

Grzegorz KNOR
Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN

ODWROTNA IDENTYFIKACJA WŁAŚCIWOŚCI TERMICZNYCH BETONÓW W MŁODYM WIEKU Z DODATKIEM POPIOŁÓW LOTNYCH WAPIENNYCH

W artykule przedstawiono alternatywną do testów kalorymetrycznych procedurę wyznaczania parametrów termicznych betonów w młodym wieku z dodatkiem popiołów lotnych wapiennych za pomocą modelowania odwrotnego. W IPPT PAN została skonstruowana jednowymiarowa forma hydratacyjna wraz z układem czujników do monitorowania temperatury mieszanek betonowych podczas ich twardnienia. Na podstawie zmierzonych rozkładów temperatury rozwiązywane jest zagadnienie odwrotne zdefiniowane jako problem optymalizacyjny. W rezultacie wyznaczono dyfuzyjność cieplną oraz ciepło twardnienia dla szeregu mieszanek zarówno w funkcji czasu jak i temperatury zaprawy. Wyniki te mogą być zastosowane do modelowania elementów masywnych wykonanych z testowanych betonów.

1. WPROWADZENIE

Popioły lotne wapienne, będące ubocznymi produktami energetyki i hutnictwa, mogą być wykorzystywane zgodnie ze strategią zrównoważonego rozwoju jako dodatki do betonów w celu obniżenia kosztów produkcji, redukcji emisji CO₂ czy ochrony zasobów naturalnych. Dodatek popiołów lotnych wapiennych do mieszanek betonowych zmienia ich właściwości, dlatego aby dopuścić do użytku nowy rodzaj betonu wymagane są badania laboratoryjne nowo powstałych mieszanek. Do wyznaczenia parametrów termicznych powszechnie stosuje się testy kalorymetryczne czy metody rozpuszczania. Alternatywnym rozwiązaniem jest modelowanie odwrotne, tzn. wyznaczanie parametrów termicznych (przewodnictwo cieplne, ciepło właściwe, dyfuzyjność cieplna, ciepło hydratacji, emisyjność) na podstawie rozkładu temperatury w twardniejącym betonie (Philips [3]). W IPPT PAN została skonstruowana jednowymiarowa forma hydratacyjna do

monitorowania procesu twardnienia betonu. Forma jest wyposażona w układ czujników wielokrotnego użytku do pomiaru temperatury mieszanek betonowych wraz z systemem akwizycji danych rejestrującym wartości temperatury w dwusekundowych odstępach. Za pomocą własnego programu komputerowego napisanego w środowisku MATLAB[®] rozwiązywane jest zagadnienie odwrotne zdefiniowane jako problem optymalizacyjny. Do jego rozwiązania użyto algorytmu poszukiwania wzorca (ang. *pattern search*), który należy do rodziny metod bezgradientowych (Audet[1]). Pozwoliło to na wyznaczenie zmiennego w czasie i zależnego o temperatury ciepła twardnienia oraz dyfuzyjności cieplnej dla szeregu zapraw z dodatkiem popiołu lotnego. Otrzymane rezultaty mogą posłużyć jako dane wejściowe do dwu i trójwymiarowych modeli masywnych konstrukcji betonowych wykonanych z innowacyjnych spoiw betonowych, dzięki którym możliwa będzie ocena właściwości takich konstrukcji.

2. METODOLOGIA

2.1. Równanie przewodnictwa cieplnego

Ewolucja temperatury w czasie w skonstruowanej formie może być opisana za pomocą równania przewodnictwa cieplnego:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) = S \quad (1)$$

W którym ρ to gęstość materiału, c_p – ciepło właściwe, T – temperatura, t – czas, x – położenie, k – współczynnik przewodnictwa cieplnego, S – ciepło twardnienia.

Przy założeniu, że gęstość i ciepło właściwe mieszanki nie zależą od położenia, możemy podzielić stronami równanie (1) przez czynnik ρc_p i włączyć go do pochodnej przestrzennej. Otrzymujemy wtedy:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \alpha \frac{\partial T}{\partial x} = s \quad (2)$$

Gdzie α oznacza dyfuzyjność cieplną, a $s = S/(\rho c_p)$.

Przeprowadzone pomiary wykazały że równanie w postaci (2) z warunkami początkowymi i brzegowymi zadanymi w następujący sposób:

$$T(x, t = 0) = T_0(x) \quad (3)$$

$$p(x, t, T) + \alpha q(x, t) \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

z zadowalającą dokładnością opisują ewolucję temperatury twardniejącego betonu w skonstruowanej formie. Funkcje p i q realizują warunek brzegowy Robina.

