



POLSKIE TOWARZYSTWO MECHANIKI

TEORETYCZNEJ I STOSOWANEJ

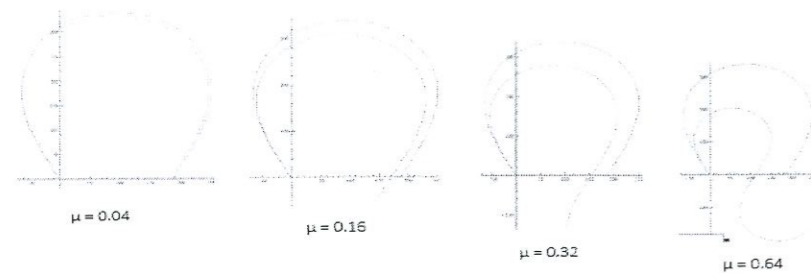
Oddział Poznański i Zarząd Główny



**XIII NKRM 2019**  
**Będlewo**

XIII Konferencja  
„NOWE KIERUNKI ROZWOJU MECHANIKI”

Poznań – Będlewo,  
20–23 marca 2019 r.



Rysunek 1. Wpływ efektu skali na krzywiznę nanopręta dla parametrów: kąt początkowy  $\alpha=90^\circ$ , moduł bifurkacji  $m=1$ .

Tabela 1. 1 Zestawienie wielkości wykorzystywanych w literaturze do opisu nielokalności.

| Wielkość   | Symbol                                 | Wartość    | Autor                |
|--|--|------------|----------------------|
| Wielkość wewnętrzna                                    | $a$                                    | 0.142 [nm] | Eringen [1]          |
| Parametr nielokalny                                    | $e_0$                                  | 0.39       | Eringen [1]          |
|  |  | 0.288      | Wang, Hu [2]         |
|  |  | 0-1        | Reddy, Pang [3]      |
|  |  | 0.288-0.5  | Wang, Zhang [4]      |
| Iloczyn parametru nielokalnego i wielkości wewnętrznej | $e_0 a$                                | 0-2 [nm]   | Wang, Zhang [5]      |
|  |  | 0.5 [nm]   | Murmu [6]            |
| Współczynnik skali do kwadratu                         | $\mu = \left(\frac{e_0 a}{l}\right)^2$ | 0.04       | Thongyothee [7]      |
|  |  | 0-1        | Khaniki [8]          |
| Współczynnik skali                                     | $\frac{e_0 a}{h_0}$                    | 0-0.6      | Lu [9]               |
|  |  | 0-0.8      | Karličić, Murmu [10] |

### 3. Wnioski

Obserwuje się wrażliwość elastyki na wartość parametru nielokalnego - im większa jego wartość, tym krzywa wybojeniowa mniej przypomina kształt pierwotnej elastyki według teorii lokalnej. Pokazuje to błąd w modelowaniu nanostruktur bez uwzględnienia parametru nielokalnego. Można również zauważyć, że im większa jest wartość kąta  $\alpha$ , tym bardziej widoczna jest różnica pomiędzy teorią Eulera-Bernoulliego, a teorią nielokalną. Wynika to z faktu, iż wraz ze wzrostem kąta  $\alpha$  elastyka według teorii lokalnej staje się bardziej skomplikowana. Podobny wniosek można wyciągnąć, rozważając wartości modułu bifurkacji. Wraz z jego wzrostem różnica między teorią lokalną, a nielokalną staje się coraz bardziej widoczna. Ciekawą perspektywą rozwoju badań nad mechaniką nanostruktur jest uwzględnienie energii powierzchniowej elementu w połączeniu z obliczeniami Dynamiki Molekularnej.

Potencjał badawczy dla tego typu zagadnień wykazują nanostruktury w postaci szczotki z nanorurek, których badanie jest możliwe np. z zastosowaniem mikroskopu sił

## Ocena stateczności sprężystej nanopręta z uwzględnieniem efektu skali

Aleksandra MANECKA

Zakład Teorii Ośrodków Ciągłych i Nanostruktur, Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN, ul. Pawińskiego 5B, 02-106 Warszawa, amanecka@ippt.pan.pl

**Słowa kluczowe:** efekt skali, stateczność sprężysta, parametr nielokalny, nanopręty, nanorurki węglowe

### 1. Wprowadzenie

Podstawę oceny stateczności sprężystej nanopręta stanowi nieliniowa teoria sprężystości. Z uwagi na potencjał aplikacyjny badań oraz symulacji zachowań nanostruktur dąży się do coraz dokładniejszego modelu obliczeniowego, którego zbieżność z obserwacjami doświadczalnymi będzie jak największa. W celu ulepszenia opisu postaci postbifurkacyjnej nanoelementu odchodzi się od pewnych uproszczeń stosowanych w klasycznej liniowej teorii sprężystości. Przedmiotem prezentowanych badań jest opis zachowania nanopręta z zastosowaniem teorii nieliniowej oraz nielokalnej, w której zakłada się, że naprężenie w danym punkcie zależy od stanu odkształcenia w jego otoczeniu.

