

Oddziaływanie elektromechaniczne w systemie napędowym z silnikiem skokowym

Streszczenie. W pracy przedstawiono model matematyczny do badania dynamicznego oddziaływania między częściami elektromechanicznymi w systemie napędowym z hybrydowym silnikiem skokowym. W przypadku takiego systemu musi być zapewniony precyzyjny ruch obrotowy, dlatego już w procesie projektowania trzeba przewidzieć i uwzględnić efekt sprzężenia elektromechanicznego, a można to uczynić jedynie z wykorzystaniem dostatecznie dokładnych modeli matematycznych układu mechanicznego i silnika napędowego. Z przeprowadzonych obliczeń symulacyjnych wynika, że wpływ oddziaływania elektromechanicznego na właściwości systemu napędowego z silnikiem skokowym może być znaczne.

Abstract. In the paper there is studied dynamic interaction between electromechanical parts of the precise micro-drive system driven by the hybrid stepping motor. Since in such a case a possibly exact rotational motion of the mechanism must be assured, it is necessary to use sufficiently accurate models of the drive system and the electric motor, where dynamic electromechanical coupling effects are going to be taken into consideration. So that models are presented. From the computational results it follows that there is observed significant influence of the electromechanical coupling on the performance of the drive system driven by stepping motor. (**Electromechanical interaction in the drive system driven by the stepping motor**)

Słowa kluczowe: układ napędowy, silnik skokowy, oddziaływanie elektromechaniczne, modele matematyczne.

Keywords: drive system, stepping motor, electromechanical interaction, mathematical models.

Wstęp

Współczesne elektryczne systemy napędowe pracują prawie wyłącznie w stanach dynamicznych, co wynika ze sposobu zasilania uzwojeń silnika elektrycznego. Konsekwencją stanów dynamicznych w uzwojeniach silnika jest kształt funkcji momentu elektromagnetycznego znacznie odbiegający od przebiegu pożądanego: stałego lub sinusoidalnego w zależności od typu silnika. Zmienny moment elektromagnetyczny wywołuje drgania części mechanicznej, które to drgania zależą nie tylko od momentu wymuszającego, ale także od konfiguracji i parametrów części mechanicznej oraz od wartości i zmienności momentu obciążenia.

Problem drgań występuje szczególnie jaskrawo w systemach napędowych z silnikiem skokowym. Silniki skokowe należą do grupy silników synchronicznych, które przetwarzają ciąg impulsów elektrycznych w ciąg kątowych przesunięć wału. Cechą charakterystyczną silnika skokowego jest kwantowanie wymuszonych przemieszczeń mechanicznych przez zmianę układu sygnałów zasilających pasma uzwojenia. Częstotliwość impulsów elektrycznych powodujących zmianę układu sygnałów zasilających jest wymuszana zewnątrz i nie zależy od stanu pracy silnika. Oznacza to pracę silnika skokowego bez sygnału sprzężenia zwrotnego, np. od położenia wirnika względem stojana, a jego wirnik dąży do kolejnych położeń równowagi statycznej ze zmiennym przyspieszeniem lub wykonuje drgania wokół chwilowego położenia równowagi statycznej. Na przejściach między kolejnymi położeniami stabilnymi powstają fluktuacje prędkości, na które istotny wpływ mają bezwładności mechaniczne (tj. masy wirujące) i elektromagnetyczne (tj. indukcyjności pasm uzwojenia). Bezpośrednią przyczyną owych fluktuacji jest nierównomierność przebiegu momentu elektromagnetycznego wywołana dyskretnym zasilaniem pasm uzwojenia.

Ważnym czynnikiem wpływającym na właściwości systemu napędowego jest sprzężenie elektromechaniczne, które objawia się w następujący sposób: nierównomierność momentu elektromagnetycznego generowanego przez silnik wywołuje nierównomierność prędkości wirowania wirnika, co z kolei oddziałuje na przebieg momentu elektromagnetycznego poprzez nierównomierność przebiegu wartości chwilowych napięć indukowanych.

Silniki skokowe stosowane są w układach napędowych o dowolnym stopniu złożoności budowy i ruchu elementów mechanicznych. Układ mechaniczny ma określone właściwości dynamiczne, które w zależności od okoliczności, mogą w istotny sposób wpływać na parametry momentu wymuszającego.