Tak sformułowany problem wprost jest rozwiązywany w środowisku MATLAB[®] za pomocą funkcji *pdepe* realizującej tzw. metodę linii (Schiesser [4]).

2.2. Problem odwrotny

Problem odwrotny zdefiniowany jest jako zagadnienie optymalizacyjne, tzn. szukane są funkcje $\alpha = \alpha(t)$ i $s = s(t)$, dla których wyrażenie:

$$e = \|T - T^*\|^2 \quad (5)$$

osiąga wartość minimalną. Przy czym T oznacza zmierzoną w doświadczeniu temperaturę w formie, zaś T^* , to temperatura wyznaczona na podstawie modelu.

Poszukiwane funkcje $\alpha(t)$ i $s(t)$ zdefiniowane są w następujący sposób:

$$\alpha(t) = \sum_{j=1}^n a_j N_j(t) \quad (6)$$

$$s(t) = \sum_{j=1}^n b_j N_j(t) \quad (7)$$

Gdzie zależne od czasu funkcje N_i w analogii do liniowych funkcji kształtu w metodzie elementów skończonych są definiowane jako:

$$N_i(t) = \begin{cases} \frac{t - \theta_{i-1}}{\Delta\theta} & \text{dla } \theta_{i-1} \leq t < \theta_i \\ 1 - \frac{t - \theta_i}{\Delta\theta} & \text{dla } \theta_i \leq t < \theta_{i+1} \\ 0 & \text{w.p.p.} \end{cases} \quad (8)$$

θ jest równoodstępowym wektorem czasów, dla których wyznaczane są parametry \mathbf{a} i \mathbf{b} :

$$\theta = \{\theta_0, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{n+1}\} = \{0, \Delta\theta, 2 \cdot \Delta\theta, \dots, (n+1)\Delta\theta\} \quad (9)$$

W celu poprawy uwarunkowania numerycznego zadania zastosowano metodę regularyzacji Tichonowa pierwszego rzędu.

Do rozwiązania problemu odwrotnego przetestowano kilka algorytmów optymalizacyjnych takich jak: symulowane wyżarzanie, algorytmy genetyczne, szukanie wzorca czy pakiet KNITRO (Byrd [2]). Ze względu na najlepszą zbieżność wybrano algorytm poszukiwania wzorca.

2.3. Eksperyment

Na rysunku 1 została przedstawiona forma wraz z systemem akwizycji danych do pomiaru temperatury (Rys. 1-I oraz 1-III). Średnica wewnętrzna formy wynosi 95 mm , zaś wysokość 500 mm . Właściwości izolacyjne formy zostały wyznaczone na podstawie pomiarów stygnięcia nagrzanego piasku. Średnia wartość współczynnika przewodzenia ciepła wynosi $0.043\text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ i jest zbliżona do wartości współczynnika przewodzenia pianki polietylenowej używanej jako izolacja termiczna formy. Szczegółowy opis formy i systemu akwizycji danych został opisany w przygotowywanym wzorze użytkowym: Sposób i urządzenie do trzydobowego pomiaru ciepła twardnienia betonów zwłaszcza zawierających popioły lotne. Rysunek 1-II przedstawia rdzeń betonowy po zakończeniu pomiarów, z którego w sposób mechaniczny odzyskiwane są czujniki temperatury.

W pomiarach użyto cementu CEM I 42.5R z cementowni GóraŹdze oraz popiołu lotnego wapiennego z Elektrowni Bełchatów. Kruszywo grube stanowił amfibolit. Procentowy skład badanych mieszanek przedstawia tabela 1.

W eksperymencie zastosowano dwie procedury pomiarowe A i B:

A – czujniki znajdują się na wysokości 5 cm , 20 cm , 30 cm i 45 cm od dna formy, ponadto forma od góry jest zamknięta korkiem styropianowym w celu jak najlepszej izolacji termicznej od otoczenia.

B – czujniki znajdują się na wysokości 5 cm , 20 cm , 35 cm i 50 cm od dna formy, ponadto górny koniec formy nie posiada zamknięcia, co umożliwia swobodną wymianę ciepła z otoczeniem.

