisanego parametrami belki Timoshenki spełniającymi nierówność

$$F(V_G, V_E) = E - KG(KGA^2 + Ic) < 0 \quad (14)$$

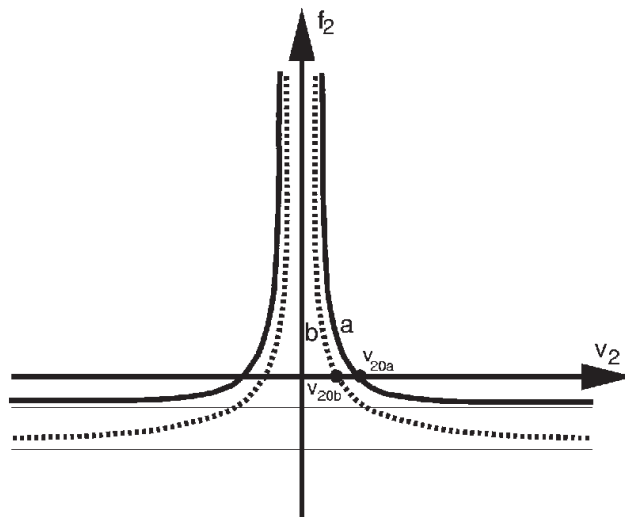
minimum prędkości fali sprężystej w szynach jest mniejsza niż prędkość fali ścinania ($V_{cr} < V_G$). Zależność prędkości fali sprężystej $v(k)$ w takim przypadku jest pokazana na rysunku 7 (krzywa V_f''). Związek ten w sytuacji, gdy $F(V_G, V_E) > 0$, pokazano także na rys. 7 (krzywa V_f').



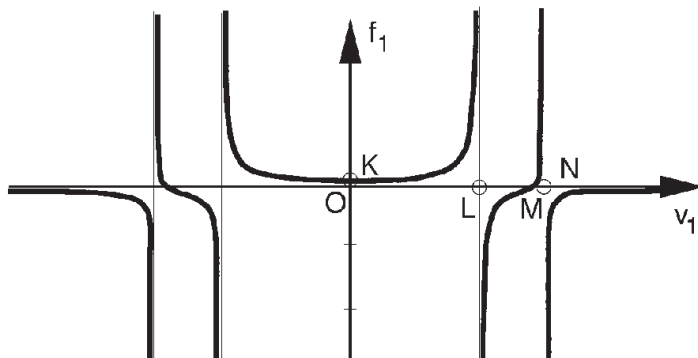
Rys.7. Prędkości fal sprężystych v względem liczby falowej k w przypadku dwóch różnych wartości modułu Younga (E_1 i E_2)

Fig.7. Elastic wave speed v vs. wave number k in the case of various Young moduli (E_1 and E_2)

Krytyczna prędkość i prędkości fal sprężystych w torze w przypadku obu typów modeli podkładów może być wyznaczona graficznie lub numerycznie. W przypadku szyn drgających w fazie, opisanych równaniami (9) i (10) i w przypadku ruchu w przeciwfazie (równanie (9) i (11)), współczynnik przemieszczenie – ciśnienie f_1 i f_2 (ciśnienie pomiędzy podkładami i szynami) względem prędkości fali w przypadku sprężystym pokazuje rys. 8. Widać, że punkt rezonansu w przypadku drgań w fazie jest osiąganym przy wyższej prędkości niż w przypadku ruchu w przeciwfazie. Zależność współczynnika ciśnienie – przemieszczenie od prędkości fali w przypadku podkładów poruszających się w fazie pokazuje rys. 9.



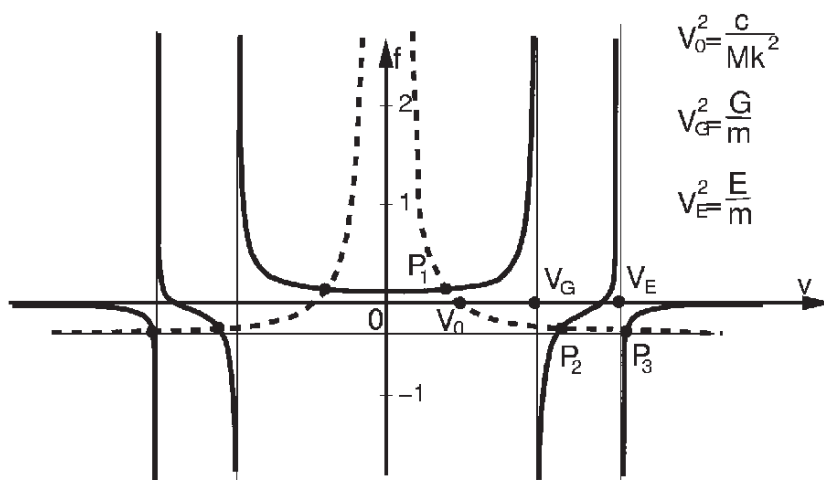
Rys.8. Prędkości fal w torze konwencjonalnym w przypadku: (a) – gdy obie szyny drgają w fazie oraz w przypadku (b) – gdy obie szyny drgają w przeciwfazie
 Fig.8. Wave velocity in the conventional track in the case: (a) of both rail vibrating in phase, (b) of both rail vibrating out of phase



Rys.9. Zależność współczynnika ciśnienie – przemieszczenie od prędkości fali w przypadku podkładów poruszających się w fazie
 Fig.9. Pressure coefficient – displacement dependency on the wave velocity in the case of in-phase motion of the sleepers

Punkty przecięcia P_1, P_2, P_3 określają prędkość fali w torze. W przypadku pokazanym na rys. 10 minimalna prędkość fal sprężystych w torze v jest określona przez punkt P_1 . Wartość prędkości jest mniejsza niż połowa prędkości fali ścinania V_G . Wyznaczenie

prędkości fal sprężystych (P_1, P_2, P_3) w torze umożliwia oszacowanie maksymalnej prędkości pociągu. Odpowiedź toru obciążonego oscylacyjnym ruchem zestawu kołowego można wyznaczyć na drodze analitycznej stosując technikę Floqueta w sposób podobny do opisanej w literaturze.



Rys.10. Prędkości fal w torze konwencjonalnym w przypadku, gdy obie szyny drgają w przeciwfazie i szyny – podkłady drgają w fazie
 Fig.10. Wave velocities in conventional track in the case when both rails vibrate in phase and rails – sleepers vibrate in phase

4. MODEL NUMERYCZNY W SYSTEMIE MEDYNA

Jednym z narzędzi numerycznego opisu problemu dynamicznego oddziaływania pojazdu szynowego z torrem jest system MEDYNA. Umożliwia on opis matematyczny przestrzennych układów materialnych w formie algorytmów numerycznych, umożliwiających automatyczną generację odpowiednich modeli matematycznych.

System MEDYNA realizuje następujące czynności:

- generowane równania ruchu są linearyzowane wokół ruchu zadanego,
- ciała tworzące modelowany układ mogą być sztywne lub odkształcalne,
- opis odkształcalności ciała jest oparty na zasadach liniowej teorii sprężystości, z wykorzystaniem metody Rayleigha-Ritza,
- możliwe jest wykorzystanie danych do opisu odkształcalności ciała z wybranego systemu MES,
- istnieje możliwość tworzenia tzw. podstruktur, będących w istocie modelami złożonych obiektów, używanych jako elementy w innych modelach; przykładem takiej podstruktury w „MEDYNIE” jest układ: zestaw kołowy – element toru.

W wyniku analizy numerycznej możliwe jest wyznaczenie w każdym z kół m.in.:

- przemieszczeń dowolnego elementu względem przyjętych układów współrzędnych,
- sił normalnych w styku,
- sił tarcia suwnego wzdłużnego i poprzecznego oraz momentu tarcia wiertnego,
- poślizgów suwnych i wiertnych, mocy tarcia (wskaźnik prognostyczny zużycia).