Celem pracy jest przedstawienie algorytmu obliczeniowego umożliwiającego wyznaczenie krzywizny zdeformowanego nanopręta w zakresie nieliniowym z uwzględnieniem efektu skali. Omówione zostanie zagadnienie nielokalnej teorii sprężystości oraz parametry, za pomocą których ta nielokalność jest opisywana.

### 2. Wyniki symulacji

Omówione będą krzywe wybożenia nanopręta w zakresie nieliniowym, których kształt otrzymano z zastosowaniem obliczeń w programie *Wolfram Mathematica*. Możliwe będzie porównanie krzywych według nieliniowej teorii sprężystości z uwzględnieniem efektu skali oraz bez jego uwzględniania. Do prawidłowego opisu teorii nielokalnej konieczne jest wprowadzenie pewnych parametrów do równania krzywizny pręta. W zależności od przyjętego opisu równania ruchu wyróżniamy kilka przydatnych wielkości: współczynnik skali, parametr nielokalny lub charakterystyczną długość  $l$ . W Tabeli 1.1 zaprezentowano zestawienie wymienionych wielkości przygotowane na podstawie przeglądu literatury, a ich fizyczna interpretacja zostanie przybliżona w prezentowanej pracy.



atomowych lub mikroskopii skaningowej, [11]. Informacja o globalnym zachowaniu takiej nanostruktury pozwoliłaby na wyciągnięcie wniosków o zachowaniu, przynajmniej uśrednionym, pojedynczych nanorurek.

1. A.C. Eringen, On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves, *Journal of Applied Physics*, 54 (1983) 4703-4710.
2. Wang L., Hu H.: Flexural wave propagation in single-walled carbon nanotubes, *Physical Review B*, 71(2005) 195412-1 - 195412-7.
3. Reddy J.N., Pang S.D.: Nonlocal continuum theories of beams for the analysis of carbon nanotubes, *Journal of Applied Physics*, 103(2008) 023511-1 - 023511-16.
4. Wang C.M., Zhang Z., Challamel N., Duan W.H.: Calibration of Eringen's small length scale coefficient for initially stressed vibrating nonlocal Euler beams based on microstructured beam model, *Journal of Applied Physics*, 46 (2013) 345501-1 - 34550-6.
5. Wang C.M., Zhang Y.Y., Ramesh S.S., Kitipornchai S.: Buckling analysis of micro- and nano-rods/tubes based on nonlocal Timoshenko beam theory, *Journal of Applied Physics*, 39 (2006) 3904-3909.
6. Murmu T., Pradhan S.C.: Small-scale effect on the vibration of nonuniform nanocantilever based on nonlocal elasticity theory, *Physica E*, 41 (2009) 1451-1456.
7. Thongyothee Ch., Chucheepsakul S.: Postbuckling behaviors of nanorods including the effects of nonlocal elasticity theory and surface stress, *Journal of Applied Physics*, 114 (2013) 243507-01 - 243507-7.
8. Khaniki H. B. Hosseini-Hashemi S.: Buckling analysis of tapered nanobeams using nonlocal strain gradient theory and a generalized differential quadrature method, *Materials Research Express*, 4 (2017) 065003.
9. Lu P., Lee H. P., Lu C., Zhang P.Q.: Dynamic properties of flexural beams using a nonlocal elasticity model, *Journal of Applied Physics*, 99 (2006) 073510-1 - 073510-9.
10. D. Karličić, T. Murmu, S. Adhikari, M. McCarthy: *Non-local Structural Mechanics, (Iste) (Kindle Location 636). Wiley. Kindle Edition.*
11. Pathak S., Raney J.R., Daraio C.: Effect of morphology on the strain recovery of vertically aligned carbon nanotube arrays: An in situ study, *Carbon*, 63 (2013) 303-316.