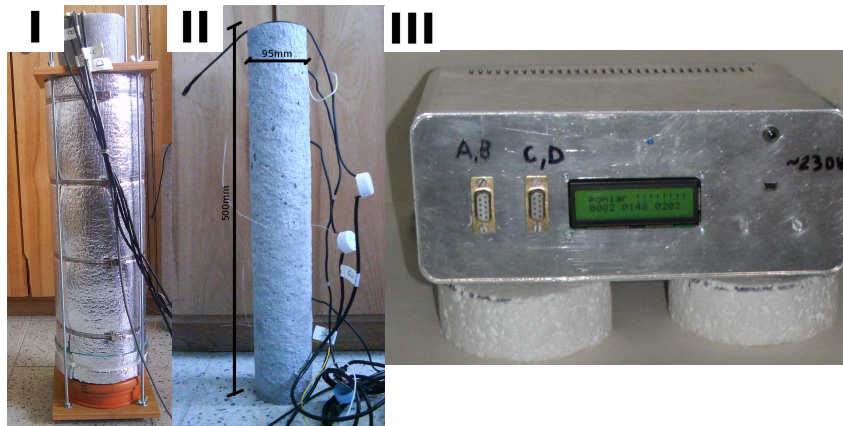
Aby zapobiec ucieczce pary wodnej używana jest nakładka z cienkiej folii plastikowej.

Motywacją do stosowania dwóch procedur badawczych było lepsze uwarunkowanie zadania odwrotnego poprzez pomiar w różnych warunkach identycznych mieszanek.

2.4. Modelowanie numeryczne

Modelowanie numeryczne zostało wykonane w środowisku MATLAB[®]. Dane pomiarowe są wstępnie wygładzane, aby usunąć obserwacje odstające i przyspieszyć późniejsze obliczenia. Do rozwiązania jednowymiarowego równania przewodnictwa ciepła używana jest funkcja *pdepe*. Aby zmniejszyć liczbę niewiadomych w modelu jako warunki brzegowe używane są pomiary ze skrajnych czujników (5 cm i 45 cm w formie A oraz 5 cm i

50cm w formie B), zaś temperatura modelowana jest dla pozostałych dwóch wewnętrznych sensorów. Pozwala to na wyznaczenie wydzielonego ciepła oraz dyfuzyjności dla czterech różnych przebiegów temperatur, co w efekcie pozwala na wyznaczenie funkcji α i s jako $\alpha=\alpha(t,T)$ i $s=s(t,T)$. Do rozwiązania problemu optymalizacyjnego używana jest funkcja *patternsearch*.



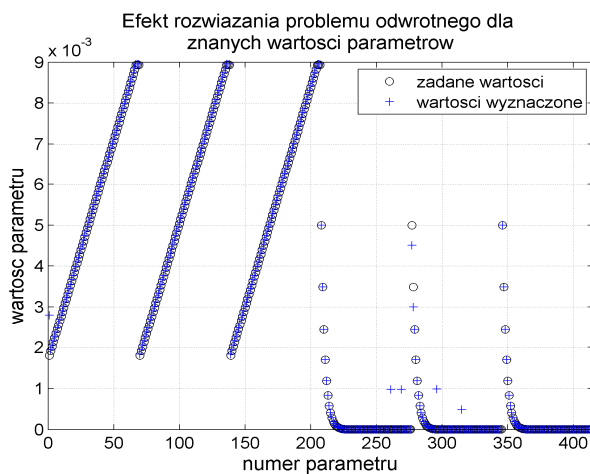
Rys.1 I – jednowymiarowa forma pomiarowa, II – wsad betonowy po zakończeniu pomiarów, III – system akwizycji danych
 Fig.1 I - one-dimensional measuring form, II - concrete batch after measurements, III - Data Acquisition System

Tabl.1 Skład badanych mieszanek (proporcje)
 Tabl.1 Composition of test mixtures (proportions)

Nazwa próbki	Zawartość cementu [% spoiwa]	Zawartość piasku [% spoiwa]	Zawartość kruszywa grubego [% zaprawy]	Zawartość popiołu lotnego [% spoiwa]	Stosunek woda/spoiwo
L-60-100-60	0	124	60	100	0.6
L-60-100-40	0	124	40	100	0.6
L-60-100-00	0	124	0	100	0.6
L-60-70-60	30	124	60	70	0.6
L-60-70-40	30	124	40	70	0.6
L-60-70-00	30	124	0	70	0.6
L-60-30-60	70	124	60	30	0.6
L-60-30-40	70	124	40	30	0.6
L-60-30-00	70	124	0	30	0.6
L-60-00-60	100	124	60	0	0.6
L-60-00-40	100	124	40	0	0.6
L-60-00-00	100	124	0	0	0.6

3. WYNIKI

W celu zbadania wydajności algorytmu oraz oceny jakości rozwiązania w pierwszej kolejności rozwiązano zagadnienie odwrotne dla testowych wartości ciepła twardnienia i dyfuzyjności cieplnej. Rysunek 2 przedstawia rezultat dla wyznaczonych parametrów, które zostały odtworzone w sposób zadowalający. Pozwala to twierdzić, że proponowana metoda może być stosowana do rzeczywistych pomiarów.