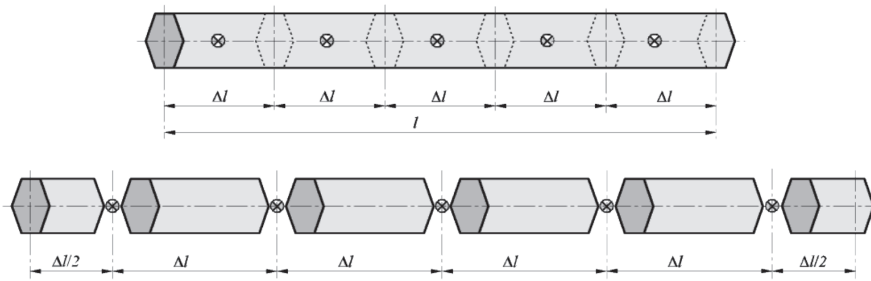
Schemat postępowania

Można wyodrębnić następujące czynności procesu modelowania:

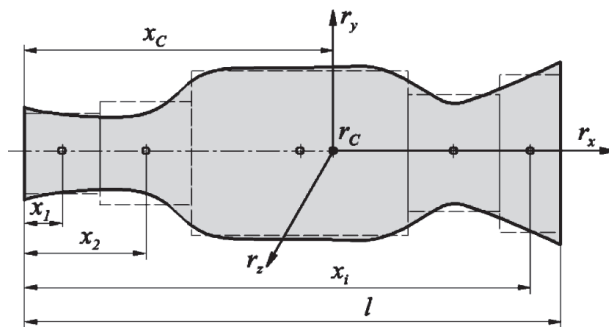
- ustalenie liczby ciał tworzących model,
- ustalenie położenia nominalnego ciał względem przyjętego układu odniesienia oraz zdefiniowanie uogólnionych współrzędnych położenia, określenie liczby równań więzów i macierzy więzów,
- redukcja macierzy więzów,
- wyznaczenie macierzy Jacobiego, liczby stopni swobody i niezależnych współrzędnych położenia, określenie zewnętrznych sił uogólnionych, potencjalnego pola sił grawitacji, ruchu odniesienia i układów żyroskopowych,
- wyznaczenie nominalnych sił i momentów występujących w członach łączących ciała tworzące model, wyznaczenie uogólnionych sił więzów,
- określenie nominalnych sił i momentów występujących w elementach łączących ciała tworzące model, budowa macierzy sztywności (dla położenia nominalnego),
- wyznaczenie wartości ustalonych sił i momentów,
- budowa macierzy masowych,
- obliczenie macierzy zredukowanych liniowych równań ruchu,
- zestawienie liniowych równań ruchu.

W przygotowaniu modelu wykorzystano założenia metody sztywnych elementów skończonych (SES) [11]. Rzeczywiste fragmenty ciągłej konstrukcji dzieli się na nieodkształcalne bryły, zwane sztywnymi elementami skończonymi.

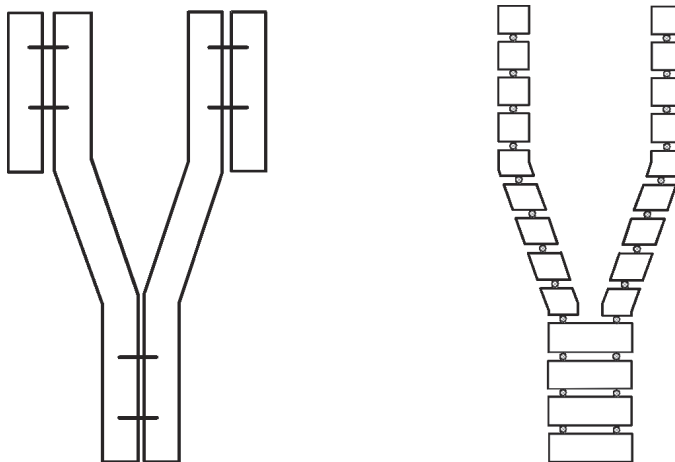
Elementy te połączone są między sobą elementami sprężysto-tłumiącymi, których charakterystyki przyjmuje się jako liniowe (rys. 11). Metoda SES ma szereg zalet, szczególnie przy rozwiązywaniu zagadnień dynamicznych układów opisanych równaniami liniowymi, lub układów, w których nieliniowości można ułożyć w ustalonych z góry punktach. Praktyka obliczeniowa wykazuje, że nawet zgrubny podział układu (rys. 12 - 13) na sztywne elementy skończone daje stosunkowo dokładne wyniki.



Rys.11. Zdyskretyzowany fragment belki w metodzie sztywnych elementów skończonych
Fig.11. Discretized part of the beam in the rigid finite element method



Rys.12. Zastąpienie pręta niepryzmatycznego układem odcinków prętów pryzmatycznych
Fig.12. Replacement of non-prismatic rod by the system of prismatic rod segments



Rys.13. Ciągły i zdyskretyzowany podkład typu „Y”
Fig.13. Continuous and discrete Y-type sleeper

Metodą SES można łatwo wykonywać obliczenia częstości drgań własnych i odpowiadających im postaci drgań, jak również obliczenia drgań wymuszonych siłami i kinematycznie. Wymuszenia te mogą być okresowe, nieokresowe lub stochastyczne.

W nowoczesnych konstrukcjach, szczególnie przy posadowieniu urządzeń wywołujących drgania lub wymagających izolacji przeciwdrganiowej, stosuje się różne elementy podatne. Są to wszelkiego rodzaju sprężyny, resory i podkładki gumowe. W ostatnich czasach coraz częściej stosuje się w fundamentowaniu maty gumowe. Mają one znacznie lepsze własności tłumiące niż sprężyste elementy stalowe. Bardzo dobrze izolują układy od drgań w paśmie częstotliwości akustycznych. Przeciwdziałają więc rozprzestrzenianiu się hałasu. Gumowe elementy sprężyste są stosowane również w konstrukcji kół pojazdów szynowych, np. w tramwajach, wagonach metra.

Podkładki gumowe wykonywane są w dwóch zasadniczych typach. Do pierwszego typu należą tak zwane podkładki punktowe o najróżniejszych rozwiązaniach konstrukcyjnych. Współczynniki sztywności takich podkładek podawane są zwykle w katalogach firmowych. Do drugiego typu należą podkładki ciągłe, zwane również szynowymi. Składają się one z dwóch stalowych płaskowników, między którymi przywulkanizowana jest warstwa gumy. Podkładki te produkowane są w różnych szerokościach i wysokościach z gumy o różnych twardościach. Podkładki szynowe są bardzo wygodne w zastosowaniu, ponieważ można – w zależności od potrzeb – ciąć je na odcinki o dowolnej długości oraz dowolnie rozmieszczać pod urządzeniami. W katalogach podawane są własności sprężyste podkładek szynowych na jednostkę ich powierzchni. Dobierając podkładki gumowe należy pamiętać o tym, że inne są ich sztywności na obciążenia statyczne, a inne na obciążenia dynamiczne.

Własności sprężyste gumy zależą od wielu czynników, między innymi od temperatury i czasu (starzenie się gumy). Dlatego też projektując sprężyste zamocowanie urządzeń na podkładkach gumowych należy się liczyć z tym, że przyjęte do obliczeń wartości współczynników sztywności mogą różnić się od danych katalogowych nawet o kilkanaście procent. Własności sprężyste gumy podawane są zwykle w zależności od jej twardości, jednak różne gatunki gumy o tej samej twardości mogą różnić się własnościami sprężystymi. Stosunek sztywności dynamicznej do sztywności statycznej zależy również od twardości gumy. Przyjmuje się, że jest on jednakowy przy sztywności wzdłużnej i poprzecznej. Mimo że charakterystyki sztywności gumy są silnie nieliniowe, w większości obliczeń praktycznych przy założeniu małych amplitud drgań można przyjąć je jako liniowe bez obawy popełnienia dużego błędu. Dobiera się w tym przypadku parametry odpowiadające spodziewanemu zakresowi pracy konstrukcji.

Podkładki sprężyste dobierane tak aby nie przenosiły większych obciążeń niż nominalne obciążenia statyczne, przy czym powinny być rozmieszczone z zachowaniem pionowej osi łączącej środek masy urządzenia ze środkiem sztywności wszystkich podkładek. Przy obliczaniu drgań urządzeń ustawionych na podkładkach ciągłych wygodnie jest zastąpić je jednym elementem sprężystym umieszczonym w środku sztywności podkładek rzeczywistych. Współczynniki sztywności takiego zastępczego elementu obliczamy zakładając, że ustawione na nim urządzenie dozna, pod działaniem

dowolnego układu obciążeń, takich samych przemieszczeń jak na podkładkach rzeczywistych. Ponadto, ze względu na przyjętą liniowość układu zakładamy stosowalność zasady superpozycji, tzn. że całkowite przemieszczenie urządzenia można traktować jako sumę przemieszczeń translacyjnych w kierunku poszczególnych osi r_x, r_y, r_z oraz przemieszczeń rotacyjnych wokół tych osi.