W pracy ograniczono się do modelowania i badania ruchu obrotowego i drgań skrętnych systemu napędowego z silnikiem skokowym. Przewidywanie odpowiedzi dynamicznej takiego systemu, zwłaszcza w krytycznych warunkach obciążenia i zasilania, powinno odbywać się na etapie projektowania, z wykorzystaniem odpowiedniego modelu matematycznego. Przez sformułowanie *odpowiedni model* rozumie się model uwzględniający istotne zjawiska fizyczne w sposób umożliwiający wiarygodną i efektywną obliczeniowo symulację komputerową. Dopiero od niedawna literatura opisująca zagadnienie globalnego modelowania układu napędowego z silnikiem elektrycznym zaczęła odchodzić od analiz uproszczonych [1],[2],[3], w których zakładano stałość momentu elektromagnetycznego lub stałość prędkości obrotowej, a układ mechaniczny redukowano do jedno-masowego i pracującego przy stałym obciążeniu

W analizie pracy silnika skokowego stosowanie modelu układu mechanicznego o jednym stopniu swobody, jak i przyjmowanie idealizowanego przebiegu momentu elektromagnetycznego nie wydaje się odpowiednie, szczególnie w sytuacji dyskretnie zmieniającego się wymuszenia i przy występowaniu naturalnej podatności skrętnej poszczególnych odcinków wałów. Dlatego w pracy przyjęto do rozważań dyskretny liniowy model układu mechanicznego w postaci bezwładności skupionych połączonych wzajemnie bezmasowymi elementami sprężysto-tłumiącymi. Jednocześnie zastosowano model obwodowy silnika skokowego, którego parametry można przyjmować jako stałe lub wyznaczać z odpowiednich modeli polowych: rozkładu pola magnetycznego w obwodzie silnika i odpowiedzi dynamicznej mechanicznej części układu. Model taki może również uwzględniać nieliniowości materiałowe.

Badanie układu napędowego z silnikiem skokowym przeprowadza się najczęściej przez analizowanie stanu nieustalonego wokół ustalonego położenia równowagi stabilnej (np. przez skokowe wymuszenie położenia części

ruchowej lub przez harmoniczne wymuszenie zmienności momentu obciążenia) oraz przez badanie zjawisk rezonansowych wynikających z dyskretnego i o określonej częstotliwości sposobu zasilania pasm uzwojenia.

Model silnika skokowego hybrydowego

Silnik skokowy, obok silnika prądu stałego z komutacją elektroniczną i obok elektromagnesu prądu stałego, jest najczęściej stosowanym elektromagnetycznym elementem wykonawczym urządzeń mechatroniki. Zjawiska towarzyszące jego pracy sprawiają, że nie jest obiektem łatwym do modelowania. W celu uproszczenia procesu modelowania często przyjmuje się założenie o pominięciu elektromagnetycznych stałych czasowych w porównaniu z elektromechaniczną stałą czasową, co prowadzi do pomijania stanów nieustalonych elektromagnetycznych, stanów tak charakterystycznych dla silników z komutacją elektroniczną.

W zakresie problematyki modelowania silników z komutacją elektroniczną można wyodrębnić kilka nurtów. Najintensywniej rozwija się modele obwodowo-polowe o sprzężeniu bezpośrednim, pozwalające uwzględnić powstawanie i działanie prądów wirowych oraz precyzyjnie modelować ruch mechaniczny. W modelach tych zawsze rozwiązuje się jednocześnie zagadnienia dynamiki związane z obwodami zasilania, prądami pasmowymi i ruchem mechanicznym oraz zagadnienia zmian rozkładu pola magnetycznego i ruchu siatki dyskretyzującej obszar wirnika. Uzyskane wyniki dotyczą każdorazowo konkretnego przetwornika i konkretnych warunków jego pracy. Metoda jest czasochłonna i przewidziana raczej do projektowania przetworników.