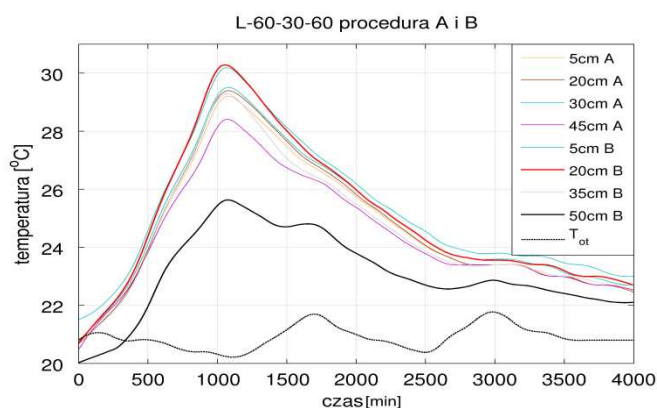
Rys.2 Dopasowanie modelu (krzyżyki) do danych testowych (kółka)
 Fig.2 Model fit (crosses) to test data (circles)

Wykres z rysunku 3 przedstawia przykładowe wyniki pomiarów temperatury mieszanki z zastąpieniem 30% cementu popiołem lotnym wapiennym w skonstruowanej formie dla procedury A i B. Na podstawie danych tego typu rozwiązywane jest zagadnienie odwrotne. Przykładowy rezultat przedstawia rysunek 4. Maksymalna różnica pomiędzy zmierzonymi i obliczonymi temperaturami w tym przypadku wynosi 0.21°C i zdaniem autora jest to różnica na akceptowalnym poziomie. Rozkład wyznaczonych współczynników (ciepło twardnienia i dyfuzyjność) w czasie i w funkcji temperatury został przedstawiony kolejno na rysunkach 5 i 6.

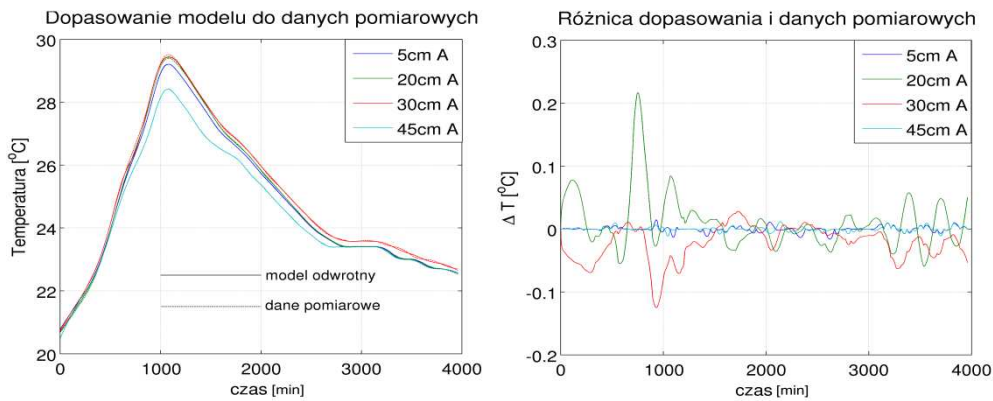
Analiza wszystkich uzyskanych rezultatów wykazała znikomą zależność dyfuzyjności cieplnej od temperatury betonu w badanym zakresie oraz silną zależność wydzielanego ciepła od ilości dodanego popiołu.

4. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

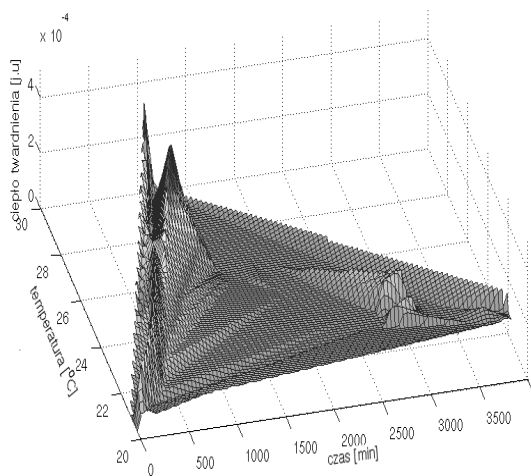
Przedstawione podejście do wyznaczania parametrów termicznych młodych betonów jest nową techniką i na chwilę obecną tylko nieliczni badacze zajmowali się tą tematyką (Philips [3]).