Prawidłowo dokonany podział ciągłych fragmentów konstrukcji na sztywne elementy skończone (SES) i łączące je elementy sprężysto-tłumiące (EST) zwiększa dokładność obliczeń. Podstawową zasadą przy wykonywaniu takiego podziału jest przeprowadzenie wstępnego podziału ciągłego fragmentu konstrukcji na odcinki (w przypadku belek) lub prostokąty (w przypadku płyt), a następnie skupienie własności sprężysto-tłumiących w ich środkach geometrycznych.

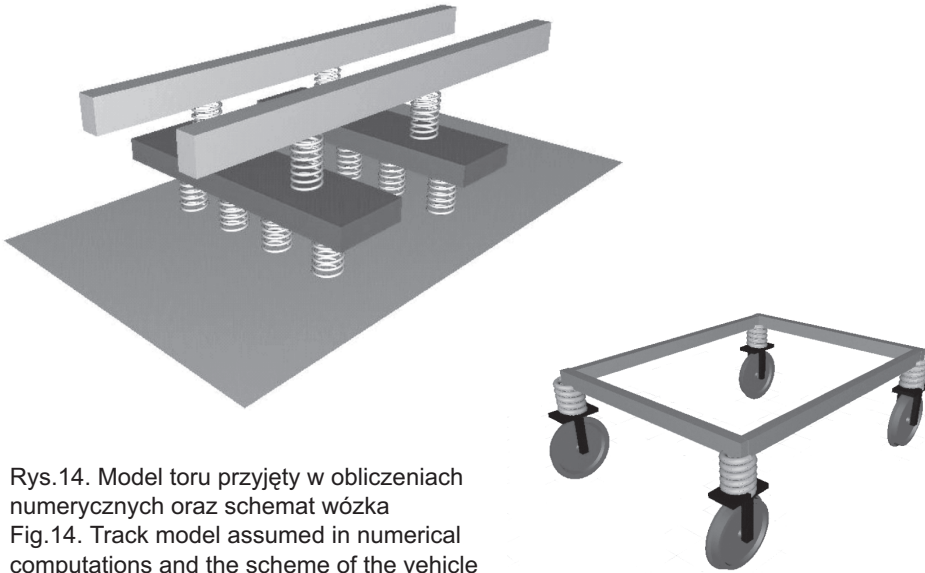
5. MODEL NUMERYCZNY METODY ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH

Niezależne obliczenia numeryczne przeprowadzono metodą czasoprzestrzennych elementów skończonych. Metoda jest uogólnieniem metody elementów skończonych [12]. W szczególnych przypadkach jest identyczna z metodą elementów skończonych, zastosowaną do zmiennych przestrzennych, z całkowaniem w czasie metodą z grupy metod Newmarka (metodą różnic centralnych, metodą trapezów, β -Newmarka itp.).

Zadanie podzielono na dwa podukłady. Pierwszy to tor złożony z szyn, podkładów, lepkosprężystych przekładek oraz lepkosprężystego podłoża gruntowego. Drugim podukładem był pojazd szynowy, zbudowany z czterech oscylatorów, połączonych odkształcalną ramą (rys. 14). Szyny, podkłady oraz ramy wózka przyjęto jako elementy rusztu, o trzech stopniach swobody w węźle. Przekładki przyjęto jako elementy skończone pręta. Podłoże gruntowe przyjęto jako inercyjne podłoże Winklera. Odpowiednio dobrano sztywności ramy oraz bezwładność poszczególnych elementów. W przypadku uproszczonego modelu pojazdu, w którym masy kół są zgranulowane, trudność stanowił dobór wielkości masy koła, jaka towarzyszy przemieszczeniom poprzecznym szyny. W obliczeniach przyjęto wielkość 15% masy koła, jaka towarzyszy ruchowi pionowemu szyny.

Oba układy dynamiczne rozwiązywano niezależnie, budując i rozwiązując odpowiednie wynikowe układy równań algebraicznych. Siatki węzłów obu układów dyskretnych przemieszczały się względem siebie i w związku z tym zastosowano prostą procedurę iteracyjną równoważenia sił w obu układach. W pierwszym etapie tor obciążano w punktach kontaktu kół z szynami siłami odpowiadającymi naciskowi kół wózka. W wyniku otrzymywano przemieszczenia węzłów siatki dyskretniej. To pozwalało wyznaczyć przemieszczenia pionowe szyn w miejscach ich kontaktu z kołami. Przemieszczenia przyjmowano jako warunki brzegowe w rozwiązaniu układu wózka obciążonego siłami zewnętrznymi, m.in. ciężarem własnym i ciężarem

pułda wagonu. Rozwiązanie tego etapu dawało w wyniku reakcje w miejscach kontaktu z szynami. Reakcje te z przeciwnymi znakami służyły ponownie do obciążenia toru. Powtarzana iteracyjnie procedura prowadziła w kilku krokach do zrównoważenia układu statycznego i następnie pozwalała przejść do następnej chwili w procesie dynamicznym. Procedura działa poprawnie w pewnych zakresach parametrów. W naszym przypadku w praktyce nie dochodziło do utraty stabilności rozwiązania, o ile krok czasowy nie był zbyt duży.

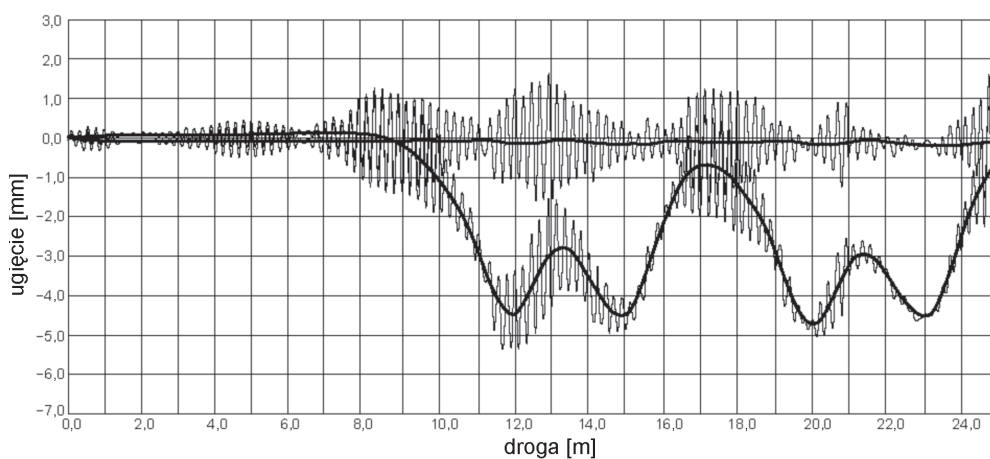


Rys.14. Model toru przyjęty w obliczeniach numerycznych oraz schemat wózka
Fig.14. Track model assumed in numerical computations and the scheme of the vehicle