Stosunkowo dobrze rozwinięte są modele obwodowo-polowe o sprzężeniu pośrednim [3], w których parametry całkowe związane z rozkładem pola magnetycznego wyznaczone są – dla zadanego zestawu zmiennych niezależnych (tj. prądów pasmowych i położeń kątowych) – tylko jeden raz, a następnie, w postaci tablic wielowymiarowych są wykorzystywane w procesie symulacji dynamicznej systemu: obwody elektryczne – układ mechaniczny. Metoda jest czasochłonna jedynie w procesie obliczeń polowych i nadaje się bardzo dobrze do kreowania parametrów sterowania, czy badania ruchu mechanicznego rzeczywistego układu z silnikiem elektrycznym.

Dla dowolnego silnika skokowego dwupasmowego, model obwodowo-polowy o sprzężeniu pośrednim opisują równania:

- momentu elektromagnetycznego:

$$(1) \quad T_e(\gamma, i_1, i_2) = \left. \frac{\partial E'_m(\gamma, i_1, i_2)}{\partial \gamma} \right|_{i_1, i_2 = \text{const}}$$

- obwodów elektrycznych pasm uzwojenia:

$$(2) \quad \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial E'_m(\gamma, i_1, i_2)}{\partial i_1} \right] + Ri_1 = u_1(t)$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial E'_m(\gamma, i_1, i_2)}{\partial i_2} \right] + Ri_2 = u_2(t)$$

- wymuszenia napięciowego:

$$(3) \quad u_1(t) = U \operatorname{sgn}[\cos(0,5\pi f_k t)]$$

$$u_2(t) = U \operatorname{sgn}[\sin(0,5\pi f_k t)]$$

gdzie: E'_m oznacza koenergię magnetyczną, i_1, i_2, u_1, u_2 – prądy i napięcia pasmowe uzwojenia stojana, γ – położenie kątowe osi magnetycznej wirnika względem osi pasma 1

stojana, R – rezystancję pasma uzwojenia stojana, U – wartość stałą napięcia zasilającego, f_k – częstotliwość komutacji wyrażającą liczbę skoków na sekundę, a t – czas.

W przypadku pominięcia nieliniowości materiałowych i uwzględnienia jedynie składowych stałych i pierwszych harmonicznych zmienności parametrów silnika otrzymuje się model matematyczny silnika skokowego hybrydowego opisany przez równania:

- momentu elektromagnetycznego:

$$(4) \quad T_e = -K_T i_1 \sin(Z_r \gamma) + K_T i_2 \cos(Z_r \gamma) + L_2 Z_r (-i_1^2 + i_2^2) \sin(2Z_r \gamma) + 2L_{12} Z_r i_1 i_2 \cos(2Z_r \gamma)$$

- obwodów elektrycznych pasm uzwojenia:

$$\frac{di_1}{dt} [L_0 + L_2 \cos(2Z_r \gamma)] + \frac{di_2}{dt} [L_{12} \sin(2Z_r \gamma)] +$$

$$- \frac{d\gamma}{dt} [2L_2 Z_r i_1 \sin(2Z_r \gamma)] + \frac{d\gamma}{dt} [2L_{12} Z_r i_2 \cos(2Z_r \gamma)] +$$

$$- \frac{d\gamma}{dt} [K_E \sin(Z_r \gamma)] + Ri_1 = u_1(t)$$

(5)

$$\frac{di_2}{dt} [L_0 - L_2 \cos(2Z_r \gamma)] + \frac{di_1}{dt} [L_{12} \sin(2Z_r \gamma)] +$$

$$+ \frac{d\gamma}{dt} [2L_2 Z_r i_2 \sin(2Z_r \gamma)] + \frac{d\gamma}{dt} [2L_{12} Z_r i_1 \cos(2Z_r \gamma)] +$$

$$+ \frac{d\gamma}{dt} [K_E \cos(Z_r \gamma)] + Ri_2 = u_2(t)$$

- oraz wymuszenia napięciowego wg zależności (3), gdzie: K_T, K_E oznaczają stałą momentową i stałą napięciową, L_0, L_2 – składową stałą i pierwszą harmoniczną indukcyjności pasma uzwojenia stojana, L_{12} – indukcyjność wzajemną między pasmami uzwojenia stojana, a Z_r – liczbę zębów na jednym wieńcu wirnika.

Najprostszym modelem funkcjonalnym silnika skokowego jest model o parametrach skupionych i o ich stałych wartościach, zakładający zależność charakterystyki momentu elektromagnetycznego jedynie od chwilowego położenia kątowego wirnika względem stojana.