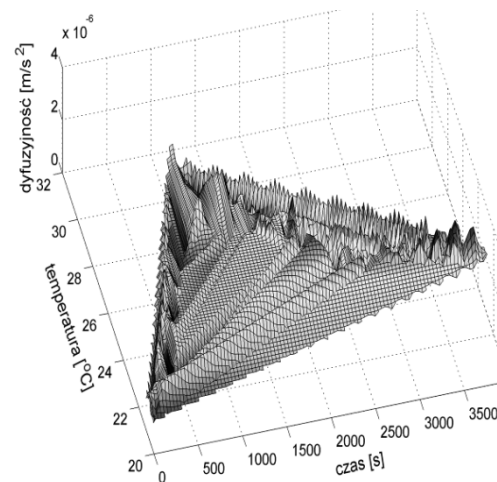
Rys.3 Wyniki pomiarów temperatury w formie A i B
Fig.3 Temperature measurement results in the A and B mold



Rys.4 Dopasowanie oraz różnica pomiędzy modelem i danymi
Fig.4 Fit and the difference between the model and data



Rys.5 Wyznaczone ciepło twardnienia dla mieszanki L-60-30-60
Fig.5 Estimated heat of hardening for L-60-30-60 mixture



Rys.6 Wyznaczona dyfuzyjność cieplna dla mieszanki L-60-30-60
Fig.6 Estimated Thermal diffusivity for L-60-30-60 mixture

Uzyskane rezultaty są obiecujące i mogą posłużyć do symulacji pola temperatury w konstrukcjach masywnych we wczesnych stadiach. Zależne od czasu i temperatury ciepło twardnienia (tzw. funkcja źródeł - Witakowski [5]) pozwala obliczyć gradienty temperatur w twardniejącym betonie, dzięki czemu można zapobiec powstawaniu spękań termicznych np. poprzez zaplanowanie odpowiedniego systemu chłodzącego. Aktualnie trwają prace nad dwuwymiarową symulacją numeryczną oraz konstrukcją formy dwuwymiarowej, dzięki którym możliwe będzie badanie spękań oraz doświadczalna weryfikacja zaproponowanej metody. Umożliwi to również porównanie właściwości powszechnie stosowanych betonów z betonami z dodatkiem popiołów lotnych wapiennych.

5. LITERATURA

1. Ch. Audet, J. E. Dennis, Jr., *Analysis of Generalized Pattern Searches*, SIAM J. Optim. 13, pp. 889-903 (2003).
2. R. H. Byrd, J. Nocedal, R. A. Waltz, KNITRO: An Integrated Package for Nonlinear Optimization, Large-Scale Nonlinear Optimization, G. di Pillo and M. Roma, eds, pp. 35-59 (2006), Springer-Verlag.
3. S. W. Phillips, W. Aquino, W. M. Chirdon, Simultaneous Inverse Identification of Transient Thermal Properties and Heat Sources Using Sparse Sensor Information, J. Engrg. Mech. 133, 1341 (2007).
4. W. E. Schiesser, G. W. Griffiths, *A Compendium of Partial Differential Equation Models: Method of Lines Analysis with Matlab*, Cambridge U. Press, 2009.
5. P. Witakowski, *Termodynamiczna teoria dojrzewania, zastosowanie do konstrukcji masywnych z betonu*, Politechnika Krakowska, Zesz. Naukowy nr 1, Kraków 1998.

Artykuł powstał w ramach projektu współfinansowanego przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego pt: "Innowacyjne spoiwa cementowe i betony z wykorzystaniem popiołu lotnego wapiennego", nr POIG 01.01.02.-24-005/09.

INVERSE IDENTIFICATION OF THE THERMAL PROPERTIES OF THE EARLY AGE CONCRETE WITH CALCIUM FLY ASH

(summary)

The article presents an alternative to calorimetric tests procedure of determination of thermal parameters of concrete with calcium fly ash at early age by the inverse modeling. In IPPT PAN was constructed one-dimensional hydration form with system of sensors to monitoring temperature of concrete mixture during curing. Based on the measured temperature distributions the inverse problem, defined as an optimization problem, is solved. As a result, the thermal diffusivity and the heat of hardening were determined for a series of mixtures as a function of both time and temperature of the mortar. These results can be used to model solid elements made from tested concretes.