6. WYNIKI

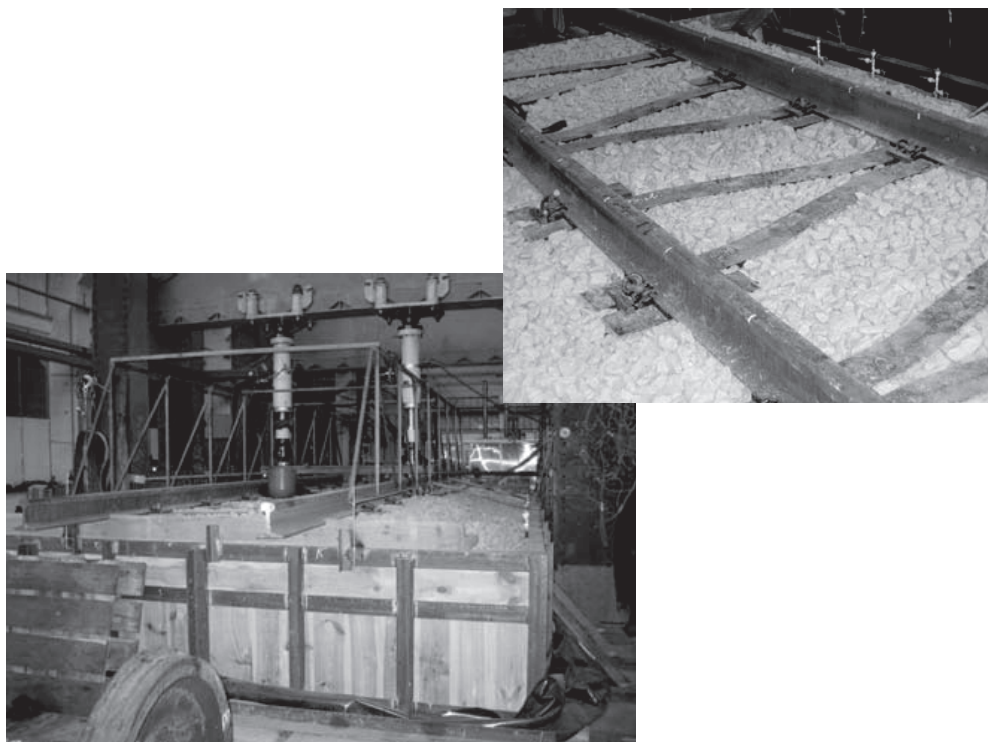
Przejazd pojazdu charakteryzuje się drganiami o częstotliwości 50 – 100 Hz. Widać to na przykładzie zarejestrowanych drgań przy przejeździe wagonu z prędkością 60 km/h (rys. 15). Na wykresie naniesiono również wartości skorygowane o ugięcia statyczne. W związku z tym ważna jest ocena wielkości amplitud drgań w zbliżonym zakresie częstotliwości.

Przy wprowadzaniu nowego elementu konstrukcji, bądź nowego rozwiązania, wymagane jest sprawdzenie go zarówno teoretycznie jak i na stanowisku badawczym. W związku z dużymi kosztami, jakie należy ponieść przy badaniach stanowiskowych coraz częściej równolegle prowadzi się badania z wykorzystaniem modelowania komputerowego. W celu oceny błędów obliczeniowych w badaniach zastosowano dwa sposoby modelowania. Jednym jest własne rozwiązanie numeryczne, drugi obejmuje ten sam model wykorzystany w systemie obliczeniowym MEDYNA. Wszystkie dane materiałowe wykorzystane w obliczeniach odpowiadają rzeczywistości. Brakujące wielkości, zwłaszcza współczynniki tłumienia, otrzymano w badaniach stanowiskowych toru Y (rys. 16 – 17).

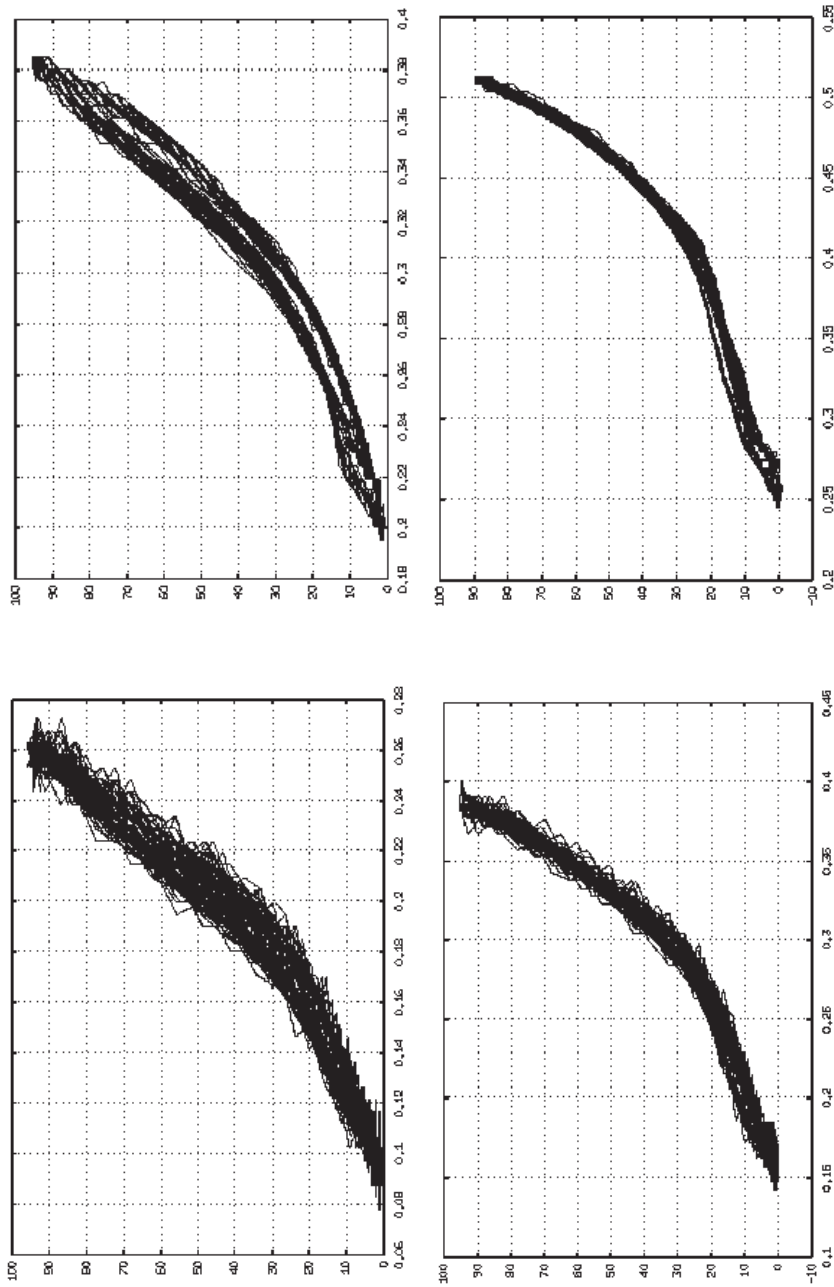


Rys.15. Pomiary przemieszczeń pionowych szyny przy przejeździe z prędkością 60 km/h

Fig.15. Measurements of vertical displacements in motion at 60 km/h



Rys.16. Stanowisko badawcze fragmentu toru z podkładami stalowymi
Fig.16. Experimental stand for the part of the track with Y-type sleepers



Rys. 17. Siła pionowa w funkcji przemieszczenia po ułożeniu toru (lewa kolumna) oraz po długim okresie eksploatacji (prawa kolumna), zarejestrowane nad podkładem i między podkładami

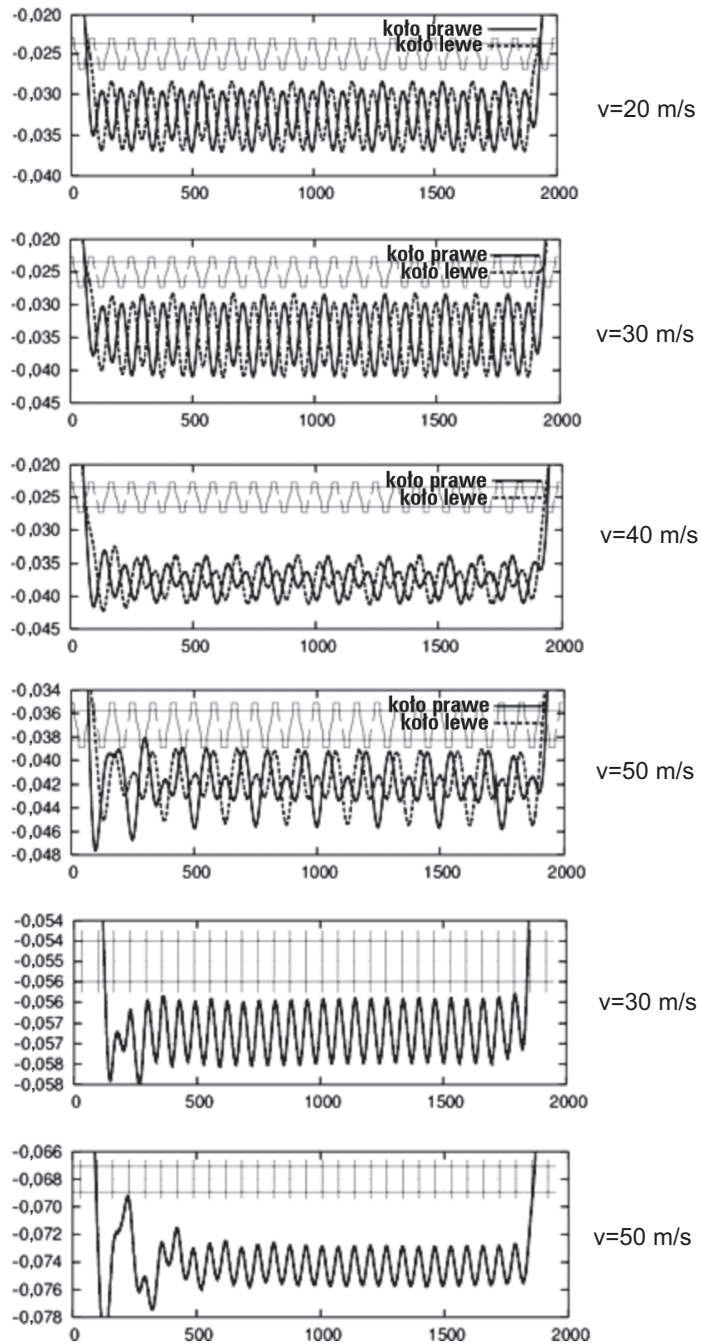
Fig. 17. Vertical force as a function of displacements in the initial state (left column) and after long exploitation (right column), registered on the sleeper and between sleepers