Jeśli charakterystykę kątową momentu elektromagnetycznego ograniczyć do podstawowej harmonicznej, to w odniesieniu do silnika skokowego hybrydowego może być opisana równaniem:

$$(6) \quad T_e = -K_T i_1(t) \sin(Z_r \gamma) + K_T i_2(t) \cos(Z_r \gamma)$$

a wymuszenie reprezentowane jest przez prostokątne fale prądów pasmowych jako 'a priori' zadane funkcje czasu

$$(7) \quad i_1(t) = \frac{U}{R} \operatorname{sgn}[\cos(0,5\pi f_k t)]$$

$$i_2(t) = \frac{U}{R} \operatorname{sgn}[\sin(0,5\pi f_k t)]$$

Model reprezentowany przez zależności (6) i (7) nie uwzględnia elektromagnetycznych stanów przejściowych występujących przy zmianach taktów komutacji w warunkach niezerowych indukcyjności pasm uzwojenia oraz nie uwzględnia wpływu napięć indukowanych, zwłaszcza typu rotacji, i przez to nie nadaje się do modelowania sprzężeń elektromechanicznych.

Model układu mechanicznego

Zadaniem mechanicznego układu napędowego jest przekazanie momentu sił od silnika poprzez sprzęgła,

przekładnie i łączące je odcinki wałów do ostatniego elementu, np. narzędzia roboczego maszyny. Istotnym czynnikiem wpływającym na dokładność i efektywność obliczeniową przy badaniu własności dynamicznych takiego układu napędowego jest rodzaj przyjętego jego modelu fizycznego. Najbardziej naturalnym modelem wydaje się tu być model ciągły bądź dyskretno-ciągły, w którym poszczególne komponenty układu napędowego są reprezentowane przez elementy strukturalne o ciągłym rozkładzie parametrów lepko-bezwładnościowo-sprężystych, [4]. W celu wyznaczenia charakterystyk i odpowiedzi dynamicznych przy wykorzystaniu takich modeli należy rozwiązywać cząstkowe równania różniczkowe ruchu, co w wielu przypadkach może okazać się kłopotliwe. Dlatego fizyczne modele ciągłe i dyskretno-ciągłe poddawane są dyskretyzacji metodą elementów skończonych, co z kolei prowadzi do uciążliwej obliczeniowo dużej liczby stopni swobody opisujących ruch badanego obiektu. W związku z powyższym, do badania dynamiki układów napędu maszyn dopuszcza się stosunkowo najprostsze modele dyskretne budowane metodą sztywnych elementów skończonych, [5]. W takim przypadku strukturalne elementy modelu fizycznego o ciągłym rozkładzie parametrów lepko-bezwładnościowo-sprężystych należy podzielić na segmenty i w środku każdego segmentu umieścić zastępujący go element sprężysto-tłumiący. Suma masowych momentów bezwładności tych segmentów musi być równa całkowitemu masowemu momentowi bezwładności układu mechanicznego. Natomiast właściwości elementów sprężysto-tłumiących dobiera się tak, by odkształcenia statyczne skrajnych punktów segmentu ciągłego i elementu dyskretyzowanego były takie same. W rezultacie otrzymany model dyskretny składa się z brył sztywnych połączonych bezmasowymi elementami sprężysto-tłumiącymi. Równaniami ruchu takiego modelu są równania różniczkowe zwyczajne, które w postaci macierzowej przyjmują następującą postać:

$$(8) \quad \mathbf{J} \ddot{\boldsymbol{\gamma}}(t) + \mathbf{D} \dot{\boldsymbol{\gamma}}(t) + \mathbf{K} \boldsymbol{\gamma}(t) = \mathbf{T}$$

gdzie: \mathbf{J} oznacza macierz momentów bezwładności, \mathbf{D} – macierz współczynników tłumienia, \mathbf{K} – macierz współczynników sztywności, $\boldsymbol{\gamma}(t)$, $\dot{\boldsymbol{\gamma}}(t)$, $\ddot{\boldsymbol{\gamma}}(t)$ – wektory przemieszczeń kątowych, prędkości kątowych i przyspieszeń kątowych, a \mathbf{T} jest wektorem czynnych i biernych wymuszeń zewnętrznych.