Poniższe przykłady pokazują różnice między obydwoimi rodzajami torów. W pierwszym wózek z idealnymi kołami, pozbawionymi niewyważień, toczy się po szynach. Układ obciążony jest ciężarem własnym wózka oraz pudła wagonu. Drgania zainicjowane zostały przez najazd wózka na tor. Odpowiedź układu zależy mocno od prędkości przejazdu. Przy wyższych prędkościach dostrzegamy dominujący wpływ podkładów na przemieszczenia pionowe (rys. 18).

W przypadku idealnych kół, pozbawionych nierówności i w związku z tym bez okresowego wzbudzenia układu w trakcie jazdy, amplitudy ugięć toru są niższe w przypadku toru „Y”, choć oscylacje ugięć w punktach kontaktu kół i szyn (śledzących) są wyższe niż w torze klasycznym.

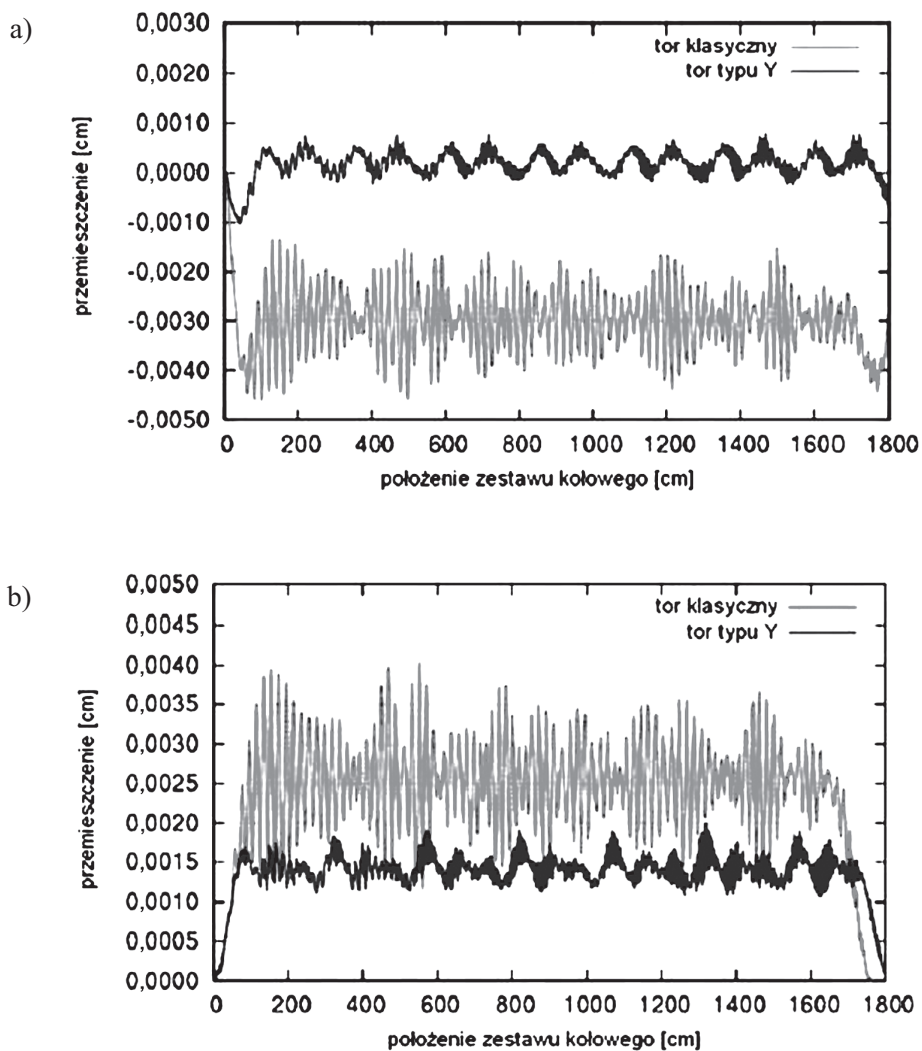
Następne testy dotyczą przejazdu wózka z nieznacznym niewyważeniem kół. Z takim przypadkiem mamy w praktyce zawsze do czynienia z powodu naprężeń własnych, owalizacji kół, ich poligonizacji itp. [13]. Obciążenie takie traktujemy jako oscylacyjne. Oddziałuje ono na periodyczną strukturę. Istotnym zjawiskiem jest poziom amplitud drgań pionowych szyn w pewnej odległości przed pojazdem, przy przykładowej prędkości przejazdu 40 m/s. Symulacja potwierdziła obserwacje poczynione na eksperymentalnym odcinku toru. Zaobserwowano znacząco niższy poziom amplitud przemieszczeń toru z podkładami „Y” w stosunku do toru klasycznego (rys. 19).

Drgania zmierzone w odległości $d = 120$ i 180 cm przed pierwszym zestawem kołowym są istotne w przypadku sprzężenia oddziaływań następujących po sobie zestawów kołowych, jadących po torze prostym lub torze o falistej, skorugowanej powierzchni szyn. Porównanie obu torów przedstawia rys. 20 i 21. Można zauważyć mocno pofalowaną powierzchnię wykresu czasoprzestrzennego w przypadku toru klasycznego. Obserwuje się interesujące zjawisko występowania fal rozchodzących się ku źródłu zaburzeń [14]. Tor typu „Y” wykazuje znacząco niższy poziom amplitud przemieszczeń.



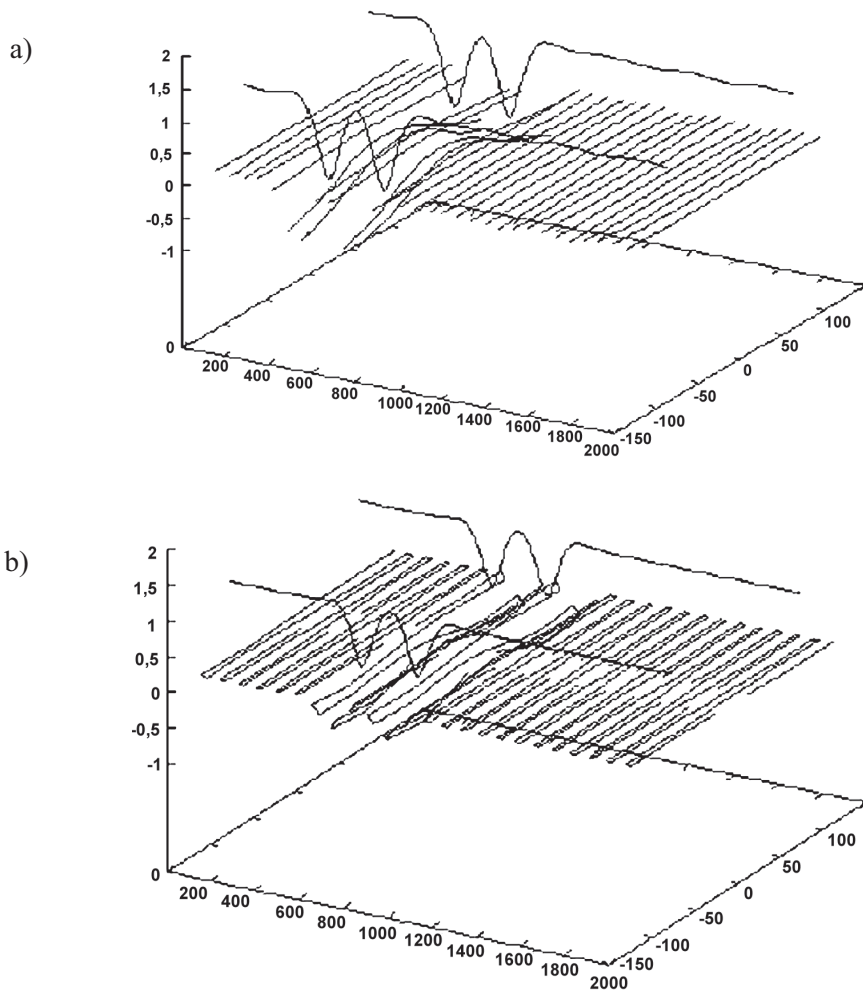
Rys.18. Pionowe przemieszczenia punktów kontaktu przy różnych prędkościach przejazdu zestawu kołowego o kołach bez nierówności

Fig.18. Vertical displacements of the contact points at various speed of the wheelset with perfect wheels

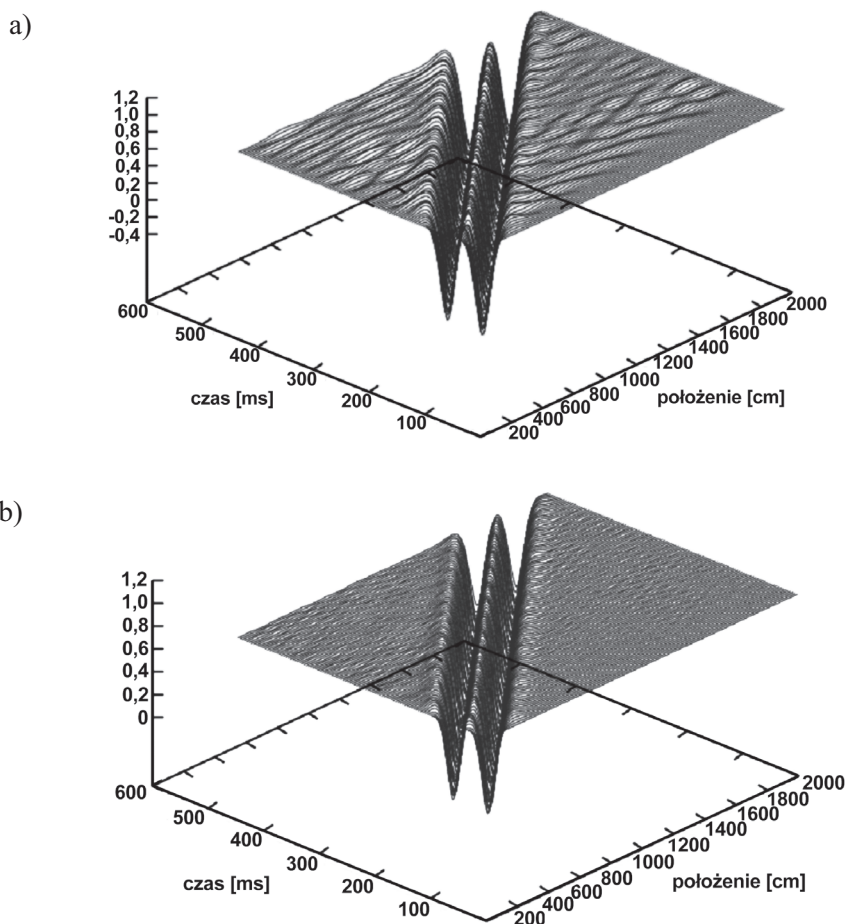


Rys.19. Pionowe przemieszczenia zarejestrowane: a) 120 cm i b) 180 cm, przed punktem kontaktu pierwszego zestawu kołowego z torem w przypadku toru klasycznego i toru typu „Y” przy prędkości 40 m/s

Fig.19. Vertical displacements registered: a) 120 cm and b) 180 cm in front of the contact points of the bogie for classic and Y-type track at a speed of 40 m/s

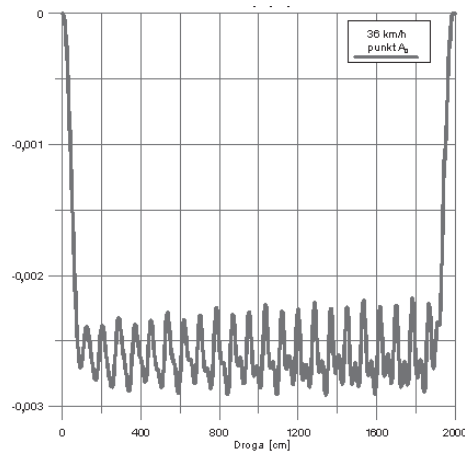
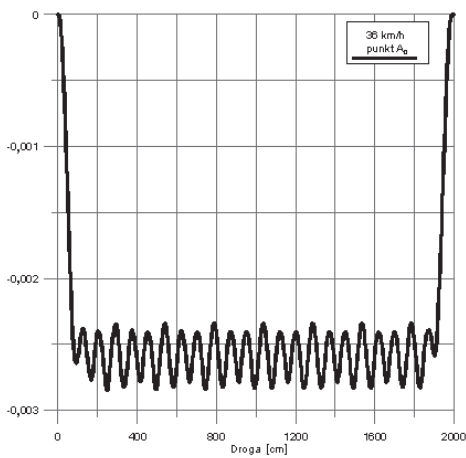
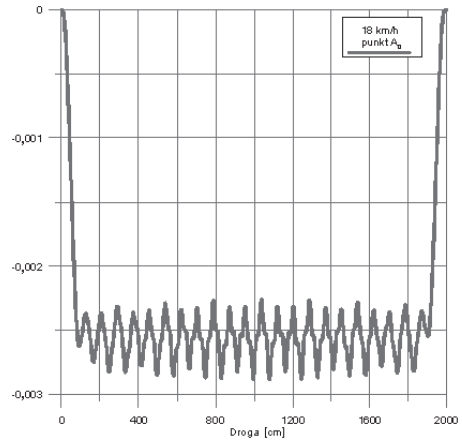
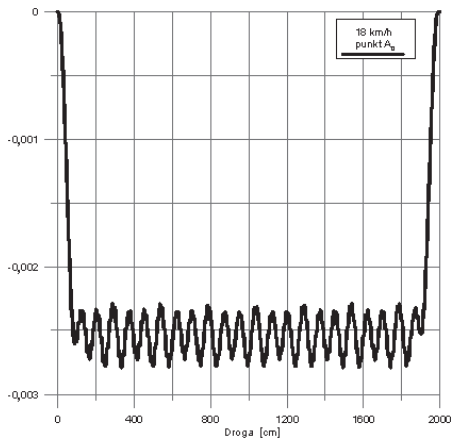
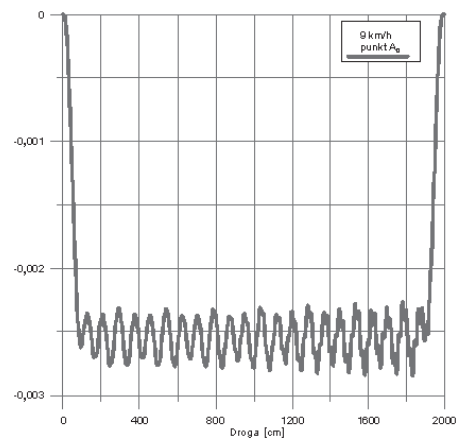
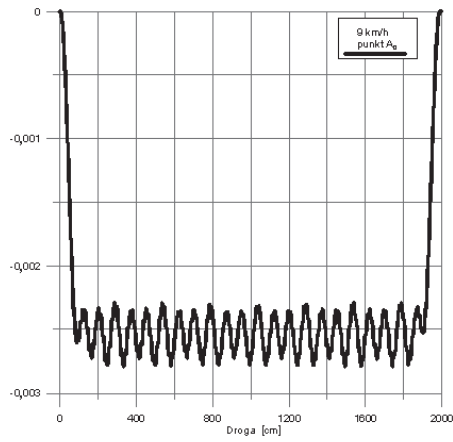