Przykładowo, w przypadku modelu o trzech masach bezwładnych, poddanego wymuszeniu momentem elektromagnetycznym T_e i obciążeniu momentem użytecznym T_L , poszczególne macierze mają postaci:

$$(9) \quad \boldsymbol{\gamma}(t) = \begin{bmatrix} \gamma_1(t) \\ \gamma_2(t) \\ \gamma_3(t) \end{bmatrix}; \mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_e \\ 0 \\ -T_L \end{bmatrix}; \mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_1 + D_{12} & -D_{12} & 0 \\ -D_{12} & D_{12} + D_2 + D_{23} & -D_{23} \\ 0 & -D_{23} & D_{23} + D_3 \end{bmatrix}$$

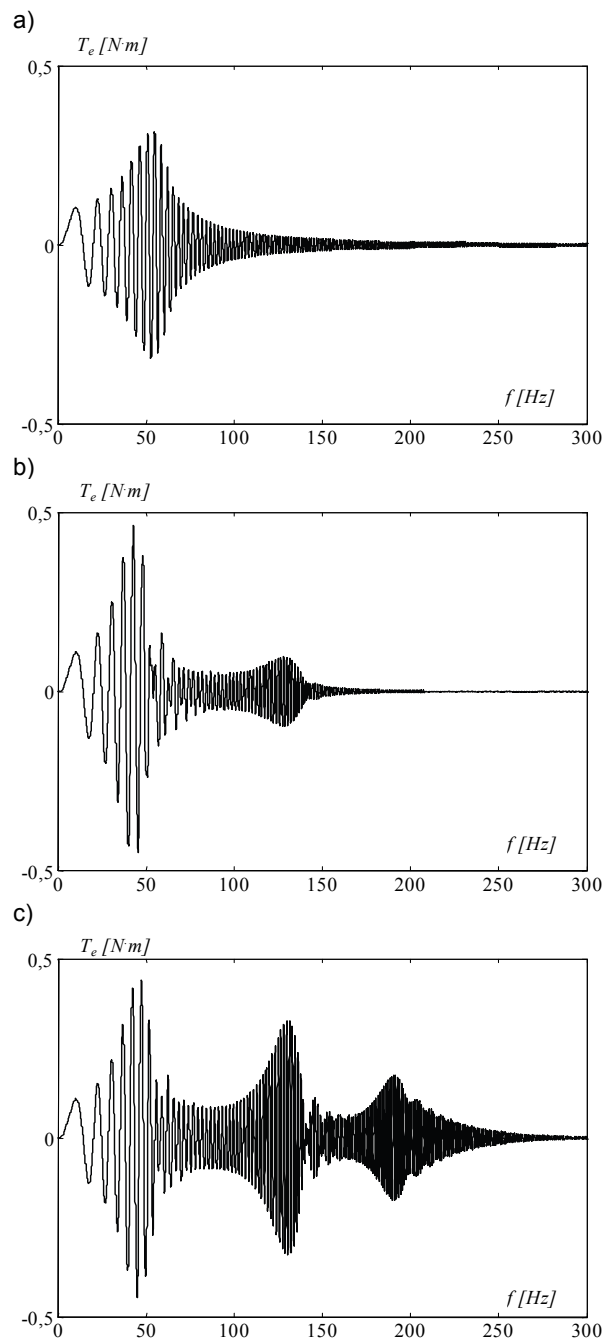
$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{12} & -K_{12} & 0 \\ -K_{12} & K_{12} + K_{23} & -K_{23} \\ 0 & -K_{23} & K_{23} \end{bmatrix}$$

gdzie: J_i i γ_i oznaczają moment bezwładności i kąt obrotu i -tego elementu, D_{ij} i K_{ij} – współczynnik tłumienia i sztywności między elementami i -tym i j -tym, a D_i –

współczynnik tłumienia między elementem i -tym a otoczeniem.

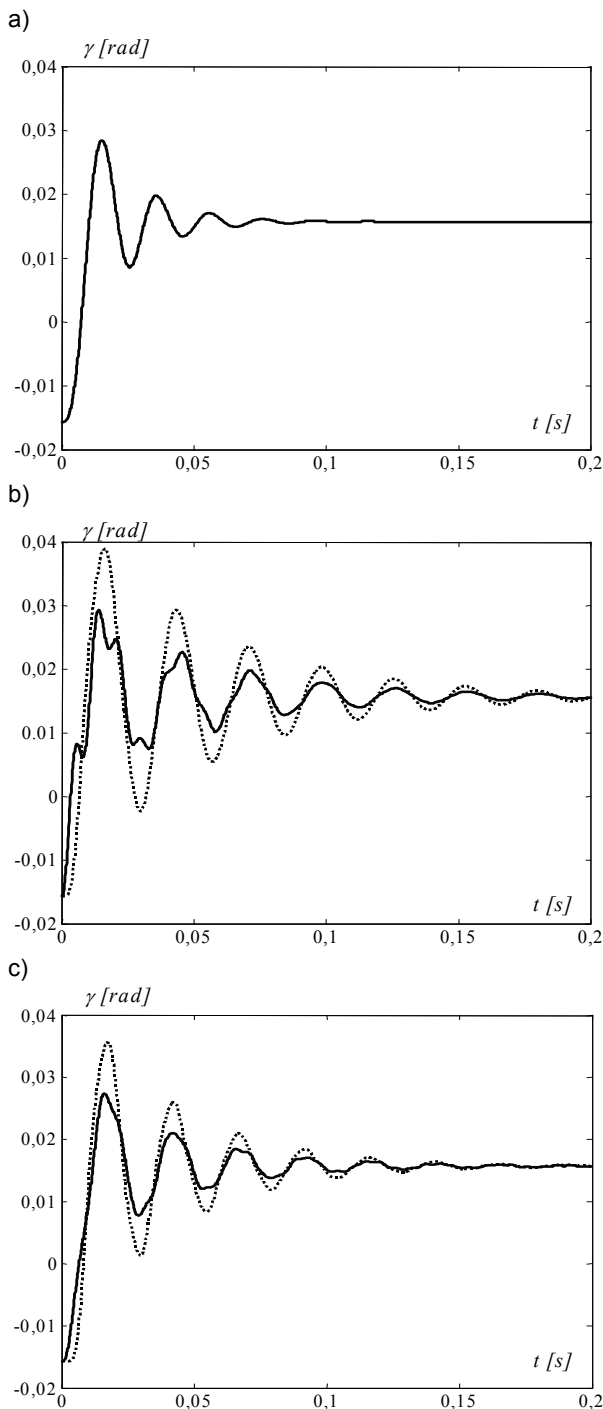
Wybrane przykłady symulacji komputerowej

W celu zbadania jakościowego wpływu oddziaływania elektromechanicznego na pracę silnika skokowego w złożonym układzie napędowym przeprowadzono symulację komputerową z wykorzystaniem modelu systemu napędowego złożonego z matematycznego modelu silnika skokowego (4), (5) i (3) oraz modelu układu mechanicznego (8), przy czym układ mechaniczny rozpatrywany był w trzech wariantach: jako jedno-masowy (rys. 1a i 2a)), dwu-masowy (rys. 1b i 2b)) i trój-masowy (rys. 1c i 2c)). Ponadto, założono działanie układu z pominięciem tłumienia mechanicznego i bez składowej stałej momentu obciążenia.



Rys.1. Odpowiedź silnika na wymuszenie harmoniczne momentem obciążenia o częstotliwości f

Badano przebieg momentu elektromagnetycznego silnika (rys.1) w odpowiedzi na harmoniczne wymuszenie momentem obciążenia o postaci: $T_L=0,1\sin(2\pi ft)$ oraz analizowano przebiegi przemieszczenia kąowego bryły sztywnych modelu części mechanicznej (rys.2) w trakcie wykonywania pojedynczego skoku.