Rys.20. Poglądowa symulacja przejazdu wózka po torze klasycznym(a) i (b) torze typu „Y” (pionowa skala przemieszczeń została zmieniona w celu lepszej prezentacji przemieszczeń)
Fig.20. Simulation of the classic (a) and (b) Y-type track under the vehicle (vertical scale was changed for better presentation of displacements)



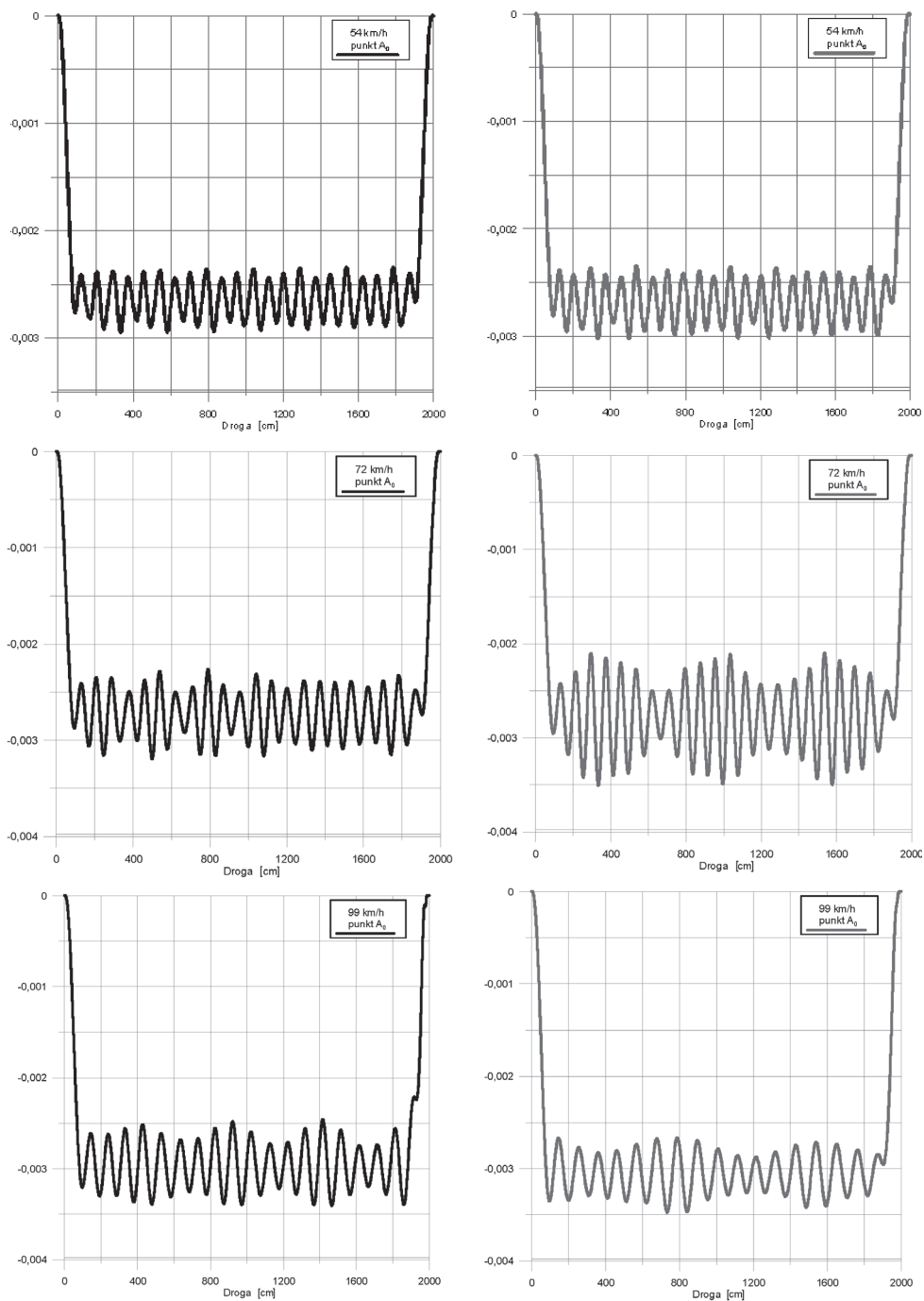
Rys.21. Pionowe przemieszczenia toru klasycznego (a) oraz typu „Y” (b) w czasoprzestrzeni, obciążonego wózkiem, poruszającym się z prędkością 40 m/s
Fig.21. Vertical displacements of a classic track (a) and Y-type track (b) in the time-space domain subjected to a bogie moving at a speed of 40 m/s

Rysunek 22 pokazuje porównanie przemieszczeń pionowych w czasie przy przejeździe zestawu kołowego z różną prędkością. Mimo mocno różniącego się podejścia przy tworzeniu modelu numerycznego w programie Medyna oraz własnym, uzyskano bardzo mocne podobieństwo wyników. Jednym z niewielu odstępstw jest zaobserwowane przy prędkości 72 km/h dudnienie. Można spodziewać się wystąpienia tego zjawiska w wynikach Medyny przy nieco innej prędkości jazdy. Przy większej prędkości jazdy wyniki programu Medyna pokazano na rysunkach 23 i 24.



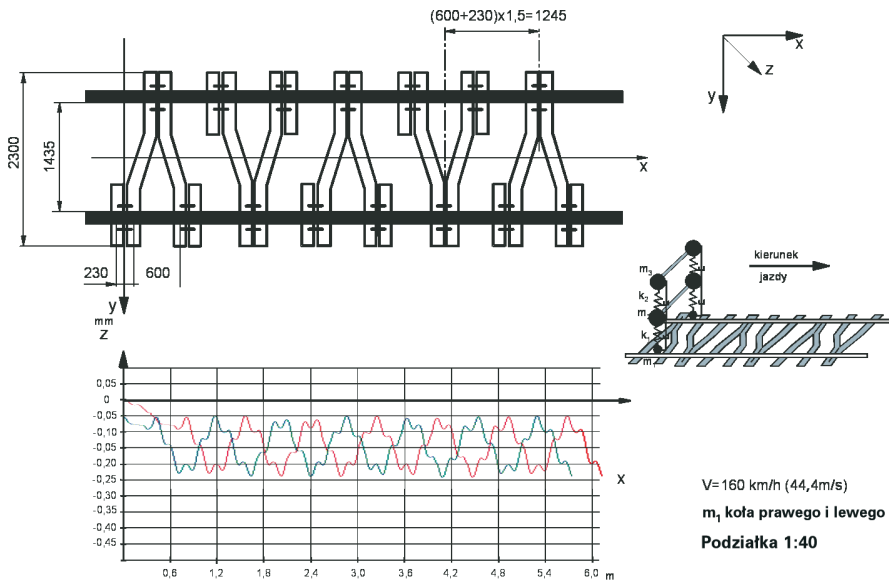
lewa kolumna - wyniki na podstawie
programu MEDYNA

prawa kolumna - wyniki na podstawie
programu własnego

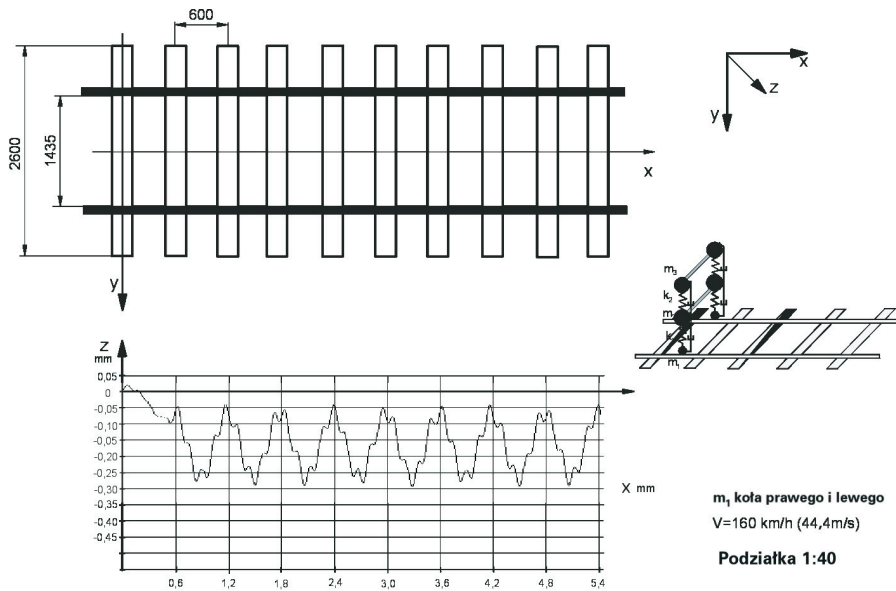


Rys.22. Tor „Y” – przemieszczenia pionowe [m] przy przejeździe pojedynczego zestawu kołowego (lewa kolumna - MEDYNA, prawa kolumna - program własny)

Fig.22. Y-type track – vertical displacements [m] in the motion of the single wheelset (left column - MEDYNA, right column - authors' code)

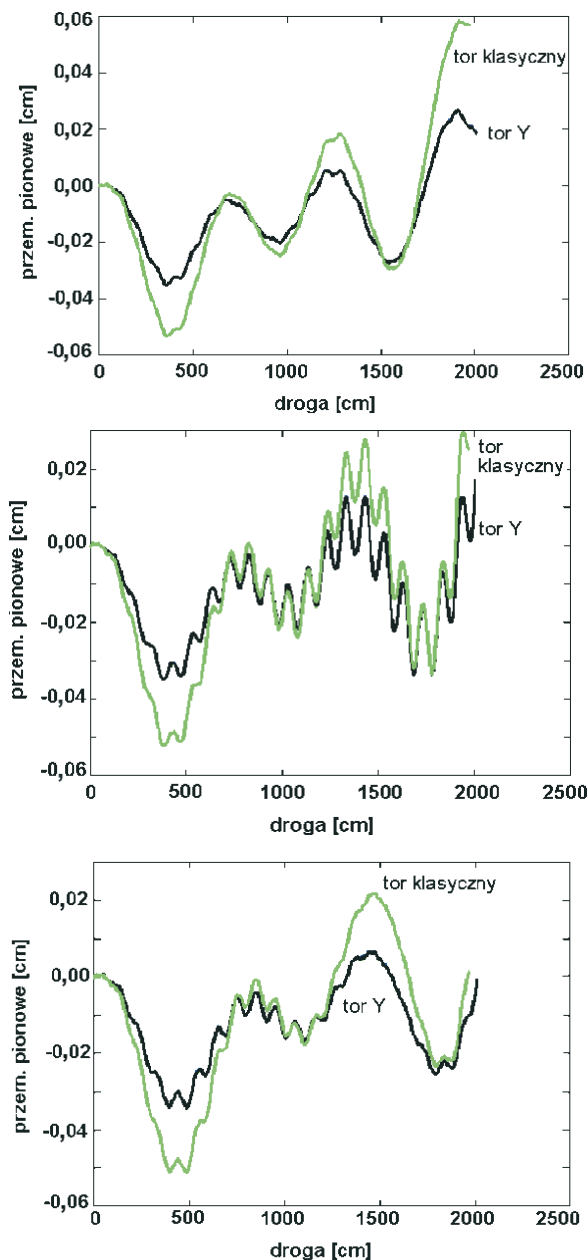


Rys.23. Tor „Y” – pojedynczy zestaw kołowy – obliczenia programem Medyna
 Fig.23. Y-type track – single wheelset – computation with Medyna code



Rys.24. Tor „N” – pojedynczy zestaw kołowy – obliczenia programem Medyna
 Fig.24. N-type track – single wheelset – computation with Medyna code

Oprócz lepszych własności dynamicznych rejestrowanych na poziomie szyn można pokazać mniejsze amplitudy wybranego punktu na ramie pojazdu szynowego. Różnice między przejazdem po torze klasycznym i typu „Y” są znaczące i sięgają kilkudziesięciu procent (rys. 25).



Rys.25. Pionowe przemieszczenia ramy pojazdu przy prędkościach 30, 34 i 36 m/s
Fig.25. Vertical displacement of the vehicle frame at a speed of 30, 34 and 36 m/s

7. WNIOSKI

Symulacje numeryczne wykazały zróżnicowane cechy toru z podkładami klasycznymi i podkładami stalowymi klinowymi, typu „Y”.

Podkłady typu „Y” mają następujące zalety:

- mniejsze amplitudy pionowych przemieszczeń toru Y w stosunku do toru klasycznego w przypadku przejazdu ze wzbudzeniem oscylacyjnym (np. na skutek korugacji),
- mniejsze średnie przemieszczenia pionowe toru klasycznego w przypadku przejazdu gładkiego,
- niższy poziom hałasu przed i za pojazdem szynowym w przypadku toru Y.

Mimo że pierwotnym zamiarem było stosowanie podkładów klinowych do przejazdów o średnich prędkościach, analiza wykazała, że można uzyskać poprawę własności dynamicznych toru również przy wysokich prędkościach.

BIBLIOGRAFIA

- [1] *W. Czyczula*: Tor bezстыkowy. Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2002
- [2] *W. Czyczula*: Powrót podkładów stalowych. Technika Transportu Szynowego, 5-6/2002
- [3] *J. Grajert*: Podstawy teoretyczno-doświadczalne projektowania zawieszzeń pneumatycznych. Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej; Wrocław 1996
- [4] *Z. Romaniszyn, Z. Oramus, Z. Nowakowski*: Podwozia trakcyjnych pojazdów szynowych. WKiŁ, Warszawa 1989
- [5] Przystosowanie kolei do zwiększonych szybkości i dużych przewozów. Praca zbiorowa. WKiŁ Warszawa 1969
- [6] *R. Bogacz, Z. Kowalska*: Computer simulation of the interaction between a wheel and a corrugated rail. Eur. J. Mech. A/Solids, **20**, 2001, 673-684
- [7] *R. Bogacz, T. Krzyżyński, K. Popp*: Application of Floquet's theorem to high-speed train/track dynamics. Advance automotive technologies, ASME Congress 1995, 55-61
- [8] *R. Bogacz, T. Krzyżyński*: O belce Bernoulli'ego-Eulera spoczywającej na lepkosprężystym podłożu, poddanej działaniu ruchomego oscylacyjnego obciążenia. Prace IPPT, Warszawa 1986
- [9] *R. Bogacz, S. Dżuła*: Dynamics and stability of a Wheelset/Track Interaction Modelled as Nonlinear Continuous System. Machine Dynamics Problems, **20**, 1998, 23-24
- [10] *Cz. Bajer, R. Bogacz*: Propagation of perturbances generated in classic track, and track with Y-type sleepers. Arch. Appl. Mech., **74**, 11-12/2005, 754-761

- [11] *J. Kruszewski, E. Wittbrodt, S. Sawiak*: Metoda sztywnych elementów skończonych w dynamice konstrukcji. WNT, Warszawa 1999
- [12] Cz. Bajer: The space-time approach to rail/wheel contact and corrugations problem. *Comp. Ass. Mech. Eng. Sci.*, **5**, 1998, 267-283
- [13] *R. Bogacz, Cz. Bajer*: On modelling of contact problems in railway engineering. Recent Advances in Applied Mechanics, J.T. Katsikadelis, D.E. Beskos and E.E. Gdoutos, Eds., Nat. Techn. Univ. of Athens, Greece, 2002, 77-86
- [14] *R. Bogacz, M. Kocjan, W. Kurnik*: Dynamics of wheel-tyre subjected to moving oscillating force. *TASK Quarterly*, **6**, 3/2002, 343-350

DYNAMICS OF THE TRACK WITH STEEL WEDGE-SHAPED SLEEPERS

Abstract

In the paper dynamic properties of tracks with steel wedge-shaped sleepers, called also Y-type sleepers are described. The increase of transversal rigidity of the track and its inertia by including the ballast to the motion with steel profiles is the main advantage of the Y-type sleeper's system. The solution already applied for tests on several segments designed for low and medium speed range and on experimental segments proves lower noise level comparing with traditional track and lower amplitude of vibration. Numerical simulations also prove good dynamic properties for higher velocities.