Rys.2. Odpowiedź układu na wymuszenie pojedynczego skoku silnika (linią ciągłą zaznaczono przemieszczenie kąowe wirnika silnika skokowego, a linią kropkowaną – przemieszczenie kąowe ostatniej bryły sztywnej modelu – przeciwległej wirnikowi)

Symulacje komputerowe wykonano dla następujących parametrów silnika skokowego hybrydowego:
 $U=3,85\text{ V}$, $R=7,7\ \Omega$, $K_T=K_E=0,554\text{ N m/A}$, $Z_r=50$

$L_0=0,0217\text{ H}$, $L_2=0,00075\text{ H}$, $L_{12}=0,00075\text{ H}$
 oraz dla trzech przypadków konfiguracji układu mechanicznego przy następujących zestawach parametrów:

-układ jedno-masowy:

$$J_1=0,0003\text{ kg m}^2$$

-układ dwu-masowy:

$$J_1=0,0001\text{ kg m}^2, J_2=0,0002\text{ kg m}^2, K_{12}=20\text{ N m/rad}$$

-układ trój-masowy:

$$J_1=0,0001\text{ kg m}^2, J_2=0,0001\text{ kg m}^2, J_3=0,0001\text{ kg m}^2$$

$$K_{12}=40\text{ N m/rad}, K_{23}=40\text{ N m/rad}$$

Zakończenie

W pracy podjęto zagadnienie modelowania systemu napędowego z silnikiem skokowym z punktu widzenia problematyki oddziaływania elektromechanicznego. Na podstawie opracowanego modelu systemu napędowego przeprowadzono symulacje komputerowe, a uzyskane wyniki pokazują, że oddziaływanie elektromechaniczne ma istotny wpływ na współpracę silnika napędowego z układem mechanicznym. Zastosowana dyskretyzacja układu mechanicznego metodą sztywnych elementów skończonych połączonych elementami sprężysto-tłumiącymi wydaje się być niezwykle przydatna i wystarczająca do modelowania układów mechanicznych drgających skrętnie w systemach napędowych.

Z przedstawionych rezultatów symulacji wynika, że uwzględnienie odkształcalności skrętnej układu napędowego może mieć istotny wpływ na charakterystykę kąową momentu elektromagnetycznego, a w efekcie na działanie całego systemu napędowego. Rzeczywisty wpływ oddziaływania elektromechanicznego na pracę systemu napędowego należy każdorazowo analizować z uwzględnieniem parametrów silnika elektrycznego, parametrów układu mechanicznego (w tym także z uwzględnieniem tłumienia i luzów mechanicznych) oraz z uwzględnieniem warunków zasilania.

W zakończeniu autorzy stawiają tezę o nieistnieniu wpływu oddziaływania elektromechanicznego na współpracę silnika z układem mechanicznym w przypadku tzw. prądowego zasilania pasm uzwojenia silnika (porównaj model opisany równaniami (6) i (7)). Oddziaływanie elektromechaniczne wpłynie w takim przypadku jedynie na proces kształtowania prądów, a więc np. na modulację napięcia zasilającego.

LITERATURA

- [1] Glinka T., Światoński E., Modelowanie i optymalizacja mechatronicznych układów napędowych, *XXII Symposium Vibrations in Physical Systems*, Poznań-Bedlewo, 2002, 23-36
- [2] Lipiński K., Sztywne elementy skończone w modelowaniu drgań wirującej belki napędzanej silnikiem prądu stałego zasilanym z prostownika tyrystorowego, *Modelowanie Inżynierskie*, 36 (2008), 213-220
- [3] Pochanke A., Modele obwodowo-polowe pośrednio sprzężone silników bezszczepkowych z uwarunkowaniami zasilania, *Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Elektryka* 110 (1999)
- [4] Szolc T., Analiza dynamiczna złożonych, dyskretno-ciągłych układów mechanicznych, *Prace IPPT PAN*, Nr 2/2003
- [5] Wittbrodt E., Kruszewski J., Metoda sztywnych elementów skończonych w dynamice konstrukcji, WNT, 1999

Autorzy: prof. nzw. dr hab. inż. Andrzej Pochanke, Politechnika Warszawska, Instytut Maszyn Elektrycznych, pl. Politechniki 1, 00-661 Warszawa, E-mail: andrzej.pochanke@ee.pw.edu.pl;
 prof. nzw. dr hab. inż. Tomasz Szolc, Politechnika Warszawska, Wydział Mechatroniki, ul. Św. Andrzeja Boboli 8, 02-525 Warszawa, E-mail: t.szolc@mchtr.pw.edu.pl